



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
Programa de Pós-graduação em Física

Interações de estados exóticos em um meio hadrônico: o caso do $Z_c(3900)$

Rodrigo Oliveira Magalhães

Salvador
2023



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA



Interações de estados exóticos em um meio hadrônico: o caso do $Z_c(3900)$

Rodrigo Oliveira Magalhães

Orientador: Prof. Dr. Luciano Melo Abreu

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da UFBA (área de concentração: Teoria Quântica dos Campos) como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

Salvador, BA, março de 2023

Agradecimentos

A todos que contribuíram de forma direta ou indireta na minha formação, sejam amigos, familiares ou até mesmo pessoas que eu só tive contato com as ideias através de livros, filmes, músicas, etc. Também gostaria de agradecer àqueles que possibilitaram a minha formação em Física ao longo de minha graduação e pós-graduação, professores, colegas, etc.

Ao professor Dr. Luciano Melo Abreu pela orientação, pela partilha de saberes, pelo papel central que exerceu no meu processo formativo ao longo desse mestrado e, principalmente, por persistir no fazer científico mesmo em um contexto político e econômico hodierno tão adverso à ciência brasileira.

Ao colaborador e colega do grupo de pesquisa Hildeson Paulo pela solicitude, paciência, esclarecimentos de dúvidas, dicas e sugestões. Agradeço também por tudo que construímos em conjunto e por atuar como agente motivador ao longo do processo de construção deste trabalho.

Aos colegas do grupo teórico do Instituto de Física da UFBA, por um bom ambiente coletivo de construção, colaboração e compartilhamento de saberes.

Aos meus amigos e colegas de profissão, João e Josef, pelas longas horas de estudos e discussões noite adentro e por acreditarem em mim nessa empreitada, sou muito grato pelo estímulo e companheirismo. Sem o apoio destes talvez esse trabalho nem existisse. Agradeço também ao meu querido amigo Mateus Galvão pelas muitas discussões sobre a vida e o meio acadêmico, e por sempre me motivar a seguir nessa trajetória.

Aos meus pais, Abel e Rosa, por serem pedras fundamentais na minha construção como ser humano e por sempre me apoiarem, às minhas irmãs Terena, Joyce e Sabrina, à minha tia e madrinha Zaira, por sempre acreditar em mim, e às minhas avós, Celina (*in memoriam*) e Maria José, por sempre estarem presentes em minha vida, a estas mulheres dedico minha mais profunda admiração. A estas pessoas tão importantes em minha trajetória, sou grato por todo carinho e amor dispendidos.

À minha companheira, esposa e amiga, Cleide Magalhães, pelo suporte, parceria, cumplicidade e motivação, por sempre acreditar em mim e corroborar com meu crescimento pessoal e profissional. Certamente, a sua ausência tornaria essa jornada muito mais laboriosa.

À CAPES pelo apoio financeiro.

Ao povo brasileiro, em especial à classe trabalhadora, que são os principais mantenedores da estrutura de educação pública desse país e os que menos se beneficiam daquilo que é produzido nesta, sobretudo, nas universidades públicas, sendo que estas últimas, muitas vezes, servem aos interesses das elites dominantes detentoras dos meios de produção e do capital em detrimento dos interesses populares.

Resumo

Em 2013, foi observado pelas colaborações BESIII e Belle, no espectro de massa invariante $J/\psi\pi^\pm$, o estado exótico carregado $Z_c(3900)$. Na tentativa de corroborar, do ponto de vista teórico, com a compreensão de sua natureza, realizamos o estudo das interações desse estado em um meio hadrônico constituído de mésons leves, especificamente, da produção e absorção desse estado via processos do tipo $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}$, $Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*$, $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}^*$ e seus respectivos processos inversos. Sendo assim, considerando o $Z_c(3900)$ como um estado tetraquark compacto do tipo diquark-antidiquark ($c\bar{c}q\bar{q}$) e utilizando Lagrangianas efetivas, foram determinadas as seções de choque no vácuo para cada processo, as seções de choque totais, a soma de todas as seções de choque e as respectivas médias térmicas. Os resultados sugerem que as interações do citado estado com as partículas constituintes do meio hadrônico são relevantes.

Palavras-chave: Hádrons exóticos, tetraquark, estado $Z_c(3900)$.

Abstract

In 2013, the BESIII and Belle collaborations observed the charged exotic state $Z_c(3900)$ in the invariant mass spectrum of $J/\psi\pi^\pm$. In an attempt to theoretically understand its nature, we studied the interactions of this state in a hadronic medium composed of light mesons, specifically the production and absorption of this state through processes such as $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}$, $Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*$, $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}^*$, and their respective inverse processes. Therefore, considering the $Z_c(3900)$ as a compact tetraquark state of the type diquark-antidiquark ($c\bar{c}q\bar{q}$) and using effective Lagrangians, we determined the vacuum cross-sections for each process, the total cross-sections, the sum of all cross-sections, and their respective thermal-averages. The results suggest that the interactions of the cited state with the constituent particles of the hadronic medium are relevant.

Keywords: Exotic hadrons, tetraquark, $Z_c(3900)$ state.

Sumário

Sumário	i
Lista de Figuras	iii
Lista de Tabelas	v
1 Introdução	1
2 Física de Partículas e o Modelo Padrão	5
2.1 Partículas elementares: conceitos básicos	6
2.2 Quarks	8
2.3 Os Hádrons	10
2.4 Números Quânticos dos Hádrons	13
2.4.1 O Momento Angular	14
2.4.2 Paridade	18
2.4.3 Paridade dos Quarks e Hádrons	21
2.4.4 Conjugação de Carga	22
2.4.5 Simetria de Isospin	23
2.5 Mésons e Bárions	28
2.5.1 Os Mésons	29
2.5.2 Os Bárions	33
2.6 Cor	35
2.6.1 Cargas de Cor e o Confinamento	36
2.7 Os Hádrons Exóticos e o estado $Z_c(3900)$	42
3 Estudo das Interações do $Z_c(3900)$ em um meio hadrônico	47
3.1 Amplitudes de espalhamento	48
3.1.1 Determinação das amplitudes invariantes $\mathcal{M}(Z_c\pi \rightarrow D\bar{D})$, $\mathcal{M}(Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*)$, $\mathcal{M}(Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}^*)$	49
3.2 Seções de choque	56

3.2.1	Seção de choque em função de \sqrt{s}	57
3.2.2	Definição das Constantes	62
3.3	Discussão dos Resultados	65
3.3.1	Seções de Choque dos Processos Envolvendo os Z_c^+, Z_c^- e Z_c^0	65
3.3.2	Seções de Choque Totais	69
3.3.3	Soma de Todas as Seções de Choque	71
3.3.4	Médias Térmicas	73
4	Conclusão	77
	Referências bibliográficas	79
A	Função de Onda de Cor e o Princípio de Pauli	89
B	Determinação das Constantes na Base de Isospin	93
B.1	Determinação das Constantes na Base de Isospin para os processos $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}$	93
B.2	Constantes de Isospin para os processos $Z_c\pi \rightarrow DD, Z_c\pi \rightarrow D^*D^*$ e $Z_c\pi \rightarrow DD^*$	96
B.2.1	Constantes de Isospin para o Z_c^0	99
B.2.2	Constantes de Isospin para o Z_c^+	100
B.2.3	Constantes de Isospin para o Z_c^-	101
C	Expressões Explícitas das Lagrangianas Efetivas	103
C.1	Vértices πDD^* e πD^*D^*	103
C.1.1	Vértice πDD^*	103
C.1.2	Vértice anômalo πD^*D^*	107
C.2	Vértice $Z_c DD^*$	108

Lista de Figuras

2.1	Modelo Padrão da Física de Partículas	8
2.2	Momento angular orbital interno de um estado de três quarks	17
2.3	Diagramas de peso para (a) o noneto de mésons 0^- e para (b) o noneto de mésons 1^-	29
2.4	Diagramas de peso para (a) o octeto de bárions leves com $J^P = \frac{1}{2}^+$ e para (b) o decuplete de bárions com $J^P = \frac{3}{2}^+$	33
2.5	Ilustração das propostas mais comuns para a estrutura de estados exóticos.	41
2.6	Categorização de hádrons de acordo com o grau de liberdade de cor em: (a) méson $q\bar{q}$, (b) bárion qqq , (c) tetraquark compacto $qq\bar{q}\bar{q}$, (d) pentaquark compacto $qqqq\bar{q}$ (e) glueballs de dois e três glúons, (f) estado híbrido e (g) moléculas hadrônicas. Os hádrons mais à esquerda são hádrons convencionais, e aqueles mais à direita são hádrons exóticos. Os hádrons na região superior são fortemente ligados pela interação forte, e aqueles na região inferior são fracamente ligados pela interação forte residual. . .	42
2.7	Observação do $Z_c(3900)$ pela colaboração BESIII com o pico visível em $3.9 \text{ GeV}/c^2$	43
2.8	Cadeia de decaimento do estado $Z_c(3900)$	44
3.1	Diagramas do processo $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}$	49
3.2	Diagramas do processo $Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*$	54
3.3	Diagrama do processo $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}^*$	55
3.4	Seções de choque σ em função da energia do centro de massa \sqrt{s} para os processos $Z_c\pi \rightarrow D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$ envolvendo o Z_c^+ . Os casos envolvendo o Z_c^- e o Z_c^0 são idênticos.	66
3.5	Seções de choque σ em função da energia do centro de massa \sqrt{s} para os processos $D^{(*)}\bar{D}^{(*)} \rightarrow Z_c\pi$ envolvendo o Z_c^+ . Os casos envolvendo o Z_c^- e o Z_c^0 são idênticos.	68
3.6	Seções de choque totais σ em função da energia do centro de massa \sqrt{s} para os processos $Z_c\pi \rightarrow All$	70

3.7	Seções de choque totais σ em função da energia do centro de massa \sqrt{s} para os processos $All \rightarrow Z_c \pi$	70
3.8	Soma de todas as seções de choque σ para os processos envolvendo o estado Z_c^+ em função da energia do centro de massa \sqrt{s} acima da energia limiar $\sqrt{s_0}$ de cada processo. Os casos envolvendo o Z_c^- e o Z_c^0 são idênticos.	72
3.9	Soma de todas as seções de choque totais σ em função da energia do centro de massa \sqrt{s} acima da energia limiar $\sqrt{s_0}$ de cada processo.	72
3.10	Médias térmicas em função da temperatura (T) para os processos do tipo $Z_c \pi \rightarrow D^{(*)} \bar{D}^{(*)}$ com o Z_c^+ . Para os demais casos (Z_c^- e Z_c^0) os resultados são idênticos.	74
3.11	Médias térmicas em função da temperatura (T) para os processos do tipo $D^{(*)} \bar{D}^{(*)} \rightarrow Z_c \pi$ com o Z_c^+ . Para os demais casos (Z_c^- e Z_c^0) os resultados são idênticos.	74
3.12	Médias térmicas das seções de choque totais em função da temperatura para os processos $Z_c \pi \rightarrow D^{(*)} \bar{D}^{(*)}$	75
3.13	Seções de choque totais em função da temperatura para os processos $D^{(*)} \bar{D}^{(*)} \rightarrow Z_c \pi$	75

Lista de Tabelas

2.1	As massas aproximadas dos quarks em GeV e suas cargas elétricas Q em unidades de e . Também são mostrados os valores do número bariônico B , estranheza S , charme C , número de <i>bottom</i> \tilde{B} e número de <i>top</i> T . Os valores para os antiquarks correspondentes são iguais em magnitude, mas opostos em sinal.	9
2.2	Alguns exemplos de bárions, com suas composições de quarks e os valores correspondentes de sua carga elétrica Q , estranheza S , charme C e número de <i>bottom</i> \tilde{B}	11
2.3	Alguns exemplos de mésons, com suas composições de quarks e os valores correspondentes de sua carga elétrica Q , estranheza S , charme C e número de <i>bottom</i> \tilde{B}	11
2.4	Valores de alguns números quânticos para alguns multipletos de isospin de hádrons típicos.	26
2.5	Valores do número bariônico B , hipercarga Y , carga Q e números quânticos de isospin I e I_3 para quarks. Para os antiquarks correspondentes, os sinais de B , Y , Q e I_3 são trocados, enquanto I permanece inalterado. . . .	28
2.6	Algumas propriedades dos mésons pseudoescalares.	31
2.7	Algumas propriedades dos mésons vetoriais.	32
2.8	Valores de Y^C e I_3^C para estados de cor de quarks e antiquarks.	37
3.1	Parâmetros para o fator de forma nos vértices $M_1 M_2 M_3$	64
3.2	Ordens de grandeza das magnitudes das seções de choque dos processos $Z_c \pi \rightarrow D^* \bar{D}^*$ e dos respectivos processos inversos próximo ao limiar de energia (“ <i>threshold</i> ”) obtidas em função de \sqrt{s}	69
3.3	Ordens de grandeza das magnitudes das seções de choque totais com fator de forma dos processos $Z_c \pi \rightarrow All$ e dos processos inversos próximo ao limiar de energia (“ <i>threshold</i> ”) obtidas em função de \sqrt{s}	71
B.1	Tabela destacando os coeficientes de Clebsh Gordon para diferentes projeções de isospin dos n canais do tipo $ \bar{D}D\rangle$	96

B.2	Tabela destacando os coeficientes de Clebsh Gordon para diferentes projeções de isospin dos n canais do tipo $ Z_c\pi\rangle$	97
C.1	Diferentes constantes de isospin I_j para os vértices πDD^* segundo suas cargas.	107
C.2	Diferentes constantes de isospin I_k para os vértices $\pi D^* D^*$ segundo suas cargas.	108
C.3	Diferentes constantes de isospin I_i para os vértices $Z_c DD^*$ segundo suas cargas.	110
C.4	Diferentes constantes de isospin I_i para os vértices $Z_c DD^*$ segundo suas cargas para o caso do Z_c^+	111
C.5	Diferentes constantes de isospin I_i para os vértices $Z_c DD^*$ segundo suas cargas para o caso do Z_c^-	111

Capítulo 1

Introdução

Os últimos anos têm sido animadores no âmbito da física hadrônica. Desde os primeiros indícios da existência de estados exóticos, com a detecção experimental em 2003 do estado denominado $X(3872)$ em colisões do tipo e^+e^- , a comunidade vem se empenhando na tentativa de compreender a sua natureza [1–4]. O $X(3872)$ foi observado inicialmente no processo de decaimento $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^- J/\psi$ pela colaboração Belle [3] e observado posteriormente por outras colaborações [5–7]. De modo mais amplo, recentemente, um número considerável de ressonâncias com características diferentes daquelas esperadas nos hádrons convencionais vêm sendo detectadas, estimulando pesquisas experimentais e teóricas. Historicamente, estes estados são coletivamente chamados de XYZ [1, 4, 8–10].

O modelo de Quarks de Gell-Mann e Zweig, desenvolvido em 1964, permitiu a classificação de estados ligados de quarks definidos como mésons e bárions, sendo que os primeiros são compostos por um par quark-antiquark $q\bar{q}$ e os últimos por três quarks qqq . Entretanto, a Cromodinâmica Quântica (QCD)¹ não proíbe a existência de outros estados constituídos por quatro quarks ou mais, além de outras estruturas. Entre esses podemos citar os tetraquarks ($\bar{q}q\bar{q}q$), os pentaquarks ($qqq\bar{q}q$), os estados híbridos ($q\bar{q}g$), que são constituídos por quarks e glúons, e os glueballs (gg, ggg), que são estados compostos exclusivamente por glúons. Sendo assim, a comunidade segue investigando esses hádrons não convencionais com o objetivo de elucidar qual a sua natureza [1].

Esses hádrons não convencionais foram encontrados inicialmente no setor do charmonium e posteriormente no setor do botomonium e, de modo geral, possuem dificuldades

¹Do inglês “Quantum Chromodynamics”.

em serem descritos por estruturas do tipo $Q\bar{Q}$ ². No caso do estado $X(3872)$, foi observado que ele deveria conter pelo menos um par de quarks pesados *charm-anticharm* ($c\bar{c}$) no decaimento $J/\psi\pi^+\pi^-$, pois este possui conteúdo quarkônico $X \rightarrow c\bar{c} + u\bar{d} + \bar{u}d$. Entretanto, suas propriedades não se encaixavam plenamente com o modelo de quarkonium $Q\bar{Q}$. Após a descoberta desse estado, muitos outros foram encontrados contendo um par quark-antiquark pesado no estado final do decaimento [1].

Entre os estados exóticos observados experimentalmente está o denominado $Z_c(3900)$. Este estado foi detectado inicialmente em 2013 pelas colaborações BESIII [11] e Belle [12], sendo este o primeiro estado no setor do charmonium carregado confirmado no espectro de massa invariante $J/\psi\pi^\pm$, sendo inequivocamente um estado exótico contendo pelo menos um par quark-antiquark leve e um par quark-antiquark pesado [8]. Essa ressonância foi detectada posteriormente por essas e outras colaborações em seu estado carregado e neutro como, por exemplo, as colaborações CLEO e COMPASS [1, 4, 8, 13–16]. Além disso, seus números quânticos foram determinados como $I^G(J^{PC}) = 1^+(1^{+-})$ [17, 18].

Após a sua descoberta deu-se início à busca pela compreensão teórica da natureza de sua estrutura interna que, até o momento, se encontra em aberto [13]. Algumas das interpretações que podem ser encontradas na literatura consideram o estado $Z_c(3900)$ como um bom candidato a molécula hadrônica devido ao fato de sua massa estar muito próxima do limiar de massa $D\bar{D}^*$ [4, 13, 19]. Em outros estudos ele foi identificado como efeitos de limite cinemático [20]. Além disso, ele também pode ser interpretado como um estado tetraquark compacto, que são multipletos de cor formados por um par diquark-antidiquark. Tal interpretação é reforçada pelo fato dele ser carregado e, portanto, conter no mínimo quatro quarks [1, 4, 13].

Diante desse cenário, temos por objetivo geral nesta dissertação corroborar com as investigações referentes à compreensão da natureza dos estados exóticos, nesse caso, especificamente do estado $Z_c(3900)$, oferecendo observáveis que podem servir como referências para comparações posteriores com dados experimentais e outras previsões teóricas, como as seções de choque e suas médias térmicas. Ao calcularmos as médias térmicas, temos o objetivo de fornecer observáveis que podem ser mensuráveis no cenário das colisões de íons pesados (*HICs*)³. Nessas colisões são criadas condições que podem propiciar

²A notação “ $Q\bar{Q}$ ” poderá ser usada em alguns momentos para descrever o estado ligado de hádrons pesados.

³Do inglês “heavy ion collisions”.

a formação e detecção de estados exóticos, pois um grande número de quarks pesados é produzido nos estágios iniciais, incluindo os quarks *charm* (c) e *anticharm* (\bar{c}) [21–25]. Aqui estamos interessados nas interações que ocorrem nas fases finais das *HICs*, após a denominada fase de plasma de quarks e glúons (*QGP*)⁴.

Portanto, optamos por investigar as interações do estado $Z_c(3900)$ em um meio hadrônico, especificamente com os mésons π^+ , π^- e π^0 devido à sua abundância nesse meio. Consideramos as interações do tipo $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}$, $Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*$, $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}^*$ e seus processos inversos. Com o auxílio das Lagrangianas efetivas, determinamos as diferentes amplitudes invariantes de espalhamento para cada processo que, posteriormente, foram utilizadas na determinação das correspondentes seções de choque no vácuo em função da energia do centro de massa por meio de métodos numéricos. Em seguida determinamos as seções de choque totais e a soma de todas as seções de choque. Vale ressaltar que, utilizamos na determinação das seções de choque o fator de forma obtido via regras da soma da *QCD* (*QCDSR*)⁵ [26–28], sob a hipótese do estado $Z_c(3900)$ ser uma partícula do tipo tetraquark compacto no setor do charmonium com constituição quarkiônica $c\bar{c}q\bar{q}$. Por fim, considerando a influência do meio nessas interações, determinamos as médias térmicas das seções de choque. É importante destacar que, está em andamento a preparação de um artigo que sumariza os resultados aqui obtidos [29].

Esta dissertação está estruturada da seguinte maneira: o capítulo 2 trata dos fundamentos teóricos da Física de Partículas e do Modelo Padrão. É apresentada a estrutura elementar do Modelo Padrão, incluindo as partículas fundamentais, como léptons, quarks e bósons, juntamente com algumas de suas características. Além disso, é feita uma breve descrição das forças fundamentais, incluindo a nuclear fraca, nuclear forte e eletromagnética, juntamente com algumas propriedades dos hádrons convencionais e apresentação de alguns números quânticos associados a eles. Por fim, ainda neste capítulo, é apresentado o estado da arte em relação ao estado $Z_c(3900)$.

No capítulo 3 introduzimos nossa contribuição na compreensão da fenomenologia hadrônica de estados exóticos. Calculamos as amplitudes invariantes de espalhamento, as seções de choque no vácuo e as médias térmicas das seções de choque para os diferentes processos aqui citados, que envolvem a absorção e a produção do $Z_c(3900)$, utilizando para tal, Lagrangianas efetivas presentes na literatura. Além disso, ainda no capítulo 3, apresentamos e discutimos os resultados obtidos. No capítulo 4 são feitas as considerações

⁴Do inglês "quark-gluon plasma".

⁵Do inglês "Quantum Chromodynamics Sum Rules".

finais. O trabalho é encerrado com as referências e três apêndices, sendo estes últimos divididos da seguinte forma: o Apêndice A discute a função de onda de cor e sua relação com o princípio de Pauli; o Apêndice B que discute a determinação das constantes de isospin; e por último, o Apêndice C traz as Lagrangianas efetivas utilizadas nos cálculos das amplitudes de forma explícita.

Capítulo 2

Física de Partículas e o Modelo Padrão

Tem sido uma ambição da humanidade tentar responder às seguintes perguntas fundamentais: “Do que as coisas são feitas?”, “Será que existe algo, talvez uma partícula, que atua como o bloco básico que dá origem a todas as coisas?”, “Quais são os constituintes mais fundamentais da matéria?”. Na tentativa de elucidar essas questões, podemos remontar à influência grega que trouxe à luz a hipótese da existência do átomo, ou seja, este seria o constituinte mais fundamental da matéria, uma partícula indivisível e minúscula. Tal proposta foi apresentada pelo filósofo grego Leucipo de Abdera (500-450 a.C.) [30]. Ao longo da história da Física houve alguns modelos que objetivaram fornecer uma descrição mais fundamental da natureza, entre eles podemos citar o modelo aristotélico que se mostrou resiliente até o advento da revolução científica no século XVII [31].

Foi apenas no início do século XIX, com os trabalhos de Dalton, que a ideia do átomo foi retomada e posteriormente solidificada com os modelos de Rutherford e Bohr. Com os avanços tecnológicos oriundos do século XX, assim como os adventos da Mecânica Quântica e da Teoria da Relatividade, foi possível realizar investigações cada vez mais profundas sobre a natureza da matéria, o que nos levou até o hoje bem-sucedido Modelo Padrão da Física de Partículas, expondo que, além de outras coisas, entre os constituintes conhecidos do átomo (elétrons, prótons e nêutrons), apenas os elétrons não possuem estrutura interna, diferentemente dos prótons e nêutrons que são constituídos por partículas mais fundamentais denominadas quarks.

Neste capítulo temos por objetivo apresentar de forma introdutória as ideias fundamentais da Física de Partículas e do Modelo Padrão aceitas até o momento. Iniciamos discutindo os conceitos básicos, o que inclui as partículas e suas características, fazendo uma breve explanação sobre as forças fundamentais da natureza e apresentando o quadro

geral do Modelo Padrão. Além disso, é feita uma explanação sobre os hádrons e suas propriedades gerais e uma breve descrição dos quarks (antiquarks) e a apresentação de alguns números quânticos associados a estes. Também iremos discutir o chamado “Modelo de Quark” e algumas de suas propriedades.

Também estamos interessados em discutir algumas leis de conservação que estão associadas às simetrias do modelo de quark que são de interesse na espectroscopia, principalmente no que tange às interações fortes, onde podemos destacar: a paridade, a conjugação de carga e a simetria de isospin. Também iremos apresentar formas gerais, baseadas nas leis de conservação, de classificar partículas a partir de certos números quânticos. Apresentaremos a classificação, a partir dessas simetrias, dos mésons e bárions e o conceito de carga de cor a fim de introduzir a discussão sobre a possibilidade da existência dos hádrons não convencionais¹, especialmente os do tipo tetraquark. Por fim, apresentaremos um breve panorama do estado da arte do estado $Z_c(3900)$.

2.1 Partículas elementares: conceitos básicos

A Física de Partículas é a área da Física responsável por estudar os constituintes fundamentais da matéria e suas interações. Os avanços na compreensão da natureza desses objetos e de como se relacionam nos levaram ao hoje conhecido Modelo Padrão. Neste modelo as partículas são divididas em famílias segundo certas propriedades. De modo resumido temos: a família dos férmions, que é constituída por léptons e quarks e obedecem à estatística de Fermi-Dirac, ou seja, são partículas que possuem spin semi-inteiro; e os bósons, que são constituídos pelos denominados bósons de gauge, que são as partículas mediadoras das interações, ou seja, são ditas “portadoras de força”. Essas partículas possuem spin inteiro e obedecem à estatística de Bose-Einstein [32].

Hoje são conhecidas quatro forças fundamentais da natureza, estas são as interações: eletromagnética, fraca, forte e gravitacional² [21, 32, 33]. As interações eletromagnéticas são mediadas pelos fótons (γ) que são bósons de gauge com spin-1, atuando em longas

¹Hádrons não convencionais são aqueles que não se encaixam na estrutura de hádrons convencionais, sendo estes os mésons ($q\bar{q}$) e os bárions (qqq). Já os hádrons exóticos são aqueles cujas propriedades não podem ser descritas pelos modelos de quarks que buscam descrever a dinâmica dos hádrons. Com frequência, na literatura, há uma falta de clareza na distinção entre os termos “não convencionais” e “exóticos”, os quais muitas vezes são tratados como sinônimos.

²As interações gravitacionais não são descritas pelo modelo padrão. Entretanto, é prevista a existência de uma partícula mediadora dessas interações, o gráviton (G), mas tal partícula nunca foi detectada.

distâncias, elas são propagadas por ondas que são continuamente emitidas e absorvidas como esperado em um modelo clássico, já a curtas distâncias essas interações possuem uma natureza quântica que se dá pela troca de fótons. Em resumo, nas interações eletromagnéticas os fótons são os “portadores de força”, ou bósons de calibre [32].

As interações fracas se dão pela troca de partículas de spin-1, conhecidas como bósons W e Z , estas possuem de 80 a 90 vezes a massa do próton e atuam a curto alcance. As interações fortes também são mediadas por partículas de spin-1, os glúons. Existem oito glúons com massa zero e eletricamente neutros, porém eles possuem uma característica relevante denominada carga de cor que será discutida adiante na seção 2.6. Vale ressaltar aqui que, por possuírem carga de cor, os glúons são partículas mediadoras que interagem entre si. Já os quarks interagem por meio da força forte e estão confinados nos hádrons, sendo esta interação mediada pelos glúons. Ainda é importante destacar que a interação forte “residual” entre estados ligados de quarks (hádrons) não é a mesma que a interação forte fundamental entre os quarks (mas é uma consequência dela) e é de curto alcance [32].

A parte da Física que se dedica a estudar as interações fortes é uma teoria quântica dos campos conhecida como Cromodinâmica Quântica (QCD). Além da QCD , temos também a Eletrodinâmica Quântica (QED)³, que se encarrega da investigação das interações eletromagnéticas, e a Teoria Eletrofraca⁴, que é a área responsável por tratar das interações fracas.

Em resumo, o Modelo Padrão é constituído por partículas fundamentais, pontuais, pois não possuem estrutura interna, os férmions e os bósons. Os férmions são divididos em dois grupos, léptons e quarks, que são os constituintes básicos da matéria junto com os bósons. Os léptons conhecidos são o elétron (e), o múon (μ) e o tau (τ), que possuem carga elétrica -1, tendo como base a unidade de carga fundamental, e suas respectivas antipartículas com carga elétrica +1. Também temos os neutrinos, são eles: o neutrino do elétron (ν_e), o neutrino do múon (ν_μ), o neutrino do tau (ν_τ) e seus respectivos antineutrinos. Os neutrinos e os antineutrinos possuem carga elétrica nula.

Além dos seis léptons e suas antipartículas temos seis tipos ou “sabores” de quarks que são divididos em três famílias ou gerações, da mais leve para a mais pesada, pois partículas da segunda e terceira gerações são instáveis e decaem em partículas mais leves.

³Do inglês “Quantum Electrodynamics”.

⁴Em altas energias, as interações eletromagnéticas e fracas são unificadas na Teoria Eletrofraca [21, 32, 34].

Os quarks conhecidos até então são: os da primeira geração, *up* (*u*) e *down* (*d*), os da segunda geração, *charm* (*c*) e *strange* (*s*) e os da terceira geração, *top* (*t*) e *bottom* (*b*). Por fim temos as partículas mediadoras das interações, os bósons, são eles: o glúon, o fóton e os bósons *W* e *Z*. Podemos incluir ainda nessa descrição o bóson de Higgs, que é a partícula responsável por descrever a origem da massa de outras partículas elementares⁵. O bóson de Higgs foi previsto em 1964 por Peter Higgs [38,39] e detectado em 2012 pelas colaborações ATLAS [40] e CMS [41] com massa aproximada de 125 GeV. A figura 2.1 sintetiza essa descrição [32].

STANDARD MODEL OF ELEMENTARY PARTICLES

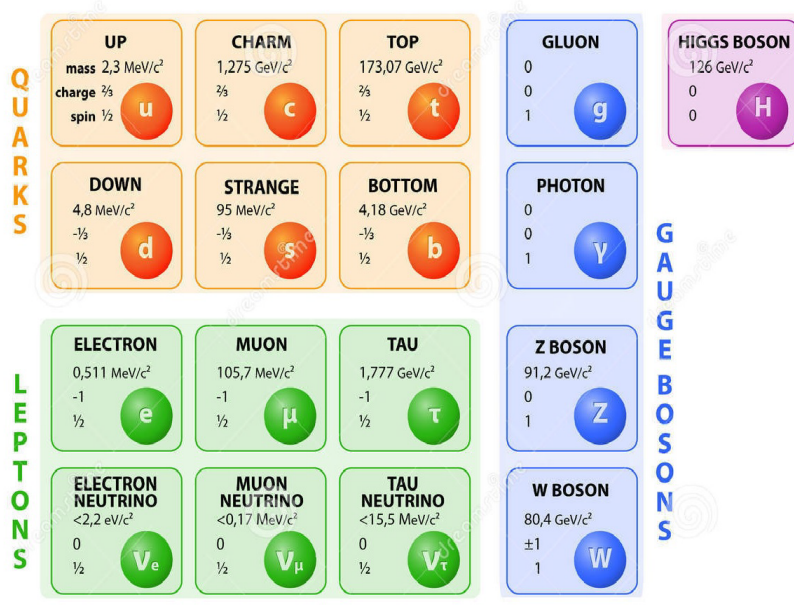


Figura 2.1: Modelo Padrão da Física de Partículas

Fonte: [42]

2.2 Quarks

Descrevendo algumas das propriedades dos quarks, temos que, como citado anteriormente, os diferentes sabores de quark podem ser divididos em gerações ou pares, da mais leve para a mais pesada, resumida logo abaixo:

⁵Para mais informações consultar as referências [17, 32, 35–37].

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} e \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$

Os quarks u , c e t possuem carga $+\frac{2}{3}$ e os quarks d , s e b possuem carga $-\frac{1}{3}$. Além dos quarks temos suas respectivas antipartículas que podem ser organizadas de forma análoga

$$\begin{pmatrix} \bar{d} \\ \bar{u} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bar{s} \\ \bar{c} \end{pmatrix} e \begin{pmatrix} \bar{b} \\ \bar{t} \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

No caso dos antiquarks temos que \bar{u} , \bar{c} e \bar{t} possuem carga $-\frac{2}{3}$ e \bar{d} , \bar{s} e \bar{b} possuem carga $+\frac{1}{3}$. Vale ressaltar que existem atualmente dados experimentais que confirmam a existência dos seis sabores de quarks aqui apresentados, entretanto, quarks livres nunca foram detectados [32].

Apesar dos quarks nunca terem sido observados livremente na natureza, hoje existem experimentos que comprovam a sua existência e seu sucesso se dá pela bem sucedida correspondência entre as previsões teóricas e os dados experimentais, dessa forma, o modelo fornece previsões que vem sendo confirmadas com boa precisão ao longo dos anos. Na tabela 2.1 temos a exposição das massas aproximadas dos quarks e de outros números quânticos, chamados de números quânticos internos, que serão discutidos posteriormente.

Tabela 2.1: As massas aproximadas dos quarks em GeV e suas cargas elétricas Q em unidades de e . Também são mostrados os valores do número bariônico B , estranheza S , charme C , número de *bottom* \tilde{B} e número de *top* T . Os valores para os antiquarks correspondentes são iguais em magnitude, mas opostos em sinal.

Nome	Símbolo	Massa	Q	I	B	S	C	\tilde{B}	T
Down	d	$m_d \approx 0.003$	-1/3	1/2	1/3	0	0	0	0
Up	u	$m_u \approx 0.005$	+2/3	1/2	1/3	0	0	0	0
Strange	s	$m_s \approx 0.1$	-1/3	0	1/3	-1	0	0	0
Charme	c	$m_c \approx 1.3$	+2/3	0	1/3	0	1	0	0
Bottom	b	$m_b \approx 4.5$	-1/3	0	1/3	0	0	-1	0
Top	t	$m_t \approx 174$	+2/3	0	1/3	0	0	0	1

Fonte: [21, 32, 34, 43]

2.3 Os Hádrons

Com o avanço no desenvolvimento dos aceleradores de partículas, que possibilitaram colisões entre partículas com energias cada vez mais altas, foram descobertas inúmeras outras partículas como, píons, káons, etc., que acreditava-se serem fundamentais no sentido de não haver qualquer estrutura interna, como é o caso dos léptons, elétrons, múons, tau e seus respectivos neutrinos. Entretanto, há uma concepção intuitiva e histórica de que um modelo que objetive descrever a natureza da matéria a partir dos seus constituintes mais fundamentais deve ser relativamente simples, ou seja, deve conter apenas um punhado de partículas que devem ser os blocos fundamentais da natureza, apesar de nada impedir, a princípio, que possa ser diferente.

Na história da ciência, a ideia de que modelos mais simples devem ser preferíveis a modelos mais complexos na descrição da natureza remonta à antiguidade e tem se feito presente na construção de modelos físicos que objetivam descrever a natureza da matéria e na busca de uma teoria fundamental unificadora. Contudo, nada impede que os fenômenos naturais possam ser descritos por modelos mais complexos que os utilizados hodiernamente, dado o conjunto de variáveis presentes em fenômenos naturais não idealizados e de problemas ainda não solucionados pelas teorias atuais. A simplicidade de um dado modelo não garante por si só o seu sucesso e validade, é preciso haver confirmações experimentais das previsões teóricas que este modelo propõe e, nesse caso, o Modelo Padrão⁶ tem obtido sucesso substancial. Embora essa perspectiva mais econômica da descrição da natureza seja valiosa e bem-sucedida, ainda há muitas questões em aberto, entre elas podemos citar a dificuldade do Modelo Padrão em descrever as interações gravitacionais.

Sendo assim, diante das descobertas de um número considerável de novas partículas⁷ parecia razoável a ideia de que talvez houvesse algo mais fundamental nesses estados, algum tipo de estrutura interna. Diante disso, em 1964, por meio do que viria a ser conhecida como espectroscopia hadrônica, de forma simultânea e independente, Murray Gell-Mann e George Zweig propuseram que estes estados, que foram denominados de hádrons, na verdade, seriam compostos por partículas ainda mais fundamentais, no sentido de não possuírem estrutura interna, essas partículas fundamentais foram denominadas de quarks [32].

⁶O Modelo Padrão não é necessariamente um modelo, mas sim uma teoria [44].

⁷Píons, káons, etc.

Diferentes daquelas partículas apresentadas na figura 2.1, os hádrons não são partículas fundamentais. Eles são constituídos por quarks e/ou glúons, sendo que estes últimos não podem ser diretamente observados, apenas seus estados ligados, pois estão sempre confinados em estados de singleto de cor (ver seção 2.6 e Apêndice A).

Assim como os quarks, os hádrons também interagem via força forte⁸. Exemplos de hádrons incluem o próton, o nêutron e o pión [32]. Os hádrons convencionais são divididos como: bárions, que são partículas de spin semi-inteiro constituídas por estados ligados de três quarks ($3q$); os antibárions, que são as antipartículas dos bárions constituídas por estados ligados de três antiquarks ($3\bar{q}$); e os mésons, que são partículas de spin inteiro constituídas pelos estados ligados de um par formado por um quark e um antiquark ($q\bar{q}$). Nas tabelas 2.2 e 2.3 podemos verificar alguns exemplos de bárions e mésons, suas composições quarkônicas e alguns números quânticos internos.

Tabela 2.2: Alguns exemplos de bárions, com suas composições de quarks e os valores correspondentes de sua carga elétrica Q , estranheza S , charme C e número de *bottom* \tilde{B} .

Partícula	Composição quarkônica	Massa(MeV/c^2)	Q	S	C	\tilde{B}
p	uud	938	1	0	0	0
n	udd	940	0	0	0	0
Λ	uds	1116	0	-1	0	0
Λ_c	udc	2285	1	0	1	0
Λ_b	udb	5624	0	0	0	-1

Fonte: [32]

Tabela 2.3: Alguns exemplos de mésons, com suas composições de quarks e os valores correspondentes de sua carga elétrica Q , estranheza S , charm C e bottom \tilde{B} .

Partícula	Composição quarkônica	Massa(MeV/c^2)	Q	S	C	\tilde{B}
π^+	$u\bar{d}$	140	1	0	0	0
K^-	$s\bar{u}$	494	-1	-1	0	0
D^-	$d\bar{c}$	1869	-1	0	-1	0
D_s^+	$c\bar{s}$	1969	1	1	1	0
B^-	$b\bar{u}$	5279	-1	0	0	-1
Υ	$b\bar{b}$	9460	0	0	0	0

Fonte: [32]

⁸Os hádrons também interagem via força fraca e eletromagnética.

Os números quânticos internos, assim chamados por não estarem associados com o movimento ou com as propriedades espaciais das funções de estado [21], expressos nas tabelas 2.1, 2.2 e 2.3, são utilizados para classificar, identificar e distinguir as diferentes partículas hadrônicas. Além disso, eles são conservados na interação forte [32] [21]. Sendo S a estranheza, C o charme, \tilde{B} a beleza e T o número de *top*, temos então que:

$$S \equiv -N_s \equiv -[N(s) - N(\bar{s})], \quad (2.3)$$

$$C \equiv N_c \equiv N(c) - N(\bar{c}), \quad (2.4)$$

$$\tilde{B} \equiv -N_b \equiv -[N(b) - N(\bar{b})], \quad (2.5)$$

$$T \equiv N_t \equiv N(t) - N(\bar{t}). \quad (2.6)$$

Além desses, podemos definir também $N(u)$ e $N(d)$, que estão associados aos números de quarks e antiquarks, como segue:

$$N_u = N(u) - N(\bar{u}) \quad (2.7)$$

e

$$N_d = N(d) - N(\bar{d}). \quad (2.8)$$

Com isso podemos definir o número bariônico B como

$$B \equiv \frac{1}{3}[N(q) - N(\bar{q})], \quad (2.9)$$

o que nos induz a uma classificação dos hádrons de acordo com o seu número bariônico, que é definido em termo dos números de quarks e antiquarks. Desta forma temos: $B = 1$ para bárions, $B = -1$ para antibárions e $B = 0$ para mésons. Ainda é possível escrevê-lo em termo dos números de quarks como segue:

$$B = \frac{1}{3}[N_u + N_d + N_s + N_c + N_b + N_t] = \frac{1}{3}[N_u + N_d - S + C - \tilde{B} + T]. \quad (2.10)$$

A carga elétrica Q , escrita em termo dos números de quarks, então será:

$$Q = \frac{2}{3}[N_u + N_c + N_t] - \frac{1}{3}[N_d + N_s + N_b] = \frac{2}{3}[N_u + C + T] - \frac{1}{3}[N_d - S - \tilde{B}] \quad (2.11)$$

Uma característica fundamental dos quarks (antiquarks), é que, nas interações fortes e eletromagnéticas, eles só podem ser criados ou aniquilados em pares partícula-antipartícula.

De modo geral, os hádrons são, em sua maioria, instáveis e decaem para hádrons mais leves por meio da interação forte, entretanto, em alguns casos, não há estados de hádrons mais leves com os mesmos valores dos números quânticos para os quais eles possam decair por meio desse tipo de interação (interação forte). Essas partículas, portanto, são estáveis sob a interação forte e de longa-vida, mas decaem por outros tipos de interação. Píons e núcleons são os mésons e bárions mais leves conhecidos e, conseqüentemente, são estados ligados dos quarks mais leves (u e d) e seus antiquarks (\bar{u} e \bar{d}).

As partículas estranhas, ou seja, aquelas que possuem $S \neq 0$, são produzidas por meio das interações fortes, mas decaem por meio da interação fraca sendo que, os mésons estranhos mais leves são os káons (K). Já os mésons charmosos são aqueles que possuem ao menos um quark do tipo c ou um antiquark do tipo \bar{c} . Os mésons constituídos por um par $c\bar{c}$ são chamados coletivamente de charmonium e possuem $C = 0$, nesses casos são ditos possuir “*charm oculto*”, diferentemente daqueles hádrons que possuem $C \neq 0$. Ainda temos o bottomonium, sendo aqueles que possuem $\tilde{B} = 0$ denominados de “*bottom oculto*” e aqueles com $\tilde{B} \neq 0$ de “*bottom aberto*” ou “*bottom nú*” [32].

2.4 Números Quânticos dos Hádrons

As simetrias e as leis de conservação ocupam na Física contemporânea um papel de destaque, sendo de extrema importância para a compreensão de fenômenos que ocorrem em nível subatômico. O esperado é que uma teoria física, que tenha como objetivo a descrição mais completa possível da estrutura básica da matéria, deva obedecer certos critérios de simetria nos quais as leis físicas devem se manter invariantes. Sendo assim, vamos agora determinar formas gerais, baseadas nas leis de conservação, de classificar

partículas a partir de seus números quânticos. Entendemos partículas aqui como excitações de campos quânticos, sendo estes últimos os constituintes básicos da matéria.

2.4.1 O Momento Angular

Para caracterizar as partículas precisamos de certos números quânticos, entre eles está o spin que é uma propriedade intrínseca da matéria, sem análogo clássico. Ele pode ser entendido como o “momento angular” da partícula no seu referencial de repouso. Para o caso de partículas compostas, o referencial de repouso se encontra no centro de massa de seus constituintes. Por exemplo, os mésons são estados ligados de um par quark e antiquark $q\bar{q}$ e possuem spin inteiro, sendo assim, o centro de massa de um méson corresponde ao centro de massa do par $q\bar{q}$. Desta forma, denominando uma partícula genérica como P , inferimos que o spin \mathbf{S}_P de uma partícula composta é o momento angular total \mathbf{J} de seus constituintes nesse referencial, dessa forma temos que

$$\mathbf{S}_P = \mathbf{J},$$

que é o número quântico spin ⁹. Vale ressaltar que ele pode ser spin semi-inteiro ou inteiro, enquanto que sua componente z pode assumir $2J + 1 = 2S_P + 1$ dos possíveis valores

$$(S_P)_z = J_z = J, J - 1, \dots, -J,$$

dependendo da orientação da partícula em relação ao eixo z .

Além do spin, existem outros números quânticos que podem auxiliar na caracterização de uma partícula composta. De modo geral, esses números quânticos são associados a observáveis conservados. Sabemos que, o momento angular total \mathbf{J} de uma partícula composta é conservado, mas os momento angular orbital e de spin, separadamente, não são. Diante disso, é conveniente assumir que, com boa aproximação, as quantidades \mathbf{L}^2 e \mathbf{S}^2 são conservadas [32]. Definindo

⁹Aqui estamos representando por \mathbf{S}_P o spin de uma partícula composta no seu referencial de repouso, que nesse caso é o momento angular total \mathbf{J} de seus constituintes e não deve ser confundido com S , que neste contexto representa o spin desses últimos. Ainda vale lembrar que $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ onde \mathbf{L} e \mathbf{S} são o momento angular orbital e o momento angular de spin respectivamente. Para que não haja dúvidas quanto a distinção entre S e \mathbf{S}_P vamos considerar o seguinte exemplo: se tivermos uma partícula denotada por ${}^2D_{\frac{3}{2}}$, (ver equação 2.15) temos que $L = 2, S = \frac{1}{2}$ (pois $2S + 1 = 2$) e $S_P = J = \frac{3}{2}$ [32].

$$\mathbf{L}^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2 \quad (2.12)$$

e

$$\mathbf{S}^2 = S_x^2 + S_y^2 + S_z^2, \quad (2.13)$$

como elas são conservadas, temos então que

$$[H, \hat{\mathbf{L}}^2] = [H, \hat{\mathbf{S}}^2] = 0. \quad (2.14)$$

Nessa aproximação, sendo L e S o momento angular orbital e o número quântico de spin, respectivamente, podemos então caracterizar uma partícula pelos números quânticos $S_P = J$, L e S , e J_z , sendo que J_z depende da orientação do spin. Com isso podemos agora introduzir a notação espectroscópica, em que os estados são denotados por

$$^{2S+1}L_J. \quad (2.15)$$

Convencionou-se escrever no lugar do valor numérico de L as seguintes letras: S, P, D, F, \dots para $L = 0, 1, 2, 3, \dots$ [32].

Estamos aqui adotando um modelo de quark simples, nesse caso, consideramos que é uma boa aproximação tratarmos L e S como números quânticos apropriados. Vale ressaltar que, dessa forma, estados mais leves de qualquer combinação de $q\bar{q}$ (mésons) e de $3q$ (bárions) possuem momento angular orbital igual a zero.

Agora estamos em condições de apresentar a classificação espectral de mésons e bárions. Os mésons são estados ligados de um quark e um antiquark, ou seja, $q\bar{q}$, com o referencial de repouso do méson sendo, de forma correspondente, o referencial do centro de massa do sistema $q\bar{q}$. Neste referencial existe apenas um momento angular orbital \mathbf{L} mais os momentos angulares de spin de q e \bar{q} , sendo assim, o momento angular total é dado pela soma dos momentos angulares de q e \bar{q} , logo

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_q + \mathbf{S}_{\bar{q}}, \quad (2.16)$$

onde \mathbf{S}_q é o momento angular de spin do quark, $\mathbf{S}_{\bar{q}}$ é o momento angular de spin do antiquark e \mathbf{S} é o momento angular total do méson. Como sabemos, tanto q quanto \bar{q} possuem $\text{spin} = \frac{1}{2}$, portanto temos duas possibilidades para \mathbf{S} . Como $|s_1 - s_2| \leq s \leq s_1 + s_2$, então teremos que $S = 0$ e $S = 1$, ou seja, spin inteiro, como esperado para o caso dos mésons. Já sabemos que se $L = 0$ então $J = S$, que é o estado mais baixo de energia, então, usando a notação espectroscópica (2.15), temos as seguintes possibilidades para os estados da partícula em questão, nesse caso, um méson:

$${}^{2S+1}L_J = {}^1S_0, {}^3S_1 \quad (L = 0 \rightarrow L = S). \quad (2.17)$$

Veremos agora como ficam os estados para os casos em que $L \geq 1$, as possibilidades para J então são

$$J = L \quad \text{para o estado singlete } (S = 0)$$

e

$$J = L \pm 1, L \quad \text{para estados tripletos } (S = 1),$$

com isso teremos quatro possibilidades

$${}^{2S+1}L_J = {}^1L_L, {}^3L_{L+1}, {}^3L_L, {}^3L_{L-1} \quad (L \geq 1). \quad (2.18)$$

Já os bárions são estados ligados de 3 quarks, ou seja, $3q$, com isso podemos inferir que o referencial de repouso de um bárion corresponde ao referencial do centro de massa do sistema $3q$. Nesse referencial existem dois momentos angulares orbitais que estão associados ao movimento relativo dos três quarks [32], como na figura 2.2.

Um momento angular orbital \mathbf{L}_{12} no referencial do centro de massa de um par de quarks escolhidos convenientemente e outro \mathbf{L}_3 , que é o momento angular orbital do terceiro quark em torno do par no referencial geral do centro de massa. Portanto, o momento angular orbital total \mathbf{L} será dado pela soma desses momentos angulares orbitais \mathbf{L}_{12} e \mathbf{L}_3 , então

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_{12} + \mathbf{L}_3. \quad (2.19)$$

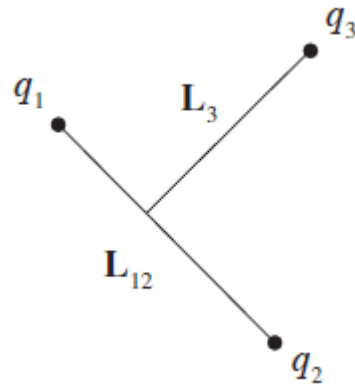


Figura 2.2: Momento angular orbital interno de um estado de três quarks

Fonte: [32]

Já o spin de um bárion será dado pela soma dos spins dos três quarks, ou seja

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3, \quad (2.20)$$

então, o spin de um bárion deve ser

$$S = \frac{1}{2}$$

ou

$$S = \frac{3}{2}.$$

Então teremos que, os possíveis estados bariônicos em notação espectroscópica serão

$${}^2S_{\frac{1}{2}}, {}^4S_{\frac{3}{2}} \quad (L = 0) \quad (2.21)$$

$${}^2P_{\frac{1}{2}}, {}^2P_{\frac{3}{2}}, {}^4P_{\frac{1}{2}}, {}^4P_{\frac{3}{2}}, {}^4P_{\frac{5}{2}} \quad (L = 1), \quad (2.22)$$

e

$${}^2L_{L+\frac{1}{2}}, {}^2L_{L-\frac{1}{2}}, {}^4L_{L-\frac{3}{2}}, {}^4L_{L-\frac{1}{2}}, {}^4L_{L+\frac{1}{2}}, {}^4L_{L+\frac{3}{2}} \quad (L \geq 2) \quad (2.23)$$

Em mãos da notação espectroscópica, vamos a seguir tratar de algumas simetrias que também são relevantes para a caracterização de uma partícula, são elas, a paridade e a conjugação de carga.

2.4.2 Paridade

Uma transformação de paridade reflete na origem a posição do vetor \mathbf{r}_i de cada partícula i , ou seja

$$\mathbf{r}_i \rightarrow \mathbf{r}'_i = -\mathbf{r}_i \quad (2.24)$$

Se o Hamiltoniano for invariante por esta transformação dizemos que o sistema é invariante sob paridade, portanto

$$H(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \dots) = H(-\mathbf{r}_1, -\mathbf{r}_2, \dots) = H(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots). \quad (2.25)$$

Vale ressaltar aqui que a paridade não é uma simetria que vale para todos os sistemas fechados, um exemplo disso é que ela pode ser violada pela interação fraca. Por enquanto, iremos considerar apenas sistemas que interagem por meio da interação forte e eletromagnética, sobretudo a interação forte que é o nosso principal interesse.

Considerando uma partícula singular, vamos introduzir o operador $\hat{\mathbf{P}}$ definido por

$$\hat{\mathbf{P}}\psi(\mathbf{r}, t) \equiv P_a\psi(-\mathbf{r}, t). \quad (2.26)$$

Em nossa notação a identifica o tipo da partícula, por exemplo, $a = e^-$ para um elétron etc. e P_a é um fator de fase constante.

Duas transformações de paridade sucessivas devem deixar o sistema invariante, ou seja

$$\hat{\mathbf{P}}^2\psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}, t), \quad (2.27)$$

isso implica que

$$P_a = \pm 1. \quad (2.28)$$

Considerando uma autofunção de momento

$$\Psi_p(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} - Et)}, \quad (2.29)$$

então

$$\hat{P}\Psi_p(\mathbf{r}, t) = P_a\Psi_p(-\mathbf{r}, t) = P_a\Psi_{-p}(\mathbf{r}, t), \quad (2.30)$$

desta forma, uma partícula em repouso, com $\mathbf{p} = \mathbf{0}$, é um autoestado do operador paridade com autovalor P_a . Por esta razão P_a é denominado paridade intrínseca da partícula a ou simplesmente, paridade da partícula a [32].

Para sistemas de muitas partículas temos a seguinte generalização

$$\hat{P}\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, t) \equiv P_1 P_2 \dots \Psi(-\mathbf{r}_1, -\mathbf{r}_2, \dots, t), \quad (2.31)$$

observe que temos uma paridade intrínseca para cada partícula presente. Partículas com momento angular orbital definido também possuem autoestado de paridade. A função de onda de uma partícula deste tipo tem a forma

$$\Psi_{nlm}(\mathbf{r}) = R_{nl}(r)Y_l^m(\theta, \phi), \quad (2.32)$$

onde (r, θ, ϕ) são coordenadas polares esféricas, R_{nl} é uma função da variável radial r apenas, e $Y_l^m(\theta, \phi)$ são os harmônicos esféricos. Por exemplo, os primeiros harmônicos esféricos são

$$Y_0^0 = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}, \quad (2.33)$$

e

$$Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta; \quad Y_1^{\pm 1} = \pm \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{\pm i\phi}. \quad (2.34)$$

Usando as relações

$$x = r \sin \theta \cos \phi, \quad y = r \sin \theta \sin \phi, \quad z = r \cos \theta, \quad (2.35)$$

as transformações de paridade então ficam

$$r \rightarrow r' = r, \quad \theta \rightarrow \theta' = \pi - \theta, \quad \phi \rightarrow \phi' = \pi + \phi, \quad (2.36)$$

a partir disso é possível mostrar que

$$Y_l^m(\theta, \phi) \rightarrow Y_l^m(\pi - \theta, \pi + \phi) = (-1)^l Y_l^m(\theta, \phi). \quad (2.37)$$

Portanto

$$\hat{P}\psi_{nlm}(\mathbf{r}) = P_a\psi_{nlm}(-\mathbf{r}) = P_a(-1)^l\psi_{nlm}(\mathbf{r}) \quad (2.38)$$

e $\psi_{nlm}(\mathbf{r})$ é um autoestado de paridade com um autovalor $P_a(-1)^l$.

Se o Hamiltoniano é invariante sob uma transformação de paridade, podemos concluir que a paridade é conservada, isto é

$$[\hat{P}, H] = 0. \quad (2.39)$$

Essas considerações trazem à tona algumas consequências importantes, são elas:

- em uma dada reação as paridades inicial P_i e final P_f são iguais, ou seja

$$P_i = P_f;$$

- a paridade é um número quântico útil para a caracterização de estados ligados.

2.4.3 Paridade dos Quarks e Hádrons

Sabemos que os quarks só podem ser criados ou aniquilados por meio das interações fortes e eletromagnéticas em pares partícula-antipartícula $q\bar{q}$, consequentemente, as propriedades intrínsecas dos quarks são indeterminadas e podem ser definidas por convenção.

A convenção usual para a paridade dos quarks é

$$P_u \equiv P_d \equiv P_s \equiv P_c \equiv P_b \equiv P_t \equiv 1, \quad (2.40)$$

o que implica para os antiquarks

$$P_{\bar{u}} = P_{\bar{d}} = P_{\bar{s}} = P_{\bar{c}} = P_{\bar{b}} = P_{\bar{t}} = -1. \quad (2.41)$$

Dadas essas convenções e assumindo que os hádrons possuem uma estrutura interna de quarks, podemos prever as paridades dos hádrons a partir dessas estruturas. Sabendo que o referencial de repouso dos hádrons é o mesmo que o do centro de massa do sistema de estados ligados de quarks, temos que a paridade intrínseca P_M de um méson $M = x\bar{y}$ é

$$P_M = P_x P_{\bar{y}} (-1)^L = (-1)^{L+1}, \quad (2.42)$$

onde L é o momento angular orbital dos pares $q\bar{q}$ e os rótulos de quarks x, y podem ser u, d, s, c, b ou t . Para mésons de níveis mais baixos, correspondentes a $L = 0$, são esperados que tenham paridade negativa o que é consistente com as paridades observadas de mésons com spin-0, por exemplo, os píons, káons e os mésons D .

A paridade de um bárion $\mathcal{B} = xyz$ é dada por

$$P_{\mathcal{B}} = P_x P_y P_z (-1)^{L_{12}} (-1)^{L_3} = (-1)^{L_{12}+L_3}, \quad (2.43)$$

onde L_{12} e L_3 são os momentos angulares internos exemplificados na figura 2.2. Para o caso do antibárion $\bar{\mathcal{B}} = \bar{x}\bar{y}\bar{z}$ temos

$$P_{\bar{\mathcal{B}}} = P_{\bar{x}} P_{\bar{y}} P_{\bar{z}} (-1)^{L_{12}} (-1)^{L_3} = -(-1)^{L_{12}+L_3} = -P_{\mathcal{B}}. \quad (2.44)$$

Vemos então que os bárions e os antibárions possuem paridades opostas. Para bárions de níveis mais baixos com $L_{12} = L_3 = 0$ teremos uma paridade positiva, que é consistente com as paridades observadas para bárions com spin- $\frac{1}{2}$, como, por exemplo, os núcleons p e n .

2.4.4 Conjugação de Carga

A Conjugação de carga é uma operação que troca todas as partículas por suas respectivas antipartículas em um mesmo estado, mantendo invariantes os respectivos momentos, posições etc. Vale ainda ressaltar que a conjugação de carga é uma simetria presente tanto na interação forte quanto na eletromagnética, sendo violada na interação fraca, a denominada violação CP , ou seja, carga-paridade. Vamos assumir aqui a invariância do Hamiltoniano e a consequente lei de conservação válida apenas para as interações forte e eletromagnética.

$$[\hat{C}, H] = 0, \quad (2.45)$$

onde \hat{C} é o operador conjugação de carga.

Se aplicarmos o operador \hat{C} em um dado estado $|\alpha\Psi\rangle$ teremos

$$\hat{C}|\alpha\Psi\rangle = \hat{C}_\alpha|\alpha\Psi\rangle \quad (2.46)$$

e

$$\hat{C}|a\Psi\rangle = |\bar{a}\Psi\rangle \quad (2.47)$$

onde \hat{C}_α é um fator de fase. Como uma segunda transformação troca uma antipartícula por uma partícula novamente, então $\hat{C}^2 = 1$, logo

$$\hat{C}_\alpha = \pm 1. \quad (2.48)$$

Para estados com várias partículas temos

$$\hat{C}|\alpha_1, \alpha_2, \dots; a_1, a_2, \dots; \Psi\rangle = \hat{C}_{\alpha_1} \hat{C}_{\alpha_2} \dots |\alpha_1, \alpha_2, \dots; \bar{a}_1, \bar{a}_2, \dots; \Psi\rangle. \quad (2.49)$$

Na equação (2.46) temos que as partículas $\alpha = \pi^0, \gamma, K^0, \dots$ são autoestados de \hat{C} com autovalores $C_\alpha = \pm 1$, chamados de suas C -paridades. Por outro lado, para partículas carregadas os autoestados só podem ser construídos para pares partícula-antipartícula, se o estado é simétrico ou antissimétrico sob $a \leftrightarrow \bar{a}$, então

$$\hat{C}|a\Psi_1, \bar{a}\Psi_2\rangle = |\bar{a}\Psi_1, a\Psi_2\rangle = \pm |a\Psi_1, \bar{a}\Psi_2\rangle \quad (2.50)$$

desta forma $|a\Psi_1, \bar{a}\Psi_2\rangle$ é um autoestado de \hat{C} . Com isso temos que

$$\hat{C}|f\bar{f}; J, L, S\rangle = (-1)^{L+S}|f\bar{f}; J, L, S\rangle \quad (2.51)$$

que vale para um par férmion-antiférmion $f\bar{f}$ com números quânticos J, L e S , sendo eles os momentos angulares total, orbital e de spin, respectivamente [32].

2.4.5 Simetria de Isospin

A simetria de isospin está associada ao fato dos hádrõs sempre aparecerem em famílias de partículas com massas aproximadamente iguais. Esse fato está relacionado com uma simetria que existe entre os quarks de uma mesma família, como, por exemplo, os quarks u e d , ou seja, eles também possuem massas aproximadamente iguais,

$$m_u = m_d. \quad (2.52)$$

Vamos observar o que ocorre, por exemplo, com os nucleons p e n :

$$p(938) = uud, \quad n(940) = udd. \quad (2.53)$$

Observe que as massas dessas partículas são aproximadamente iguais, 938 MeV para o próton e 940 MeV para o neutrão, porém os números quânticos spin, paridade, número bariônico, estranheza, charme e beleza são os mesmos, ou seja, dada uma família de partículas, esses números quânticos serão conservados e suas massas serão aproximadamente iguais, mas as cargas não serão iguais. Observe, para o nosso exemplo, que ambas as partículas são constituídas por três quarks, logo são férmions e possuem spin- $\frac{1}{2}$. Para os

demais números quânticos temos, considerando níveis energéticos mais baixos: para a paridade

$$P_p = (-1)^{L_{12}+L_3} = (-1)^0 = 1 \text{ e } P_n = (-1)^{L_{12}+L_3} = (-1)^0 = 1; \quad (2.54)$$

para o número bariônico temos que

$$B \equiv \frac{1}{3}[N(q) - N(\bar{q})];$$

então

$$B_p = B_n = \frac{1}{3}[3 - 0] = 1. \quad (2.55)$$

Observe que todos os demais números quânticos são nulos

$$S = \tilde{B} = C = 0, \quad (2.56)$$

mas as cargas não são idênticas, pois

$$Q = \frac{2}{3}[N_u + C + T] - \frac{1}{3}[N_d - S - \tilde{B}],$$

portanto

$$Q_p = 1 \text{ e } Q_n = 0. \quad (2.57)$$

Vale ressaltar que o mesmo comportamento ocorre para as demais famílias como os mésons K , mésons π , etc. Isso é um reflexo da simetria entre os quarks *up* e *down*, logo, se

$$m_u = m_d,$$

se trocamos no próton os quarks u por quarks d e o d por um u , então temos uma outra partícula, neste caso o n , com a mesma massa. É importante ressaltar que as massas não são exatamente iguais, logo, na prática, esta simetria não é exata. Entretanto, apesar dessa inexatidão, a diferença entre as massas dos quarks é pequena em comparação com as massas costumeiras dos hádrons, e as forças eletromagnéticas são fracas quando comparadas com a força forte. Sendo assim, a simetria, que é denominada de simetria de isospin, é uma boa aproximação. Famílias de partículas como em (2.53) são denominados

de multipletos de isospin [32].

Podemos ainda introduzir três números quânticos que são conservados na interação forte: a hipercarga Y , o isospin I e sua terceira componente I_3 . A hipercarga é definida por

$$Y \equiv B + S + C + \tilde{B} + T, \quad (2.58)$$

observe que todos os números quânticos que definem a hipercarga são conservados para um dado multipletto de isospin, logo, a hipercarga também será. Para o nosso exemplo (2.53), temos que $Y_p = Y_n = 1$.

A terceira componente do isospin, que é dada por

$$I_3 \equiv Q - \frac{Y}{2}, \quad (2.59)$$

para o nosso exemplo então, teremos $I_3^p = \frac{1}{2}$ e $I_3^n = -\frac{1}{2}$.

I_3 ainda pode ser escrito em termo dos números de quark, ou seja, considerando o número bariônico

$$B = \frac{1}{3}(N_u + N_d + N_s + N_c + N_b + N_t) = \frac{1}{3}(N_u + N_d - S + C - \tilde{B} + T), \quad (2.60)$$

substituindo (2.60) e (2.58) em (2.59) e usando $Q = \frac{2}{3}[N_u + C + T] - \frac{1}{3}[N_d - S - \tilde{B}]$, temos que

$$I_3 = Q - \frac{Y}{2} = \frac{1}{2}(N_u - N_d). \quad (2.61)$$

Como podemos ver, enquanto a hipercarga Y é a mesma para cada membro de um multipletto o mesmo não ocorre com I_3 . Ainda podemos fazer

$$I \equiv (I_3)_{max}, \quad (2.62)$$

disso temos que todo multipletto observado possui, precisamente, $(2I + 1)$ membros, com

$$I_3 = I, I - 1, \dots, -I. \quad (2.63)$$

Isso nos remete ao formalismo para os números quânticos de spin S e S_3 , onde

$$S_3 = S, S - 1, \dots, -S. \quad (2.64)$$

A teoria de simetria de isospin é formalmente semelhante a teoria do momento angular, logo, por argumentos análogos, temos que a adição de dois isospins, I^a e I^b pode dar os valores

$$I^a + I^b, I^a + I^b - 1, \dots, |I^a - I^b|. \quad (2.65)$$

A soma de suas terceiras componentes é

$$I_3 = I_3^a + I_3^b. \quad (2.66)$$

Segue abaixo uma tabela que ilustra esses números quânticos para os multipletos de isospin de alguns hádrons.

Tabela 2.4: Valores de alguns números quânticos para alguns multipletos de isospin de hádrons típicos.

Partícula	B	Y	Q	I_3	I
$\Lambda(1116)$	1	0	0	0	0
$p(938)$	1	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$n(940)$	1	1	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$K^+(494)$	0	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$K^0(498)$	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\pi^+(140)$	0	0	1	1	1
$\pi^0(135)$	0	0	0	0	1
$\pi^-(140)$	0	0	-1	-1	1

Fonte: [32]

Os números quânticos de isospin podem assumir qualquer valor inteiro ou semi-inteiro, mas, na prática, o que observamos são combinações do tipo $q\bar{q}$, que são os mésons, e qqq , que são os bárions. Entretanto, com a descoberta do $X(3872)$ [3] e de outros estados [1, 4, 8–11], temos alguns bons candidatos a sistemas multiquarks.

Podemos determinar os valores da hipercarga Y e da terceira componente de isospin I_3 para os quarks utilizando (2.58) e (2.59). Vejamos dois exemplos, para o quark d e s .

Lembrando que $B = \frac{1}{3}[N_u + N_d + N_s + N_c + N_b + N_t]$, então, para o quark d temos:

$$Y = \frac{1}{3}. \quad (2.67)$$

Um ponto importante a ser observado é que o número bariônico será o mesmo para todos os sabores de quark, ou seja, $\frac{1}{3}$.

Para este caso, a terceira componente de isospin I_3 será:

$$I_3 = Q - \frac{Y}{2} = -\frac{1}{3} - \frac{1}{6} = -\frac{1}{2}, \quad (2.68)$$

ou simplesmente

$$I_3 = \frac{1}{2}[N_u - N_d] = -\frac{1}{2}. \quad (2.69)$$

Para o caso do quark *strange* (s) temos:

$$Y = \frac{1}{3}[0 + 0 + 1 + 0 + 0 + 0] - 1 + 0 + 0 + 0 = -\frac{2}{3} \quad (2.70)$$

e

$$I_3 = \frac{1}{2}[N_u - N_d] = 0. \quad (2.71)$$

Veja a tabela abaixo com o quadro completo para os diferentes sabores de quark.

Tabela 2.5: Valores do número bariônico B , hipercarga Y , carga Q e números quânticos de isospin I e I_3 para quarks. Para os antiquarks correspondentes, os sinais de B , Y , Q e I_3 são trocados, enquanto I permanece inalterado.

Partícula	B	Y	Q	I_3	I
d	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
u	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
s	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	0
c	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0
b	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	0
t	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0

Fonte: [32]

Podemos observar que, os quarks u e d possuem uma assinatura do isodoubleto, ou seja, de um doubleto de isospin com $I = \frac{1}{2}$, com $I_3 = \frac{1}{2}$ e $I_3 = -\frac{1}{2}$ respectivamente, e massas aproximadamente iguais. O mesmo ocorre com \bar{u} e \bar{d} , porém com $I_3 = -\frac{1}{2}$ e $I_3 = \frac{1}{2}$ respectivamente. Para os demais quarks na tabela temos $I = 0$ e $I_3 = 0$, sem parceiros com massas semelhantes, o que caracteriza a assinatura de isosingletos. Desta forma, os isospins de hádrons podem ser deduzidos usando as regras de adição de isospin [32].

2.5 Mésons e Bárions

Os mésons e bárions podem ser organizados em famílias com propriedades semelhantes como os números quânticos de spin e paridade. Para os casos em que os estados são compostos por quarks leves¹⁰ com momento angular orbital igual a zero, temos 36 desses estados, 18 mésons e 18 bárions, sendo que, os números quânticos correspondem aos estados mais leves observados experimentalmente [32]. Esses estados são construídos como múltiplos na simetria de sabor $SU(3)$ para os quarks u , d e s . Além dos mésons e bárions leves, há outros mésons e bárions convencionais, esses possuem em sua estrutura interna quarks pesados, entre eles temos os mésons charmosos, mésons *bottom*, os charmonium

¹⁰Os sabores de quarks leves são: *up* (u), *down* (d) e *strange* (s), juntamente com suas respectivas antipartículas. Eles são considerados leves porque suas massas são muito menores em comparação com as massas dos demais sabores de quarks.

e bottomonium, bárions Λ_c entre outros [45].

2.5.1 Os Mésons

Os mésons podem ser divididos em dois grupos, os leves e pesados, sendo que, os primeiros são constituídos apenas pelos quarks leves (u, d, s) e suas respectivas antipartículas, e o segundo contém quarks pesados em sua estrutura (c, t e b)¹¹. Os mésons mais leves, observados experimentalmente, fazem parte de uma família de nove partículas com spin-paridade $J^P = 0^-$, chamada de noneto de méson pseudo escalar; e uma família de nove partículas com spin-paridade 1^- , chamada de noneto de méson vetorial. Observe os diagramas de peso¹² na figura 2.3.

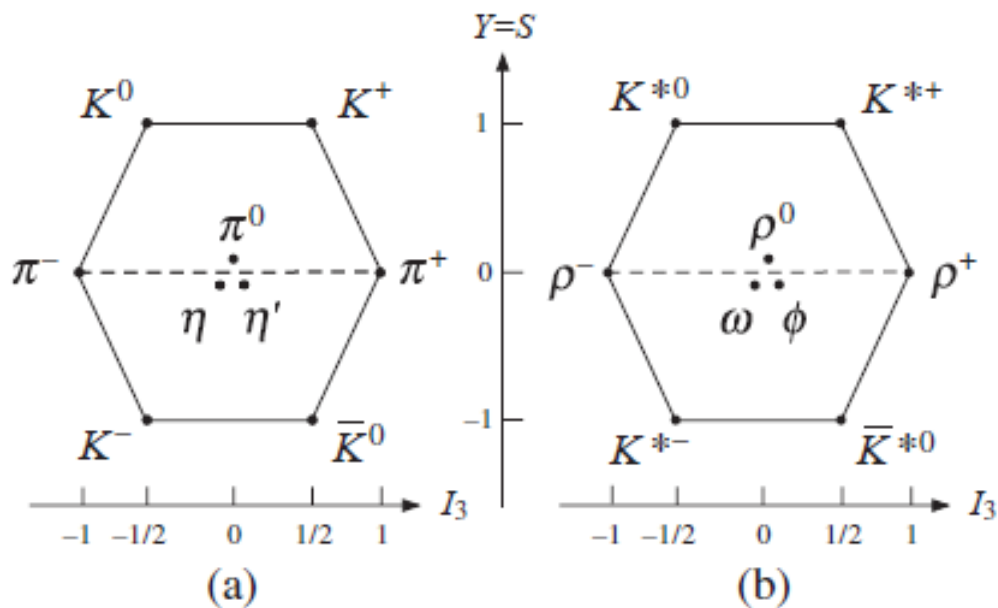


Figura 2.3: Diagramas de peso para (a) o noneto de mésons 0^- e para (b) o noneto de mésons 1^- .

Fonte: [32]

¹¹O quark *top* (t) tem a vida muito curta e não chega a hadronizar. Sua massa é inferida de forma indireta, por meio de seus produtos de decaimento [32].

¹²Nos diagramas de peso partículas com spin-paridade (J^P) iguais são organizadas em famílias de tal forma que cada membro deve ser associado a um ponto com coordenadas (Y, I_3). Nos casos em que essas coordenadas coincidem é feito um leve deslocamento para maior clareza. Na figura 2.3 temos a representação no $SU(3)$ de sabor de alguns mésons leves.

Podemos observar que os mesmos números quânticos internos ocorrem em ambos os nonetos. Para $L = 0$ a paridade dos mésons $M = q\bar{q}$ será

$$P = P_q P_{\bar{q}} (-1)^L = 1 \cdot (-1) \cdot (-1)^L = (-1)^{L+1} = -1. \quad (2.72)$$

Já o spin do méson é simplesmente a soma dos spins de q e \bar{q} , podendo ser 0 ou 1. Como temos nove possibilidades de combinações $q\bar{q}$, obtemos dois nonetos de mésons com spin-paridade 0^- e 1^- , como é observado experimentalmente. Os valores de Y e I_3 podem ser encontrados somando os valores listados na tabela 2.5.

Além dos números quânticos aqui apresentados, os mésons também podem ser rotulados pelo número quântico denominado I^G , onde G é a G-paridade ($G = (-1)^{L+S+I}$). Nas tabelas 2.6 e 2.7 temos alguns mésons convencionais, leves e pesados, com a explicitação de seu conteúdo quarkônico, suas respectivas massas e os números quânticos J, P e C [21].

Tabela 2.6: Algumas propriedades dos mésons pseudoescalares.

Nome da partícula	Símbolo	Conteúdo quarkiônico	Massa de repouso (MeV)	I^G	J^{PC}
Píon	π^+	$u\bar{d}$	139.571	1^-	0^-
	π^-	$d\bar{u}$	139.571	1^-	0^-
	π^0	$u\bar{u}$ ou $d\bar{d}$	134.977	1^-	0^{-+}
Káon	K^+	$u\bar{s}$	493.677	$1/2$	0^-
	K^-	$s\bar{u}$	493.677	$1/2$	0^-
	K^0	$d\bar{s}$	497.611	$1/2$	0^-
Méson D	D^+	$c\bar{d}$	1869.65	$1/2$	0^-
	D^-	$d\bar{c}$	1869.65	$1/2$	0^-
	D^0	$c\bar{u}$	1864.83	$1/2$	0^-
Méson D estranho	D_s^+	$c\bar{s}$	1968.34	0	0^-
	D_s^-	$s\bar{c}$	1968.34	0	0^-
Méson eta-c	η_c	$c\bar{c}$	2983.9	0^+	0^{-+}
Méson B	B^+	$u\bar{b}$	5279.32	$1/2$	0^-
	B^-	$b\bar{u}$	5279.32	$1/2$	0^-
	B^0	$d\bar{b}$	5279.63	$1/2$	0^-
Méson B estranho	B_s^0	$s\bar{b}$	5366.89	0	0^-
Méson B charmoso	B_c^+	$c\bar{b}$	6274.9	0	0^-
	B_c^-	$b\bar{c}$	6274.9	0	0^-
Méson eta-b	η_b	$b\bar{b}$	9399.0	0^+	0^{-+}

Fonte: [21]

Tabela 2.7: Algumas propriedades dos mésons vetoriais.

Nome da partícula	Símbolo	Conteúdo quarkiônico	Massa de repouso (MeV)	I^G	J^{PC}
Méson rho carregado	ρ^+	$u\bar{d}$	775.26	1^+	1^{--}
	ρ^-	$d\bar{u}$	775.26	1^+	1^{--}
Méson rho neutro	ρ^0	$u\bar{u}$ ou $d\bar{d}$	775.49	1^+	1^{--}
Méson ômega	ω	$u\bar{u}$ ou $d\bar{d}$	782.65	0^-	1^{--}
Káon	K^{*+}	$u\bar{s}$	891.76	$1/2$	1^-
	K^{*-}	$s\bar{u}$	891.76	$1/2$	1^-
	K^{*0}	$s\bar{u}$	895.55	$1/2$	1^-
Méson phi	ϕ	$s\bar{s}$	1019.461	0^-	1^{--}
Méson D	D^{*+}	$c\bar{d}$	2010.26	$1/2$	1^-
	D^{*-}	$d\bar{c}$	2010.26	$1/2$	1^-
	D^{*0}	$c\bar{u}$	2006.85	$1/2$	1^-
Méson D estranho	D_s^{*+}	$c\bar{s}$	2112.2	0	1^-
	D_s^{*-}	$s\bar{c}$	2112.2	0	1^-
J/Psi	J/ψ	$c\bar{c}$	3096.900	0^-	1^{--}
Méson B	B^{*+}	$u\bar{b}$	5324.65	$1/2$	1^-
	B^{*-}	$b\bar{u}$	5324.65	$1/2$	1^-
	B^{*0}	$d\bar{b}$	5325.2	$1/2$	1^-
Méson B estranho	B_s^{*0}	$s\bar{b}$	5415.4	0	1^-
Méson B charmoso	B_c^{*+}	$c\bar{b}$	–	0	1^-
	B_c^{*-}	$b\bar{c}$	–	0	1^-
Méson upsilon	Υ	$b\bar{b}$	9460.30	0^-	1^{--}

Fonte: [21]

Dos mésons apresentados nas tabelas 2.6 e 2.7, aqueles que são de crucial interesse neste trabalho são os Píons (π) e os Mésons D e D^* , pois estão envolvidos nos processos estudados nesta dissertação.

2.5.2 Os Bárions

No caso dos bárions, eles também podem ser divididos em famílias, que são denominadas de supermultiplete. Essas famílias são constituídas por partículas que possuem o mesmo número bariônico e spin-paridade. No caso dos bárions, os supermultipletos podem ser constituídos por 1, 8 ou 10 partículas e são denominados de, singlete, octeto e decuplete, respectivamente. Aqui iremos considerar apenas os supermultipletos de bárions mais leves que são observados experimentalmente, que são o octeto com partículas que têm $J^P = \frac{1}{2}^+$ e um decuplete com partículas que têm $J^P = \frac{3}{2}^+$. Veja o diagrama de peso abaixo.

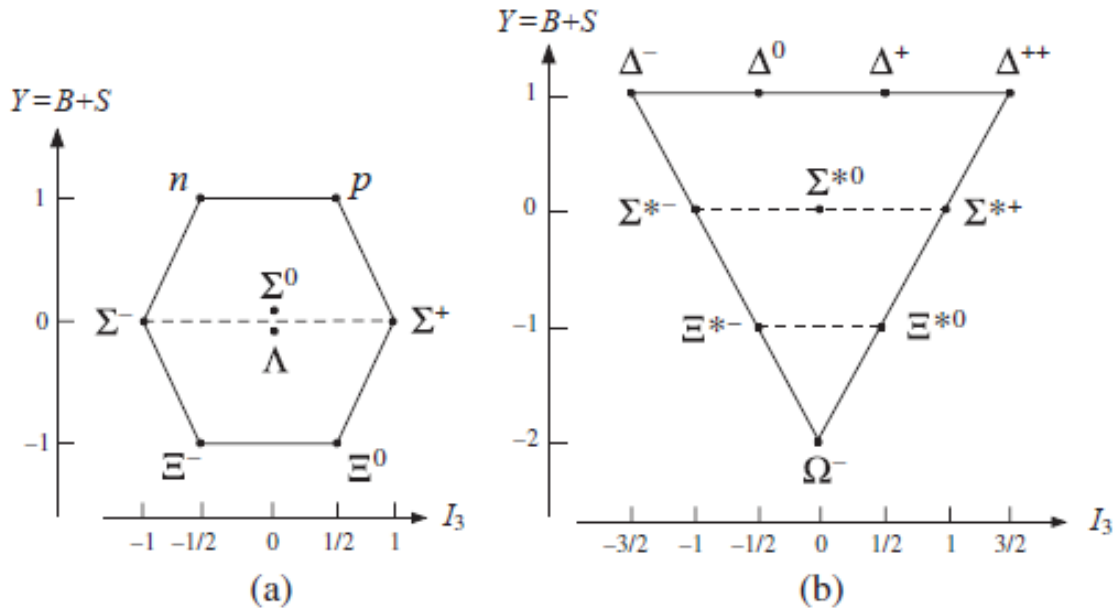


Figura 2.4: Diagramas de peso para (a) o octeto de bárions leves com $J^P = \frac{1}{2}^+$ e para (b) o decuplete de bárions com $J^P = \frac{3}{2}^+$.

Fonte: [32]

Para os bárions a hipercarga é dada por

$$Y = S + 1. \tag{2.73}$$

Estamos agora em condições de mostrar que os diagramas de peso¹³ em 2.4 são previstos pelo modelo de quark desde que as funções de onda de spin e de espaço combinadas sejam simétricas sob trocas de quarks semelhantes. Para uma discussão coerente devemos levar em conta as chamadas cargas de cor, pois os quarks possuem essa propriedade. No entanto, discutiremos esse conceito fundamental em seções posteriores (ver seção 2.6 e Apêndice A). Por enquanto vamos assumir que, em geral, simetrias das funções de onda spin-espaço são permitidas e com isso obter os estados octeto e decuplo que são observados.

Temos então que, para $L = 0$, na figura 2.4, os bárions B mais leves são constituídos por $B = qqq$, sendo estes quarks u, d e s . Com isso podemos inferir a paridade, que será dada por

$$P = P_q P_q P_q = 1, \quad (2.74)$$

e o spin de cada bárion será dado pela soma dos spins dos quarks que o constituem. Além disso, para sistemas simples, os estados mais baixos quase invariavelmente têm funções de onda espaciais que são simétricas sob a troca de partículas semelhantes, e vamos supor que este seja o caso aqui. Desde que seja assumida a simetria das funções de onda espaço-spin, isto implica que funções de onda de spin devem também ser simétricas sob trocas de quarks, ou seja, qualquer par qq deve ter spin-1, correspondendo a spins de quarks paralelos e às funções de onda de spin simétricas, e não deve ter spin-0, correspondendo a spins antiparalelos e a função de onda de spin antissimétrica.

Com isso, vamos então considerar as seguintes combinações

$$uud, uus, ddu, dds, ssu, ssd. \quad (2.75)$$

Portanto, para bárions constituídos por esses quarks, teremos

$$J = S = \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \quad (2.76)$$

sendo estes os valores possíveis para os spins dos bárions desde que o momento angular orbital seja zero.

¹³Na figura 2.4 temos a representação diagramática no $SU(3)$ de sabor de alguns bárions leves.

Ainda podemos ter as seguintes combinações

$$uuu, ddd, sss, \quad (2.77)$$

que nos dá

$$J = S = \frac{3}{2}. \quad (2.78)$$

E para

$$uds, \quad (2.79)$$

temos que

$$J = S = \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}. \quad (2.80)$$

Se contarmos os estados teremos oito com $J^P = \frac{1}{2}^+$ e dez com $J^P = \frac{3}{2}^+$ como é observado experimentalmente [32]. Vale ressaltar que além dos bárions leves temos os bárions pesados. Para uma consulta sobre bárions pesados e possíveis múltiplos sugerimos as referências [17, 46–50].

Na próxima seção iremos discutir a ideia de cargas de cor que é de crucial importância na espectroscopia hadrônica. Sem a inclusão das cargas de cor o modelo de quarks violaria o princípio da exclusão de Pauli, pois dois quarks de mesmo sabor, que são férmions, ocupariam o mesmo estado quântico em um próton ou um nêutron, por exemplo. A seguir faremos uma discussão não exaustiva do tema.

2.6 Cor

Como afirmado anteriormente, a teoria de cor assume um papel de extrema relevância no que tange às interações fortes, sobretudo na QCD. As cargas de cor são graus de liberdade atribuídos aos quarks e glúons, e estão por trás do fato de quarks não serem observados livremente na natureza e sua postulação foi necessária para justificar a coe-

xistência de quarks de mesmo sabor em um dado hádron, caso contrário, haveria uma violação do princípio da exclusão de Pauli.

O princípio de Pauli afirma que a função de onda de qualquer estado deve ser antissimétrica sob a troca de quaisquer dois férmions idênticos. Para a espectroscopia dos hádrons, no caso dos bárions leves, é necessário assumir que as funções de onda combinadas, espaço e spin, devem ser simétricas sob a troca de quaisquer dois quarks de mesmo sabor contidos neles, o que expõe uma aparente contradição com o princípio de Pauli [32, 33, 51].

Em 1964 Greenberg resolve o problema da aparente contradição entre o modelo de quarks e o princípio de Pauli propondo que, além do espaço e dos graus de liberdade de spin, os quarks devem possuir um outro atributo denominado cor. Dessa forma a função de onda total deve ser escrita como

$$\Psi = \psi(\mathbf{r})\chi\chi_C. \quad (2.81)$$

O princípio de Pauli é agora interpretado como aplicado à função de onda total, incluindo a parte colorida χ_C . Com isso, as funções de onda combinadas, espaço e spin, podem ser simétricas sob a troca de quarks de mesmo sabor, desde que a função de onda de cor seja antissimétrica, como discutido no Apêndice A. Associados a função de onda de cor está a carga de cor que são números quânticos que devem ser conservados. Os hádrons só podem existir em estados chamados singletos de cor, que assume valor igual a zero para a soma de todas as cargas de cor. Já os quarks, que possuem carga de cor diferente de zero, só devem existir confinados, o que tem uma relação com o fato das cargas elétricas dos hádrons serem inteiras [32, 33].

2.6.1 Cargas de Cor e o Confinamento

A teoria de cor assume que os quarks q podem existir em três estados de cor,

$$\chi_C = r, g, b; \quad (2.82)$$

que são, vermelho r (*red*), verde g (*green*) e azul b (*blue*), respectivamente.

Os estados de cor χ_C correspondem a diferentes valores de duas cargas de cor chamadas de hipercarga de cor e carga de isospin de cor. Eles são denotados por Y^C e I_3^C , e seus valores para o estado de um único quark são listados na tabela abaixo.

Tabela 2.8: Valores de Y^C e I_3^C para estados de cor de quarks e antiquarks.

	(a) Quarks		(b) Antiquarks		
	I_3^C	Y^C	I_3^C	Y^C	
r	1/2	1/3	\bar{r}	-1/2	-1/3
g	-1/2	1/3	\bar{g}	1/2	-1/3
b	0	-2/3	\bar{b}	0	2/3

Fonte: [32]

Sob conjugação de carga, um quark q no estado r é transformado em um quark \bar{q} no estado de cor $\chi_C = \bar{r}$ com valores trocados de Y^C e I_3^C , como mostrado na tabela 2.8.

Qualquer hádron que pode ser observado como uma partícula isolado no espaço livre deve ter carga de cor

$$I_3^C = Y^C = 0, \quad (2.83)$$

em concordância com a hipótese do confinamento de cor.

Na tabela 2.8, é fácil observar que (2.83) só é verificada se os quarks qqq que compõem um bárion possuem um quark com carga r , um com carga g e um com carga b . A função de onda de cor mais geral para um bárion é, portanto, uma superposição linear de seis combinações possíveis; ou seja

$$\chi_B^C = \alpha_1 r_1 g_2 b_3 + \alpha_2 g_1 r_2 b_3 + \alpha_3 b_1 r_2 g_3 + \alpha_4 b_1 g_2 r_3 + \alpha_5 g_1 b_2 r_3 + \alpha_6 r_1 b_2 g_3, \quad (2.84)$$

onde, por exemplo, r_3 significa que o terceiro quark está em um estado r e os α_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) são constantes. Em particular, se nós escolhermos uma combinação totalmente antissimétrica

$$\chi_B^C = \frac{1}{\sqrt{6}}(r_1 g_2 b_3 - g_1 r_2 b_3 + b_1 r_2 g_3 - b_1 g_2 r_3 + g_1 b_2 r_3 - r_1 b_2 g_3), \quad (2.85)$$

então o princípio de Pauli exigirá que, de fato, a combinação da função de onda e de spin do bárion sejam simétricos sob o intercâmbio de quarks do mesmo sabor.

Vamos agora considerar as combinações $q^m \bar{q}^n$ de m quarks e n antiquarks que são permitidos pela condição de confinamento (2.83). Basta agora considerar combinações com número bariônico $B \geq 0$, e conseqüentemente, $m \geq n$, já que partículas com $B < 0$ são apenas antipartículas daquelas com $B > 0$. A correspondente função de onda de cor será

$$r^\alpha g^\beta b^\gamma \bar{r}^{\bar{\alpha}} \bar{g}^{\bar{\beta}} \bar{b}^{\bar{\gamma}}, \quad (2.86)$$

onde r^α significa que existem α quarks no estado r , e

$$m = \alpha + \beta + \gamma \geq n = \bar{\alpha} + \bar{\beta} + \bar{\gamma}. \quad (2.87)$$

De (2.83) temos então que

$$I_3^C = \frac{(\alpha - \bar{\alpha})}{2} - \frac{(\beta - \bar{\beta})}{2} = 0 \quad (2.88)$$

e

$$Y^C = \frac{(\alpha - \bar{\alpha})}{3} + \frac{(\beta - \bar{\beta})}{3} - \frac{2(\gamma - \bar{\gamma})}{3} = 0. \quad (2.89)$$

Observe que, igualando (2.88) e (2.89), temos que

$$\frac{(\alpha - \bar{\alpha})}{2} - \frac{(\beta - \bar{\beta})}{2} = \frac{(\alpha - \bar{\alpha})}{3} + \frac{(\beta - \bar{\beta})}{3} - \frac{2(\gamma - \bar{\gamma})}{3}, \quad (2.90)$$

que nos dá

$$(\alpha - \bar{\alpha}) - 5(\beta - \bar{\beta}) + 4(\gamma - \bar{\gamma}) = 0, \quad (2.91)$$

mas de (2.89) temos que

$$\frac{(\alpha - \bar{\alpha})}{2} - \frac{(\beta - \bar{\beta})}{2} = 0 \rightarrow (\alpha - \bar{\alpha}) = (\beta - \bar{\beta}). \quad (2.92)$$

Substituindo (2.92) em (2.91), temos que

$$(\beta - \bar{\beta}) - 5(\beta - \bar{\beta}) + 4(\gamma - \bar{\gamma}) = 0 \rightarrow (\beta - \bar{\beta}) = (\gamma - \bar{\gamma}), \quad (2.93)$$

e, com isso, temos

$$(\alpha - \bar{\alpha}) = (\beta - \bar{\beta}) = (\gamma - \bar{\gamma}) \equiv p, \quad (2.94)$$

sendo p um inteiro não negativo. Agora podemos determinar a partir de (2.87) a quantidade $m - n$, para isso fazemos

$$m - n = \alpha + \beta + \gamma - \bar{\alpha} + \bar{\beta} + \bar{\gamma} \rightarrow m - n = (\alpha - \bar{\alpha}) + (\beta - \bar{\beta}) + (\gamma - \bar{\gamma}). \quad (2.95)$$

De (2.94) podemos concluir que

$$m - n = 3p, \quad (2.96)$$

lembrando novamente que p é um inteiro não negativo. Assim, as únicas combinações permitidas por confinamento de cor são da forma

$$(3q)^p (q\bar{q})^n \quad (p, n \geq 0). \quad (2.97)$$

Esta última relação pode ser deduzida fazendo

$$m = 3p + n, \quad (2.98)$$

logo

$$q^m \bar{q}^n \rightarrow q^{3p+n} \bar{q}^n \rightarrow (q^3)^p q^n \bar{q}^n \rightarrow (qqq)^p (q\bar{q})^n \rightarrow (3q)^p (q\bar{q})^n. \quad (2.99)$$

Com isso, podemos concluir que hádrons com carga elétrica fracionária do tipo

$$qq, qq\bar{q}, qqqq, \dots$$

não são permitidos por confinamento de cor, enquanto que

$$q\bar{q} \text{ e } 3q$$

são permitidos. Entretanto, combinações do tipo

$$qq\bar{q}\bar{q} \text{ e } qqqq\bar{q}$$

são permitidas, o que pode dar origem a hádrons exóticos [32].

Embora estados multiquarks fossem previstos pelo modelo de Gell-Mann e Zweig, somente em 2003 foi realizada a primeira observação de um possível estado desse tipo, o $X(3872)$. Sendo assim, com a descoberta experimental de ressonâncias¹⁴ que não podem ser explicadas totalmente pelo modelo de quarks no espectro dos hádrons convencionais, a possibilidade de interpretações dessas ressonâncias como sistemas multiquarks vem sendo investigada [1, 4, 10, 54].

Além das interpretações dos estados não convencionais como estados multiquarks (tetraquark e pentaquark), há também análises que apontam a possibilidade dessas ressonâncias se adequarem aos modelos de estados híbridos e glueballs. Em alguns casos eles são tratados como efeitos cinemáticos [1, 4, 9, 10].

Os glueballs devem ser compostos por dois ou mais glúons de valência (gg, ggg, \dots). Já um estado híbrido deve conter um par quark antiquark de valência junto com um ou mais glúons de valência ($q\bar{q}g, \dots$) [1, 10]. Vale lembrar que essas interpretações estão

¹⁴Hádrons que decaem por meio da interação forte são chamados de ressonâncias [32]. Em colisões de multipartículas podem ser formados estados intermediário instáveis que eventualmente decaem em partículas observadas como estados finais. Se a taxa total de decaimento de um dado estado intermediário for suficientemente pequena a seção de choque exibe uma rápida variação (geralmente um pico), conhecida como ressonância, na energia do estado intermediário [52]. Elas podem, por exemplo, ser observadas como um “pico” em torno de certo valor em um gráfico da distribuição de massa invariante de uma dada reação. Para um entendimento mais detalhado e outras definições consultar as referências [32, 37, 52, 53].

intimamente ligadas ao fato da QCD ser uma teoria de gauge não abeliana, que tem como consequência o fato dos glúons interagirem entre si, permitindo assim a previsão de mais hádrons com cor global neutra do que os estados multiquarks [1].

Esses estados exóticos também podem ser interpretados a partir do modelo hadroquarkonium. Neste caso os estados são vistos como um núcleo compacto de quarkonium cercado por uma nuvem excitada de quarks leves [1]. Temos também a molécula hadrônica, que é um estado composto por dois hádrons, e os tetraquarks e pentaquarks compactos [1]. Nas figura 2.5 e 2.6 temos ilustrações representando as estruturas aqui citadas.

De modo geral, o termo tetraquark é utilizado para referir, de forma genérica, a estados compostos por quatro quarks $q\bar{q}q\bar{q}$. Entretanto, esses estados podem ser agrupados de maneiras diferentes. Ao nos referirmos a um tetraquark compacto estamos fazendo alusão à configuração do tipo diquark-antidiquark, ou seja, um par quark-quark e um par antiquark-antiquark $Qq\bar{Q}\bar{q}$ [1].

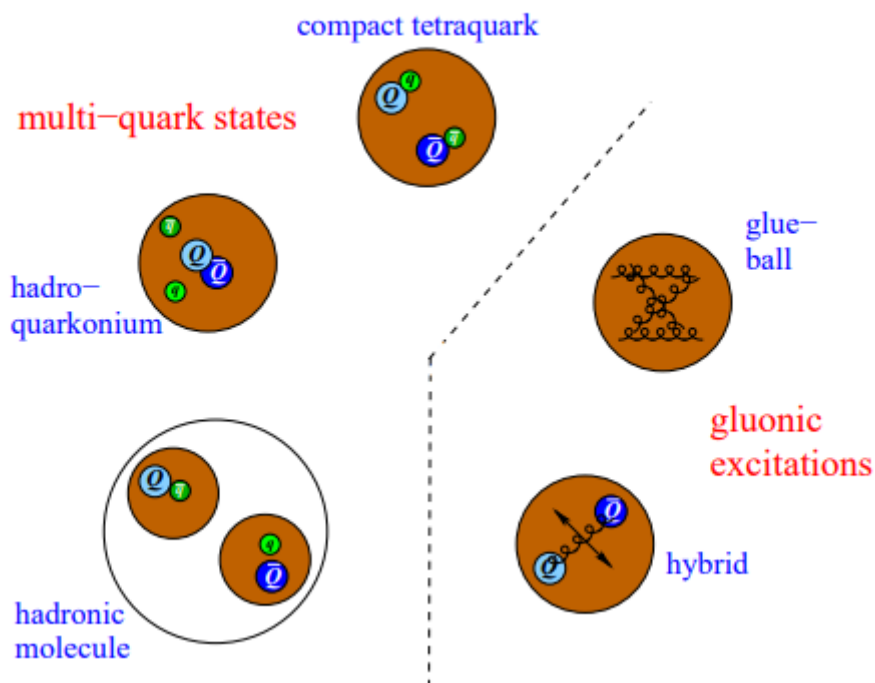


Figura 2.5: Ilustração das propostas mais comuns para a estrutura de estados exóticos.

Fonte: [1]

Aqui estamos interessados na investigação das interações do estado exótico $Z_c(3900)$ em um meio hadrônico com mésons leves a partir da sua interpretação como um estado tetraquark compacto, e é nesse ponto que nossos esforços estão concentrados nesta dissertação. A seguir iremos apresentar um breve panorama referente a essa ressonância.

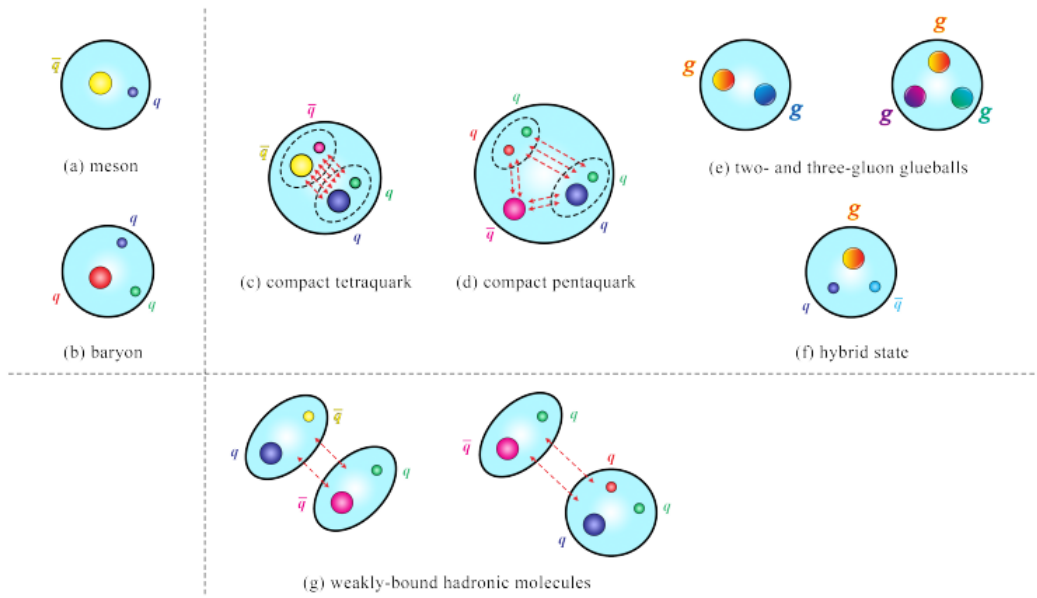


Figura 2.6: Categorização de hádrons de acordo com o grau de liberdade de cor em: (a) méson $q\bar{q}$, (b) bárion qqq , (c) tetraquark compacto $qq\bar{q}\bar{q}$, (d) pentaquark compacto $qqqq\bar{q}$ (e) glueballs de dois e três glúons, (f) estado híbrido e (g) moléculas hadrônicas. Os hádrons mais à esquerda são hádrons convencionais, e aqueles mais à direita são hádrons exóticos. Os hádrons na região superior são fortemente ligados pela interação forte, e aqueles na região inferior são fracamente ligados pela interação forte residual.

Fonte: [10]

2.7 Os Hádrons Exóticos e o estado $Z_c(3900)$

Como exposto na seção anterior, o modelo de quark não proíbe a existência de hádrons exóticos com mais de três quarks, como explicita a equação (2.99). Diante disso, há a possibilidade de serem observados estados com estruturas do tipo tetraquarks compactos. Desde 2003, com a observação da partícula denominada $X(3872)$ [3, 5–7], um número considerável de partículas com características incomuns¹⁵ têm sido observadas [1–3, 10].

¹⁵Características diferentes daquelas observadas nos hádrons convencionais.

Esses estados são coletivamente chamados de XYZ [1, 8]. Com isso a comunidade de Física tem sido instigada a investigar as estruturas desses novos objetos físicos, os hádrons exóticos, com o objetivo de compreender melhor a sua estrutura e natureza [1, 8]. Em nosso caso estamos interessados em um estado exótico carregado observado no setor do charmonium denominado $Z_c(3900)$.

A partícula $Z_c(3900)$ foi o primeiro estado no setor charmonium carregado confirmado (ver figura 2.7). Ela foi reportada pela primeira vez pelas colaborações BESIII [11] e Belle [12] em 2013, no espectro de massa invariante $J/\psi\pi^\pm$ do processo $e^+e^- \rightarrow Y(4260) \rightarrow \pi^+\pi^-J/\psi$ com 4.26 GeV ¹⁶ [55]. Uma representação pictórica da cadeia de decaimento é exposta na figura 2.8.

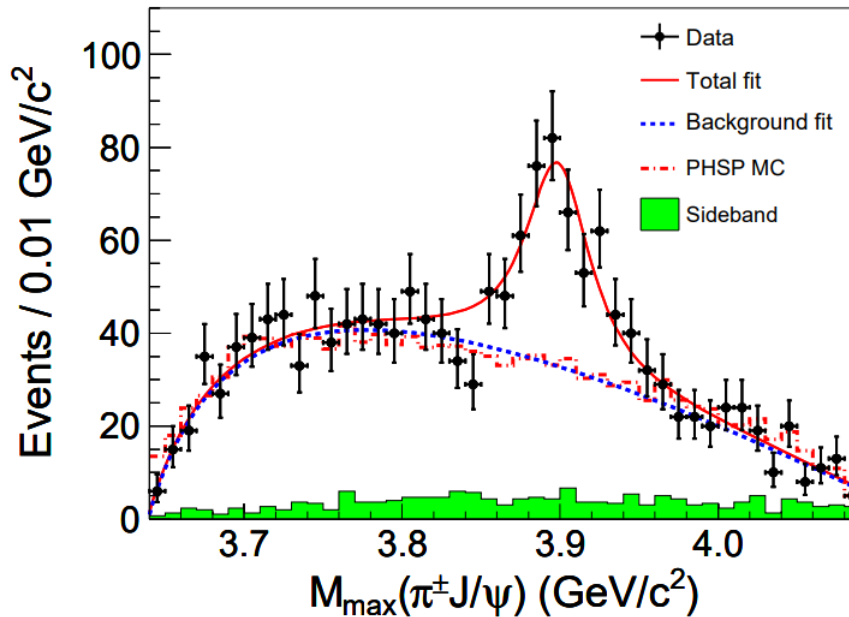


Figura 2.7: Observação do $Z_c(3900)$ pela colaboração BESIII com o pico visível em $3.9 \text{ GeV}/c^2$.

Fonte: [11]

Este estado também foi observado no espectro de massa invariante do $D\bar{D}^*$ no processo $e^+e^- \rightarrow \pi^\pm(D\bar{D}^*)^\mp$ [56]. Além disso, a colaboração CLEO confirmou a existência

¹⁶Este valor corresponde ao pico da seção de choque do $Y(4260)$ [11].

da partícula $Z_c(3900)^\pm$ no mesmo processo com 4.17 GeV, e esta também foi responsável pela confirmação do $Z_c(3900)^0$ com significância de 3σ no decaimento $\psi(4160)$ [13,14,57]. A observação do $Z_c(3900)$ neutro também foi relatada pela colaboração Belle nos processos $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0 J/\psi$ e $e^+e^- \rightarrow \pi^0(D\bar{D}^*)^0$ [15,16]. Ainda, foi encontrado que, a seção de choque de Born para o processo $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0 J/\psi$ é a metade daquelas para $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$, que é consistente com a expectativa da simetria de isospin para ressonâncias [13,15].

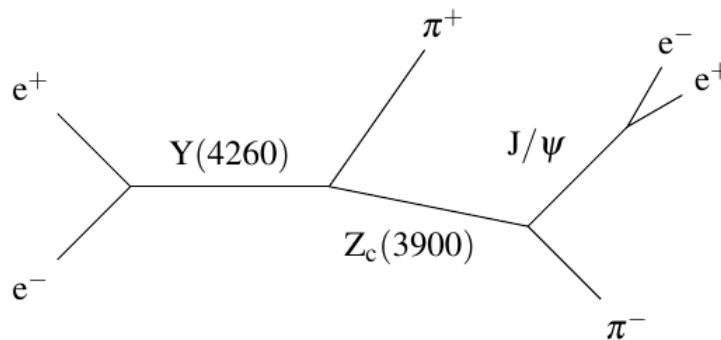


Figura 2.8: Cadeia de decaimento do estado $Z_c(3900)$.

Fonte: [58]

O estado $Z_c(3900)$ foi investigado experimentalmente em mais modos de decaimentos, onde não foi obtida qualquer evidência do $Z_c(3900)$ no espectro de massa invariante do $h_c\pi^\pm$ [59]. Além disso, a colaboração COMPASS¹⁷ [62] realizou a busca pelo $Z_c(3900)$ para o exclusivo processo de fotoprodução e um limite superior à razão $BR(Z_c^\pm(3900) \rightarrow J/\psi\pi^\pm) \times \sigma_{\gamma N \rightarrow Z_c^\pm(3900)N} / \sigma_{\gamma N \rightarrow J/\psi N}$ de 3.7×10^{-3} foi reportado com 90% de confiança [13].

Desde então o estado $Z_c(3900)$ vem sendo investigado pela comunidade com diferentes abordagens e interpretações. Entre essas temos: a interpretação do estado como molécula hadrônica, como um efeito cinemático e como um estado tetraquark compacto formado por um par diquark-antidiquark [1, 8, 13, 20, 28, 55].

¹⁷O Common Muon and Proton Apparatus for Structure and Spectroscopy (COMPASS) é um experimento de física de altas energias de alvo fixo no Super Proton Synchrotron (SPS) no CERN em Genebra, Suíça. O objetivo desse experimento é investigar a estrutura dos hádrons e a espectroscopia de hádrons com feixes de múons e hádrons de alta intensidade. Cerca de 200 físicos de 13 países e 25 instituições trabalham no COMPASS [60,61].

Por conta da sua massa estar muito próxima do limiar de massa do $D\bar{D}^*$ ele se apresenta como um bom candidato a molécula hadrônica do tipo $D\bar{D}^* + c.c.$ [4, 13, 19]. Além disso, para este modo de decaimento, $J/\psi\pi^\pm$, ele pode ser interpretado como um estado no setor do charmonium contendo quatro quarks em sua camada de valência, do tipo $cq\bar{c}\bar{q}$, ou seja, um tetraquark compacto [1, 4, 13, 28]. Estas características peculiares da partícula $Z_c(3900)$ fomentam uma análise mais profunda quanto à sua natureza.

Ainda é possível encontrar na literatura trabalhos [63–65] no qual o potencial de $D^*\bar{D}$ foi avaliado e, resolvendo a equação de Schrodinger, foi encontrada a solução do estado ligado para o sistema $D^*\bar{D}$, que corresponde bem aos valores observados do $Z_c(3900)$. Cálculos via regras da soma da QCD também sustentam que o $Z_c(3900)$ poderia ser um estado molecular hadrônico [66, 67]. Além disso, a estrutura eletromagnética do $Z_c(3900)$ foi investigada em uma estrutura $D^*\bar{D} + c.c.$ [68]. O produto e o comportamento de decaimento do $Z_c(3900)$ foram estudados em um cenário de moléculas hadrônicas $D^*\bar{D}$ com a condição de composição de Weinberg, e as estimativas teóricas foram consistentes com as medidas experimentais correspondentes [69, 70]. Além dos canais observados, outros modos de decaimentos do $Z_c(3900)$ foram estudados em um cenário molecular, como o $\rho\eta_c$, $J/\psi\pi\gamma$ [71–74]. A referência [13] também estuda o decaimento radioativo do $Z_c^0(3900)$ em um cenário molecular, onde o $Z_c(3900)$ é tratado como uma molécula hadrônica do tipo $D\bar{D}^* + c.c.$ Todos esses estudos teóricos sustentam que o $Z_c(3900)$ pode ser considerado como um estado de uma molécula hadrônica $D^*\bar{D}$ [13].

Mas ainda temos que, um vez que o estado $Z_c(3900)$ carregado contém pelo menos quatro quarks, ele pode ser um bom candidato a um estado tetraquark. A referência [75] previu, utilizando o modelo tetraquark, uma partícula com massa igual a 3882 MeV, que é muito próximo à medida do pico observado [57]. Como o $Z_c(3900)$ está muito próximo de outro estado no setor do charmonium, o $X(3872)$, ele foi considerado como um parceiro carregado do $X(3872)$ em um cenário tetraquark [75]. Em outro trabalho foi proposto dois possíveis estados tetraquark, $Z_c(3752)$ e $Z_c(3882)$, onde o último estava próximo do $Z_c(3900)$ [76]. Além disso, um modelo potencial também suporta o $Z_c(3900)$ como um estado tetraquark [13, 77]. Ainda, outra referência concluiu que a largura de decaimento do $Z_c(3900)$, calculada com constantes de acoplamento obtidas via regras da soma da QCD, é compatível com a hipótese desse ser um estado tetraquark vetor axial com estrutura díquark antidíquark [78]. Ainda, a referência [28] calculou a constante de acoplamento para os vértices $Z_c^+ J/\psi\pi^+$, $Z_c^+ \eta_c \rho^+$ e $Z_c^+ D^+ \bar{D}^{*0}$ utilizando as regras da soma da QCD e as respectivas larguras de decaimento destes canais em um cenário

tetraquark e concluiu que há boa concordância com os dados experimentais.

Além da interpretação como um estado tetraquark, outros trabalhos sustentam diferentes interpretações, o avaliando como um charmonium análogo ao $Z_b(10620)$ e $Z_b(10650)$ com o mecanismo inicial de emissão de um píon único (*ISPE*)¹⁸ [79–81]. A distribuição da massa invariante do $\pi J/\psi$ e $\pi^+\pi^-$ do decaimento $Y(4260) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ foi reproduzida considerando a interferência entre o mecanismo ISPE e a contribuição de ressonância dipion [82]. Em outra referência [83], as estruturas observados dos Z_b e Z_c foram explicados como efeitos de “cusp de canais acoplados puros” em comparação com outras ressonâncias [13]. Para uma revisão mais extensiva sugerimos consultar os referenciais [1, 4, 9, 13]

Aqui estamos interessados em investigar a interação do estado exótico $Z_c(3900)$ com os mésons leves, neste caso, o méson π , em um meio hadrônico, partindo do pressuposto de que tal estado pode ser interpretado como um estado no setor do charmonium dotado de uma estrutura de tetraquark compacto do tipo $cq\bar{c}\bar{q}$. Para isso calculamos as amplitudes de espalhamento, por meio de Lagrangianas efetivas, para processos do tipo $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}, D^*\bar{D}^*, D\bar{D}^*$ e dos seus processos inversos. Esses resultados foram utilizados na determinação das seções de choques no vácuo de cada processo e, em seguida, determinamos as respectivas médias térmicas. Esperamos com isso fornecer informações que possam corroborar com as investigações experimentais e teóricas destes processos, assim como fornecer subsídios teóricos na compreensão da estrutura e natureza do estado $Z_c(3900)$ [29].

¹⁸Do inglês “initial single pion emission”.

Capítulo 3

Estudo das Interações do $Z_c(3900)$ em um meio hadrônico

Em colisões ultrarrelativísticas de íons pesados como, por exemplo, chumbo-chumbo (Pb-Pb) ou ouro (Au-Au), é possível reproduzir condições extremas que, segundo os modelos atuais, especula-se que estavam presentes nos estágios iniciais após o Big Bang e que existem no interior de estrelas de Nêutrons [84]. Para isso feixes de íons pesados são acelerados a altas energias e colidem entre si ou com um alvo. Após a colisão, há uma significativa elevação de temperatura e pressão, com curta duração. Nesse estágio da colisão há uma transição de fase da matéria nuclear na qual os quarks e glúons se encontram desconfiados, essa é denominada de fase de plasma de quarks e glúons (*QGP*). Logo em seguida há a expansão e o resfriamento da matéria produzindo assim um gás quente de hádrons, nessa transição os quarks pesados coalescem em estados ligados formando assim estados multiquarks. Nesse estágio das *HICs* é onde ocorre a chamada hadronização seguida pela fase hadrônica até o congelamento cinético. Aqui estamos interessados nesses estágios finais, após a *QGP*, pois é o ambiente propício para ocorrer a produção e supressão de estados multiquarks a partir das interações hadrônicas [22]. Essas colisões de íons pesados podem ser reproduzidas em aceleradores de partículas como o LHC e o RHIC [84] e, recentemente, foram encontradas evidências do estado exótico $X(3872)$ nessas colisões pela colaboração CMS [85].

Neste capítulo iremos adentrar no estudo das interações da partícula $Z_c(3900)$ em um meio hadrônico. Primeiramente iremos determinar as amplitudes de espalhamento \mathcal{M}_{fi} de cada processo, com isso, estaremos em condições de calcular as seções de choque no vácuo σ (seções 3.2 e 3.3) para as diferentes reações envolvendo tanto a supressão do

Z_c quanto a sua produção, assim como a soma de todas as seções de choque, a seção de choque total e, posteriormente, as médias térmicas (seção 3.3).

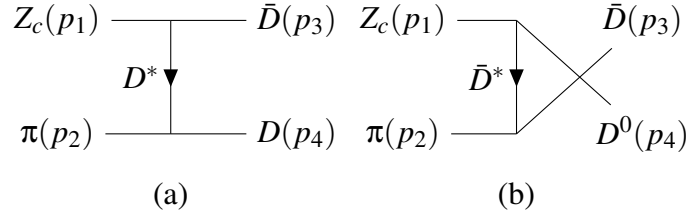
As amplitudes de espalhamento junto com as constantes de isospin servirão como “input” nas expressões das seções de choque, que serão determinadas por meio de cálculos numéricos. Sabemos que as seções de choque são os observáveis que podem ser medidos em laboratório, sendo assim, elas são de extrema importância para o entendimento da Física que envolve as estruturas fundamentais da matéria, nos auxiliando na realização de previsões que podem ser confirmadas ou não. Além disso, ela nos fornece informações que ajudam na compreensão da natureza de uma dada partícula e de sua dinâmica.

Ainda neste capítulo, iremos expor as ferramentas necessárias para a determinação das seções de choque no vácuo, assim como as constantes aqui utilizadas. Iremos também determinar as médias térmicas e, por fim, apresentar e discutir os resultados encontrados. Os resultados aqui obtidos são sumarizados na referência [29].

3.1 Amplitudes de espalhamento

Estamos aqui interessados em determinar as seções de choque envolvendo processos do tipo $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}$, $Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*$ e $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}^*$ assim como os respectivos processos inversos. A escolha do méson leve pión π para este estudo, que é um méson pseudoescalar, se dá por conta da abundância dessas partículas em um meio hadrônico, aumentando assim a probabilidade de reações deste tipo serem observadas.

Nesta seção vamos considerar os processos sem explicitar suas cargas. Para analisar cada processo recorreremos ao acoplamento das Lagrangianas efetivas, que descreve a dinâmica de cada vértice, e das constantes obtidas na base de isospin (ver Apêndice B). Essas últimas terão particular importância na implementação dos cálculos numéricos. As constantes de isospin são deduzidas no Apêndice B, lembrando que optamos por trabalhar na base de isospin e não na base de partículas.

Figura 3.1: Diagramas do processo $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}$.

3.1.1 Determinação das amplitudes invariantes $\mathcal{M}(Z_c\pi \rightarrow D\bar{D})$, $\mathcal{M}(Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*)$, $\mathcal{M}(Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}^*)$

Neste ponto estamos interessados em encontrar a matriz invariante para os processos ($Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}$, $Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*$ e $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}^*$), para isso vamos utilizar a abordagem de teorias efetivas, ou seja, a partir do acoplamento das Lagrangianas efetivas de cada vértice do processo. Vale ressaltar que estamos supondo que a partícula $Z_c(3900)$, que é uma partícula exótica, possui uma estrutura de tetraquark compacto, ou seja, possui a seguinte constituição quarkiônica, $cq\bar{c}\bar{q}$. É importante destacar que ela também pode ser compreendida como uma molécula hadrônica entre outras possibilidades, como exposto na seção 2.7. Nos tópicos que seguem iremos determinar as amplitudes de espalhamento para os casos neutro e carregado para cada processo citado ¹.

Processo $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}$

Nesta seção iremos obter as amplitudes de espalhamento para os processos $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}$, $Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*$ e $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}^*$, que envolvem a produção e a supressão do estado $Z_c(3900)$, sem explicitar as cargas das demais partículas envolvidas. As partículas envolvidas nos processos são, além do hádron exótico Z_c , o tripleto de mésons π e os dupletos de mésons D e D^* .

Para determinarmos as amplitudes, inicialmente vamos analisar o diagrama para o caso $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}$. Na figura 3.1 temos o diagrama que descreve esse processo.

¹Neste caso podemos considerar apenas um dos casos e replicá-lo para os demais. Isso é possível devido ao fato das constantes de isospin serem idênticas para os três casos. Esses cálculos estão expostos no Apêndice B.

Aqui podemos observar que, para este processo, temos duas contribuições, um canal do tipo t (a) e outro do tipo u (b), logo, a amplitude total será dada pela soma das contribuições em ordem mais baixa do diagrama de Born, ou seja, pela soma dos processos descritos nos canais t e u . Temos também que p_1 e p_2 são os quadrimomentos das partículas no estado inicial e que p_3 e p_4 são os quadrimomentos das partículas no estado final.

Para determinarmos as amplitudes de espalhamento precisamos considerar as Lagrangianas efetivas que descrevem o decaimento da partícula Z_c e do pión (π). Para o vértice $Z_c DD^*$ temos a seguinte Lagrangiana:

$$\mathcal{L}_{Z_c DD^*} = g_{Z_c DD^*} D_\mu^* Z_c^\mu \cdot \vec{\tau} \vec{D} + H.c.. \quad (3.1)$$

Neste caso, optamos por escrever a Lagrangiana compactada e simplificada para este vértice, que, pelas nossas convenções, está de acordo com as Lagrangianas encontradas nas referências [13, 69, 72].

Para o vértice πDD^* , temos que a Lagrangiana efetiva [26, 27, 86–88] é dada por

$$\mathcal{L}_{\pi DD^*} = ig_{\pi DD^*} D_\mu^* \vec{\tau} \cdot (\vec{D} \partial^\mu \vec{\pi} - \partial^\mu \vec{D} \vec{\pi}) + H.c.. \quad (3.2)$$

Nessas Lagrangianas $g_{Z_c DD^*}$ e $g_{\pi DD^*}$ são as constantes de acoplamento e $\vec{\tau}$ são as matrizes de Pauli, dadas por

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

além disso, $\vec{\pi}$ é o tripleto de isospin de mésons $\pi \equiv (\pi_1, \pi_2, \pi_3)$, Z_c^μ representa o tripleto $Z_c^\mu \equiv (Z_{c1}^\mu, Z_{c2}^\mu, Z_{c3}^\mu)$, $D \equiv (D^0, D^+)$ e $D^* \equiv (D^{*0}, D^{*+})$. As lagrangianas explícitas podem ser consultados no Apêndice C.

Logo, para o caso descrito no diagrama (a), determinando as constantes de isospin iguais a 1, utilizaremos as seguintes Lagrangianas de interação:

$$\mathcal{L}_{I_{Z_c D^* D}} = g Z_c D^* D Z_c^\mu D \bar{D}_\mu^*. \quad (3.4)$$

$$\mathcal{L}_{I_{\pi D D^*}} = i g \pi D D^* D_\mu^* (\bar{D} \partial^\mu \pi - \partial^\mu \bar{D} \pi). \quad (3.5)$$

Com o acoplamento destas Lagrangianas podemos calcular a amplitude de espalhamento para o caso descrito no diagrama (a). Os hamiltonianos de interação serão dados por

$$H_I = \int d^3x \mathcal{H}_I = - \int d^3x \mathcal{L}_I, \quad (3.6)$$

com isso então temos que

$$H_{I_{Z_c D^* D}} = - \int d^3x g Z_c D D^* Z_c^\mu D \bar{D}_\mu^* \quad (3.7)$$

e

$$H_{I_{\pi D D^*}} = - \int d^3y i g \pi D D^* D_\mu^* (\bar{D} \partial^\mu \pi - \partial^\mu \bar{D} \pi). \quad (3.8)$$

Como

$$\langle \bar{D} D | iT | Z_c \pi \rangle = \langle \bar{D} D | T \left[\exp \left(-i \int_{-T}^T dt H_I(t) \right) \right] | Z_c \pi \rangle, \quad (3.9)$$

portanto, a parte não trivial da matriz S será dada por

$$\langle \bar{D} D | T \left[\frac{1}{2!} (-i) \int d^4x g Z_c D D^* Z_c^\mu D \bar{D}_\mu^* (-i) \int d^4y i g \pi D D^* D_\mu^* (\bar{D} \partial^\mu \pi - \partial^\mu \bar{D} \pi) \right] | Z_c \pi \rangle. \quad (3.10)$$

Como em TQC as partículas são consideradas excitações dos campos [2, 53, 89, 90], em nosso caso temos os campos vetoriais Z_c^μ , D_μ^* e \bar{D}_μ^* , além dos campos pseudoescalares π , D e \bar{D} , que podemos expandir os campos dados em modos de Fourier e em seguida realizar as contrações devidas, logo

$$Z_c^\mu = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_p}} \sum_{\lambda=1}^3 [a_{p,\lambda} \varepsilon^\mu(p, \lambda) e^{-ip \cdot x} + a_{p,\lambda}^\dagger \varepsilon^{*\mu}(p, \lambda) e^{ip \cdot x}] \quad (3.11)$$

$$\pi = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_p}} [b_p e^{-ip \cdot x} + b_p^\dagger e^{ip \cdot x}] \quad (3.12)$$

$$D = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_p}} [d_p e^{-ip \cdot x} + f_p^\dagger e^{ip \cdot x}] \quad (3.13)$$

$$D_\mu^* = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_p}} \sum_{\lambda=1}^3 [h_{p,\lambda'} \varepsilon_\mu(p, \lambda') e^{-ip \cdot x} + r_{p,\lambda'}^\dagger \varepsilon_\mu^*(p, \lambda') e^{ip \cdot x}] \quad (3.14)$$

$$\bar{D}_\mu^* = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_p}} \sum_{\lambda=1}^3 [h_{p,\lambda'}^\dagger \varepsilon_\mu^*(p, \lambda') e^{ip \cdot x} + r_{p,\lambda'} \varepsilon_\mu(p, \lambda') e^{-ip \cdot x}] \quad (3.15)$$

$$\bar{D} = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_p}} [d_p^\dagger e^{ip \cdot x} + f_p e^{-ip \cdot x}]. \quad (3.16)$$

$$(3.17)$$

Os índices λ e λ' representam os estados de polarização dos campos vetoriais, $a_{p,\lambda}$, b_p , d_p , f_p , $h_{p,\lambda'}$, $r_{p,\lambda'}$ e $a_{p,\lambda}^\dagger$, b_p^\dagger , d_p^\dagger , f_p^\dagger , $h_{p,\lambda'}^\dagger$, $r_{p,\lambda'}^\dagger$ são os operadores de criação e aniquilação respectivamente, além disso ε e ε^* são vetores de polarização. Considerando as seguintes relações de comutação

$$[a_p, a_q^\dagger] = (2\pi)^3 \delta^3(p - q), \quad (3.18)$$

$$[a_{p,\lambda}, a_{q,\lambda'}^\dagger] = (2\pi)^3 \delta^3(p - q) \delta_{\lambda\lambda'}, \quad (3.19)$$

sabendo que todas as demais relações de comutação são iguais a zero, podemos então, utilizando essas relações de comutação, o teorema de Wick e efetuando as devidas contrações [2, 89, 90], obter o seguinte resultado:

$$i g_{Z_c DD^*} g_{\pi DD^*} \varepsilon^\mu(p_1, \lambda) \frac{\left(g_{\mu\nu} - \frac{(p_1 - p_3)_\mu (p_1 - p_3)_\nu}{m_{D^*}^2} \right)}{(p_1 - p_3)^2 - m_{D^*}^2} (2\pi)^4 \delta^4(p_3 + p_4 - p_1 - p_2) (p_2 + p_4)^\nu. \quad (3.20)$$

Desta expressão podemos retirar a amplitude de espalhamento para o processo estudado, para isso basta compararmos com [89]

$$\langle p_1 \dots p_n | iT | k_1 \dots k_m \rangle = (2\pi)^4 \delta^4 \left(\sum_i p_i - \sum_i k_i \right) i\mathcal{M}_{fi},$$

o que nos retorna a seguinte equação:

$$i\mathcal{M}_{fi}^{(a)} = ig_{Z_c DD^*} g_{\pi DD^*} \mathcal{E}^\mu(p_1, \lambda) \frac{\left(g_{\mu\nu} - \frac{(p_1 - p_3)_\mu (p_1 - p_3)_\nu}{m_{D^*}^2} \right)}{(p_1 - p_3)^2 - m_{D^*}^2} (p_2 + p_4)^\nu, \quad (3.21)$$

sendo $\mathcal{M}_{fi}^{(a)}$ a amplitude de espalhamento para o processo representado no diagrama (a) da figura 3.1.

Substituindo $(p_1 - p_3)^2 = t$, lembrando que nesta dissertação estamos utilizando as variáveis de Mandelstam $s = (p_1 + p_2)^2$, $t = (p_1 - p_3)^2$ e $u = (p_1 - p_4)^2$, temos

$$\mathcal{M}_{fi}^{(a)} = g_{Z_c DD^*} g_{\pi DD^*} \mathcal{E}^\mu(p_1, \lambda) \left(g_{\mu\nu} - \frac{(p_1 - p_3)_\mu (p_1 - p_3)_\nu}{m_{D^*}^2} \right) \frac{1}{t - m_{D^*}^2} (p_2 + p_4)^\nu. \quad (3.22)$$

No segundo caso, temos um diagrama do tipo u , de forma análoga, podemos obter a amplitude de espalhamento, neste caso teremos

$$\mathcal{M}_{fi}^{(b)} = -g_{Z_c DD^*} g_{\pi DD^*} \mathcal{E}^\mu(p_1, \lambda) \left(g_{\mu\nu} - \frac{(p_1 - p_4)_\mu (p_1 - p_4)_\nu}{m_{D^*}^2} \right) \frac{1}{u - m_{D^*}^2} (p_2 + p_3)^\nu. \quad (3.23)$$

Desta forma, finalmente, temos que

$$\mathcal{M}(Z_c \pi \rightarrow D\bar{D}) = \mathcal{M}_{fi}^{(a)} + \mathcal{M}_{fi}^{(b)} \quad (3.24)$$

ou seja,

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}) &= g_{Z_cDD^*}g_{\pi DD^*}\mathcal{E}^\mu(p_1, \lambda) \left(g_{\mu\nu} - \frac{(p_1 - p_3)_\mu(p_1 - p_3)_\nu}{m_{D^*}^2} \right) \frac{1}{t - m_{D^*}^2} (p_2 + p_4)^\nu \\ &\quad - g_{Z_cD\bar{D}^*}g_{\pi D\bar{D}^*}\mathcal{E}^\mu(p_1, \lambda) \left(g_{\mu\nu} - \frac{(p_1 - p_4)_\mu(p_1 - p_4)_\nu}{m_{D^*}^2} \right) \frac{1}{u - m_{D^*}^2} (p_2 + p_3)^\nu. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Processo $Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*$

Queremos agora determinar a matriz invariante $\mathcal{M}(Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*)$, para o processo $Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*$ que, levando em consideração apenas a parte relevante para o processo, é descrito pelos seguintes diagramas:

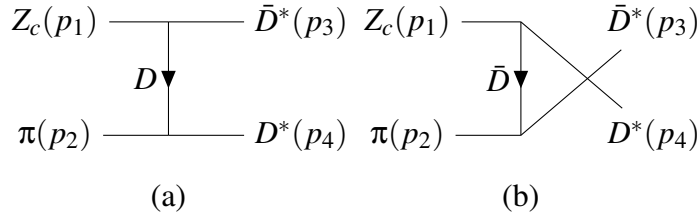


Figura 3.2: Diagramas do processo $Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*$

A partir das Lagrangianas (3.1) e (3.2), podemos determinar o Hamiltoniano intera-
gente $H_I = - \int d^3x \mathcal{L}_I$, desta forma, temos que

$$H_{I_{Z_c D^* D}} = - \int d^3x g_{Z_c D D^*} Z_c^\mu \bar{D} D_\mu^* \quad (3.26)$$

e

$$H_{I_{\pi D D^*}} = - \int d^3y (-i) g_{\pi D D^*} \bar{D}_\mu^* (D \partial^\mu \pi - \partial^\mu D \pi). \quad (3.27)$$

Em ordem mais baixa temos então que

$$\langle \bar{D}^* D^* | T \left[\frac{1}{2!} (-i) \int d^4x g_{Z_c D D^*} Z_c^\mu \bar{D} D_\mu^* (-i) \int d^4y (-i) g_{\pi D D^*} \bar{D}_\nu^* (D \partial^\nu \pi - \partial^\nu D \pi) \right] | Z_c \pi \rangle. \quad (3.28)$$

Utilizando métodos análogos ao caso anterior, obtemos o seguinte resultado:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{fi} = & g_{Z_c D D^*} g_{\pi D D^*} \epsilon^\mu(p_1, \lambda) \epsilon_\mu^*(p_3, \lambda') \epsilon_\nu^*(p_4, \lambda') \left(\frac{1}{t - m_D^2} \right) (2p_2 - p_4)^\nu \\ & - g_{Z_c D D^*} g_{\pi D D^*} \epsilon^\mu(p_1, \lambda) \epsilon_\mu^*(p_4, \lambda') \epsilon_\nu^*(p_3, \lambda') \left(\frac{1}{u - m_D^2} \right) (2p_2 - p_3)^\nu. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Processo $Z_c \pi \rightarrow D \bar{D}^*$

Queremos agora determinar as amplitudes para os processos do tipo $Z_c \pi \rightarrow D \bar{D}^*$, para isso, além da Lagrangiana (3.1), precisaremos da Lagrangiana que descreve a dinâmica do vértice anômalo $\pi D^* D^*$ que é dada por [26, 27, 91, 92]

$$\mathcal{L}_{\pi D^* D^*} = -g_{\pi D^* D^*} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\mu D_\nu^* \pi \partial_\alpha \bar{D}_\beta^*, \quad (3.30)$$

a contribuição será dada apenas por um diagrama do tipo t , como segue.

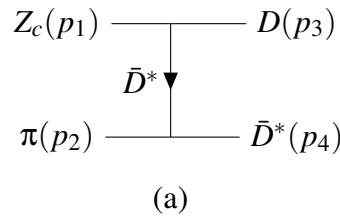


Figura 3.3: Diagrama do processo $Z_c \pi \rightarrow D \bar{D}^*$

Este diagrama representa o processo $Z_c \pi \rightarrow D \bar{D}^*$. Logo,

$$\langle \bar{D}^* D | T \left[\frac{1}{2!} (-i) \int d^4x g_{Z_c D D^*} Z_c^\gamma \bar{D} D_\gamma^* (-1) (-i) \int d^4y g_{\pi D^* D^*} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\mu D_\nu^* \pi \partial_\alpha \bar{D}_\beta^* \right] | Z_c \pi \rangle. \quad (3.31)$$

Determinamos a amplitude para este canal de modo análogo ao feito nos demais casos aqui apresentados. O resultado obtido segue abaixo:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{fi} = & -g_{Z_c D D^*} g_{\pi D^* D^*} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \varepsilon^\gamma(p_1, \lambda) \varepsilon_\nu^*(p_4, \lambda') \left(g_{\gamma\beta} - \frac{(p_1 - p_3)_\gamma (p_1 - p_3)_\beta}{m_{\bar{D}^*}^2} \right) \\ & \times \frac{1}{t - m_{\bar{D}^*}^2} p_{4\mu} (p_4 - p_2)_\alpha. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Tomando agora estes resultados, iremos, nas próximas seções, determinar estimativas para as seções de choque de cada processo estudado, para as seções de choque totais, para a soma de todas as seções de choque e para as médias térmicas. Aqui, ainda vale pontuar que, como estamos trabalhando na base de isospin e não na base de partículas, as amplitudes \mathcal{M}_{fi} encontradas são idênticas tanto para os casos que envolvem o $Z_c(3900)$ carregado quanto para os casos que envolvem o $Z_c(3900)$ neutro, sendo que, na base de partículas, as amplitudes obtidas a partir da interação do $Z_c(3900)$ neutro com mésons π em um meio hadrônico diferem das amplitudes que envolvem o $Z_c(3900)$ carregado apenas pelas constantes de isospin I_i . Além disso, estamos adotando, por conta da escassez na literatura atual, para todos os casos, os mesmos valores das constantes de acoplamento, fatores de forma e massas, dado que estas constantes foram obtidas em estudos relacionados ao $Z_c^+(3900)$.

3.2 Seções de choque

Com as amplitudes invariantes obtidas e as respectivas constantes na base de isospin (ver Apêndice B), estamos em condições de calcular as diferentes seções de choque $\sigma_{ab \rightarrow cd}$, tanto para os processos envolvendo o Z_c neutro como o Z_c carregado. Essas expressões servirão de input na determinação das seções de choque. Nesta seção iremos

determinar as seções de choque dos diferentes processos envolvendo o Z_c^+ , Z_c^- e Z_c^0 , que em nosso caso, são idênticas, sendo assim, iremos expor os resultados sem explicitar as cargas. Além disso, iremos determinar a seção de choque da soma de todos os processos e, na próxima seção, apresentaremos os resultados obtidos por cálculo numérico (ver seção 3.3) e faremos as devidas discussões desses resultados. Por fim, levando em conta a influência do meio nesses processos, iremos determinar as médias térmica e discutir os resultados obtidos.

3.2.1 Seção de choque em função de \sqrt{s}

De modo geral, se considerarmos dois feixes de partículas, podemos compreender a seção de choque como o pedaço da área que é retirada de um feixe alvo pelo feixe incidente, logo, é o estado final que estamos interessados em medir, ou seja, é o nosso observável. De modo mais preciso temos:

$$\sigma = \frac{N}{\rho_A l_A \rho_B l_B A},$$

onde σ é a seção de choque, N é o número de eventos de espalhamento, A é a área da seção de choque comum aos dois feixes, ρ_A e ρ_B são as densidades dos feixes (partículas por unidade de volume) e l_A e l_B é o comprimento dos feixes (alvo e incidente) [90].

Sabemos que a seção de choque no referencial do centro de massa (CM) é dada por [26]

$$\sigma_{ab \rightarrow cd} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{|\vec{p}_{cd}|}{|\vec{p}_{ab}|} \int d\Omega \sum_{S,I} |\mathcal{M}_{ab \rightarrow cd}|^2, \quad (3.33)$$

podemos observar que $ab \rightarrow cd$ representa os seguintes processos

$$\begin{aligned} Z_c \pi &\rightarrow D \bar{D}, \\ Z_c \pi &\rightarrow D^* \bar{D}^*, \\ Z_c \pi &\rightarrow D \bar{D}^*. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Além disso, temos que a energia do centro de massa é representada por \sqrt{s} . Temos

também que $|\vec{p}_{ab}|$ e $|\vec{p}_{cd}|$ representam, respectivamente, os trimomentos das partículas iniciais e finais no referencial do centro de massa.

Fazendo essa escolha temos que $p_a = (E_a, \vec{p}_a)$ e $p_b = (E_b, \vec{p}_b)$, com²

$$E_a^2 = (\vec{p}_a)^2 + m_a^2 \quad (3.35)$$

e

$$E_b^2 = (\vec{p}_b)^2 + m_b^2, \quad (3.36)$$

observe que $|\vec{p}_a| = |\vec{p}_b| = \mathbf{p}$, pois $\vec{p}_b = -\vec{p}_a$. Pela conservação da energia temos que

$$E_{CM} = E_a + E_b \rightarrow E_{CM} - E_a - E_b = 0, \quad (3.37)$$

que então fica, substituindo (3.35) e (3.36) em (3.37),

$$\begin{aligned} E_{CM} - \sqrt{(\vec{p}_a)^2 + m_a^2} - \sqrt{(\vec{p}_b)^2 + m_b^2} &= 0 \rightarrow \\ \mathbf{p} &= \pm \frac{[E_{CM}^4 + (m_a^2 - m_b^2)^2 - 2E_{CM}^2(m_a^2 + m_b^2)]^{\frac{1}{2}}}{2E_{CM}}. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Como

$$s = (E_a + E_b)^2 \rightarrow E_a + E_b = \sqrt{s}, \quad (3.39)$$

sendo então \sqrt{s} a energia no referencial do centro de massa, temos então que, substituindo (3.39) em (3.38),

$$\mathbf{p} = \pm \frac{[s^2 + (m_a^2 - m_b^2)^2 - 2s(m_a^2 + m_b^2)]^{\frac{1}{2}}}{2\sqrt{s}}, \quad (3.40)$$

que ainda pode ser reescrita como

²Nesta dissertação estamos utilizando unidades naturais, ou seja, $c = \hbar = 1$.

$$\mathbf{p} = \pm \frac{[s - (m_a + m_b)^2][s - (m_a - m_b)^2]^{\frac{1}{2}}}{2\sqrt{s}}. \quad (3.41)$$

Se fizermos

$$\mathbf{p} = |\vec{p}_{ab}| \quad (3.42)$$

teremos por fim que

$$|\vec{p}_{ab}| = \frac{[s - (m_a + m_b)^2][s - (m_a - m_b)^2]^{\frac{1}{2}}}{2\sqrt{s}}, \quad (3.43)$$

e podemos escrever também, para as partículas nos estados finais

$$|\vec{p}_{cd}| = \frac{[s - (m_c + m_d)^2][s - (m_c - m_d)^2]^{\frac{1}{2}}}{2\sqrt{s}}. \quad (3.44)$$

De modo geral, podemos então escrever

$$|\vec{p}_{ij}| = \frac{[s - (m_i + m_j)^2][s - (m_i - m_j)^2]^{\frac{1}{2}}}{2\sqrt{s}}. \quad (3.45)$$

Se fizermos³

$$\lambda K[s, m_i^2, m_j^2] = [s - (m_i + m_j)^2][s - (m_i - m_j)^2], \quad (3.46)$$

obtemos,

$$\frac{|\vec{p}_{cd}|}{|\vec{p}_{ab}|} = \sqrt{\frac{\lambda K[s, m_c^2, m_d^2]}{\lambda K[s, m_a^2, m_b^2]}}, \quad (3.47)$$

com isso, podemos reescrever (3.33) como

³ $\lambda K[x, y, z] = (x - y - z)^2 - 4yz$ [93].

$$\sigma_{ab \rightarrow cd} = \frac{1}{64\pi^2 s} \sqrt{\frac{\lambda K[s, m_c^2, m_d^2]}{\lambda K[s, m_a^2, m_b^2]}} \int d\Omega \overline{\sum}_{S,I} |\mathcal{M}_{ab \rightarrow cd}|^2. \quad (3.48)$$

Também temos que $d\Omega = d\phi d(\cos(\theta))$ é a medida do ângulo sólido infinitesimal. Observe que, se fizermos $\cos \theta = x$, obtemos

$$\int d\Omega = 2\pi \int_{-1}^1 dx. \quad (3.49)$$

Temos ainda que $\overline{\sum}_{S,I}$ representa a soma sobre todos os spins S e isospins I das partículas, e ainda

$$\overline{\sum}_{S,I} |\mathbf{M}_{ab \rightarrow cd}|^2 \rightarrow \frac{1}{g_a} \frac{1}{g_b} \sum_{S,I} |\mathbf{M}_{ab \rightarrow cd}|^2, \quad (3.50)$$

sendo que g_a e g_b são os fatores de degenerescência [26,94] de spin e isospin das partículas que formam o estado inicial com

$$\begin{aligned} g_a &= (2I_a + 1)(2S_a + 1), \\ g_b &= (2I_b + 1)(2S_b + 1). \end{aligned} \quad (3.51)$$

Com esses dados podemos reescrever (3.33), substituindo nela (3.49) e (3.50), e escrevendo a amplitude de espalhamento em termos de s e x , como

$$\sigma_{ab \rightarrow cd} = \frac{1}{64\pi^2 s g_a g_b} \sqrt{\frac{\lambda K[s, m_c^2, m_d^2]}{\lambda K[s, m_a^2, m_b^2]}} 2\pi \int_{-1}^1 dx \sum_{S,I} |\mathcal{M}_{ab \rightarrow cd}(s, x)|^2. \quad (3.52)$$

Observe que podemos escrever a amplitude de espalhamento desta forma pois as variáveis de Mandelstam, t e u , podem ser escritas em função de $s, \cos \theta, m_1, m_2, m_3$ e m_4

como segue:

$$t = (p_1 - p_3)^2 = p_1^2 - 2p_1 \cdot p_3 + p_3^2, \quad (3.53)$$

sabendo que

$$p_1 \cdot p_3 = E_1 E_3 - |\vec{p}_1| |\vec{p}_3| \cos \theta, \quad (3.54)$$

substituindo (3.45) e usando (3.46) junto com $E^2 = (\vec{p})^2 + m^2$ em (3.54), temos que

$$\begin{aligned} p_1 \cdot p_3 &= \left(\sqrt{(\vec{p}_1)^2 + m_1^2} \right) \left(\sqrt{(\vec{p}_3)^2 + m_3^2} \right) - \frac{1}{2\sqrt{s}} \sqrt{\lambda K[s, m_1^2, m_2^2]} \frac{1}{2\sqrt{s}} \sqrt{\lambda K[s, m_3^2, m_4^2]} \cos \theta \\ &= \left(\sqrt{\left(\frac{1}{2\sqrt{s}} \sqrt{\lambda K[s, m_1^2, m_2^2]} \right)^2 + m_1^2} \right) \left(\sqrt{\left(\frac{1}{2\sqrt{s}} \sqrt{\lambda K[s, m_3^2, m_4^2]} \right)^2 + m_3^2} \right) \\ &\quad - \frac{1}{2\sqrt{s}} \sqrt{\lambda K[s, m_1^2, m_2^2]} \frac{1}{2\sqrt{s}} \sqrt{\lambda K[s, m_3^2, m_4^2]} \cos \theta \\ &= \frac{1}{4s} \sqrt{\lambda K[s, m_1^2, m_2^2] + 4sm_1^2} \sqrt{\lambda K[s, m_3^2, m_4^2] + 4sm_3^2} \\ &\quad - \frac{1}{4s} \sqrt{\lambda K[s, m_1^2, m_2^2]} \sqrt{\lambda K[s, m_3^2, m_4^2]} \cos \theta, \end{aligned} \quad (3.55)$$

substituindo (3.55) em (3.53) e utilizando o fato de que $p^2 = p^\mu p_\mu = E^2 - |\vec{p}|^2 = m^2$ e que $x = \cos \theta$ obtemos

$$\begin{aligned} t &= m_1^2 + m_3^2 + \frac{1}{2s} \sqrt{\lambda K[s, m_1^2, m_2^2]} \sqrt{\lambda K[s, m_3^2, m_4^2]} x \\ &\quad - \frac{1}{2s} \sqrt{\lambda K[s, m_1^2, m_2^2] + 4sm_1^2} \sqrt{\lambda K[s, m_3^2, m_4^2] + 4sm_3^2}. \end{aligned} \quad (3.56)$$

O mesmo raciocínio pode ser utilizado para determinarmos a variável de Mandelstam u em termos de s :

$$u = m_1^2 + m_4^2 - \frac{1}{2s} \sqrt{\lambda K[s, m_1^2, m_2^2]} \sqrt{\lambda K[s, m_3^2, m_4^2]} x$$

$$-\frac{1}{2s}\sqrt{\lambda K[s, m_1^2, m_2^2] + 4sm_1^2}\sqrt{\lambda K[s, m_3^2, m_4^2] + 4sm_4^2}. \quad (3.57)$$

A seção de choque dos processos inversos

$$\begin{aligned} D\bar{D} &\rightarrow Z_c\pi, \\ D^*\bar{D}^* &\rightarrow Z_c\pi, \\ D\bar{D}^* &\rightarrow Z_c\pi, \end{aligned} \quad (3.58)$$

ou seja, em que temos a produção da partícula Z_c , pode ser calculada a partir da seguinte equação que é denominada como "equação de balanço"

$$g_a g_b |\vec{p}_{ab}|^2 \sigma_{ab \rightarrow cd}(s) = g_c g_d |\vec{p}_{cd}|^2 \sigma_{cd \rightarrow ab}(s). \quad (3.59)$$

3.2.2 Definição das Constantes

Os fatores de degenerescência utilizados neste trabalho são

$$g_{Z_c} = (2 \cdot 1 + 1)(2 \cdot 1 + 1) = 9, \quad (3.60)$$

$$g_\pi = (2 \cdot 1 + 1)(2 \cdot 0 + 1) = 3, \quad (3.61)$$

$$g_D = (2 \cdot \frac{1}{2} + 1)(2 \cdot 0 + 1) = 2, \quad (3.62)$$

$$g_{D^*} = (2 \cdot \frac{1}{2} + 1)(2 \cdot 1 + 1) = 6. \quad (3.63)$$

Os valores de I e S foram obtidos dos dados divulgados pelo PDG^4 [17], pois os números quânticos $I^G(J^{PC})$ ou $I^G(J^P)$ para as partículas envolvidas nos processos estudados neste trabalho são:

$$Z_c \rightarrow 1^+(1^{+-}), \quad (3.64)$$

⁴Do inglês "Particle Data Group".

$$\pi^\pm \rightarrow 1^-(0^-), \quad (3.65)$$

$$\pi^0 \rightarrow 1^-(0^{-+}), \quad (3.66)$$

$$D^\pm \rightarrow \frac{1}{2}(0^-), \quad (3.67)$$

$$D^0 \rightarrow \frac{1}{2}(0^-), \quad (3.68)$$

$$D^{*\pm} \rightarrow \frac{1}{2}(1^-), \quad (3.69)$$

$$D^{*0} \rightarrow \frac{1}{2}(1^-). \quad (3.70)$$

$$(3.71)$$

O valor numérico da constante de acoplamento $g_{Z_c DD^*}$ é $g_{Z_c DD^*} = (2.5 \pm 0.3) \text{ GeV}$ [28]. Sendo assim, temos que:

$$g_{Z_{c_1} DD^*} = (2.5 - 0.3) \text{ GeV}, \quad (3.72)$$

$$g_{Z_{c_2} DD^*} = (2.5 + 0.3) \text{ GeV}. \quad (3.73)$$

Para os vértices πDD^* e $\pi D^* D^*$ temos que [26, 88, 91, 95, 96]

$$g_{\pi DD^*} = 6.3,$$

$$g_{\pi D^* D^*} = 9.08 \text{ GeV}^{-1}. \quad (3.74)$$

Para as massas vamos utilizar valores médios considerando a simetria de isospin, sendo assim, a partir de valores extraídos do *PDG* [17] temos:

$$m_{Z_c} = 3.8871 \text{ GeV}, \quad (3.75)$$

$$m_\pi = 0.137275 \text{ GeV}, \quad (3.76)$$

$$m_D = 1.86724 \text{ GeV}, \quad (3.77)$$

$$m_{D^*} = 2.00856 \text{ GeV}. \quad (3.78)$$

Agora já temos em mãos quase todos os ingredientes para realizarmos os cálculos numéricos necessários para o nosso objetivo, entretanto um outro termo relevante ainda precisa ser citado, é o denominado "fator de forma". A teoria do fator de forma é aquela que trata da função de correlação de três pontos (ou quatro pontos) associada com um vértice genérico de três mésons, sendo eles, M_1, M_2 e M_3 , os fatores de forma utilizados aqui foram determinados por meio das regras da soma da QCD ($QCDSR$). Precisaremos então dos fatores de forma para cada vértice nos processos descritos pelos diagramas apresentados neste trabalho, ou seja, para os vértices $D\pi D^*$, $D^*\pi D^*$ [26,27] e $Z_c DD^*$ [28]. Para os dois primeiros, esses fatores de forma podem ser parametrizados como segue:

$$(I) g_{M_1 M_2 M_3} = \frac{A}{Q^2 + B} \quad (3.79)$$

e

$$(II) g_{M_1 M_2 M_3} = A e^{-(Q^2/B)}, \quad (3.80)$$

onde Q^2 é o quadrimomentum euclídeano. Os parâmetros A e B são dados na tabela abaixo.

$M_1 M_2 M_3$	Forma	A	B
$D\pi D^*$	I	126	11.9
$D^*\pi D^*$	II	4.8	6.8

Tabela 3.1: Parâmetros para o fator de forma nos vértices $M_1 M_2 M_3$

Fonte: [26,27]

O fator de forma que iremos utilizar para o vértice $Z_c DD^*$ será dado por

$$g_{Z_c DD^*}(Q^2) = g_{Z_c DD^*} e^{-g(Q^2 + m_D^2)} \quad (3.81)$$

com $g = 0.076 \text{ GeV}^{-2}$ e $Q^2 = -q^2$ [28].

3.3 Discussão dos Resultados

Nesta seção iremos discutir e apresentar os resultados encontrados para os valores das seções de choque no vácuo σ em função da energia do centro de massa \sqrt{s} envolvendo diferentes processos de produção e absorção da partícula $Z_c(3900)$. Estes são, especificamente, $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}$, $Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*$ e $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}^*$, assim como seus processos inversos.

Nossos resultados foram obtidos através do cálculo numérico, que foi executado utilizando o software Wolfram Mathematica por meio do pacote FeynCalc [97–99], sendo este último uma ferramenta desenvolvida especificamente para realizar cálculos algébricos em Teoria Quântica de Campos (TQC) e Física de Partículas. É importante lembrar que nosso objetivo aqui é prever e oferecer possíveis observáveis que possam contribuir para a compreensão da estrutura interna da Partícula $Z_c(3900)$, podendo ser comparados com resultados obtidos em experimentos futuros que envolvam colisões de íons pesados em altas energias. Inicialmente, iremos apresentar os resultados obtidos para os processos envolvendo os Z_c^+ , Z_c^- e Z_c^0 , que, em nosso caso, serão análogos, de tal forma que iremos apresentar os resultados obtidos sem a explicitação das cargas. Além disso, iremos apresentar os resultados para as seções de choque totais, para a soma de todas as seções de choque e, por fim, as médias térmicas.

3.3.1 Seções de Choque dos Processos Envolvendo os Z_c^+ , Z_c^- e Z_c^0

Nesta subseção iremos apresentar os resultados obtidos das magnitudes das seções de choques para os processos $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}$, $Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*$ e $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}^*$ envolvendo o Z_c^+ , Z_c^- e Z_c^0 , entretanto, trataremos um único caso, por exemplo, o caso em que o estado inicial é $|Z_c^+\pi\rangle$ sendo o $\pi \equiv (\pi^+, \pi^-, \pi^0)$. O faremos de forma generalizada, sem explicitar as cargas envolvidas, pois estamos trabalhando na base de isospin. Trataremos de apenas um caso, pois, os demais são análogos, dados que os valores das constantes de isospin utilizados no cálculo numérico das amplitudes são os mesmos para os casos envolvendo o Z_c^+ , Z_c^- e o Z_c^0 , ou seja, $\frac{1}{3}$ para os processos em que $I = 0$ e 1 para os casos em que $I = 1$, sendo I o isospin total do estado inicial. Além disso, estamos utilizando os mesmos valores para as constantes de acoplamento e o mesmo fator de forma em todos os casos, desta forma, os resultados aqui apresentados serão idênticos nos três casos.

Aqui optamos por utilizar para o vértice Z_cDD^* o fator de forma dado pela expressão

(3.81), que foi determinado por meio das regras da soma da QCD ($QCDSR$) [28]. Tal escolha nos remete ao tratamento da partícula $Z_c(3900)$ como um tetraquark, pois esse fator de forma foi determinado sob essa hipótese. Além disso, teremos uma incerteza nos resultados devido ao erro considerado nos valores das constantes de acoplamento em (3.72) [28], o que resultou em bandas de incertezas nos resultados obtidos. Segue abaixo a figura 3.4 que explicita os resultados encontrados para os processos de produção citados utilizando o fator de forma.

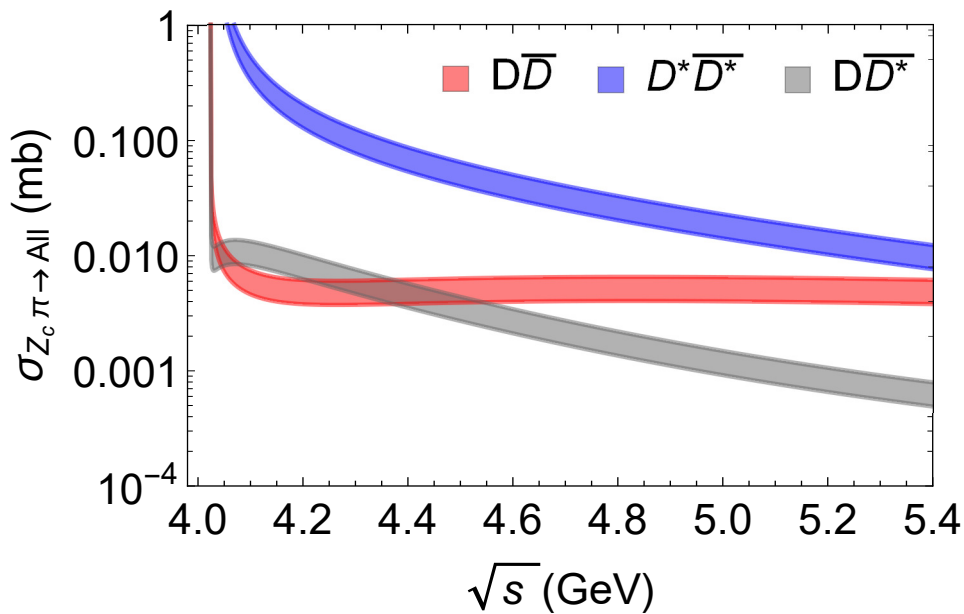


Figura 3.4: Seções de choque σ em função da energia do centro de massa \sqrt{s} para os processos $Z_c\pi \rightarrow D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$ envolvendo o Z_c^+ . Os casos envolvendo o Z_c^- e o Z_c^0 são idênticos.

Podemos observar na figura 3.4 que próximo ao limiar de energia, ou seja, para valores de $\sqrt{s} \approx 4.0$ GeV as seções de choque assumem magnitudes muito grandes que diminuem com o aumento da energia para valores de \sqrt{s} imediatamente acima do limiar, vale ressaltar que os processos de absorção do $Z_c(3900)$ estudados aqui são exotérmicos.

Outras informações podem ser extraídas desses resultados. Podemos observar que, nos casos estudados, que envolvem as seções de choque determinadas com a implementação do fator de forma, no intervalo $4.05 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 4.10 \text{ GeV}$, as magnitudes das seções de choque são aproximadamente iguais para os processos $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}^*$ e $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}$, essas curvas também coincidem no intervalo $4.20 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 4.55 \text{ GeV}$.

De modo geral, para valores de \sqrt{s} imediatamente maiores que 4.0 GeV, podemos afirmar que as magnitudes das seções de choque são aproximadamente iguais para os processos $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}^*$ e $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}$. Uma exceção acontece no processo $Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*$, que

apresenta magnitude maior em relação aos demais, sendo portanto o evento mais provável, onde, para valores de energia maiores que 4.15 GeV e menores que 4.6 GeV, apresenta uma magnitude da seção de choque de cerca de uma ordem de grandeza maior que as dos demais processos. Para valores maiores que 4.6 GeV o processo $Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*$ possui magnitude da seção de choque (σ) de aproximadamente uma ordem de grandeza maior que a magnitude de σ do processo $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}^*$ e de menos de uma ordem de grandeza em comparação com a magnitude de σ do processo $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}$. Para valores menores que 4.15 GeV e imediatamente maiores que 4.0 GeV, a diferença entre a magnitude da seção de choque do processo $Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*$ em relação as dos demais chega a ser de duas ordens de grandeza.

Dessa forma vemos que os maiores valores das magnitudes das seções de choque estão associados ao processo $Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*$, o que indica uma maior probabilidade de ocorrer a supressão do $Z_c(3900)$ neste processo que nos demais. Vale ressaltar que todas essas magnitudes diminuem com o aumento da energia para valores de $\sqrt{s} > 4.1$ GeV na figura 3.4, com exceção do processo $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}$, que tem um pequeno crescimento da magnitude de σ nesse intervalo. Vale ainda ressaltar que, para valores superiores a 5.3 GeV a diferença na magnitude do processo $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}^*$ para os demais é aproximadamente de uma ordem de grandeza. Os demais processos tendem à uma mesma magnitude da ordem de 10^{-2} mb.

Vamos agora dirigir o nosso olhar para os processos inversos, ou seja, para os casos em que temos a produção da partícula $Z_c(3900)$.

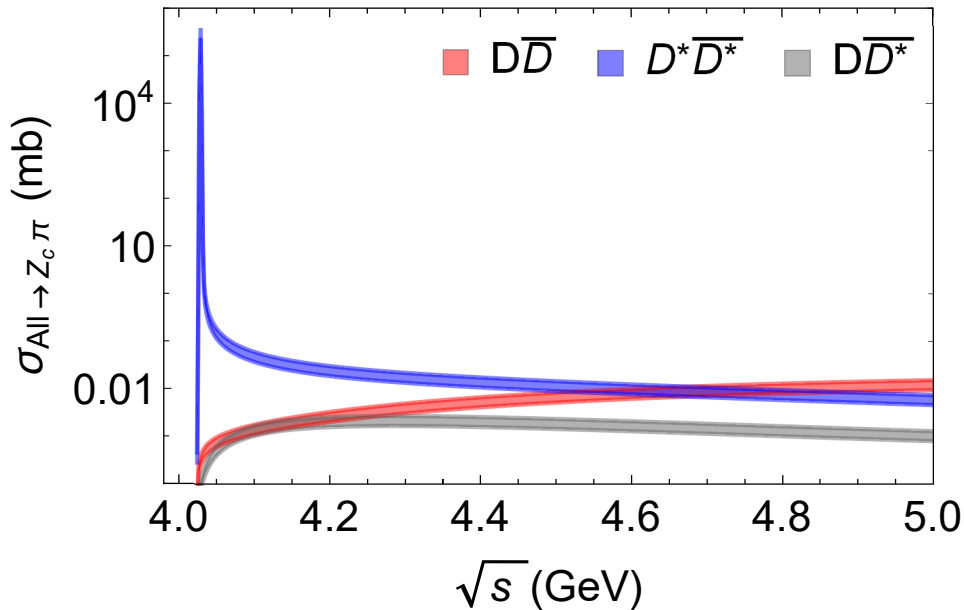


Figura 3.5: Seções de choque σ em função da energia do centro de massa \sqrt{s} para os processos $D^{(*)}\bar{D}^{(*)} \rightarrow Z_c\pi$ envolvendo o Z_c^+ . Os casos envolvendo o Z_c^- e o Z_c^0 são idênticos.

Para os casos exposto na figura 3.5, podemos observar que, próximo do limiar a magnitude das seções de choque tendem a ser muito pequenas, entretanto, é possível observar um pico nos valores da amplitude do processo $D^*\bar{D}^* \rightarrow Z_c\pi$. Esse pico se dá devido a pequena diferença de energia entre os estados iniciais e finais, esse pico é denominado de CUSP. Podemos observar que, nesses casos, para valores próximos ao limiar, temos uma maior probabilidade de produção do $Z_c(3900)$ nos processos do tipo $D^*\bar{D}^* \rightarrow Z_c\pi$. De modo geral, temos que esses processos são endotérmicos.

Analisando os resultados obtidos com a implementação do fator de forma via $QCDSR$, figura 3.5, podemos ainda observar que as magnitudes das seções de choque para os processos $D^*\bar{D}^* \rightarrow Z_c\pi$ e $D\bar{D} \rightarrow Z_c\pi$ coincidem no intervalo aproximado $4.5 \text{ GeV} < \sqrt{s} < 4.9 \text{ GeV}$. Além disso, imediatamente depois do limiar temos que as magnitudes das seções de choque dos processos $D\bar{D}^* \rightarrow Z_c\pi$ e $D\bar{D} \rightarrow Z_c\pi$ coincidem, e a diferença entre as magnitudes de σ destas últimas e a magnitude do processo $D^*\bar{D}^* \rightarrow Z_c\pi$ nesse intervalo é de três ordens de grandeza. Já para o intervalo $4.1 \text{ GeV} < \sqrt{s} < 4.2 \text{ GeV}$ essa diferença, entre a maior magnitude e a menor magnitude, é da ordem aproximada de 10^2 mb . Além disso, podemos afirmar que, a menor probabilidade de haver a produção do $Z_c(3900)$ ocorre no processo $D\bar{D}^* \rightarrow Z_c\pi$.

Se compararmos as figuras 3.4 e 3.5, podemos observar que as seções de choque de

produção, imediatamente acima do limiar, são menores que as de absorção, sendo essa diferença de aproximadamente uma ordem de grandeza como apresentado na tabela 3.2.

Tabela 3.2: Ordens de grandeza das magnitudes das seções de choque dos processos $Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*$ e dos respectivos processos inversos próximo ao limiar de energia (“*threshold*”) obtidas em função de \sqrt{s} .

Processos	Ordem de grandeza de σ (mb)
$Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}$	10^{-2}
$Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*$	10^0
$Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}^*$	10^{-2}
$D\bar{D} \rightarrow Z_c\pi$	10^{-3}
$D^*\bar{D}^* \rightarrow Z_c\pi$	10^{-1}
$D\bar{D}^* \rightarrow Z_c\pi$	10^{-3}

3.3.2 Seções de Choque Totais

Além desses observáveis, obtivemos as seções de choque totais, ou seja, aquelas que envolvem todos os processos, carregados e neutro, resultando no $Z_c\pi$ e vice-versa. Neste caso utilizamos as constantes de isospin dadas por $\sum_i \sigma_i = K \sum_{I=1,0} (2I+1) |M_{(I)}|^2$, sendo 1 para $I=0$ e 3 para $I=1$. Esses valores foram implementados no cálculo numérico com o objetivo de determinar as amplitudes que, por sua vez, foram utilizadas como “*input*” na determinação das seções de choque totais.

Podemos observar na figura 3.6 que as curvas descrevem um comportamento similar ao apresentado na figura 3.4, entretanto apresentam diferenças nas magnitudes, sendo que, as curvas na figura 3.6 possuem maior magnitude σ que as curvas apresentadas na figura 3.4.

Observando as tabelas 3.2 e 3.3 podemos constatar que, no limiar de energia, as magnitudes das seções de choque dos processos $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}$ e $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}^*$ estão na mesma ordem de grandeza, apesar de serem maiores na figura 3.6 que na figura 3.4, enquanto que, para o processo $Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*$ temos a diferença de uma ordem de grandeza, sendo da ordem de 10^0 mb na figura 3.4 e de 10^1 mb na figura 3.6. Temos ainda que, a magnitude da seção de choque total do processo $Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*$ é aproximadamente três ordens de grandeza maior que a das seções de choque totais dos demais processos de supressão do $Z_c(3900)$.

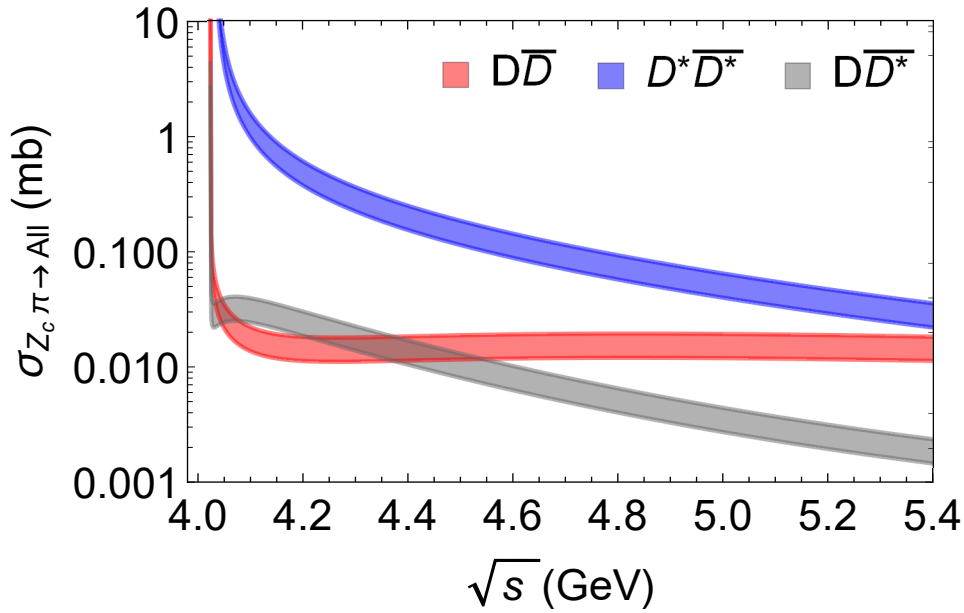


Figura 3.6: Seções de choque totais σ em função da energia do centro de massa \sqrt{s} para os processos $Z_c\pi \rightarrow All$.

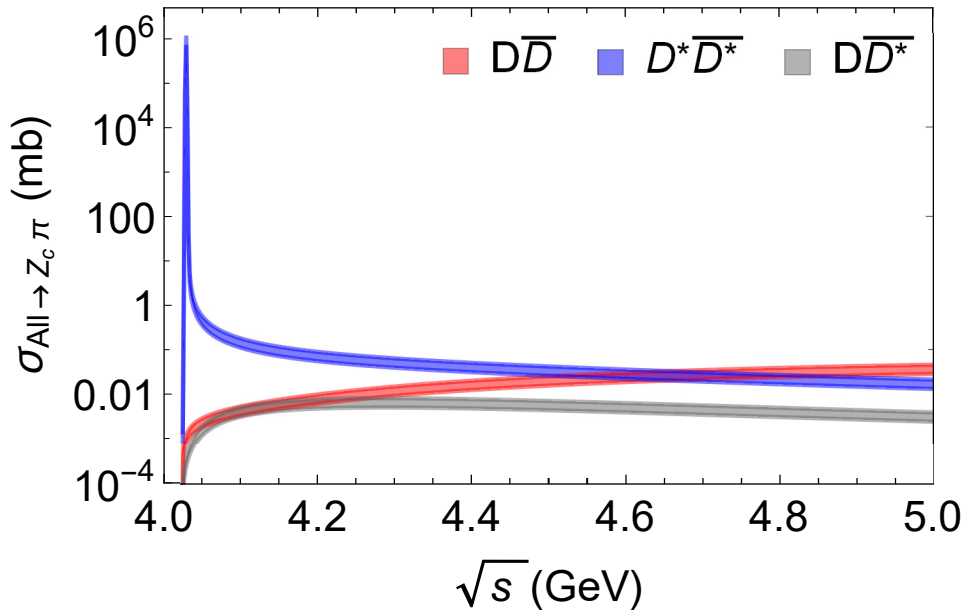


Figura 3.7: Seções de choque totais σ em função da energia do centro de massa \sqrt{s} para os processos $All \rightarrow Z_c\pi$.

No caso dos processos inverso, figura 3.7, temos as ordens de grandeza das magnitudes de σ em função de \sqrt{s} próximo ao limiar de energia dadas na tabela 3.3. Também neste caso temos que, as magnitudes das seções de choque totais para os processo aqui analisados são maiores que as apresentadas na figura 3.5. Vemos também que, apesar das

diferenças de magnitudes, o comportamento das curvas são similares.

Além disso, comparando os resultados nas tabelas 3.2 e 3.3, a ordem de grandeza de σ é a mesma para os processos $D\bar{D} \rightarrow Z_c\pi$ e $D\bar{D}^* \rightarrow Z_c\pi$ e difere de uma ordem para o processo do tipo $D^*\bar{D}^* \rightarrow Z_c\pi$. Ainda podemos observar que, como nos casos anteriores, as magnitudes das seções de choque próximas do limiar de energia é maior para os processos de supressão que os de produção. E ainda, a magnitude da seção de choque total do processo $D^*\bar{D}^* \rightarrow Z_c\pi$ é três ordens de grandeza maior que a das seções de choque totais dos demais processos de produção do $Z_c(3900)$.

Tabela 3.3: Ordens de grandeza das magnitudes das seções de choque totais com fator de forma dos processos $Z_c\pi \rightarrow All$ e dos processos inversos próximo ao limiar de energia (“*threshold*”) obtidas em função de \sqrt{s} .

Processos	Ordem de grandeza de $\sigma(\text{mb})$
$Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}$	10^{-2}
$Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*$	10^1
$Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}^*$	10^{-2}
$D\bar{D} \rightarrow Z_c\pi$	10^{-3}
$D^*\bar{D}^* \rightarrow Z_c\pi$	10^0
$D\bar{D}^* \rightarrow Z_c\pi$	10^{-3}

3.3.3 Soma de Todas as Seções de Choque

Outro resultado que confirma os dados apresentados nas seções anteriores são as curvas descritas pela soma de todas as seções de choque⁵, ou seja, $\sigma(Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}) + \sigma(Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*) + \sigma(Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}^*)$, assim como os processo inversos, como pode ser observado nas figuras 3.8 e 3.9.

⁵Apenas para a soma de todas as seções de choque estamos utilizando na legenda do gráfico $All = D\bar{D} + D^*\bar{D}^* + D\bar{D}^*$. Nos plots das demais seções All representa cada processo individualmente ($D\bar{D}$, $D^*\bar{D}^*$, $D\bar{D}^*$).

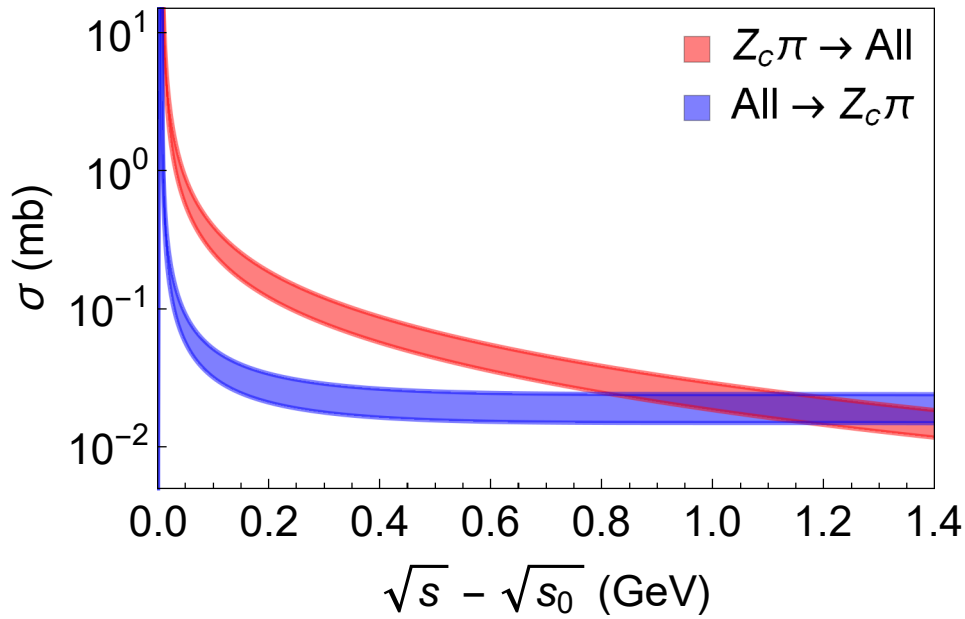


Figura 3.8: Soma de todas as seções de choque σ para os processos envolvendo o estado Z_c^+ em função da energia do centro de massa \sqrt{s} acima da energia limiar $\sqrt{s_0}$ de cada processo. Os casos envolvendo o Z_c^- e o Z_c^0 são idênticos.

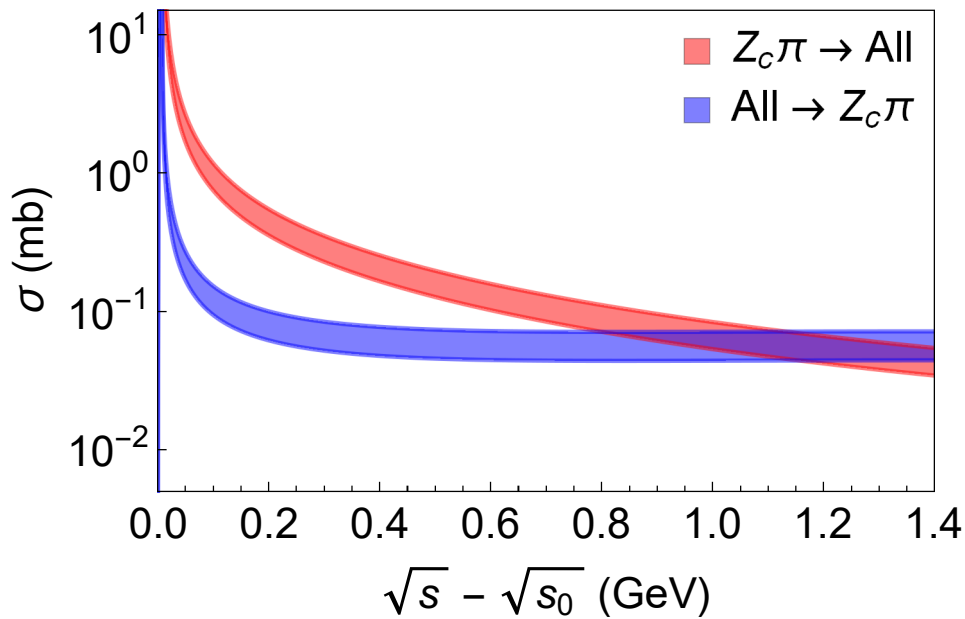


Figura 3.9: Soma de todas as seções de choque totais σ em função da energia do centro de massa \sqrt{s} acima da energia limiar $\sqrt{s_0}$ de cada processo.

Em ambos os casos podemos constatar que a curva que descreve a supressão do $Z_c(3900)$ é maior, para valores de $\sqrt{s} - \sqrt{s_0}$ menores que 0.8 GeV, que a curva referente à produção do $Z_c(3900)$, estando, portanto, de acordo com o resultados relatados

nas sessões anteriores.

3.3.4 Médias Térmicas

Em todos os casos tratados até aqui estamos considerando modelos mais simples no qual não é levado em conta a influência do meio na determinação das seções de choque. Entretanto, investigar a maneira como o meio interfere nesses processos é uma questão relevante na compreensão da fenomenologia das interações da partícula $Z_c(3900)$ em um meio hadrônico.

Queremos aqui compreender as interações da partícula $Z_c(3900)$ em um meio hadrônico advindo da colisão de íons pesados. Especificamente, direcionamos nosso olhar para a interação desta partícula com um méson leve, nesse caso, o pión (π), e a partir disso analisamos a produção e a supressão do $Z_c(3900)$.

Para tratar desta questão foram calculadas as médias térmicas dos diferentes processos. Vale ressaltar que todas as reações estudadas neste trabalho acontecem em um gás de hádrons à temperatura finita, desta forma, uma quantidade relevante a ser determinada são as médias térmicas das seções de choque que, para uma reação do tipo $ab \rightarrow cd$, a média térmica $\langle \sigma_{ab \rightarrow cd} v_{ab} \rangle$ é dada por

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{ab \rightarrow cd} v_{ab} \rangle &= \frac{\int d^3 \mathbf{p}_a d^3 \mathbf{p}_b f_a(\mathbf{p}_a) f_b(\mathbf{p}_b) \sigma_{ab \rightarrow cd} v_{ab}}{\int d^3 \mathbf{p}_a d^3 \mathbf{p}_b f_a(\mathbf{p}_a) f_b(\mathbf{p}_b)} \\ &= \frac{1}{4\alpha_a^2 K_2(\alpha_a) \alpha_b^2 K_2(\alpha_b)} \int_{z_0}^{\infty} dz K_1(z) \times \\ &\quad \times \sigma(s = z^2 T^2) [z^2 - (\alpha_a + \alpha_b)^2] [z^2 - (\alpha_a - \alpha_b)^2], \end{aligned} \quad (3.82)$$

onde v_{ab} representa a velocidade inicial das duas partículas interagentes, a e b ; $\sigma_{ab \rightarrow cd}$ é a seção de choque das diferentes reações analisadas; $f_i(\mathbf{p}_i)$ é a função de Bose-Einstein, que depende da temperatura T ; temos também que $\alpha_i = \frac{m_i}{T}$, $z_0 = \max(\alpha_a + \alpha_b, \alpha_c + \alpha_d)$ e K_1 e K_2 são as funções de Bessel modificadas [22, 87, 100].

As figuras 3.10 e 3.11 dizem respeito aos processos aqui tratados para cada caso, Z_c^\pm e Z_c^0 , porém tomamos apenas um dos casos sem explicitar as suas cargas pois os demais casos são idênticos. Já as figuras 3.12 e 3.13 dizem respeito às médias térmicas das seções

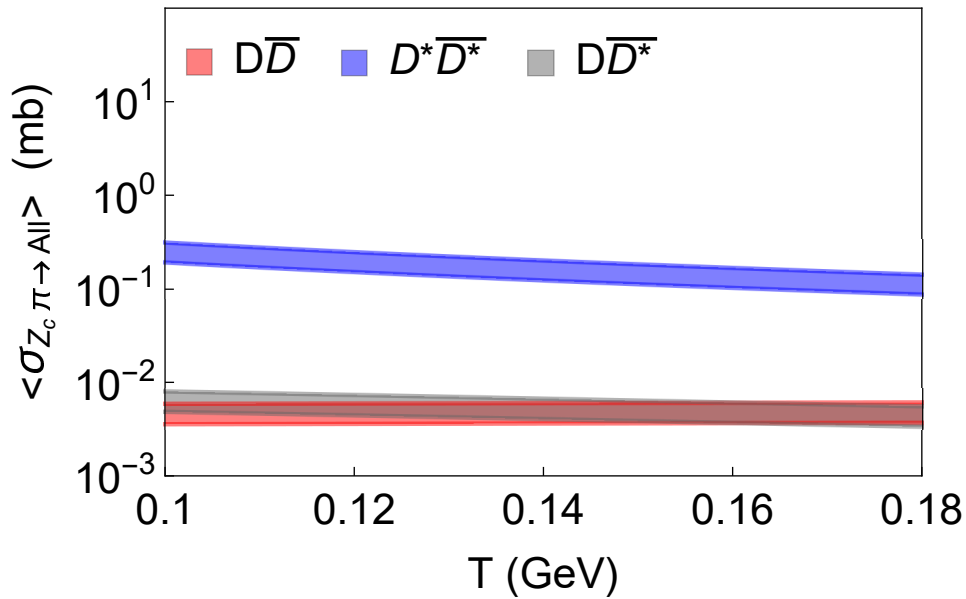


Figura 3.10: Médias térmicas em função da temperatura (T) para os processos do tipo $Z_c\pi \rightarrow D^{(*)}\bar{D}^{(*)}$ com o Z_c^+ . Para os demais casos (Z_c^- e Z_c^0) os resultados são idênticos.

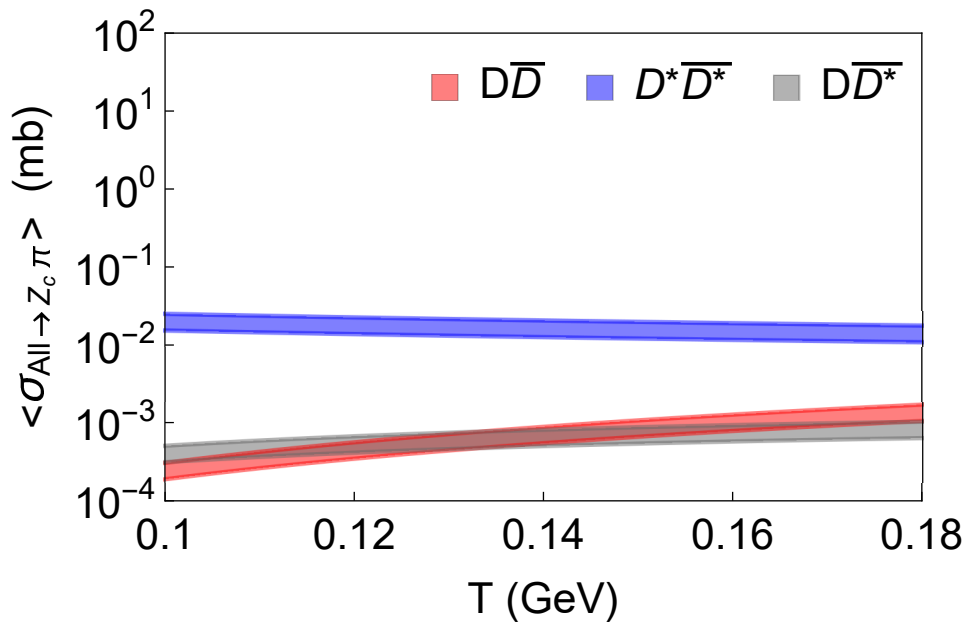


Figura 3.11: Médias térmicas em função da temperatura (T) para os processos do tipo $D^{(*)}\bar{D}^{(*)} \rightarrow Z_c\pi$ com o Z_c^+ . Para os demais casos (Z_c^- e Z_c^0) os resultados são idênticos.

de choque totais. Tanto no primeiro caso quanto no segundo, podemos observar a partir desses dados que os processos de supressão do $Z_c(3900)$ possuem magnitudes maiores que os processos de produção, sendo essa diferença de mais ou menos uma ordem de grandeza para $T \approx 0.1$ GeV.

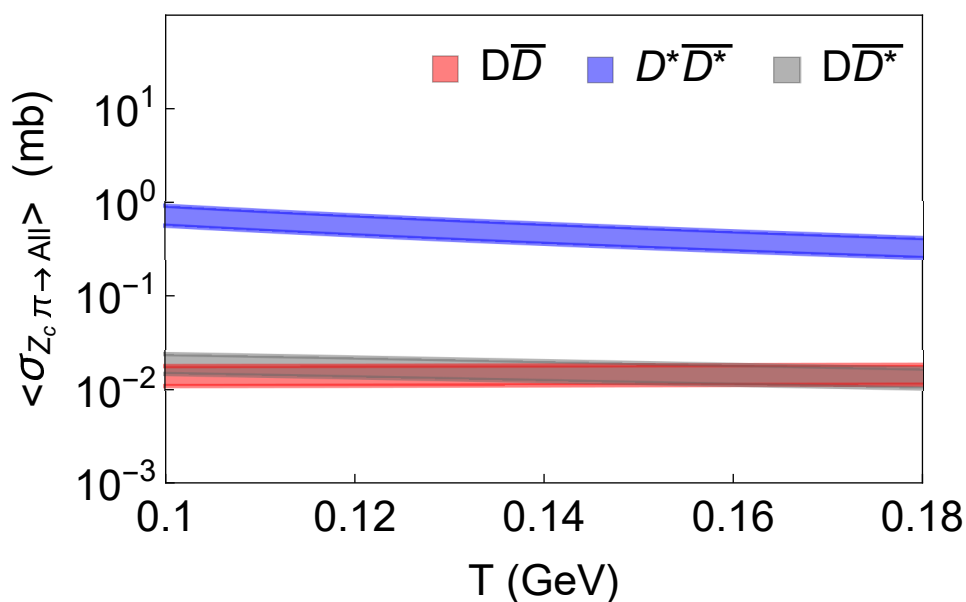


Figura 3.12: Médias térmicas das seções de choque totais em função da temperatura para os processos $Z_c \pi \rightarrow D^{(*)} \bar{D}^{(*)}$.

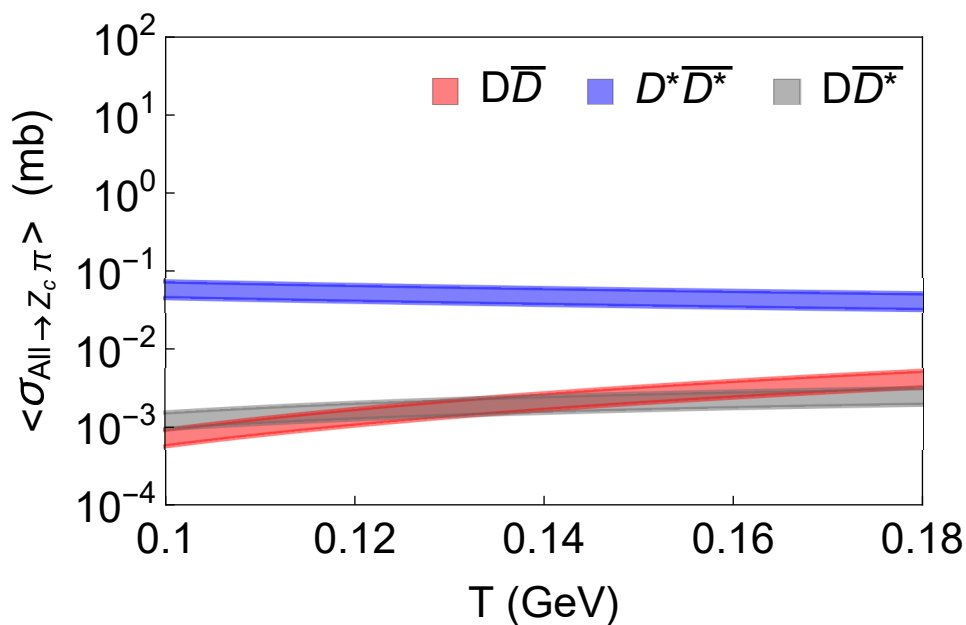


Figura 3.13: Seções de choque totais em função da temperatura para os processos $D^{(*)} \bar{D}^{(*)} \rightarrow Z_c \pi$.

Nas figuras 3.10 e 3.11 podemos inferir que, nos processos de supressão e produção, as médias térmicas das seções de choque que possuem maior magnitude em função da temperatura são $\langle \sigma_{Z_c \pi \rightarrow D^* \bar{D}^*} \rangle$ e $\langle \sigma_{D^* \bar{D}^* \rightarrow Z_c \pi} \rangle$. A diferença de magnitude de $\langle \sigma_{Z_c \pi \rightarrow D^* \bar{D}^*} \rangle$ em relação às magnitudes das médias térmicas das demais reações na supressão do Z_c (3900)

é de cerca de duas ordens de grandeza próximo de $T = 0.1$ GeV. O mesmo ocorre quanto às magnitudes dos processos de produção em comparação com $\langle \sigma_{D^* \bar{D}^* \rightarrow Z_c \pi} \rangle$, entretanto, essas diferenças tendem a diminuir com o aumento de T . Em ambos os casos as magnitudes das médias térmicas das seções de choque $\langle \sigma_{Z_c \pi \rightarrow D^* \bar{D}^*} \rangle$ e $\langle \sigma_{D^* \bar{D}^* \rightarrow Z_c \pi} \rangle$ se mantêm mais ou menos constantes, os resultados também sugerem que as variações são pequenas para os demais canais. Percebemos também que os canais $Z_c \pi \rightarrow D \bar{D}$, $\bar{D}^* D$ possuem médias térmicas das seções de choque com magnitudes similares.

No caso das médias térmicas das seções de choque totais, as mesmas considerações podem ser feitas para as curvas plotadas nas figuras 3.12 e 3.13, com exceção das magnitudes das médias térmicas das seções de choque que, neste caso, são maiores que as das curvas expostas nas figuras 3.10 e 3.11, sendo esta diferença de mais ou menos uma ordem de grandeza.

Capítulo 4

Conclusão

Nosso objetivo nesta dissertação foi investigar as interações da partícula $Z_c(3900)$ com mésons leves em um meio hadrônico nas colisões de íons pesados, escolhendo os mésons π devido à sua abundância nesse meio. Determinamos as seções de choque no vácuo σ em função da energia do centro de massa \sqrt{s} para cada processo, considerando tanto a produção quanto a supressão das partículas Z_c^\pm e Z_c^0 . Aqui expomos apenas um dos casos, pois os demais nos forneceram resultados idênticos. Também determinamos as seções de choque totais, a soma de todas as seções de choque e as médias térmicas das seções de choque, esses foram os nossos observáveis de interesse.

Para isso, analisamos as diferentes reações possíveis, sendo elas, $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}, D^*\bar{D}^*, D\bar{D}^*$ assim como os respectivos processos inversos. Construímos os diagramas de Born em ordem mais baixa, em seguida, determinamos as amplitudes de espalhamento usando as Lagrangianas efetivas correspondentes para cada canal, que, por conseguinte, foram utilizadas na determinação das seções de choque dos diferentes processos.

Além disso, utilizamos os fatores de forma e as constantes de acoplamento obtidos por meio das regras da soma da QCD ($QCDSR$) disponíveis na literatura, o que nos permitiu a interpretação da constituição da partícula $Z_c(3900)$ como um tetraquark. Com isso obtivemos resultados relevantes.

Destacando os resultados mais significativos obtidos nesta dissertação, podemos afirmar que, em um meio hadrônico, próximo ao limiar de energia, há maior probabilidade de haver a supressão da partícula $Z_c(3900)$ que a sua produção, se considerarmos as interações com os mésons π (π). Em resumo, as magnitudes das seções de choque dos processos de supressão do $Z_c(3900)$ são maiores que as dos processos de produção. Ainda,

podemos afirmar que o processo mais provável de ocorrer é o $Z_c\pi \rightarrow D^*\bar{D}^*$, pois a sua seção de choque apresenta a maior magnitude próximo ao limiar de energia, tanto no processo de supressão quanto no de produção. Já as magnitudes das seções de choque dos demais processos aqui analisados são similares nesse intervalo. Por fim, temos também que os processos de produção são endotérmicos e os de supressão são exotérmicos. Todos os casos aqui analisados sugerem essas conclusões.

Algumas limitações deste trabalho fazem referência ao fato de termos utilizado os mesmos fatores de forma e constantes de acoplamento para estados iniciais ou finais envolvendo o $Z_c(3900)$ carregado e neutro, dado que, o fator de forma aqui utilizado foi determinado levando em consideração o Z_c^+ por meio das *QCDSR*. Não foram encontrados na literatura esses dados para os demais casos.

Como perspectivas futuras, pretendemos ampliar nossas discussões, estendendo nossa análise para outras interações possíveis. Por exemplo, pretendemos explorar as interações do $Z_c(3900)$ com outros mésons, como ρ , η , entre outros. Além disso, planejamos investigar a evolução da multiplicidade do $Z_c(3900)$ em colisões de íons pesados. Pretendemos com isso obter uma compreensão mais abrangente do fenômeno estudado.

Referências Bibliográficas

- [1] N. Brambilla, S. Eidelman, C. Hanhart, A. Nefediev, C.-P. Shen, C. E. Thomas, A. Vairo, and C.-Z. Yuan, “The XYZ states: experimental and theoretical status and perspectives,” *arXiv preprint arXiv:1907.07583*, 2019.
- [2] A. L. L. F. Vasconcellos, “A produção térmica da partícula X(3872),” Master’s thesis, Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, 2013.
- [3] S.-K. Choi, S. L. Olsen, K. Abe, *et al.*, “Observation of a narrow charmoniumlike state in exclusive $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^- J/\psi$ decays,” *Physical Review Letters*, vol. 91, dec 2003.
- [4] H.-X. Chen, W. Chen, X. Liu, and S.-L. Zhu, “The hidden-charm pentaquark and tetraquark states,” *Physics Reports*, vol. 639, pp. 1–121, 2016.
- [5] D. Acosta, T. Affolder, M. Ahn, T. Akimoto, M. Albrow, D. Ambrose, S. Amerio, D. Amidei, A. Anastassov, K. Anikeev, *et al.*, “Observation of the Narrow State $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$ in $\bar{p}p$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV,” *arXiv preprint hep-ex/0312021*, 2003.
- [6] V. Abazov, B. Abbott, M. Abolins, B. Acharya, D. Adams, M. Adams, T. Adams, M. Agelou, J.-L. Agram, S. Ahmed, *et al.*, “Observation and Properties of the $X(3872)$ Decaying to $J/\psi \pi^+ \pi^-$ in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV,” *Physical Review Letters*, vol. 93, no. 16, p. 162002, 2004.
- [7] B. Aubert, R. Barate, D. Boutigny, F. Couderc, J.-M. Gaillard, A. Hicheur, Y. Karyotakis, J. Lees, V. Tisserand, A. Zghiche, *et al.*, “Study of the $B^- \rightarrow J/\psi K^- \pi^+ \pi^-$ decay and measurement of the $B^- \rightarrow X(3872)K^-$ branching fraction,” *Physical Review D*, vol. 71, no. 7, p. 071103, 2005.
- [8] X.-Y. Wang, G. Li, C.-S. An, and J.-J. Xie, “Radiative decays of the neutral $Z_c(3900)$ and $Z_c(4020)$,” *Physical Review D*, vol. 106, no. 7, p. 074026, 2022.

- [9] Y.-R. Liu, H.-X. Chen, W. Chen, X. Liu, and S.-L. Zhu, “Pentaquark and Tetraquark states,” *Prog. Part. Nucl. Phys.*, vol. 107, pp. 237–320, 2019.
- [10] H.-X. Chen, W. Chen, Y.-R. Liu, S.-L. Zhu, *et al.*, “An updated review of the new hadron states,” *Reports on Progress in Physics*, 2022.
- [11] M. Ablikim, M. Achasov, X. Ai, O. Albayrak, D. Ambrose, F. An, Q. An, J. Bai, R. B. Ferroli, Y. Ban, *et al.*, “Observation of a charged charmoniumlike structure in $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ at $\sqrt{s} = 4.26$ gev,” *Physical Review Letters*, vol. 110, no. 25, p. 252001, 2013.
- [12] Z. Liu, C. Shen, C. Yuan, I. Adachi, H. Aihara, D. M. Asner, V. Aulchenko, T. Aushev, T. Aziz, A. Bakich, *et al.*, “Study of $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ and Observation of a Charged Charmoniumlike State at Belle,” *Physical Review Letters*, vol. 110, no. 25, p. 252002, 2013.
- [13] D.-Y. Chen and Y.-B. Dong, “Radiative decays of the neutral $Z_c(3900)$,” *Physical Review D*, no. 93, p. 014003, 2016.
- [14] T. Xiao, S. Dobbs, A. Tomaradze, and K. K. Seth, “Observation of the Charged Hadron $Z_c^\pm(3900)$ and Evidence for the Neutral $Z_c^0(3900)$ in $e^+e^- \rightarrow \pi\pi J/\psi$ at $\sqrt{s} = 4170$ MeV,” *arXiv preprint arXiv:1304.3036*, 2013.
- [15] M. Ablikim *et al.*, “Observation of $Z_c(3900)^0$ in $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0 J/\psi$,” *Physical Review Letters*, vol. 115, no. 11, p. 112003, 2015.
- [16] M. Ablikim, M. Achasov, X. Ai, O. Albayrak, M. Albrecht, D. Ambrose, A. Amoroso, F. An, Q. An, J. Bai, *et al.*, “Observation of a Neutral Structure near the $D\bar{D}^*$ Mass Threshold in $e^+e^- \rightarrow (D\bar{D}^*)^0\pi^0$ at $\sqrt{s} = 4.226$ and 4.257 GeV,” *Physical Review Letters*, vol. 115, no. 22, p. 222002, 2015.
- [17] R. L. Workman *et al.*, “Review of Particle Physics,” *PTEP*, vol. 2022, p. 083C01, 2022.
- [18] M. Ablikim, M. Achasov, X. Ai, O. Albayrak, M. Albrecht, D. Ambrose, A. Amoroso, F. An, Q. An, J. Bai, *et al.*, “Determination of the Spin and Parity of the $Z_c(3900)$,” *Physical Review Letters*, vol. 119, no. 7, p. 072001, 2017.
- [19] F.-K. Guo, C. Hidalgo-Duque, J. Nieves, and M. Pavón Valderrama, “Consequences of heavy-quark symmetries for hadronic molecules,” *Phys. Rev. D*, vol. 88, p. 054007, Sep 2013.

- [20] E. S. Swanson, “ Z_b and Z_c exotic states as coupled channel cusps,” *Phys. Rev. D*, vol. 91, p. 034009, Feb 2015.
- [21] H. P. L. Vieira, “A interação do bottomonium Υ com um meio hadrônico,” Master’s thesis, UFBA, Salvador, 2019.
- [22] L. M. Abreu, H. P. L. Vieira, and F. S. Navarra, “Multiplicity of the doubly charmed state T_{cc}^+ in heavy-ion collisions,” *Phys. Rev. D*, vol. 105, no. 11, p. 116029, 2022.
- [23] L. Abreu, E. Cavalcanti, and A. Malbouisson, “Impact of unitarization on the J/ψ -light meson cross section,” *Nuclear Physics A*, vol. 978, pp. 107–122, 2018.
- [24] L. M. Abreu, “Exotic hadrons in heavy ion collisions,” *arXiv preprint arXiv:2201.07273*, 2022.
- [25] S. Cho *et al.*, “Exotic hadrons from heavy ion collisions,” *Progress in Particle and Nuclear Physics*, vol. 95, pp. 279–322, 2017.
- [26] L. M. Abreu, F. S. Navarra, M. Nielsen, and H. Vieira, “Interactions of the doubly charmed state T_{cc}^+ with a hadronic medium,” *The European Physical Journal C*, vol. 82, no. 4, pp. 1–10, 2022.
- [27] M. Bracco, M. Chiapparini, F. Navarra, and M. Nielsen, “Charm couplings and form factors in QCD sum rules,” *Progress in Particle and Nuclear Physics*, vol. 67, no. 4, pp. 1019–1052, 2012.
- [28] J. M. Dias, F. Navarra, M. Nielsen, and C. Zanetti, “ $Z_c^+(3900)$ decay width in QCD sum rules,” *Physical Review D*, vol. 88, no. 1, p. 016004, 2013.
- [29] L. M. Abreu, R. O. Magalhães, F. S. Navarra, M. Nielsen, and H. Vieira, “Interactions of exotic states in a hadronic medium: the case of $Z_c(3900)$,” 2023. Artigo em preparação.
- [30] L. A. Pinheiro, S. S. C. da Costa, and M. A. Moreira, “Do átomo grego ao Modelo Padrão: os indivisíveis de hoje,” *Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS*, 2011.
- [31] L. O. Q. Peduzzi, “Evolução dos conceitos da Física. Força e movimento: de Tales a Galileu,” *Florianópolis: Departamento de Física: Universidade Federal de Santa Catarina*, 2008.
- [32] B. R. Martin and G. Shaw, *Particle Physics*. United Kingdom: Wiley, 3 ed., 2008.

- [33] D. Griffiths, *Introduction to elementary particles*. John Wiley & Sons, 2020.
- [34] A. G. Favero, “Espectroscopia hadrônica via qcd no gauge de coulomb,” Master’s thesis, UFBA, Salvador, 2019.
- [35] J. J. M. Pimenta, L. F. B. Belussi, É. R. T. Natti, and P. L. Natti, “O bóson de Higgs,” *Revista Brasileira de Ensino de Física*, vol. 35, 2013.
- [36] R. Rosenfeld, “Os 10 anos da detecção do bóson de Higgs: Passado, Presente e Futuro,” *Revista Brasileira de Ensino de Física*, vol. 44, 2022.
- [37] J. E. Dodd and B. Gripiaios, *The ideas of particle physics*. Cambridge University Press, 2020.
- [38] P. W. Higgs, “Broken symmetries and the masses of gauge bosons,” *Physical Review Letters*, vol. 13, no. 16, pp. 508–509, 1964.
- [39] P. Higgs, “Broken symmetries, massless particles and gauge fields,” *Physics Letters*, vol. 12, no. 2, pp. 132–133, 1964.
- [40] G. Aad *et al.*, “Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC,” *Physics Letters B*, vol. 716, no. 1, pp. 1–29, 2012.
- [41] S. Chatrchyan *et al.*, “Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC,” *Physics Letters B*, vol. 716, no. 1, pp. 30–61, 2012.
- [42] “Standard model of elementary particles.” <https://pt.dreamstime.com/fotografia-de-stock-royalty-free-modelo-padr%C3%A3o-de-part%C3%ADculas-elementares-image36590417>. [Online; accessed 30-August-2022].
- [43] M. Thomson, *Modern particle physics*. Cambridge University Press, 2013.
- [44] M. A. Moreira, “O Modelo Padrão da Física de Partículas,” *Revista Brasileira de Ensino de Física*, vol. 31, p. 1306.1–1306.11, Apr 2009.
- [45] A. L. L. F. Vasconcellos, *Estudo dos Estados Exóticos no setor de Bottomonium via Teorias de Campos Efetivas*. Tese de doutorado em física, Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, 2017.
- [46] R. N. Faustov and V. O. Galkin, “Heavy baryon spectroscopy in the relativistic quark model,” *Particles*, vol. 3, no. 1, pp. 234–244, 2020.

- [47] W. Roberts and M. Pervin, “Heavy baryons in a quark model,” *Int. J. Mod. Phys. A*, vol. 23, pp. 2817–2860, 2008.
- [48] N. Isgur and M. B. Wise, “Spectroscopy with heavy quark symmetry,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 66, pp. 1130–1133, 1991.
- [49] C. O. d. Silva and P. L. Natti, “Modelo de quarks e sistemas multiquarks,” *Revista Brasileira de Ensino de Física*, vol. 29, no. Rev. Bras. Ensino Fís., 2007 29(2), 2007.
- [50] V. Crede and W. Roberts, “Progress towards understanding baryon resonances,” *Reports on Progress in Physics*, vol. 76, p. 076301, jun 2013.
- [51] D. J. Griffiths, *Mecânica quântica*. Pearson Prentice Hall, 2011.
- [52] S. Weinberg, *The quantum theory of fields*, vol. 2. Cambridge university press, 1995.
- [53] L. H. Ryder, *Quantum field theory*. Cambridge university press, 1996.
- [54] A. Kvinikhidze and B. Blankleider, “Unified tetraquark equations,” *arXiv preprint arXiv:2302.11542*, 2023.
- [55] Q. Wang, C. Hanhart, and Q. Zhao, “Systematic study of the singularity mechanism in heavy quarkonium decays,” *Physics Letters B*, vol. 725, no. 1-3, pp. 106–110, 2013.
- [56] M. Ablikim, M. Achasov, O. Albayrak, D. Ambrose, F. An, Q. An, J. Bai, R. B. Ferroli, Y. Ban, J. Becker, *et al.*, “Observation of a Charged $(D\bar{D}^*)^\pm$ Mass Peak in $e^+e^- \rightarrow \pi D\bar{D}^*$ at $\sqrt{s} = 4.26$ GeV ,” *Physical Review Letters*, vol. 112, no. 2, p. 022001, 2014.
- [57] L. Maiani, V. Riquer, R. Faccini, F. Piccinini, A. Pilloni, and A. Polosa, “A $J^{PG} = 1^{++}$ Charged Resonance in the $Y(4260) \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ Decay?,” *Physical Review D*, vol. 87, no. 11, p. 111102, 2013.
- [58] “Have we really found a tetraquark?,” <https://www.ellipsix.net/blog/2013/07/have-we-really-found-a-tetraquark.html>, 213. [Online; accessed 25-January-2023].

- [59] M. Ablikim *et al.*, “Observation of a Charged Charmoniumlike Structure $Z_c(4020)$ and Search for the $Z_c(3900)$ in $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-h_c$,” *Physical Review Letters*, vol. 111, no. 24, p. 242001, 2013.
- [60] “COMPASS Experiment - CERN.” <http://wwwcompass.cern.ch/>. Accessed: 29-May-2023.
- [61] A. Austregesilo, “The COMPASS Hadron Spectroscopy Programme,” *arXiv preprint arXiv:1207.0952*, 2012.
- [62] C. Adolph *et al.*, “Search for exclusive photoproduction of $Z_c^\pm(3900)$ at COMPASS,” *Physics Letters B*, vol. 742, pp. 330–334, 2015.
- [63] Z.-F. Sun, J. He, X. Liu, Z.-G. Luo, and S.-L. Zhu, “ $Z_b(10610)^\pm$ and $Z_b(10650)^\pm$ as the $B^*\bar{B}$ and $B^*\bar{B}^*$ molecular states,” *Physical Review D*, vol. 84, no. 5, p. 054002, 2011.
- [64] Z.-F. Sun, Z.-G. Luo, J. He, X. Liu, and S.-L. Zhu, “A note on the $B^*\bar{B}, B^*\bar{B}^*, D^*\bar{D}, D^*\bar{D}^*$ molecular states,” *Chinese Physics C*, vol. 36, no. 3, p. 194, 2012.
- [65] F. Aceti, M. Bayar, E. Oset, A. M. Torres, K. Khemchandani, J. M. Dias, F. S. Navarra, and M. Nielsen, “Prediction of an $I = 1 D\bar{D}^*$ state and relationship to the claimed $Z_c(3900), Z_c(3885)$,” *Physical Review D*, vol. 90, no. 1, p. 016003, 2014.
- [66] Z.-G. Wang and T. Huang, “Possible assignments of the $X(3872)$, $Z_c(3900)$, and $Z_b(10610)$ as axial-vector molecular states,” *The European Physical Journal C*, vol. 74, pp. 1–14, 2014.
- [67] W. Chen, T. Steele, H.-X. Chen, and S.-L. Zhu, “Mass spectra of Z_c and Z_b exotic states as hadron molecules,” *Physical Review D*, vol. 92, no. 5, p. 054002, 2015.
- [68] E. Wilbring, H.-W. Hammer, and U.-G. Meißner, “Electromagnetic structure of the $Z_c(3900)$,” *Physics Letters B*, vol. 726, no. 1-3, pp. 326–329, 2013.
- [69] Y. Dong, A. Faessler, T. Gutsche, and V. E. Lyubovitskij, “Strong decays of molecular states Z_c^+ and $Z_c^{+'}$,” *Physical Review D*, vol. 88, no. 1, p. 014030, 2013.
- [70] Y. Dong, A. Faessler, T. Gutsche, and V. E. Lyubovitskij, “Selected strong decay modes of $Y(4260)$,” *Physical Review D*, vol. 89, no. 3, p. 034018, 2014.

- [71] G. Li, X. H. Liu, and Z. Zhou, “More hidden heavy quarkonium molecules and their discovery decay modes,” *Physical Review D*, vol. 90, no. 5, p. 054006, 2014.
- [72] T. Gutsche, M. Kesenheimer, and V. E. Lyubovitskij, “Radiative and dilepton decays of the hadronic molecule $Z_c^+(3900)$,” *Physical Review D*, vol. 90, no. 9, p. 094013, 2014.
- [73] A. Guerrieri and A. Pilloni, “Probing the nature of $Z_c(\iota)$ states via the $\eta_c\rho$ decay,” *Physics Letters B*, vol. 746, pp. 194–201, 2015.
- [74] H.-W. Ke, Z.-T. Wei, and X.-Q. Li, “Is $Z_c(3900)$ a molecular state?,” *The European Physical Journal C*, vol. 73, no. 10, p. 2561, 2013.
- [75] L. Maiani, F. Piccinini, A. Polosa, and V. Riquer, “Diquark-antidiquark states with hidden or open charm and the nature of $X(3872)$,” *Physical Review D*, vol. 71, no. 1, p. 014028, 2005.
- [76] A. Ali, C. Hambrock, and W. Wang, “Tetraquark Interpretation of the Charged Bottomonium-like states $Z_b^\pm(10610)$ and $Z_b^\pm(10650)$ and Implications,” *Phys. Rev. D*, vol. 85, p. 054011, 2012.
- [77] C. Deng, J. Ping, H. Huang, and F. Wang, “Interpreting $Z_c(3900)$ and $Z_c(4025)/Z_c(4020)$ as charged tetraquark states,” *Physical Review D*, vol. 90, no. 5, p. 054009, 2014.
- [78] Z.-G. Wang and J.-X. Zhang, “The decay width of the $Z_c(3900)$ as an axialvector tetraquark state in solid quark–hadron duality,” *The European Physical Journal C*, vol. 78, no. 1, p. 14, 2018.
- [79] D.-Y. Chen and X. Liu, “Predicted charged charmoniumlike structures in the hidden-charm dipion decay of higher charmonia,” *Physical Review D*, vol. 84, no. 3, p. 034032, 2011.
- [80] D.-Y. Chen, X. Liu, and T. Matsuki, “Interpretation of $Z_b(10610)$ and $Z_b(10650)$ in the ISPE mechanism and the Charmonium Counterpart,” *Chinese Physics C*, vol. 38, no. 5, p. 053102, 2014.
- [81] D.-Y. Chen and X. Liu, “ $Z_b(10610)$ and $Z_b(10650)$ structures produced by the initial single pion emission in the $\Upsilon(5S)$ decays,” *Physical Review D*, vol. 84, no. 9, p. 094003, 2011.

- [82] D.-Y. Chen, X. Liu, and T. Matsuki, “Reproducing the $Z_c(3900)$ structure through the initial-single-pion-emission mechanism,” *Physical Review D*, vol. 88, no. 3, p. 036008, 2013.
- [83] E. S. Swanson, “ Z_b and Z_c exotic states as coupled channel cusps,” *Physical Review D*, vol. 91, no. 3, p. 034009, 2015.
- [84] L. d. S. Santos, *Estudo das flutuações em colisões ultracentrais de íons pesados relativísticos*. PhD thesis, Universidade de São Paulo, 2022.
- [85] A. M. Sirunyan *et al.*, “Evidence for $X(3872)$ in Pb-Pb Collisions and Studies of its Prompt Production at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV,” *Physical Review Letters*, vol. 128, no. 3, p. 032001, 2022.
- [86] Y. Huang, J.-X. Lu, J.-J. Xie, and L.-S. Geng, “Strong decays of \bar{D}^*K^* molecules and the newly observed $X_{0,1}$ states,” *The European Physical Journal C*, vol. 80, oct 2020.
- [87] S. Cho and S. H. Lee, “Hadronic effects on the $X(3872)$ meson abundance in heavy ion collisions,” *Physical Review C*, vol. 88, no. 5, p. 054901, 2013.
- [88] L. W. Chen, C. M. Ko, W. Liu, and M. Nielsen, “ $D_{sJ}(2317)$ meson production in ultrarelativistic heavy ion collisions,” *Physical Review C*, 2007.
- [89] M. Maggiore, *A modern introduction to quantum field theory*, vol. 12. Oxford university press, 2005.
- [90] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An Introduction to quantum field theory*. Addison-Wesley, 1995.
- [91] Y. Oh, T. Song, and S. H. Lee, “ J/ψ absorption by π and ρ mesons in a meson exchange model with anomalous parity interactions,” *Physical Review C*, vol. 63, no. 3, p. 034901, 2001.
- [92] F. Carvalho, F. Duraes, F. Navarra, and M. Nielsen, “Hadronic form factors and the J/ψ secondary production cross section: An update,” *Physical Review C*, vol. 72, no. 2, p. 024902, 2005.
- [93] G. Källén, *Elementary particle physics*. Addison-Wesley publishing company, 1964.

- [94] A. M. Torres, K. Khemchandani, F. Navarra, M. Nielsen, and L. M. Abreu, “ $X(3872)$ production in high energy heavy ion collisions,” *Physical Review D*, vol. 90, no. 11, p. 114023, 2014.
- [95] F. Navarra, M. Nielsen, M. Bracco, M. Chiapparini, and C. Schat, “ $D^*D\pi$ and $B^*B\pi$ form factors from QCD Sum Rules,” *Physics Letters B*, vol. 489, no. 3-4, pp. 319–328, 2000.
- [96] F. Navarra, M. Nielsen, and M. Bracco, “ $D^*D\pi$ form factor reexamined,” *Physical Review D*, vol. 65, no. 3, p. 037502, 2002.
- [97] V. Shtabovenko, R. Mertig, and F. Orellana, “FeynCalc 9.3: New features and improvements,” *Computer Physics Communications*, vol. 256, p. 107478, 2020.
- [98] V. Shtabovenko, R. Mertig, and F. Orellana, “New developments in FeynCalc 9.0,” *Computer Physics Communications*, vol. 207, pp. 432–444, 2016.
- [99] R. Mertig, M. Böhm, and A. Denner, “FeynCalc-computer-algebraic calculation of Feynman amplitudes,” *Computer Physics Communications*, vol. 64, no. 3, pp. 345–359, 1991.
- [100] L. Abreu, K. Khemchandani, A. M. Torres, F. Navarra, and M. Nielsen, “ $X(3872)$ production and absorption in a hot hadron gas,” *Physics Letters B*, vol. 761, pp. 303–309, 2016.

Apêndice A

Função de Onda de Cor e o Princípio de Pauli

Vamos discutir de forma explícita as funções de onda e operadores de cor. Com isso, vamos mostrar que a função de onda de cor totalmente antissimétrica não é apenas permitida por confinamento de cor, mais que isso, ela é necessária.

As três funções de onda de cor independente $\chi^C = r, g, b$ são representadas de forma conveniente pelos denominados spinores de cor dados por

$$r = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad g = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

Vamos agora definir os operadores de cor, que são representados por matrizes tridimensionais, desta forma, existem oito operadores de cor dados por

$$\hat{F}_i = \frac{1}{2}\lambda_i \quad (i = 1, 2, \dots, 8). \quad (\text{A.2})$$

Essas matrizes são

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.3})$$

As funções de ondas de cor são autofunções dos operadores \hat{F}_3 e \hat{F}_8 , como, por exemplo

$$\hat{F}_3 r = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} r \quad (\text{A.4})$$

e

$$\hat{F}_8 r = \frac{1}{2\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{3}} r, \quad (\text{A.5})$$

para o estado r .

As cargas de cor I_3^C e Y^C são autovalores dos operadores

$$\hat{I}_3^C \equiv \hat{F}_3 \text{ e } \hat{Y}^C \equiv \frac{2}{\sqrt{3}} \hat{F}_8, \quad (\text{A.6})$$

com isso, temos que, para o estado r

$$I_3^C = \frac{1}{2} \text{ e } Y^C = \frac{1}{3}, \quad (\text{A.7})$$

para os demais estados esses valores são obtidos de maneira semelhante. Os demais operadores $\hat{F}_1, \hat{F}_2, \hat{F}_4, \hat{F}_5, \hat{F}_6, \hat{F}_7$ misturam os estados de cor (A.1), como, por exemplo

$$\hat{F}_1 r = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} g. \quad (\text{A.8})$$

Temos ainda que, todos observáveis associados aos operadores \hat{F}_i são conservados na natureza, isto é

$$[\hat{F}_i, H] = 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, 8), \quad (\text{A.9})$$

e por esta razão eles são chamados cargas de cor.

Para que a hipótese do confinamento seja válida é necessária que todas as oito cargas de cor desapareçam para todo hádron h observado, implicando que

$$\hat{F}_i \chi_h^C = 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, 8) \quad (\text{A.10})$$

para as correspondentes funções de onda de cor χ_h^C . Com isso temos que (A.10) são denominados singletos de cor. Dessa forma, (A.10) implica em $I_3^C = Y^C = 0$, mas ainda é mais restritiva que esta última.

Vamos agora aplicar \hat{F}_1 no primeiro termo de

$$\chi_B^C = \alpha_1 r_1 g_2 b_3 + \alpha_2 g_1 r_2 b_3 + \alpha_3 b_1 r_2 g_3 + \alpha_4 b_1 g_2 r_3 + \alpha_5 g_1 b_2 r_3 + \alpha_6 r_1 b_2 g_3,$$

que nos dá

$$\alpha_1 \hat{F}_1 (r_1 g_2 b_3) = \alpha_1 (\hat{F}_1 r_1) g_2 b_3 + \alpha_1 r_1 (\hat{F}_1 g_2) b_3 + \alpha_1 r_1 g_2 (\hat{F}_1 b_3) = \frac{\alpha_1}{2} (g_1 g_2 b_3 + r_1 r_2 b_3). \quad (\text{A.11})$$

O mesmo pode ser feito aplicando \hat{F}_1 nos demais termos, sendo assim, juntando os resultados obtemos

$$\hat{F}_1 \chi_B^C = \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)}{2} (g_1 g_2 b_3 + r_1 r_2 b_3) + \frac{(\alpha_3 + \alpha_4)}{2} (b_1 g_2 g_3 + b_1 r_2 r_3) + \frac{(\alpha_5 + \alpha_6)}{2} (g_1 b_2 g_3 + r_1 b_2 r_3). \quad (\text{A.12})$$

Para que esta equação seja compatível com (A.10), para $i = 1$ as seguintes condições devem ser satisfeitas

$$\alpha_1 = -\alpha_2, \quad \alpha_3 = -\alpha_4 \quad \alpha_5 = -\alpha_6. \quad (\text{A.13})$$

É possível encontrar relações análogas atuando os demais operadores \hat{F}_i com ($i = 2, 3, \dots, 8$) em (A.10), e juntos, eles determinam, unicamente, a função de onda como sendo a combinação totalmente antissimétrica

$$\chi_B^C = \frac{1}{\sqrt{6}} (r_1 g_2 b_3 - g_1 r_2 b_3 + b_1 r_2 g_3 - b_1 g_2 r_3 + g_1 b_2 r_3 - r_1 b_2 g_3).$$

Como o princípio de Pauli requer que a função de onda total seja antissimétrica sob a troca de quarks idênticos, então a parte espacial combinada com a de spin devem, portanto, ser simétricas como assumimos anteriormente.

Observe que, se aplicarmos $\hat{F}_1 \chi_B^C$ teremos

$$\begin{aligned} \hat{F}_1 \chi_B^C = & \frac{1}{\sqrt{6}} [(\hat{F}_1 r_1) g_2 b_3 + r_1 (\hat{F}_1 g_2) b_3 + r_1 g_2 (\hat{F}_1 b_3) - (\hat{F}_1 g_1) r_2 b_3 - g_1 (\hat{F}_1 r_2) b_3 - g_1 r_2 (\hat{F}_1 b_3) \\ & + (\hat{F}_1 b_1) r_2 g_3 + b_1 (\hat{F}_1 r_2) g_3 + b_1 r_2 (\hat{F}_1 g_3) - (\hat{F}_1 b_1) g_2 r_3 - b_1 (\hat{F}_1 g_2) r_3 - b_1 g_2 (\hat{F}_1 r_3) \\ & + (\hat{F}_1 g_1) b_2 r_3 + g_1 (\hat{F}_1 b_2) r_3 + g_1 b_2 (\hat{F}_1 r_3) - (\hat{F}_1 r_1) b_2 g_3 - r_1 (\hat{F}_1 b_2) g_3 - r_1 b_2 (\hat{F}_1 g_3)], \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

portanto

$$\begin{aligned} \hat{F}_1 \chi_B^C = & \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{6}} [g_1 g_2 b_3 + r_1 r_2 b_3 - r_1 r_2 b_3 - g_1 g_2 b_3 + b_1 g_2 g_3 + b_1 r_2 r_3 - b_1 r_2 r_3 \\ & - b_1 g_2 g_3 + r_1 b_2 r_3 + g_1 b_2 g_3 - g_1 b_2 g_3 - r_1 b_2 r_3] = 0, \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

como esperávamos.

Apêndice B

Determinação das Constantes na Base de Isospin

Nesta seção vamos determinar, a partir da soma de isospins, que é semelhante as regras da soma de momento angular, as constantes de isospin associadas a cada processo.

B.1 Determinação das Constantes na Base de Isospin para os processos $Z_c\pi \rightarrow D\bar{D}$

Utilizando as regras da soma de isospin, temos que, para o processo inicial $|Z_c, \pi\rangle$ o isospin total total é $I = I_1 + I_2 = 1 + 1 = 2$, o que nos remete a nove estados possíveis pois $N = (2I_1 + 1)(2I_2 + 1) = 9$, estes são:

$$|2, 2\rangle = |1, 1\rangle, \quad (\text{B.1})$$

$$|2, 1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0, 1\rangle + |1, 0\rangle), \quad (\text{B.2})$$

$$|2, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}(2|0, 0\rangle + |-1, 1\rangle + |1, -1\rangle), \quad (\text{B.3})$$

$$|2, -1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|-1, 0\rangle + |0, -1\rangle). \quad (\text{B.4})$$

$$|2, -2\rangle = |-1, -1\rangle, \quad (\text{B.5})$$

$$|1, 1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0, 1\rangle - |1, 0\rangle), \quad (\text{B.6})$$

$$|1,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|-1,1\rangle - |1,-1\rangle), \quad (\text{B.7})$$

$$|1,-1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|-1,0\rangle - |0,-1\rangle), \quad (\text{B.8})$$

$$|0,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|-1,1\rangle + |1,-1\rangle - |0,0\rangle). \quad (\text{B.9})$$

Observe que estamos utilizando a seguinte notação

$$|I, I_3\rangle = C|I_1, I_2; I_{3_1}, I_{3_2}\rangle. \quad (\text{B.10})$$

Para o estado final $|D\bar{D}\rangle$ nós temos $I = I_1 + I_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ e $N = (2\frac{1}{2} + 1)(2\frac{1}{2} + 1) = 4$, estes são

$$|1,1\rangle = \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, \quad (\text{B.11})$$

$$|1,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle + \left| -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \right), \quad (\text{B.12})$$

$$|1,-1\rangle = \left| -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle, \quad (\text{B.13})$$

$$|0,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle - \left| -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \right). \quad (\text{B.14})$$

$$(\text{B.15})$$

Podemos reescrever esses estados utilizando a seguinte notação

$$|Z_c, \pi\rangle = C|I, I_3\rangle, \quad (\text{B.16})$$

teremos então para as (B.1) a (B.9)

$$|Z_c^+, \pi^+\rangle = |2, 2\rangle, \quad (\text{B.17})$$

B.1. DETERMINAÇÃO DAS CONSTANTES NA BASE DE ISOSPIN PARA OS PROCESSOS $Z_c\pi \rightarrow$

$$|Z_c^+, \pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|2, 1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1, 1\rangle, \quad (\text{B.18})$$

$$|Z_c^+, \pi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}|2, 0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1, 0\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}|0, 0\rangle, \quad (\text{B.19})$$

$$|Z_c^-, \pi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}|2, 0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1, 0\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}|0, 0\rangle, \quad (\text{B.20})$$

$$|Z_c^-, \pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|2, -1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1, -1\rangle, \quad (\text{B.21})$$

$$|Z_c^-, \pi^-\rangle = |2, -2\rangle, \quad (\text{B.22})$$

$$|Z_c^0, \pi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|2, 1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1, 1\rangle, \quad (\text{B.23})$$

$$|Z_c^0, \pi^0\rangle = \frac{2}{\sqrt{6}}|2, 0\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}}|0, 0\rangle, \quad (\text{B.24})$$

$$|Z_c^0, \pi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|2, -1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1, -1\rangle, \quad (\text{B.25})$$

e como

$$|D^+\rangle = \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, \quad (\text{B.26})$$

$$|D^-\rangle = \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle, \quad (\text{B.27})$$

$$|D^0\rangle = \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle, \quad (\text{B.28})$$

$$|\bar{D}^0\rangle = \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, \quad (\text{B.29})$$

então temos que, para (B.11) - (B.15)

$$|D^0, \bar{D}^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|1, 0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|0, 0\rangle \quad (\text{B.30})$$

$$|D^+, D^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|1, 0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|0, 0\rangle \quad (\text{B.31})$$

$$|D^+, \bar{D}^0\rangle = |1, 1\rangle \quad (\text{B.32})$$

$$|D^0, D^-\rangle = |1, -1\rangle. \quad (\text{B.33})$$

B.2 Constantes de Isospin para os processos $Z_c\pi \rightarrow DD$, $Z_c\pi \rightarrow D^*D^*$ e $Z_c\pi \rightarrow DD^*$

Para esses processos temos as seguintes possibilidades de reações, considerando os estados iniciais e finais como segue abaixo:

$$\begin{aligned}
|i\rangle &\rightarrow |f\rangle, \\
|Z_c^+\pi^0\rangle &\rightarrow |D^+\bar{D}^0\rangle, \\
|Z_c^+\pi^-\rangle &\rightarrow |D^0\bar{D}^0\rangle, \\
|Z_c^+\pi^-\rangle &\rightarrow |D^+D^-\rangle, \\
|Z_c^0\pi^+\rangle &\rightarrow |D^+\bar{D}^0\rangle, \\
|Z_c^0\pi^0\rangle &\rightarrow |D^+D^-\rangle, \\
|Z_c^0\pi^0\rangle &\rightarrow |D^0\bar{D}^0\rangle, \\
|Z_c^0\pi^-\rangle &\rightarrow |D^0D^-\rangle, \\
|Z_c^-\pi^0\rangle &\rightarrow |D^0D^-\rangle, \\
|Z_c^-\pi^+\rangle &\rightarrow |D^0\bar{D}^0\rangle, \\
|Z_c^-\pi^+\rangle &\rightarrow |D^+D^-\rangle.
\end{aligned}$$

(B.34)

Na tabela B.2 temos os coeficientes de Clebsh Gordon para as diferentes projeções de isospin dos n canais do tipo $|Z_c\pi\rangle$, e na tabela B.1 destacamos os coeficientes de Clebsh Gordon para as diferentes projeções de isospin dos processos do tipo $D\bar{D}$.

Tabela B.1: Tabela destacando os coeficientes de Clebsh Gordon para diferentes projeções de isospin dos n canais do tipo $|D\bar{D}\rangle$.

$I \rightarrow$	$I = 1$			$I = 0$
Canais $\downarrow / I_3 \rightarrow$	1	0	-1	0
$ D^+\bar{D}^0\rangle$	1			
$ D^+D^-\rangle$		$\frac{1}{\sqrt{2}}$		$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
$ D^0\bar{D}^0\rangle$		$\frac{1}{\sqrt{2}}$		$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$ D^0D^-\rangle$			1	

B.2. CONSTANTES DE ISOSPIN PARA OS PROCESSOS $Z_c\pi \rightarrow DD$, $Z_c\pi \rightarrow D^*D^*$ E $Z_c\pi \rightarrow DD^*$ 97

Tabela B.2: Tabela destacando os coeficientes de Clebsh Gordon para diferentes projeções de isospin dos n canais do tipo $|Z_c\pi\rangle$.

$I \rightarrow$	$I = 2$					$I = 1$			$I = 0$
$I_3 \rightarrow$	2	1	0	-1	-2	1	0	-1	0
Canal									
$ Z_c^+\pi^+\rangle$	1								
$ Z_c^+\pi^0\rangle$		$\frac{1}{\sqrt{2}}$				$-\frac{1}{\sqrt{2}}$			
$ Z_c^+\pi^-\rangle$			$\frac{1}{\sqrt{6}}$				$-\frac{1}{\sqrt{2}}$		$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$ Z_c^-\pi^+\rangle$			$\frac{1}{\sqrt{6}}$				$\frac{1}{\sqrt{2}}$		$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$ Z_c^-\pi^0\rangle$				$\frac{1}{\sqrt{2}}$				$\frac{1}{\sqrt{2}}$	
$ Z_c^-\pi^-\rangle$					1				
$ Z_c^0\pi^+\rangle$		$\frac{1}{\sqrt{2}}$				$\frac{1}{\sqrt{2}}$			
$ Z_c^0\pi^0\rangle$			$\frac{2}{\sqrt{6}}$						$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
$ Z_c^0\pi^-\rangle$				$\frac{1}{\sqrt{2}}$				$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	

Como as seções de choque são proporcionais ao módulo ao quadrado das amplitudes, ou seja,

$$\sigma \propto |\langle f|T|i\rangle|^2 \propto |M_{fi}|^2 \quad (\text{B.35})$$

então , obtemos para as diferentes possibilidades de reações

- $|Z_c^+\pi^0\rangle \rightarrow |D^+\bar{D}^0\rangle$

$$\sigma_a = K_a \left| -\frac{1}{\sqrt{2}}M_{(1)} \right|^2 = K_a \frac{1}{2} |M_{(1)}|^2, \quad (\text{B.36})$$

- $|Z_c^+\pi^-\rangle \rightarrow |D^0\bar{D}^0\rangle$

$$\sigma_b = K_b \left| -\frac{1}{2}M_{(1)} + \frac{1}{\sqrt{6}}M_{(0)} \right|^2, \quad (\text{B.37})$$

- $|Z_c^+\pi^-\rangle \rightarrow |D^+D^-\rangle$

$$\sigma_c = K_c \left| -\frac{1}{2}M_{(1)} - \frac{1}{\sqrt{6}}M_{(0)} \right|^2, \quad (\text{B.38})$$

$$\bullet |Z_c^0 \pi^+\rangle \rightarrow |D^+ \bar{D}^0\rangle$$

$$\sigma_d = K_d \left| \frac{1}{\sqrt{2}} M_{(1)} \right|^2 = K_d \frac{1}{2} |M_{(1)}|^2, \quad (\text{B.39})$$

$$\bullet |Z_c^0 \pi^0\rangle \rightarrow |D^+ D^-\rangle$$

$$\sigma_e = K_e \left| \frac{1}{\sqrt{6}} M_{(0)} \right|^2 = K_e \frac{1}{6} |M_{(0)}|^2, \quad (\text{B.40})$$

$$\bullet |Z_c^0 \pi^0\rangle \rightarrow |D^0 \bar{D}^0\rangle$$

$$\sigma_f = K_f \left| -\frac{1}{\sqrt{6}} M_{(0)} \right|^2 = K_f \frac{1}{6} |M_{(0)}|^2, \quad (\text{B.41})$$

$$\bullet |Z_c^0 \pi^-\rangle \rightarrow |D^0 D^-\rangle$$

$$\sigma_g = K_g \left| -\frac{1}{\sqrt{2}} M_{(1)} \right|^2 = K_g \frac{1}{2} |M_{(1)}|^2, \quad (\text{B.42})$$

$$\bullet |Z_c^- \pi^0\rangle \rightarrow |D^0 D^-\rangle$$

$$\sigma_h = K_h \left| \frac{1}{\sqrt{2}} M_{(1)} \right|^2 = K_h \frac{1}{2} |M_{(1)}|^2, \quad (\text{B.43})$$

$$\bullet |Z_c^- \pi^+\rangle \rightarrow |D^0 \bar{D}^0\rangle$$

$$\sigma_i = K_i \left| \frac{1}{2} M_{(1)} + \frac{1}{\sqrt{6}} M_{(0)} \right|^2, \quad (\text{B.44})$$

$$\bullet |Z_c^- \pi^+\rangle \rightarrow |D^+ D^-\rangle$$

$$\sigma_j = K_j \left| \frac{1}{2} M_{(1)} - \frac{1}{\sqrt{6}} M_{(0)} \right|^2. \quad (\text{B.45})$$

Com esses resultados podemos determinar a soma de todas as seções de choque desde que

$$K_a = K_b = K_c = K_d = K_e = K_f = K_g = K_h = K_i = K_j = K.$$

Com isso então temos

B.2. CONSTANTES DE ISOSPIN PARA OS PROCESSOS $Z_c\pi \rightarrow DD$, $Z_c\pi \rightarrow D^*D^*$ E $Z_c\pi \rightarrow DD^*99$

$$\sum_i \sigma_i = \sigma_a + \sigma_b + \sigma_c + \sigma_d + \sigma_e + \sigma_f + \sigma_g + \sigma_h + \sigma_i, \quad (\text{B.46})$$

que nos leva a

$$\begin{aligned} \sum_i \sigma_i = & K \left[\frac{1}{2} |M_{(1)}|^2 + \left| -\frac{1}{2} M_{(1)} + \frac{1}{\sqrt{6}} M_{(0)} \right|^2 + \left| -\frac{1}{2} M_{(1)} - \frac{1}{\sqrt{6}} M_{(0)} \right|^2 + \frac{1}{2} |M_{(1)}|^2 \right. \\ & + \frac{1}{6} |M_{(0)}|^2 + \frac{1}{6} |M_{(0)}|^2 + \frac{1}{2} |M_{(1)}|^2 + \frac{1}{2} |M_{(1)}|^2 + \left. \left| \frac{1}{2} M_{(1)} + \frac{1}{\sqrt{6}} M_{(0)} \right|^2 + \right. \\ & \left. + \left| \frac{1}{2} M_{(1)} - \frac{1}{\sqrt{6}} M_{(0)} \right|^2 \right] = K [3|M_{(1)}|^2 + |M_0|^2]. \end{aligned} \quad (\text{B.47})$$

Finalmente chegamos a conclusão que

$$\sum_i \sigma_i = K \sum_{I=1,0} (2I+1) |M_{(I)}|^2. \quad (\text{B.48})$$

B.2.1 Constantes de Isospin para o Z_c^0

Sabendo que $\mathcal{M}_{fi} \propto \langle f|T|i \rangle$, temos para o processo

$$Z_c^0 \pi^0 \rightarrow D^0 \bar{D}^0$$

que

$$\sigma_a = K_a \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \langle 1,0| + \frac{1}{\sqrt{2}} \langle 0,0| \right] \mathcal{M}_{(0)} \left[\frac{2}{\sqrt{6}} |2,0\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}} |0,0\rangle \right] \right|^2 = K_a \frac{1}{6} |\mathcal{M}_{(0)}|^2. \quad (\text{B.49})$$

Para o processo $Z_c^0 \pi^0 \rightarrow D^+ D^-$ temos que

$$\sigma_b = K_b \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \langle 1, 0 | - \frac{1}{\sqrt{2}} \langle 0, 0 | \right] \mathcal{M}_{(0)} \left[\frac{2}{\sqrt{6}} |2, 0\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}} |0, 0\rangle \right] \right|^2 = K_b \frac{1}{6} |\mathcal{M}_{(0)}|^2. \quad (\text{B.50})$$

Para o processo $Z_c^0 \pi^+ \rightarrow D^+ \bar{D}^0$ temos

$$\sigma_c = K_c \left| [\langle 1, 1 |] \mathcal{M}_{(1)} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} |2, 1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1, 1\rangle \right] \right|^2 = K_c \frac{1}{2} |\mathcal{M}_{(1)}|^2. \quad (\text{B.51})$$

Para o processo $Z_c^0 \pi^- \rightarrow D^0 D^-$ temos que

$$\sigma_d = K_d \left| [\langle 1, -1 |] \mathcal{M} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} |2, -1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1, -1\rangle \right] \right|^2 = K_d \frac{1}{2} |\mathcal{M}_{(1)}|^2. \quad (\text{B.52})$$

Portanto, com

$$K_a = K_b = K_c = K_d = K$$

, a soma de todas as seções de choque será

$$\sum_i \sigma_i = \sigma_a + \sigma_b + \sigma_c + \sigma_d, \quad (\text{B.53})$$

logo,

$$\begin{aligned} \sum_i \sigma_i &= K \left[\frac{1}{6} |\mathcal{M}_{(0)}|^2 + \frac{1}{6} |\mathcal{M}_{(0)}|^2 + \frac{1}{2} |\mathcal{M}_{(1)}|^2 + \frac{1}{2} |\mathcal{M}_{(1)}|^2 \right] \\ &= K \left(|\mathcal{M}_{(1)}|^2 + \frac{1}{3} |\mathcal{M}_{(0)}|^2 \right). \end{aligned} \quad (\text{B.54})$$

B.2.2 Constantes de Isospin para o Z_c^+

Para o processo $Z_c^+ \pi^0 \rightarrow D^+ \bar{D}^0$ temos que

B.2. CONSTANTES DE ISOSPIN PARA OS PROCESSOS $Z_c\pi \rightarrow DD$, $Z_c\pi \rightarrow D^*D^*$ E $Z_c\pi \rightarrow DD^*$ 101

$$\sigma_a = K_a \left| [\langle 1, 1 |] \mathcal{M}_{(1)} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} |2, 1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1, 1\rangle \right] \right|^2 = K_a \frac{1}{2} |\mathcal{M}_{(1)}|^2. \quad (\text{B.55})$$

Já para o processo $Z_c^+\pi^- \rightarrow D^0\bar{D}^0$ temos

$$\begin{aligned} \sigma_b &= K_b \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \langle 1, 0 | + \frac{1}{\sqrt{2}} \langle 0, 0 | \right] \mathcal{M} \left[\frac{1}{\sqrt{6}} |2, 0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1, 0\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |0, 0\rangle \right] \right|^2 \\ &= K_b \left| -\frac{1}{2} \mathcal{M}_{(1)} + \frac{1}{\sqrt{6}} \mathcal{M}_{(0)} \right|^2. \end{aligned} \quad (\text{B.56})$$

Para o processo $Z_c^+\pi^- \rightarrow D^+D^-$ temos que

$$\begin{aligned} \sigma_c &= K_c \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \langle 1, 0 | - \frac{1}{\sqrt{2}} \langle 0, 0 | \right] \mathcal{M} \left[\frac{1}{\sqrt{6}} |2, 0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1, 0\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |0, 0\rangle \right] \right|^2 \\ &= K_c \left| -\frac{1}{2} \mathcal{M}_{(1)} - \frac{1}{\sqrt{6}} \mathcal{M}_{(0)} \right|^2. \end{aligned} \quad (\text{B.57})$$

Por fim, temos

$$\begin{aligned} \sum_i \sigma_i &= K \left(\frac{1}{2} |\mathcal{M}_{(1)}|^2 + \left| -\frac{1}{2} \mathcal{M}_{(1)} + \frac{1}{\sqrt{6}} \mathcal{M}_{(0)} \right|^2 + \left| -\frac{1}{2} \mathcal{M}_{(1)} - \frac{1}{\sqrt{6}} \mathcal{M}_{(0)} \right|^2 \right) \\ &= K \left(|\mathcal{M}_{(1)}|^2 + \frac{1}{3} |\mathcal{M}_{(0)}|^2 \right). \end{aligned} \quad (\text{B.58})$$

B.2.3 Constantes de Isospin para o Z_c^-

Para o processo $Z_c^-\pi^0 \rightarrow D^0D^-$ temos que

$$\sigma_a = K_a \left| [\langle 1, -1 | \mathcal{M}_{(1)} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} |2, -1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1, -1\rangle \right] \right|^2 = K_a \frac{1}{2} |\mathcal{M}_{(1)}|^2. \quad (\text{B.59})$$

Para o processo $Z_c^- \pi^+ \rightarrow D^0 \bar{D}^0$ temos

$$\begin{aligned} \sigma_b &= K_b \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \langle 1, 0 | + \frac{1}{\sqrt{2}} \langle 0, 0 | \right] \mathcal{M} \left[\frac{1}{\sqrt{6}} |2, 0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1, 0\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |0, 0\rangle \right] \right|^2 \\ &= K_b \left| \frac{1}{2} \mathcal{M}_{(1)} + \frac{1}{\sqrt{6}} \mathcal{M}_{(0)} \right|^2. \end{aligned} \quad (\text{B.60})$$

Para o processo $Z_c^- \pi^+ \rightarrow D^+ D^-$ temos que

$$\begin{aligned} \sigma_c &= K_c \left| \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \langle 1, 0 | - \frac{1}{\sqrt{2}} \langle 0, 0 | \right] \mathcal{M} \left[\frac{1}{\sqrt{6}} |2, 0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1, 0\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |0, 0\rangle \right] \right|^2 \\ &= K_c \left| \frac{1}{2} \mathcal{M}_{(1)} - \frac{1}{\sqrt{6}} \mathcal{M}_{(0)} \right|^2. \end{aligned} \quad (\text{B.61})$$

Finalmente temos

$$\begin{aligned} \sum_i \sigma_i &= K \left(\frac{1}{2} |\mathcal{M}_{(1)}|^2 + \left| \frac{1}{2} \mathcal{M}_{(1)} + \frac{1}{\sqrt{6}} \mathcal{M}_{(0)} \right|^2 + \left| \frac{1}{2} \mathcal{M}_{(1)} - \frac{1}{\sqrt{6}} \mathcal{M}_{(0)} \right|^2 \right) \\ &= K \left(|\mathcal{M}_{(1)}|^2 + \frac{1}{3} |\mathcal{M}_{(0)}|^2 \right). \end{aligned} \quad (\text{B.62})$$

Apêndice C

Expressões Explícitas das Lagrangianas Efetivas

C.1 Vértices πDD^* e $\pi D^* D^*$

C.1.1 Vértice πDD^*

Para o vértice πDD^* , temos que a Lagrangiana efetiva é dada por

$$\mathcal{L}_{\pi DD^*} = ig_{\pi DD^*} D_\mu^* \vec{\tau} \cdot (\bar{D} \partial^\mu \vec{\pi} - \partial^\mu \bar{D} \vec{\pi}) + H.c., \quad (\text{C.1})$$

vale considerar que $\vec{\tau}$ são as matrizes de Pauli, dadas por

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (\text{C.2})$$

além disso, $\vec{\pi}$ é o tripleto de isospin de mésons $\pi \equiv (\pi_1, \pi_2, \pi_3)$ e $D \equiv (D^0, D^+)$ e $D^* \equiv (D^{*0}, D^{*+})$. Desta forma, como queremos analisar o caso em que as partículas de interesse são as partículas neutras, temos que

$$\mathcal{L}_{\pi DD^*} = ig_{\pi DD^*} \bar{D}_\mu^{*0} (\pi^0 \partial^\mu D^0 - D^0 \partial^\mu \pi^0) + H.c.. \quad (C.3)$$

Vamos agora explicitar os termos dessa Lagrangiana. Para isso, vamos inicialmente trabalhar com o termo

$$D_\mu^{*\vec{\tau}} \cdot (\bar{D} \partial^\mu \vec{\pi}),$$

então teremos

$$\begin{aligned} & (D^{*0} \ D^{*+})_\mu \left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \bar{D}^0 \\ D^- \end{pmatrix} \partial^\mu (\pi_1 \ \pi_2 \ \pi_3) = \\ & (D^{*0} \ D^{*+})_\mu \left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \bar{D}^0 \partial^\mu \pi_1 & \bar{D}^0 \partial^\mu \pi_2 & \bar{D}^0 \partial^\mu \pi_3 \\ D^- \partial^\mu \pi_1 & D^- \partial^\mu \pi_2 & D^- \partial^\mu \pi_3 \end{pmatrix} = \\ & (D^{*0} \ D^{*+})_\mu \left[\begin{pmatrix} D^- \partial^\mu \pi_1 \\ \bar{D}^0 \partial^\mu \pi_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -i D^- \partial^\mu \pi_2 \\ i \bar{D}^0 \partial^\mu \pi_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{D}^0 \partial^\mu \pi_3 \\ -D^- \partial^\mu \pi_3 \end{pmatrix} \right] = \\ & (D^{*0} \ D^{*+})_\mu \begin{pmatrix} D^- \partial^\mu \pi_1 - i D^- \partial^\mu \pi_2 + \bar{D}^0 \partial^\mu \pi_3 \\ \bar{D}^0 \partial^\mu \pi_1 + i \bar{D}^0 \partial^\mu \pi_2 - D^- \partial^\mu \pi_3 \end{pmatrix} = \\ & (D^{*0} \ D^{*+})_\mu \begin{pmatrix} D^- \partial^\mu (\pi_1 - i \pi_2) + \bar{D}^0 \partial^\mu \pi_3 \\ \bar{D}^0 \partial^\mu (\pi_1 + i \pi_2) - D^- \partial^\mu \pi_3 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

fazendo $\pi^\pm = (\pi_1 \mp i \pi_2) / \sqrt{2}$ e

$$\pi_3 = \pi^0$$

temos que

$$\left(D^{*0} \quad D^{*+} \right)_\mu \begin{pmatrix} D^- \partial^\mu \pi^+ \sqrt{2} + \bar{D}^0 \partial^\mu \pi^0 \\ \bar{D}^0 \partial^\mu \pi^- \sqrt{2} - D^- \partial^\mu \pi^0 \end{pmatrix} =$$

$$D_\mu^{*0} D^- \partial^\mu \pi^+ \sqrt{2} + D_\mu^{*0} \bar{D}^0 \partial^\mu \pi^0 + D_\mu^{*+} \bar{D}^0 \partial^\mu \pi^- \sqrt{2} - D_\mu^{*+} D^- \partial^\mu \pi^0 =$$

$$\sqrt{2} \left(D_\mu^{*0} D^- \partial^\mu \pi^+ + D_\mu^{*0} \bar{D}^0 \partial^\mu \pi^0 \frac{1}{\sqrt{2}} + D_\mu^{*+} \bar{D}^0 \partial^\mu \pi^- - D_\mu^{*+} D^- \partial^\mu \pi^0 \frac{1}{\sqrt{2}} \right). \quad (C.4)$$

Portanto,

$$\begin{aligned} & ig_{\pi DD^*} D_\mu^{*\vec{\tau}} \cdot (\bar{D} \partial^\mu \vec{\pi}) = \\ & ig_{\pi DD^*} \sqrt{2} \left(D_\mu^{*0} D^- \partial^\mu \pi^+ + D_\mu^{*0} \bar{D}^0 \partial^\mu \pi^0 \frac{1}{\sqrt{2}} + D_\mu^{*+} \bar{D}^0 \partial^\mu \pi^- - D_\mu^{*+} D^- \partial^\mu \pi^0 \frac{1}{\sqrt{2}} \right). \end{aligned} \quad (C.5)$$

Para o segundo termo, temos

$$-ig_{\pi DD^*} D_\mu^{*\vec{\tau}} \cdot \partial^\mu \bar{D} \vec{\pi},$$

logo

$$D_\mu^{*\vec{\tau}} \cdot \partial^\mu \bar{D} \vec{\pi} = \left(D^{*0} \quad D^{*+} \right)_\mu \left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \partial^\mu \bar{D}^0 \\ \partial^\mu D^- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \pi_1 & \pi_2 & \pi_3 \end{pmatrix} =$$

$$\left(D^{*0} \quad D^{*+} \right)_\mu \left[\begin{pmatrix} \partial^\mu D^- \pi_1 \\ \partial^\mu \bar{D}^0 \pi_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\partial^\mu i D^- \pi_2 \\ i \partial^\mu \bar{D}^0 \pi_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \partial^\mu \bar{D}^0 \pi_3 \\ -\partial^\mu D^- \pi_3 \end{pmatrix} \right] =$$

$$\begin{pmatrix} D^{*0} & D^{*+} \end{pmatrix}_\mu \begin{pmatrix} \partial^\mu D^- \pi^+ \sqrt{2} + \partial^\mu \bar{D}^0 \pi^0 \\ \partial^\mu \bar{D}^0 \pi^- \sqrt{2} - \partial^\mu D^- \pi^0 \end{pmatrix}.$$

Com isso obtemos que

$$\begin{aligned} & -ig_{\pi DD^*} D_\mu^{*\vec{\tau}} \cdot \partial^\mu \bar{D} \vec{\pi} = \\ & ig_{\pi DD^*} \sqrt{2} \left(-D_\mu^{*0} \partial^\mu D^- \pi^+ - D_\mu^{*0} \partial^\mu \bar{D}^0 \pi^0 \frac{1}{\sqrt{2}} - D_\mu^{*+} \partial^\mu \bar{D}^0 \pi^- + D_\mu^{*+} \partial^\mu D^- \pi^0 \frac{1}{\sqrt{2}} \right). \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

Concluimos então que

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\pi DD^*} &= ig_{\pi DD^*} D_\mu^{*\vec{\tau}} \cdot (\bar{D} \partial^\mu \vec{\pi} - \partial^\mu \bar{D} \vec{\pi}) + H.c. = \\ & ig_{\pi DD^*} \sqrt{2} \left[D_\mu^{*0} (D^- \partial^\mu \pi^+ - \partial^\mu D^- \pi^+) + \frac{1}{\sqrt{2}} D_\mu^{*0} (\bar{D}^0 \partial^\mu \pi^0 - \partial^\mu \bar{D}^0 \pi^0) \right] \\ & + ig_{\pi DD^*} \sqrt{2} \left[D_\mu^{*+} (\bar{D}^0 \partial^\mu \pi^- - \partial^\mu \bar{D}^0 \pi^-) - \frac{1}{\sqrt{2}} D_\mu^{*+} (D^- \partial^\mu \pi^0 - \partial^\mu D^- \pi^0) \right] \\ & + H.c. \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

Por fim, fazendo $g_{\pi DD^*} \rightarrow \frac{g_{\pi DD^*}}{\sqrt{2}}$, temos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\pi DD^*} &= ig_{\pi DD^*} D_\mu^{*\vec{\tau}} \cdot (\bar{D} \partial^\mu \vec{\pi} - \partial^\mu \bar{D} \vec{\pi}) + H.c. = \\ & ig_{\pi DD^*} \left[D_\mu^{*0} (D^- \partial^\mu \pi^+ - \partial^\mu D^- \pi^+) + \frac{1}{\sqrt{2}} D_\mu^{*0} (\bar{D}^0 \partial^\mu \pi^0 - \partial^\mu \bar{D}^0 \pi^0) \right] \\ & + ig_{\pi DD^*} \left[D_\mu^{*+} (\bar{D}^0 \partial^\mu \pi^- - \partial^\mu \bar{D}^0 \pi^-) - \frac{1}{\sqrt{2}} D_\mu^{*+} (D^- \partial^\mu \pi^0 - \partial^\mu D^- \pi^0) \right] \\ & + H.c.. \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

Podemos também construir uma tabela destacando as constantes de isospin I_j para os vértices do tipo πDD^* , para isso precisamos definir o seguinte operador

$$[D, \pi] = D\partial^\mu \pi - \partial^\mu D\pi, \quad (\text{C.9})$$

logo:

Tabela C.1: Diferentes constantes de isospin I_j para os vértices πDD^* segundo suas cargas.

Vértices	I_j	Vértices	I_j
$D_\mu^{*0}[D^-, \pi^+]$	1	$\bar{D}_\mu^{*0}[D^+, \pi^-]$	-1
$D_\mu^{*0}[\bar{D}^0, \pi^0]$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\bar{D}_\mu^{*0}[D^0, \pi^0]$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
$D_\mu^{*+}[\bar{D}^0, \pi^-]$	1	$D_\mu^{*-}[D^0, \pi^+]$	-1
$D_\mu^{*+}[D^-, \pi^0]$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$D_\mu^{*-}[D^+, \pi^0]$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$

C.1.2 Vértice anômalo $\pi D^* D^*$

De forma análoga ao que fizemos para o vértice πDD^* podemos explicitar a Lagrangiana do vértice $\pi D^* D^*$. Sabemos que ela é dada por

$$\mathcal{L}_{\pi D^* D^*} = -g_{\pi D^* D^*} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\mu D_\nu^* \vec{\pi} \partial_\alpha \bar{D}_\beta^*, \quad (\text{C.10})$$

definindo os dupletos $D_\nu^* \equiv (D^{*0}, D^{*+})_\nu$ e $\bar{D}_\beta^* \equiv (\bar{D}^{*0}, D^{*-})_\beta$ e $g_{\pi D^* D^*} \rightarrow \frac{g_{\pi D^* D^*}}{\sqrt{2}}$, sabendo que $\vec{\pi} = \pi \cdot \vec{\tau}$, sendo $\vec{\tau}$ as matrizes de Pauli e utilizando as mesmas definições utilizadas no caso da lagrangeana do vértice πDD^* para o tripleto de isospin de mésons pi, temos que

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\pi D^* D^*} &= -g_{\pi D^* D^*} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\mu \begin{pmatrix} D^{*0} & D^{*+} \end{pmatrix}_\nu \begin{pmatrix} \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} & \pi^+ \\ \pi^- & -\frac{\pi^0}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \partial_\alpha \begin{pmatrix} \bar{D}^{*0} \\ D^{*-} \end{pmatrix}_\beta \\ &= -g_{\pi D^* D^*} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu D_\nu^{*0} \pi^0 \partial_\alpha \bar{D}_\beta^{*0} + \partial_\mu D_\nu^{*+} \pi^- \partial_\alpha \bar{D}_\beta^{*0} \right. \\ &\quad \left. + \partial_\mu D_\nu^{*0} \pi^+ \partial_\alpha D_\beta^{*-} - \frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu D_\nu^{*+} \pi^0 \partial_\alpha D_\beta^{*-} \right). \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

Como feito anteriormente, podemos construir uma tabela destacando as constantes de isospin I_k ,

Tabela C.2: Diferentes constantes de isospin I_k para os vértices $\pi D^* D^*$ segundo suas cargas.

Vértices	I_k
$D_v^{*0} \pi^0 \bar{D}_\beta^{*0}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$D_v^{*+} \pi^- \bar{D}_\beta^{*0}$	1
$D_v^{*0} \pi^+ D_\beta^{*-}$	1
$D_v^{*+} \pi^0 D_\beta^{*-}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$

C.2 Vértice $Z_c DD^*$

Todas as Lagrangianas para o vértice $\mathcal{L}_{Z_c DD^*}$ podem ser resumidas na seguinte expressão

$$\mathcal{L}_{Z_c DD^*} = g_{Z_c} D_\mu^* Z_c^\mu \cdot \vec{\tau} \bar{D} + H.c. \quad (C.12)$$

pois, podemos escrever essa Lagrangiana de forma explícita considerando os dupletos $D_\mu^* \equiv (D^{*0}, D^{*+})_\mu$, $\bar{D} \equiv (\bar{D}^0, D^-)$ e o tripleto $Z_c^\mu \equiv (Z_{c1}^\mu, Z_{c2}^\mu, Z_{c3}^\mu)$, além de que $\vec{\tau}$ são as matrizes de Pauli, considerando também $Z_c^{\pm\mu} = \frac{Z_{c1}^\mu \mp iZ_{c2}^\mu}{\sqrt{2}}$ e $Z_{c3}^\mu = Z_c^{0\mu}$ com isso temos que

$$\begin{aligned} D_\mu^* Z_c^\mu \cdot \vec{\tau} \bar{D} &= \begin{pmatrix} D^{*0} & D^{*+} \end{pmatrix}_\mu \sqrt{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} Z_c^{0\mu} & Z_c^{+\mu} \\ Z_c^{-\mu} & -\frac{1}{\sqrt{2}} Z_c^{0\mu} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{D}^0 \\ D^- \end{pmatrix} \\ &= \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} Z_c^{0\mu} D_\mu^{*0} \bar{D}^0 - \frac{1}{\sqrt{2}} Z_c^{0\mu} D_\mu^{*+} D^- + Z_c^{-\mu} D_\mu^{*+} \bar{D}^0 + Z_c^{+\mu} D_\mu^{*0} D^- \right). \end{aligned} \quad (C.13)$$

O Hamiltoniano complexo conjugado será

$$\bar{D}_\mu^* Z_c^\mu \cdot \vec{\tau} D = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} Z_c^{0\mu} \bar{D}_\mu^{*0} D^0 - \frac{1}{\sqrt{2}} Z_c^{0\mu} D_\mu^{*-} D^+ + Z_c^{+\mu} D_\mu^{*-} D^0 + Z_c^{-\mu} \bar{D}_\mu^{*0} D^+ \right). \quad (C.14)$$

Se fizermos a normalização $g_{Z_c} = \frac{g_{Z_c}}{\sqrt{4}}$ podemos escrever a Lagrangiana como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Z_c DD^*} &= g_{Z_c} D_\mu^* Z_c^\mu \cdot \bar{\tau} \bar{D} + H.c. \\ &= g_{Z_c} \left(\frac{1}{2} Z_c^{0\mu} D_\mu^{*0} \bar{D}^0 - \frac{1}{2} Z_c^{0\mu} D_\mu^{*+} D^- + \frac{1}{\sqrt{2}} Z_c^{-\mu} D_\mu^{*+} \bar{D}^0 + \frac{1}{\sqrt{2}} Z_c^{+\mu} D_\mu^{*0} D^- \right) + H.c., \end{aligned} \quad (C.15)$$

o que nos leva à

$$\mathcal{L}_{Z_c^0} = g_{Z_c} \frac{1}{2} Z_c^{0\mu} D_\mu^{*0} \bar{D}^0 - g_{Z_c} \frac{1}{2} Z_c^{0\mu} D_\mu^{*+} D^- + H.c. \quad (C.16)$$

$$\mathcal{L}_{Z_c^+} = g_{Z_c} \frac{1}{\sqrt{2}} Z_c^{+\mu} [D_\mu^{*0} D^- + H.c.] \quad (C.17)$$

$$\mathcal{L}_{Z_c^-} = g_{Z_c} \frac{1}{\sqrt{2}} Z_c^{-\mu} [D_\mu^{*+} \bar{D}^0 + H.c.]. \quad (C.18)$$

Observe que, podemos comparar os resultados com a Lagrangiana do $Z_c^0(3900)$ [13]

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Z_c D^* D} &= \frac{g_{Z_c}}{2} Z_c(x) \int dy \delta(y) [(D^0(x + \omega_{Dy})(\bar{D}^{*0}(x - \omega_{Dy}) \\ &\quad - (D^+(x + \omega_{Dy})(D^{*-}(x - \omega_{Dy})) + H.c.)], \end{aligned} \quad (C.19)$$

que podemos rescrever como

$$\mathcal{L}_{Z_c D^* D} = \frac{g_{Z_c}}{2} Z_c(x) (D^0 \bar{D}^{*0} - D^+ D^{*-} + \bar{D}^0 D^{*0} - D^- D^{*+}). \quad (C.20)$$

Ainda é possível escrever essa expressão de maneira ainda mais sintética como

$$\mathcal{L}_{Z_c D^* D} = g_{Z_c} I_i Z_c^\mu (D \bar{D}_\mu^* + \bar{D} D_\mu^*), \quad (C.21)$$

para isso, entretanto, precisamos definir I_i como segue na tabela abaixo.

Tabela C.3: Diferentes constantes de isospin I_i para os vértices $Z_c DD^*$ segundo suas cargas.

Vértices	I_i
$Z_c^{0\mu} D^0 \bar{D}_\mu^{*0}$	$\frac{1}{2}$
$Z_c^{0\mu} \bar{D}^0 D_\mu^{*0}$	$\frac{1}{2}$
$Z_c^{0\mu} D^+ D_\mu^{*-}$	$-\frac{1}{2}$
$Z_c^{0\mu} D^- D_\mu^{*+}$	$-\frac{1}{2}$

Canais envolvendo o Z_c carregado

As expressões para os casos envolvendo o Z_c^+ e o Z_c^- serão idênticas às obtidas para o caso do Z_c neutro diferindo apenas pelas constantes I_i , pois, para estes casos, as Lagrangianas que descrevem a dinâmica desses processos são dadas como seguem.

A Lagrangiana que descreve o vértice $Z_c DD^*$ para o Z_c^+ é

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Z_c DD^*} = & \frac{g_{Z_c DD^*}}{\sqrt{2}} M_{Z_c} Z_c^\mu(x) \int d^4 y \Phi_{Z_c}(y^2) \left(D\left(x + \frac{y}{2}\right) \bar{D}_\mu^*\left(x + \frac{y}{2}\right) \right. \\ & \left. + D_\mu^*\left(x + \frac{y}{2}\right) \bar{D}\left(x + \frac{y}{2}\right) \right), \end{aligned} \quad (\text{C.22})$$

que pode ser reescrita como

$$\mathcal{L}_{Z_c DD^*} = g_{Z_c DD^*} I_i Z_c^\mu (D \bar{D}_\mu^* + \bar{D} D_\mu^*). \quad (\text{C.23})$$

As constantes I_i são dadas na tabela C.4.

Já a Lagrangiana que descreve o vértice $Z_c DD^*$ para o Z_c^- é, de forma similar a (C.23). Na tabela C.5 temos as constantes de isospin para os diferentes vértices.

Tabela C.4: Diferentes constantes de isospin I_i para os vértices $Z_c DD^*$ segundo suas cargas para o caso do Z_c^+ .

Vértices	I_i
$Z_c^{+\mu} D_\mu^{*+} \bar{D}^0$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$Z_c^{+\mu} \bar{D}_\mu^{*0} D^+$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$

Tabela C.5: Diferentes constantes de isospin I_i para os vértices $Z_c DD^*$ segundo suas cargas para o caso do Z_c^- .

Vértices	I_i
$Z_c^{-\mu} D_\mu^{*0} D^-$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$Z_c^{-\mu} D_\mu^{*-} D^0$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$