

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA - UFBA INSTITUTO DE FÍSICA

Pós-Graduação

Tópicos de sistemas complexos em hidrodinâmica e econofísica

Leonardo Fabio Rojas Rocero

Tese de Doutorado

Salvador - Bahia 2022

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA - UFBA INSTITUTO DE FÍSICA

Leonardo Fabio Rojas Rocero

Tópicos de sistemas complexos em hidrodinâmica e econofísica

Trabalho de doutorado apresentado ao Instituto de Física como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de doutor em Física.

Orientador: *Prof. Dr. Roberto Fernandes Silva Andrade* Co-orientador: *Prof. Dr. Miguel Angel Rivera Castro*

Salvador - Bahia 2022

Luto

Llevo al panteón familiar de mis angustias, todas. Atestadas de melancólicas sonrisas.

> Panteón, sí, familiar, sí. Vuelan pensamientos sórdidos encadenados a recuerdos vivos.

Funesto, éste deseo. Perpetuo. Árida vida. Lecho anidado por las pretéritas rebeliones, caprichosas como olas de mar que hostigan en mil un millón de veces.

Piedra.

Soy el reflejo de múltiples imágenes el vicio vuelto vicio. Autista ésta soledad, acerba contra la nada que ha causado su ausencia, estoy en medio del litigio del no existir.

> Escrito noviembre de 2013 Rescrito y modificado 03/04/2022 LR

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço ao Professor Roberto Fernandes Silva Andrade por esta segunda oportunidade que me foi concedida e pelas orientações que foram essenciais para o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço a Edwin Edgar Mozo Luis, Aureliano Sancho Souza Paiva, Alfredo Blanco Serrano e Jhon Elber Leon Padilla como também aos professores Eidelman Gonzales Lopés e Hernán Olaya Dávila pela ajuda oportuna, pelos conselhos acadêmicos e apreço. Também agradeço aos professores das disciplinas cursadas como aos meus colegas do Instituto de Física pelas horas de estudo e conversas a Rosana Andrade, Edilson E. Vega V., Olavo de Brito, Rafael Sales, Lucas Simões e outros colegas como também aos funcionários pela atenção e ajuda.

Agradeço pela ajuda, apreço e pelos conselhos a S. Sofia Rivera Nossa, Alejandro Salazar P., Anamaria Velásquez M., Izadora Carvajal C., L. Adriana Iliarte, Karina L. Pedraza G., Eliana C. Castillo L., Juan Diego Lancheros, Eneried B. Rocero R., Alejandra Ocampo, Henry Daniel Hernández M., A. Camila Ayala Z., Juan Carlos Gonzales M., Maritza Mateus V., Yobany Briceño P., Gina P. Grajales H., Arles Motato V., Yulieth P. Salcedo S., Jesus A. Bonilla, Solanyely V. Ramirez H., Luis Fernando e Johanna Gasca R., Sandra Paniagua, A. Mauro Avellaneda, Flor Teresa Gil, Jairo Robles P., Viviana del Pilar Vargas P., Hugo H. Gamez A., Leidy J. Rocha, Sara Velasquez F., A katerine Rodríguez P., entre outras pessoas.

Quero fazer um agradecimento especial a minha mãe Rosuara Rosero Rios¹, meu pai Omar Rojas Ortiz, minha irmã Paola Andrea e meus irmãos Diego Fernando e HOLMAN junto as minhas sobrinhas Saully Daniela, Kendra Tamara, Zoe Maite, Dulce Ame, meus sobrinhos Santiago Franco, O. Emiliano Rojas R. e também a Sonia Ardila, Yamile Vargas, Yamile Rubiano, Luz Mary Rosero R., M. Georgina Rojas O. A estas pessoas, quero sublinhar o importante valor que cada um tem em minha vida pessoal, e sei que sempre posso contar com o apoio incondicional de vocês.

Finalmente, agradeço ao grupo de Física Estatística e Sistemas Complexos (*FESC*), ao programa de Pós-graduação em Física da UFBA e ao CNPq pelo suporte financeiro.

¹Este é o nome do registro dela (análogo na Colômbia é: Cédula de Ciudadanía.). Porém, em meu certidão de nascimento (registro civil) foi cometido uns erros sobre a escrita do nome dela, e portanto, nesta certidão o nome da minha mãe fica como: Rosa Rosero Rios Rosa.

Resumo

Este trabalho está composto de duas partes associadas a diferentes aspectos de sistemas complexos, fluido dinâmica computacional e séries temporais. Na primeira parte, a pesquisa dá continuidade à investigação, usando o aplicativo Ansys-FLUENT, de um modelo para o mecanismo de controle da instabilidade hidrodinâmica em uma célula de Hele-Shaw (HS) radial através da dependência temporal da taxa de injeção do fluido invasor de menor viscosidade quanto comparada com a do fluido residente. A instabilidade fluido-fluido pode ser suprimida ou fortemente reduzida pela escolha da melhor taxa de injeção dependente do tempo. Assim três diferentes formas funcionais para a injeção são consideradas. Baseado na minimização da magnitude das flutuações da interface invasora em relação à geometria circular, um critério é desenvolvido para identificar a melhor taxa de injeção. A segunda parte é relacionada a séries temporais financeiras no âmbito da econofísica foram feitos dois estudos. Inicialmente foi usado o formalismo sincronização por motifs a partir de um conjunto de séries temporais para a construção de redes complexas. Desta forma, foram estudadas correlações entre preços de combustíveis líquidos do mercado varejista de Salvador, Bahia. Nesta parte discute-se, para uma sub-rede qualquer, como é o desempenho ou ganho dela em comparação a média da rede. Uma possível aplicação deste método é a detecção de desvios sistemáticos do comportamento médio, o que pode estar relacionado a um alinhamento entre os constituintes de algumas subrede. O segundo estudo consiste na avaliação da eficiência de mercado por meio do índice de eficiência (IE) para as séries de preços de energias renováveis e não-renováveis negociados em bolsas de valores. Implementa-se a medida de distância (ou desvio) que o mercado pode apresentar em relação com o estado de mercado eficiente. A proposta de utilização do IE determinado a partir de valores calculados independentemente do expoente de rugosidade, $\hat{\alpha}$, e da dimensão fractal, \hat{D} , pode levar a uma maior precisão na avaliação do comportamento do mercado, corrigindo possíveis viéses no algoritmos usados para o cálculo de $\hat{\alpha} \in \hat{D}$.

Palavras-chave: Sistemas complexos, Dinâmica de fluidos computacional, Redes complexas, Sincronização por motifs, alinhamento e Índice de Eficiência.

Abstract

This work comprises investigations on two different aspects of complex systems, computational fluid dynamics and time series. In the first part, we resume the investigation, using the Ansys-FLUENT environment, of a model for the control mechanism of the hydrodynamic instability in a radial Hele-Shaw (HS) cell through the time dependence of the injection rate of the invading fluid of lower viscosity when compared to that of the resident fluid. The fluid-fluid instability can be suppressed or strongly reduced by choosing the best time-dependent injection rate. Three different functional forms for the injection are considered. Based on minimizing the magnitude of the fluctuations of the invading interface towards the circular geometry, a criterion is developed to identify the best injection rate. The second part is related to financial time series in the scope of econophysics, where two studies were performed. Initially, the motifs synchronization formalism was used for the construction of complex networks based on the correlations among the elements of a set of time-series for the prices of liquid fuels in the retail market of Salvador, Bahia. In this part, we analyze, for any determined subnet, how its throughput or gain compares to the network average. A possible application of this method is the detection of systematic deviations from the average behavior, which may be related to an alignment among the constituents of some subnetwork. The second study consists in evaluating market efficiency by means of the efficiency index (IE) for renewable and non-renewable energy price series traded on stock exchanges. The IE is based on a measure of distance (or deviation) that the market can present in relation to the efficient market state. The proposed use of IE determined from independently calculated values of the roughnesst exponent, α , and the fractal dimension, D, can lead to greater accuracy in evaluating market behavior by correcting possible biases in the algorithms used to calculate α and D.

Keywords: Complex Systems, Computational Fluid Dynamics, Complex Networks, Motif Synchronization, Alignment and Efficiency Index.

Sumário

Página

| Capítulo |) 1—Int | rodução | | 1 | | | |
|----------|--|-----------------------|--|----|--|--|--|
| 1.1 | Motivação e Objetivos | | | | | | |
| 1.2 | Estrutu | Estrutura do Trabalho | | | | | |
| Capítulo | o 2—Co | nceitos e p | rincípios básicos | 7 | | | |
| 2.1 | Fluido | | | | | | |
| 2.2 | Equações de movimento | | | 8 | | | |
| | | 2.2.0.1 | Equação da continuidade | 8 | | | |
| | | 2.2.0.2 | Equação de conservação da quantidade de movimento linear | 9 | | | |
| 2.3 | Propriedades dos fluidos | | | | | | |
| 2.4 | Tipos de escoamentos | | | | | | |
| 2.5 | Dinâm | ica dos Flui | idos Computacional (DFC) | 13 | | | |
| | 2.5.1 | Performar | nce do DFC | 13 | | | |
| 2.6 | Redes | complexas | | 16 | | | |
| | 2.6.1 | Teoria de | Grafos e propriedades das Redes | 16 | | | |
| 2.7 | Séries | temporais (| ST) e métodos de análises | 18 | | | |
| | 2.7.1 | Sincroniza | ação por motifs (SM) | 20 | | | |
| | 2.7.2 | Índice de | Eficiência de Mercado | 22 | | | |
| | 2.7.3 | Estatística | descritiva e teste estatístico | 26 | | | |
| | 2.7.4 | Entropia | | 26 | | | |
| Capítulo | Capítulo 3—Controle ótimo dos dedos viscosos em célula de Hele-Shaw radial | | | | | | |
| 3.1 | Célula | de HS e In | stabilidade Saffman-Taylor | 29 | | | |
| 3.2 | Modele | os de injeçã | io dependente do tempo | 31 | | | |
| 3.3 | Descri | ção do mod | elo | 34 | | | |
| 3.4 | Quanti | ficação da i | nstabilidade da interface | 37 | | | |
| 3.5 | Resultados | | 38 | | | | |
| | 3.5.1 | Modelo de | e taxa constante | 38 | | | |
| | 3.5.2 | Modelo D | R | 40 | | | |
| | 3.5.3 | Modelo L | I | 42 | | | |

| | 354 Apélice do Modelo Mist | $(\mathbf{M}\mathbf{M})$ | 45 |
|--------------|---|---|-------------|
| G (4) | A D L L L L L L | | 43 |
| Capitul | o 4—Redes complexa baseadas cado de combustíveis | em sincronização por motifs para dado | os de 48 |
| 4.1 | Sincronização por Motifs e parâ | metros de controle | 48 |
| | 4.1.1 Séries temporais (ST) de | o Lucro Bruto | 49 |
| | 4.1.2 Motifs, Parâmetros de c | ontrole e SM | 52 |
| | 4.1.3 Medidas | | 57 |
| | 4.1.3.1 Lucro por sen | iana | 57 |
| | 4.1.3.2 Diferença do | lucro médio | 58 |
| | 4.1.3.3 Diferença mé | dia no tempo | 59 |
| 4.2 | Resultados: Análise Empírica pa | ara as ST do L^G e L^E | 60 |
| | 4.2.1 Sub-redes sem dependên | icia geográficas | 60 |
| | 4.2.2 Sub-redes com localizaç | ão geográficas | 69 |
| Capítul | o 5—Medida de eficiência de n | nercado para preços de energias renováv | eis e |
| WT | I | | 80 |
| 5.1 | Caracterização das séries utiliza | das | 81 |
| | 5.1.1 Função Teste (Weierstra | ss-Mandelbrot) | 81 |
| | 5.1.2 Séries de Preços das ER | e WTI | 81 |
| 5.2 | Índice eficiência estático | | 82 |
| | 5.2.1 Análise da Função Weie | rstrass-Mandelbrot. | 82 |
| | 5.2.2 Análise das séries de pro | żços. | 85 |
| 5.3 | Indice eficiência dinâmico | 、 、 | 87 |
| 5.4 | Indice eficiência local tipo $IE(t;$ | v = cte) | 88 |
| | 5.4.1 Analise das series de pro | ¢ços: | 88 |
| 5.5 | Indice efficiencia local tipo $IE(t,$ | V) | 98 |
| | 5.5.1 Analise das series de pre | :ços: | 99 |
| Capítul | o 6—Conclusões | | 106 |
| Apêndi | ces | | 110 |
| Apêndi | ce A—Sincronização por Motifs | com TVG e Parâmetros de controle | 111 |
| A.1 | Sincronização por Motifs com T | VG | 111 |
| A.2 | Estimação dos parâmetros de co | ntrole (PC) | 114 |
| Apêndi | ce B—Índice eficiência dinâmico |) - Análise estatística | 116 |
| B .1 | Índice eficiência dinâmico | | 116 |
| | B.1.1 Índice eficiência local ti | po $IE(t; \mathbf{v} = cte)$ | 116 |
| | B.1.1.1 Análise da Fu | nção Weierstrass-Mandelbrot, FWM. | 116 |
| | B.1.1.2 Séries de preç | os: Análise estatística | 121 |
| | B.1.2 Índice eficiência local ti | po $IE(t, \mathbf{v})$ | 144 |
| | B.1.2.1 Análise da fui | ıção Weierstrass-Mandelbrot. | 145 |
| | B.1.2.2 Séries de preç | os: Análise estatística | 150 |

ix

| Apêndio | ce C—Independência das métricas de medida de eficiência | 162 |
|---------|--|-----|
| C.1 | Séries: Função Weierstrass | 162 |
| C.2 | Coeficiente de determinação R^2 e R^2 ajustado (R_a^2) | 162 |
| C.3 | Expoentes locais com janela móvel fixa | 163 |
| | C.3.1 Resultados | 163 |
| C.4 | Expoentes locais com janela móvel variável | 165 |
| | C.4.1 Resultados | 165 |
| Apêndio | ce D—IE para S. de preços e retorno acumulado de ERIX | 171 |
| D.1 | Retornos e retornos acumulados de um ativo | 171 |
| D.2 | Comparações entre retornos e retornos acumulados | 172 |
| Apêndio | 174 | |
| E.1 | Modelo de taxa de injeção decrescente (DR) | 174 |
| E.2 | Modelo de taxa de injeção linear (LI) | 175 |
| E.3 | Modelo de taxa de injeção mista (MM) | 176 |

х

Lista de Figuras

| 2.1 | Ilustração do um elemento de controle na condição espaço fixo. Figura retirada | |
|------|---|----|
| | de [60]. | 8 |
| 2.2 | Exemplos em (a) velocidades relativas entre placas, em (b) Ilustra o apareci- | |
| | mento de τ devido a $v_1 - v_2$, Figura retirada da referência [53]. E em c) τ | |
| | analisada como força tangencial, F_t , por unidade de área, A. | 10 |
| 2.3 | Ilustração do interior de meia esfera líquida com raio <i>R</i> , imerso no ar [54,56,58]. | 10 |
| 2.4 | Ilustração em a) representação da molhabilidade entre água-óleo. Através do | |
| | valor de θ pode-se definir: 1) se $0^{\circ} < \theta \le 80^{\circ}$ água-molhante; 2) se $80^{\circ} < \theta \le$ | |
| | 100° intermediário e 3) se $100^{\circ} < \theta \le 180^{\circ}$ óleo-molhante [61,63-68]. Em b) | |
| | interfaces para o sistema solido-líquido-gás sobre uma superfície. | 11 |
| 2.5 | Ilustração dos raios de curvatura em direções ortogonais $(R_1^{-1} + R_2^{-1})$ à inter- | |
| | face. Se $R_1 = R_2$ temos que $\kappa = 1/R$. Figura retirada da referência [25] | 11 |
| 2.6 | Ilustração esquemática de domínios computacionais. Em (a) Malha tetraédrica. | |
| | Retirada de MESH-ANSYS. Em (b) Malha quadrilatera não estruturada. Reti- | |
| | rada de [59]. | 14 |
| 2.7 | Ilustração de um vc triangular, neste exemplo, os valores de φ são armazenado | |
| | no centro das células. No vc central p é usado para fazer o balanço do fluxo. | |
| | Figura retirada e modificada da referência [80]. | 15 |
| 2.8 | Ilustração de um grafo não direcionado em a), grafo direcionado em b), grafo | |
| | ponderado em c) e matriz de adjacência em d). Fonte: Autor. | 16 |
| 2.9 | Ilustração do Grafo Variante no tempo. Figura retirada e modificada de [93]. | 18 |
| 2.10 | Ilustração da formação da REA ondem foram incluídas todas as redes de cada | |
| | rede do TVG. Fonte: Autor. | 18 |
| | | |

- 2.11 Os Motifs usado para construção das redes neste trabalho. a) O subconjunto formado {M₁, M₂, M₄, M₇, M₉, M₁₀} é formado pelos motifs propostos em [104]. Já no caso da referência [103], foi feita uma simplificação de forma que M₂ = M₇ e M₄ = M₁₀, e também foi introduzido o motif null, M.Null, de forma que este subconjunto consiste de {M₁, M₅, M₈, M₉, M.Null}. Por último, os novos motifs introduzidos neste trabalho constituem o subconjunto {M₃, M₆, M₁₁, M₁₂, M₁₃, M₁₄}. b) Sequência dos pontos usados para construir os motifs, enfatizando as diferenças causadas por diferentes valores de λ. Figura retirada e modificada de [57].
- 2.12 Ilustração da determinação da sincronização dos motifs apresentados na Fig. 2.11a.
 Figura retirada e modificada de [88].
 21
- 3.1 Ilustração da célula HS onde ocorreram as simulações. Ambos os casos, a velocidade de injeção é $v_0^c = 0.0144m/s \operatorname{com} T_f^c = 1.5625 s$. A cor vermelha representa o fluido residente, e a cor azul o invasor. Figura obtida em FLUENT.
- 3.2 Ilustração das linhas de corrente no canal de HS em (a) (retirada de [1]). Célula de HS radial em (b), figura retirada e modificada de [2]. Formação inicial dos dedos viscosos com $\mu_1 \ll \mu_2$ e $q(t) \sim cte$ em (c) (Figura obtida e modificada de FLUENT.). 30
- 3.3 Ilustração da taxa de injeção constante $v_0^c = 0.0099 m/s$ e das taxas para os modelos *LI* e *DR*. Obtém-se $v_0^\ell = 1.799\text{E}-3m/s \mod \beta = 9.0$ para o *LI*, $v_0^d = (10 \times v_0^\ell)m/s$ e $\alpha = 1.130397$ para o *DR*. Os volumes preenchidos foram 7.5874306E-09 m³, 7.5780187E-09 m³ e 7.5745591E-09 m³, respectivamente. Além disso, o tempo de injeção é igual nos três modelos.
- 3.4 Ilustração da taxa de injeção constante $v_0^c = 9.82 \times 10^{-3} m/s \operatorname{com} t = 0.573 s$. No caso de *DR* a $v_0^d = 1.44 \times 10^{-2} m/s \operatorname{com} \alpha = 7.70$ e $T_f^d = 3.521 s$. Para o modelo *LI* tem-se que $v_0^\ell = 8.09 \times 10^{-4} m/s \operatorname{com} \beta = 4.04$ e $T_0^\ell = 1.624 s$. No quadrado superior direito é observada a evolução de v(t) do modelo *MM*. Assim, se $t \le t_c$ é usada a velocidade de injeção $v^d(t)$ *DR* e, se $t > t_c$, então passa-se a usar o $v^l(t)$ de *LI* onde $t_c = 0.409 s$.
- 3.5 Ilustração da superfície *S* onde se apresenta as componentes vetoriais da forças que atuam na interface. Figura retirada da referência [3].
- 3.6 Ilustração em a) do modelo da célula de HS com dimensões $R_0 = 0.5 mm$ e de raio da célula HS, $R_{HS} = 15.0 mm$ com espaço entre placas b = 0.1 mm e em b) distribuição do total de nós N da célula HS da Fig. 3.5. Os nós da malha gerados pelo software AF-CFD, não tem significado físico. Figura obtida do DFC.
- 3.7 Resultados dos padrões quando a taxa de injeção é constante $v_0^c = 0.1 m/s$ e três valores de $\delta = 2, 3, e 10$. Em todos os casos $T_f^c = 0.225 s$.
- 3.8 Posição relativa da $I_g(t)$ (quadrados pretos) e $I_c(t)$ (linha vermelha) usados para avaliação de $F_f^c(\chi = \delta)$. No caso de a) e b) foram empregadas as mesma dados correspondentes à Fig. 3.7.

35

28

36

39

- 3.9 Comportamento de $F_f^c(\delta)$ como função de δ para 3 valores diferentes de p. Os tempos de injeção, independentes dos valores de δ , para p = 2, 3, e 4 são, respectivamente, $T_f^c = 0.225 s, 0.10 s e 0.05625 s$.
- 3.10 Comportamento de $F_f^d(v_0^d, \alpha)$ como função de α para $v_0^d = 0.1 m/s$, $\delta = 2$ e $R_f = R_{HS}/2 = 7.5 \, mm$ da célula HS. O valor mínimo de F_f , dado por $F_f^d(v_0^d, \alpha_{op})$, ocorre para $\alpha_{op} \simeq 5.0 \, s^{-1/3}$.
- ocorre para $\alpha_{op} \simeq 5.0 s^{-1/3}$. 3.11 Dependência de $F_f^d(\delta)$ a) e $T_f^d(\delta)$ b) como função de δ para o modelo *DR*. Estes resultados foram avaliados para $\alpha = \alpha_{op}$ quando $v_0^d = 0.1 m/s$ e p = 2, 3, e 4.
- 3.12 Diagrama de estabilidade da interface fluido-fluido para o medelo *DR* no plano (δ, α) para $\delta = 2, 3, ..., 10$. Portanto o contraste de viscosidade correspondente $A \in [0.882, 0.975]$. As curvas indicam 3 diferentes tipos de volumes injetados caracterizados pelos raios $R_f = R_{HS}/p$, para p = 2, 3, 4. Os pontos representam os valores ótimos de α_{op} e, na regiões abaixo deles, grandes valores de F_f o que diz ao respeito presença de dedos viscosos. Porém, unicamente pequenas flutuações aparecem na região superior do diagrama.
- 3.13 Padrões de injeção para o modelo *DR* quando $v_0^d = 0.1 m/s$ e $\delta = 2$. Em a), o fluido que foi injetado para um raio $R_f = R_{HS}/4$ em um tempo total de $T_f^d = 0.421 s$, e $\alpha = 12.6 s^{-1/3}$ corresponde a α_{op} para p = 4. De forma similar, em c) o volume injetado atingiu o raio $R_f = R_{HS}/2$ e $\alpha = 5.0 s^{-1/3} = \alpha_{op}$ para p = 2. Em b), $R_f = R_{HS}/2$ mas α é igual ao usado em a) $T_f^d = 3.004 s$ e $F_f^d(\chi) = 1.58 \times 10^{-1}$, enquanto que em c) $T_f^d = 1.012 s$ e $F_f^d(\chi) = 1.39 \times 10^{-1}$, correspondendo a um menor tempo de injeção e a menores flutuações.
- 3.14 Dependência de $F_f^{\ell}(\beta)$ e $T_f^{\ell}(\beta)$ como função de β , para valores fixos de $v_0^{\ell} = 1.18 \times 10^{-3} m/s$, $R_f = 5 \times 10^{-3} m$, $\delta = 6$ e $\sigma = 72,8 mN/m$. Estes valores foram obtidos através do uso da Eq. (3.6).
- 3.15 Dependência de R_f e F como função de β , avaliando v_0^{ℓ} , T_f e μ_2 fixos. Estes valores foram obtidos usando Eq. 3.4.
- 3.16 Comportamento de $F_f^x(\chi)$ como função de (χ) para os modelos LI ($\chi = \beta = v_0^c/(2b)$) e DR ($\chi = v_0^d, \alpha$). Para o modelo LI, o mínimo de $F_f^\ell(\chi)$ ocorre em $v_{0,op}^c = 1.0 \times 10^{-3} m/s$, quando $T_f^\ell = 22.55 s$ e $F_f^\ell(v_{0,op}^c) = 1.77 \times 10^{-1}$ (círculos). Para o modelo DR, o mínimo de $F_f^d(\chi)$ atingiu quando $v_0^d = 14.4 \times 10^{-3} m/s$, o mínimo de $F_f^d(\chi)$ ocorre para $\alpha = 7.20 s^{-1/3}$, quando $T_f^d = 23.38 s$ e $F_f^d(v_0^d, \alpha_{op}) = 1.68 \times 10^{-1}$ (quadrados). Ambos os casos, $\delta = 10$, $\sigma = 10 mN/m$, e p = 2.
- 3.17 Dependência no tempo da velocidade de injeção para o *MM* onde o tempo de troca "switching" é $t_c = 9.75s$. Para $t < t_c$ a taxa de injeção corresponde à do modelo *DR*, com $v_0^d = 14.4 \times 10^{-3} m/s$ e $\alpha_{op} = 7.20 s^{-1/3}$. Para $t > t_c$, usase taxa de injeção do modelo *LI* com $v_0^\ell = 1.25 \times 10^{-4} m/s$ e $\beta_{op} = 0.62 s^{-1}$. Tempo total de injeção $T_f^m = 18.25 s$.

42

43 44

40

40

41

xiii

44

- 3.18 Dependência de $F_f^x(\chi)$ em a) e T_f em b) como função de δ . Para a geometria especificada no documento $\chi = v_0^d, \alpha_{op}, v_{0,op}^\ell \in v_0^d, \alpha_{op}, v_{0,op}^c$ para, respectivamente, os modelos *DR*, *LI* e *MM*. O conjunto inteiro do conjunto de valores de $F_f^x(\chi)$, T_f e os parâmetros usados são apresentados na Tabela 3.1.
- 4.1 Histograma dos registros semanais por ano. Intervalo temporal entre 02/07/2001 e 03/10/2016.
- 4.2 Ilustração da quantidade (frequência) dos dados do lucro agrupados por semana para gasolina (a) e etanol (b), respectivamente. Em ambos os casos o total de postos foram $P^G = 327$ e o símbolo (+) representa os dados imputados.
- 4.3 Ilustração da quantidade (frequência) de dados do lucro bruto para cada P_i^G referente à gasolina (a) e etanol (b). Em ambos os casos o total de postos foram $P^G = 327$ e o símbolo (+) representa os dados imputados.
- 4.4 Ilustração dos motifs usados neste trabalho em (a) e da distribuição empírica dos mesmos (b) e (c). Em ambos os casos, o total de postos foram $P^G = 327$ e o símbolo (+) representa os dados imputados.
- 4.5 Ilustração da sequência de 4 redes (R) obtidas em diferentes tempos para base imputada do lucro da gasolina com $P^G = 322$. As redes (a) e (b) correspondem aos postos que sincronizam-se durante uma única semana, ou seja houve fraca ligação entre postos. As redes (c) e (d) mostram que o número de postos sincronizados aumenta quando o intervalo analisado é de mais de 3 semanas consecutivas. Onde *t* é o tempo medido semanas e a layout usado é a escala multidimensional, mds.
- 4.6 Ilustração da REA não direcionada para base imputada do lucro da gasolina com $P^G = 322$ em (a) e em (b) do etanol com $P^G = 310$. Em ambos os casos o layout usado é mds.
- 4.7 Ilustração da evolução temporal lucro médio em (a) e frequência dos dados usados para fazer os cômputos das médias da Fig. 4.7(a) no painel (b). *P* é o número de postos e *T* simboliza que foram usados os dados das redes do TVG.
 58
- 4.8 Ilustração da evolução temporal de ΔLM (linha preta) e da estimativa de $\overline{\Delta LM}$. 59
- 4.9 Ilustração da quantidade (frequência) de dados do lucro agrupados por posto (P_i^G) de L^G em (a) e de L^E em (b).
- 4.10 Ilustração da quantidade de dados agrupados por semana e usados para os cômputos do lucro médio para as sub-redes BR^G e BR^E e do grau médio (Linha vermelha).
- 4.11 Ilustração das REA's não direcionadas associadas às sub-redes $BR^G \in BR^E$.
- 4.12 Ilustração da dinâmica no tempo da diferença do lucro médio (linha preta) e da diferença média no tempo (linha vermelha).
- 4.13 Ilustração da quantidade de dados por P_i^G de L^G em (a) e de L^E em (b) e, em (c) e (d), a sua dependência temporal ao longo das semanas. Os dados são usados nos cômputos do lucro médio para as sub-redes RAI^G e RAI^E e do grau médio (Linha vermelha). Em (e) e (f) são ilustradas as REA's não direcionadas das sub-redes RAI^G e RAI^E .

xiv

46

49

51

51

52

54

55

61

61

62

62

- 4.14 Ilustração da dinâmica no tempo da diferença do lucro médio (linha preta) e da diferença média no tempo (linha vermelha).
- 4.15 Ilustração da quantidade de dados por P_i^G de L^G em (a) e de L^E em (b) e, em (c) e (d), a sua dependência temporal ao longo das semanas. Os dados são usados nos cômputos do lucro médio para a sub-rede $P^G = (M + 4F)$ e a sub-rede $P^E = (M + 4F)$ e do grau médio (Linha vermelha). Em (e) e (f) são ilustradas as REA's das sub-redes $P^G = (M + 4F)$ e $P^E = (M + 4F)$.
- 4.16 Ilustração da dinâmica no tempo da diferença do lucro médio (linha preta) e da diferença média no tempo (linha vermelha).
- 4.17 Ilustração da quantidade de dados por P_i^G de L^G em (a) e de L^E em (b) e, em (c) e (d), a sua dependência temporal ao longo das semanas. Os dados são usados nos cômputos do lucro médio para a sub-rede $P^G = (M + 8F)$ e a sub-rede $P^E = (M + 8F)$ e do grau médio (Linha vermelha). Em (e) e (f) são ilustradas as REA's das sub-redes anteriores. E em (g) e (h) a dependência temporal da diferença do lucro médio (linha preta) e da diferença média no tempo (linha vermelha) para as duas sub-redes.
- 4.18 Ilustração geográfica dos postos de venda de combustíveis em Salvador, Bahia. Imagem obtida pelo aplicativo de Google Map.
- 4.19 Ilustração da quantidade de dados por P_i^G de L^G em (a) e de L^E em (b) e, em (c) e (d), a sua dependência temporal ao longo das semanas. Os dados são usados nos cômputos do lucro médio para a sub-rede $P_{geo}^G = 94$ e a sub-rede $P_{geo}^E = 93$ e do grau médio (Linha vermelha). Em (e) e (f) são ilustradas as REA's das sub-redes anteriores.
- 4.20 Ilustração da dinâmica no tempo da diferença do lucro médio (linha preta) e da diferença média no tempo (linha vermelha).
- 4.21 Ilustração da sub-rede $P_{geo}^G = 9$ e a sub-rede $P_{geo}^E = 9$ com dependência geográfica. A distância entre os postos da sub-rede [0.07 < x < 1.8] km. Imagem obtida pelo aplicativo Google Map.
- 4.22 Ilustração da quantidade de dados por P_i^G de L^G em (a) e de L^E em (b) e, em (c) e (d), a sua dependência temporal ao longo das semanas. Os dados são usados nos cômputos do lucro médio para a sub-rede $P_{geo}^G = 9$ e a sub-rede $P_{geo}^E = 9$ e do grau médio (Linha vermelha). Em (e) e (f) são ilustradas as REA's das sub-redes anteriores.
- 4.23 Ilustração da dinâmica no tempo da diferença do lucro médio (linha preta) e da diferença média no tempo (linha vermelha).
- 4.24 Ilustração da localização geográfica de P^{G,C_A} (parte superior), P^{G,C_B} (parte inferior) e P^{G,C_C} . O ponto vermelho é o posto em comum para as duas comunidades. A distância entre os postos da sub-rede [0.23 < x < 3.2] km. Imagem obtida do aplicativo Google Map.
- 4.25 Illustração da frequência de dados por P_i^G nas duas sub-redes L^G em (a) e de L^E em (b).

66 67

68

69

72

72

74

73

75

- 4.26 Ilustração da dependência temporal da quantidade de dados ao longo das semanas para P_i^G de L^G em (a, c e e) e de L^E em (b, d e f). Os dados são usados nos cômputos do lucro médio para as sub-redes P^{G,C_A} , P^{G,C_B} , P^{G,C_C} , P^{E,C_A} , P^{E,C_B} E P^{E,C_C} e nelas também ilustra-se o grau médio (Linha vermelha) e onde C simboliza comunidade.
- 4.27 Ilustração das REA's para as comunidades C_A , C_B e C_C tanto quanto os dados do lucro da gasolina como do etanol.
- 4.28 Ilustração da dinâmica no tempo da diferença do lucro médio (linha preta) e da diferença média no tempo (linha vermelha).
- 5.1 Ilustração da evolução de $W_{0.25}(t)$, $W_{0.50}(t)$ e $W_{0.75}(t)$ com 4096 pontos em (a) e Séries de preços para ER e WTI em (b).
- 5.2 Ilustração da regressão log-log para os estimadores HW, RG e o F_{DFA} em a), b) e c), respectivamente. As linhas vermelhas representam os pontos tomados para o ajuste linear implementando o grupo G_2 .
- 5.3 Resultados em (a) do Exp. $\hat{\alpha}$ e em (b) dimensão fractal média \widehat{DM} para as séries de ER e WTI.
- 5.4 Ilustração da contribuição de $C^{\delta \widehat{DM}}(\%)$ e $C^{\delta \widehat{\alpha}}(\%)$ à quantificação total do IE_{Est} . Em (a) para as ER e o WTI. Em (b) O IE_{Est} fica ordenado do mais eficiente para o menos eficiente. Em ambos os gráficos a letra R = Ranking
- 5.5 Dependência temporal no painel superior e intermediário das séries de preços e retornos de WTI e o índice eficiência, respectivamente. As setas indicam os pontos das potenciais quebras via T-ZA correspondente à o IE(t; v = 252) (ver Tab. B.6 do Apêndice B). E, no painel inferior, contribuições de $C^{\delta X}(t; v = 252, \%)$ à medida do IE(t; v = 252). O resultado do $IE_{Est} = 0.0218$ é inferir à média do IE dinâmico $\langle IE(t; v = 252) \rangle = 0.0529$. Aqui, o valor médio percentual das contribuições dos desvios de DM(t; v = 252) e H(t; v = 252) para o valor do IE(t; v = 252) são $\langle C^{\delta DM}(t; v = 252, \%) \rangle = 39.80\%$ e $\langle C^{\delta \alpha}(t; v = 252, \%) \rangle = 60.20\%$.
- 5.6 Dependência temporal no painel superior e intermediário das séries de preços e retornos do ERIX e o índice eficiência, respectivamente. As setas indicam os pontos das potenciais quebras via T-ZA correspondente à o IE(t; v = 252) (ver Tab. B.9 do Apêndice B). E, no painel inferior, contribuições de $C^{\delta X}(t; v = 252, \%)$ à medida do IE(t; v = 252). O resultado do $IE_{Est} = 0.0448$ é inferir à média do IE dinâmico $\langle IE(t; v = 252) \rangle = 0.0786$. Aqui, o valor médio percentual das contribuições dos desvios de DM(t; v = 252) e H(t; v = 252) para o valor do IE(t; v = 252) são $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t; v = 252, \%) \rangle = 31.88\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t; v = 252, \%) \rangle = 68.12\%$.
- 5.7 Dependência temporal no painel superior e intermediário das séries de preços e retornos do TECH e o índice eficiência, respectivamente. As setas indicam os pontos das potenciais quebras via T-ZA correspondente à o IE(t; v = 252) (ver Tab. B.9 do Apêndice B). E, no painel inferior, contribuições de $C^{\delta X}(t; v = 252, \%)$ à medida do IE(t; v = 252). O resultado do $IE_{Est} = 0.0911$ é inferir à média do IE dinâmico $\langle IE(t; v = 252) \rangle = 0.0978$. Aqui, o valor médio percentual das contribuições dos desvios de DM(t; v = 252) e H(t; v = 252) para o valor do IE(t; v = 252) são $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t; v = 252, \%) \rangle = 45.79\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t; v = 252, \%) \rangle = 54.21\%$.

77

78

81

84

85

91

90

- 5.8 Dependência temporal no painel superior e intermediário das séries de preços e retornos do S%P e o índice eficiência, respectivamente. As setas indicam os pontos das potenciais quebras via T-ZA correspondente à o IE(t; v = 252) (ver Tab. B.15 do Apêndice B). E, no painel inferior, contribuições de $C^{\delta X}(t; v = 252, \%)$ à medida do IE(t; v = 252). O resultado do $IE_{Est} = 0.0839$ é inferir à média do IE dinâmico $\langle IE(t; v = 252) \rangle = 0.0998$. Aqui, o valor médio percentual das contribuições dos desvios de DM(t; v = 252) e H(t; v = 252) para o valor do IE(t; v = 252) são $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t; v = 252, \%) \rangle = 38.10\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t; v = 252, \%) \rangle = 61.90\%$.
- 5.9 Dependência temporal no painel superior e intermediário das séries de preços e retornos do WIND e o índice eficiência, respectivamente. As setas indicam os pontos das potenciais quebras via T-ZA correspondente à o IE(t; v = 252) (ver Tab. B.18 do Apêndice B). E, no painel inferior, contribuições de $C^{\delta X}(t; v = 252, \%)$ à medida do IE(t; v = 252). O resultado do $IE_{Est} = 0.1325$ é superior à média do IE dinâmico $\langle IE(t; v = 252) \rangle = 0.1138$. Aqui, o valor médio percentual das contribuições dos desvios de DM(t; v = 252) e H(t; v = 252) para o valor do IE(t; v = 252) são $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t; v = 252, \%) \rangle = 37.60\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t; v = 252, \%) \rangle = 62.40\%$.
- 5.10 Dependência temporal no painel superior e intermediário das séries de preços e retornos do SOLAR e o índice eficiência, respectivamente. As setas indicam os pontos das potenciais quebras via T-ZA correspondente à o IE(t; v = 252) (ver Tab. B.21 do Apêndice B). E, no painel inferior, contribuições de $C^{\delta X}(t; v = 252, \%)$ à medida do IE(t; v = 252). O resultado do $IE_{Est} = 0.1310$ é igual à média do IE dinâmico $\langle IE(t; v = 252) \rangle = 0.1309$. Aqui, o valor médio percentual das contribuições dos desvios de DM(t; v = 252) e H(t; v = 252) para o valor do IE(t; v = 252) são $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t; v = 252, \%) \rangle = 40.0\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t; v = 252, \%) \rangle = 60.0\%$.
- 5.11 Diagramas de cores que mostra nos painéis intermediários a dependência da contribuição $C^{\delta X}(t, v, \%)$ e, no painel inferior o IE(t, v), em ambos os casos, como função do tempo e de v para WTI. O valor médio de $\langle IE(t, v) \rangle = 0.0861$ onde $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t, v, \%) \rangle = 43.81\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t, v, \%) \rangle = 56.19\%$.
- 5.12 Diagramas de cores que mostra nos painéis intermediários a dependência da contribuição $C^{\delta X}(t, v, \%)$ e, no painel inferior o IE(t, v), em ambos os casos, como função do tempo e de v para ERIX. O valor médio de $\langle IE(t, v) \rangle = 0.1041$ onde $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t, v, \%) \rangle = 34.85\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t, v, \%) \rangle = 65.15\%$.
- 5.13 Diagramas de cores que mostra nos painéis intermediários a dependência da contribuição $C^{\delta X}(t, v, \%)$ e, no painel inferior o IE(t, v), em ambos os casos, como função do tempo e de v para TECH. O valor médio de $\langle IE(t, v) \rangle = 0.1094$ onde $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t, v, \%) \rangle =$ 37.84% e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t, v, \%) \rangle = 62.12\%$.
- 5.14 Diagramas de cores que mostra nos painéis intermediários a dependência da contribuição $C^{\delta X}(t, \mathbf{v}, \%)$ e, no painel inferior o $IE(t, \mathbf{v})$, em ambos os casos, como função do tempo e de \mathbf{v} para S&P. O valor médio de $\langle IE(t, \mathbf{v}) \rangle = 0.1119$ onde $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t, \mathbf{v}, \%) \rangle = 35.70\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t, \mathbf{v}, \%) \rangle = 64.30\%$.
- 5.15 Diagramas de cores que mostra os painéis intermediários a dependência da contribuição $C^{\delta X}(t, \mathbf{v}, \%)$ e, no painel inferior o $IE(t, \mathbf{v})$, em ambos os casos, como função do tempo e de \mathbf{v} para WIND. Valor médio de $\langle IE(t, \mathbf{v}) \rangle = 0.1210$ onde $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t, \mathbf{v}, \%) \rangle = 38.02\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t, \mathbf{v}, \%) \rangle = 61.98\%$. 103

96

97

99

100

101

- 5.16 Diagramas de cores que mostra nos painéis intermediários a dependência da contribuição $C^{\delta X}(t, v, \%)$ e, no painel inferior o IE(t, v), em ambos os casos, como função do tempo e de v para SOLAR. O valor médio de $\langle IE(t,v) \rangle = 0.1356$ onde $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t,v,\%) \rangle =$ 37.17% e $\langle C^{\delta \hat{\alpha}}(t, v, \%) \rangle = 62.83\%.$ 104 5.17 Índices de eficiência estático em (a) e em (b) os valores dinâmicos médios para os casos IE(t; v = 252) e IE(t, v) onde os dados usados na média são 2253 e 472920. 105 A.1 Evolução temporal do $L^{+G(R\$)}$ de 2 postos qualquer em Salvador sem dependência geográfica. 111 Tipos de motifs usados em (a) e as distribuições empírica dos motifs de cada A.2 ST da Fig. A.1. 112 Ilustração da evolução temporal das séries de motifs em (a) e (b), respectiva-A.3 mente, $P_1^G \in P_9 2^G$. As duas ST correspondem ao conjunto da Fig. A.1. 113 A.4 Sequência dos pontos usados para construir os motifs, ilustrando da dependência em λ [4]. 114 A.5 Variação de Th como função de w em (a) para base L^E e (b) a base L^G , respectivamente. Em ambos os casos $\tau = 0$. 114 Variação Tc(Frames) como função de w em (a) para base L^E e (b) a base L^G , A.6 respectivamente. Em ambos os casos $\tau = 0$. Os Tc(Frames) foram estimados usando os valores Th da Fig. A.5. 115 A.7 Ilustração da frequência dos tempos de atraso, τ . 115 **B**.1 Ilustração das regressões log-log para o F_{DFA}, os estimadores RG e HW em a), b) e c), respectivamente. As linhas vermelhas representam os pontos do ajustes lineares usando G_2^{\star} (ver Tab. B.1). 117 Evolução no tempo em (a) para $W_{0.5}(t)$ (painel superior), $\widehat{D_{HW}}(t; v = 256)$ e B.2 $\widehat{D_{RG}}(t; v = 256)$ (painel intermediário) $\widehat{DM}(t; v = 256)$ e $\widehat{\alpha}(t; v = 256)$ (painel inferior). Em (b) $DM(t; v = 256) \in \hat{\alpha}(t; v = 256)$ (painel superior) e $\delta X(t; v = 256)$ 256) onde X representa a DM ou $\hat{\alpha}$ (painel inferior). 119 Em (a) dependência temporal no painel superior e intermediário das séries a FWM e **B.3** o índice eficiência, respectivamente. E, no painel inferior, contribuições de $C^{\delta X}(t; v =$ 252, %) à medida do IE(t; v = 252). O resultado do $IE_{Est} = 0.0088$ é inferir à média do IE dinâmico $\langle IE(t; v = 252) \rangle = 0.0222$. Aqui, o valor médio percentual das contribuições dos desvios de DM(t; v = 252) e H(t; v = 252) para o valor do IE(t; v = 252)são $\langle C^{\delta D M}(t; v = 252, \%) \rangle = 42.56\%$ e $\langle C^{\delta \hat{\alpha}}(t; v = 252, \%) \rangle = 57.44\%$. Em (b) dependência temporal no painel intermediários e inferior das séries da $E_A(t; v = 256)$ e $E_P(t; v = 256)$, respectivamente. 120 B.4 Evolução temporal no painel superior da S. WTI, no intermediário da $\widehat{D_{HW}}(t; v =$ 252), $\widehat{D}_{RG}(t; v = 252)$ e no inferior do $\widehat{\alpha}(t; v = 252)$ e $\widehat{DM}(t; v = 252)$. 121
- xviii

- B.5 Dependência temporal, de acima para baixo, índice de eficiência, análise local da entropia aproximada e permutação para o IE(t; v = 252). As setas indicam as datas das potenciais quebras via T's-ZA correspondente à $E_A(t; v = 252)$ e $E_P(t; v = 252)$. *As quebras aconteceram na mesma data para os intervalos *Fs* e *CSP* (ver Tab. B.7).
- B.6 Evolução temporal no painel superior da S. ERIX, no intermediário da $\widehat{D}_{HW}(t; v = 252)$, $\widehat{D}_{RG}(t; v = 252)$ e no inferior do $\widehat{\alpha}(t; v = 252)$ e $\widehat{DM}(t; v = 252)$. 128
- B.7 Dependência temporal, de acima para baixo, a série TECH, índice eficiência e a análise local usando entropia aproximada e de permutação associada ao IE(t; v = 252).
- B.8 Evolução temporal no painel superior da S. TECH, no intermediário da $\widehat{D}_{HW}(t; v = 252)$, $\widehat{D}_{RG}(t; v = 252)$ e no inferior do $\widehat{\alpha}(t; v = 252)$ e $\widehat{DM}(t; v = 252)$. 132
- B.9 Dependência temporal, de acima para baixo, a série TECH, índice eficiência e a análise local usando entropia aproximada e de permutação associada ao IE(t; v = 252). 133
- B.10 Evolução temporal no painel superior da S. S&P, no intermediário da $\hat{D}_{HW}(t; v = 252), \widehat{D}_{RG}(t; v = 252)$ e no inferior do $\widehat{\alpha}(t; v = 252)$ e $\widehat{DM}(t; v = 252)$. 135
- B.11 Dependência temporal, de acima para baixo, a série S&P, índice eficiência e a análise local usando entropia aproximada e de permutação associada ao IE(t; v = 252). 136
- B.12 Evolução temporal no painel superior da S. WIND, no intermediário da $D_{HW}(t; v = 252)$, $\widehat{D_{RG}}(t; v = 252)$ e no inferior do $\widehat{\alpha}(t; v = 252)$ e $\widehat{DM}(t; v = 252)$. 138
- B.13 Dependência temporal, no painel superior, a série WIND no intermediário o índice eficiência e no painel inferior, da análise local usando entropia aproximada e de permutação para o IE(t; v = 252). 139
- B.14 Evolução temporal da S. SOLAR no painel superior e no inferior, da $\widehat{D}_{HW}(t; v = 252), \widehat{D}_{RG}(t; v = 252))$ e $\widehat{\alpha}(t; v = 252))$. 141
- B.15 Dependência temporal, no painel superior, a série SOLAR no intermediário o índice eficiência e no painel inferior, da análise local usando entropia aproximada e de permutação para o IE(t; v = 252).
- B.16 Ilustração da regressão log-log para os estimadores HW, RG e o F_{DFA} em a), b) e c), respectivamente. As linhas vermelhas representa os pontos tomados para o ajuste linear implementando G_2^{\dagger} .
- B.17 Diagrama de cores mostrando a dependência da amplitude de variação dos métodos ou do desvio tanto no painel intermediário como no inferior, respectivamente, de $\delta \hat{\alpha}(t, v)$ e $\delta \widehat{DM}(t, v)$ como função do tempo e do tamanho da janela v para de $W_{0.5}(t)$ (painel superior). O conjunto de ajuste linear usado é G_2^{\dagger} . 148
- B.18 Diagramas de cores que mostra em (a) dependência da dimensão fractal como função do tempo e do tamanho da janela v para a série $W_{0.5}(t)$ onde o conjunto de ajuste é G_2^{\dagger} . 149
- B.19 Diagrama de cores que mostra a dependência de $\hat{\alpha}(t, v)$ como função do tempo e do tamanho da janela *v* para a série $W_{0.5}(t)$ onde o conjunto de ajuste é G_2^{\dagger} . 149

130

143

- B.20 Diagrama de cores mostrando a dependência da contribuição $C^{\delta X}(t, \mathbf{v}, \%)$ da amplitude de variação dos métodos como função do tempo e do tamanho da janela \mathbf{v} à medida total do IE(t). Resultados obtidos da série $W_{0.5}(t)$ onde o conjunto de ajuste é G_2^{\dagger} . Com $\langle IE(t, \mathbf{v}) \rangle = 0.0593$ e onde $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t, \mathbf{v}, \%) \rangle = 36.08\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t, \mathbf{v}, \%) \rangle = 63.92\%$.
- B.21 Diagramas de cores que mostra em (a) dependência da dimensão fractal, em (b) de $\hat{\alpha}(t, v)$ como função do tempo e do tamanho da janela v para a série WTI. 151
- B.22 Diagramas de cores que mostra em (a) dependência da dimensão fractal, em (b) de $\hat{\alpha}(t, v)$ como função do tempo e do tamanho da janela v para a série ERIX.153
- B.23 Diagramas de cores que mostra em (a) dependência da dimensão fractal e em (b) de $\hat{\alpha}(t, v)$ como função do tempo e do tamanho da janela v para a série TECH. 154
- B.24 Diagramas de cores que mostra em (a) dependência da dimensão fractal e em (b) de $\hat{\alpha}(t, v)$ como função do tempo e do tamanho da janela v para a série S&P. 156
- B.25 Diagramas de cores que mostra em (a) dependência da dimensão fractal e em (b) de $\hat{\alpha}(t, v)$ como função do tempo e do tamanho da janela v para a série WIND.
- B.26 Diagramas de cores que mostra em (a) dependência da dimensão fractal e em (b) de $\hat{\alpha}(t, v)$ como função do tempo e do tamanho de *v* para a série SOLAR. 160
- C.1 Ilustração da evolução de $W_{0.25}(t)$, $W_{0.50}(t)$ e $W_{0.75}(t)$ e em todos os casos b = 2.1.
- C.2 Ilustração da evolução de $W_{H^{ref}}(t)$, $\widehat{D_{HW}}(t; v = 256)$, $\widehat{D_{RG}}(t; v = 256)$, $\widehat{D_{DM}}(t; v = 256)$ e $\widehat{H}(t; v = 256)$ em (a, c, e) com $H_{ref} = \{0.25, 0.50, 0.75\}$, b = 2.1 e $t = \{1, 2, 3, ..., 4096\}$ pontos. Em (b), (d) e (f) R^2 e R_a^2 obtidos através de *DM* vs *H* usando os dados de (a), (c) e (e). As linhas verdes e vermelhas em (b), (d) e (f) ilustram, respectivamente, as regressões linear simples e a relação D = 2 H.164
- C.3 Evolução dos expoentes em (a). Em (b) regressão linear de *DM* vs *H* usando dados de (a). 165
- C.4 Evolução dos expoentes como função do tempo e de v para (a), (c) e (e). Coeficiente de determinação R^2 e R_a^2 em (b, d, f) obtidos através de $\widehat{DM}(t, v)$ vs $\widehat{H}(t, v)$. Os dados usados para obtenção das regressões lineares simples correspondem aos das Fig. (a), (c), (e). Em (a), (b) e (c), respectivamente, $W_{H^{ref}}(t)$ com $H_{ref} = \{0.25, 0.50, 0.75\}, b = 2.1$ e $t = \{1, 2, 3, ..., 4096\}$ pontos.
- C.5 Ilustração da evolução dos valor máximo, mínimo e médio do expoente $\widehat{H}(v)$ em função de v em (a). Frequência para valores de $H(v) \ge 0.989$ em (b). Evolução temporal de $\widehat{H}(t)$ no tempo em (c).
- C.6 Diagramas de cores que mostra de acima para abaixo, respectivamente, a Função Weiestrass, dependência da contribuição $C^{\delta X}(t, v, \%) \in IE(t, v)$ como função do tempo e de v. Assim, $\langle IE(t, v) \rangle = 0.0856$ onde $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t, v, \%) \rangle =$ $40.89\% e \langle C^{\delta \widehat{H}}(t, v, \%) \rangle = 59.11\%.$ 168

168

167

- C.7 Ilustração da evolução dos expoentes em (a), coeficiente de determinação ajustado $R^2(v) \in R_a^2(v)$ em (b). Evolução do máximo, mínimo e médio de $\hat{H}(v)$ em função de v em (c), frequência para valores de $\hat{H}(v) \ge 0.989$ em (d) e evolução temporal de $\hat{H}(t)$ em (e). 169
- C.8 Ilustração da evolução temporal de $\hat{H}(t)$ no tempo para diferentes tamanhos de *v* ligadas à S. WTI e das energias renováveis. 170
- D.1 Ilustração da evolução temporal da ST de preços ERIX e como da r_r^{Ac} . 172
- D.2 Dependência temporal, de acima para abaixo, tanto em a) quanto em b) das séries analisadas (Preços e r_t^{Ac}), índice eficiência, contribuição de $C^{\delta X}(t; v = 252, \%)$) à medida do IE(t; v = 252), respectivamente. O ajuste linear foi feito usando G_2^{\star} .

Capítulo 1

Introdução

1.1 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS

Um sistema complexo é formado por um número grande de agentes ou componentes interagindo entre si. Estes sistemas também podem gerar comportamentos coletivos de seus agentes sem ter um controle central ou externo. Além disso, nestes sistemas as interações entre os agentes podem exibir propriedades complexas, necessitando assim de modelos não-lineares para descrever princípios ou leis comuns, que possibilitam encontrar os diversos padrões e suas propriedades gerais. Em diferentes áreas de estudo tais como física, matemática, economia, ciência sociais, biologia e química, são dedicados esforços para construir diversos modelos capazes de reproduzir comportamentos observados através de métodos, algoritmos e simulações computacionais. Isto pode ser verificado por uma abrangente variedade de exemplos envolvendo sistemas complexos como a dinâmica complexa de sistemas de fluidos, colonias de formigueiros, redes sociais, redes neuronais, economia, finanças, mudanças climáticas entre outras [5].

Nesta tese vamos abordar alguns temas que, apesar de aparentemente diversos, guardam entre si a característica de serem problemas típicos do que se convenciona chamar de sistemas complexos. Especificamente vamos apresentar resultados para problemas relacionados com a instabilidade de Saffman Taylor em hidrodinâmica, à propriedades de redes complexas e à determinação de propriedades de séries temporais. Nestes dois últimos temas, usamos dados de série financeiras e desenvolvemos protocolos já reportados na literatura para o tratamento de dados e obtenção de propriedades relevantes ligadas aos fenômenos observados.

A hidrodinâmica é uma área clássica da mecânica que trata de sistemas cujas propriedades variam de forma contínua no tempo e no espaço. Embora suas equações possam ser resolvidas analiticamente para algumas situações onde o movimento tenha um padrão simples, exitem muitas outras situações com comportamento complexo que só a fluido-dinâmica computacional (DFC) pode abordar de forma integrada. Desta maneira, através da DFC podem ser estudado desde os escoamentos laminares até aqueles transitórios e turbulentos presentes em uma diversidade de fenômenos, como deslocamentos de rios, massas de ar, fluxo sanguino, etc. Alguns destes fenômenos têm sido estudados experimentalmente através das células Hele-Shaw (HS) [1]. As células HS são dispositivos ideais para observar o deslocamento relativo e a formação de padrões em domínio limitado para sistemas de fluidos multifásicos. Elas permitem observar com detalhes diversos fenômenos com aplicação na industria, como a extração de óleo por injeção de água em um poço de produção [6]. Numerosos estudos foram feitos na célula HS que são relacionados com a instabilidade da interface de Saffman e Taylor (ST) [7], que aparece quando um fluido de maior viscosidade é deslocado por um de menor viscosidade. A instabilidade de ST também tem sido observada em outros sistemas e processos como a solidificação em metalurgia [8], crescimento biológicos [9], e crescimento de órgãos filamentosos [10]. Ela também tem sido estudada em pesquisas experimentais [11–16] e teóricos [17–19], bem como em ambientes de dinâmica de fluidos computacionais [3,13,20,21]. Essas investigações ajudam a entender os processos físicos e fornecer modelos precisos para descrever a dinâmica da interface fluido-fluido. Os estágios finais da interface tem formatos complexos que dependem das propriedades físico-químicas dos fluidos envolvidos, de aspectos geométricos como o espaço entre as placas, e sobre *detalhes operativos de injeção*.

A maioria das células de HS são de geometria retangular ou radial, que utilizam as vantagens da simetria translacional e rotacional. Na célula radial, o fluido invasor é injetado através do um orifício no centro da placa superior e geralmente a zona de expulsão corresponde à circunferência externa da célula. A instabilidade ST destrói a simetria circular da interface fluido-fluido e, após de um lapso de tempo qualquer, dedos viscosos formados pelo fluido de menor viscosidade atingem o limite da célula. Neste momento a expulsão do fluido residente é diminuída consideravelmente. No caso de muitas aplicações que levam em conta as condições do mundo real, é desejável que a instabilidade da interface desapareça ou minimizada para aumentar a quantidade de fluido expulso. Entre diversos outros fatores, a instabilidade da superfície é muito sensível à taxa de injeção volumétrica q. No entanto, se a escolha de pequenos valores de q favorece o controle da instabilidade, por outro lado ela requer de grandes intervalos de tempo de injeção para deslocar o fluido residente. Portanto, o problema de otimização ligado ao deslocamento de uma grande quantidade do fluido residente com o menor intervalo de tempo teve evoluído na procura para selecionar uma adequada q dependente do tempo.

Com base nas propriedades gerais da equação de movimento no regime linear (Darcy [22]) e na grande diferença entre a altura da célula HS com respeito ao seu raio, é possível o uso de modelos bidimensionais. Dessa forma, duas diferentes relações funcionais para a taxa de injeção otimizada de q(t), foram derivadas [19, 23]. No caso de suprimir bifurcações secundárias que levam uma sequência densa de dedos viscosos dentro dos dedos (padrões complexos), a taxa de injeção q(t) deve-se comportar de forma assintótica como $q(t) \sim t^{-1/3}$ [15, 16, 19, 24]. Este comportamento de lei de potencia analítico tem sido obtido repetidamente após de diferentes suposições assumidas, como também confirmada por métodos numéricos. Alternativamente, uma abordagem variacional que minimiza a taxa de crescimento dos modos de Fourier levou ao desenvolvimento de um comportamento linear da forma q(t) = ct + d [23], onde as duas constantes depende apenas do raio inicial e final. As previsões teóricas de uma redução aceitável das flutuações da interface fluido-fluido em comparação com o emprego da taxa de injeção constante foram comprovados por pesquisas experimentais e numéricas, sendo esta última abordagem usada para tomar vantagens das duas sucintas suposições descrita acima, e assim derivar expressões para taxa de injeção [7, 15–19, 23–29].

1.1 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS

Assim nesta tese, vamos analisar numericamente um sistema binário de dois fluidos imiscíveis de maneira qualitativa e quantitativa, com a condição inicial do orifício de injeção estar preenchido pelo fluido invasor, objetivando maximizar a eficiência da taxa de injeção no tempo. A condição de máxima eficiência usando as duas formas funcionais é determinada com base em dois procedimentos: (a) relacionam-se as duas expressões analíticas que favorecem, respectivamente, grande taxa de injeção no inicio e na parte final do intervalo de injeção; (b) avaliar de forma quantitativa as magnitudes das flutuações na frente invasora (estágio final da interface) em relação ao um círculo de crescimento uniforme. Essa duas abordagem permitem acrescentar a taxa de injeção na parte inicial do processo e comprovar que, ao utilizar os dois regimes, a interface fluido-fluido apresenta o menor desvio com relação à circunferência.

Como mencionado anteriormente grande quantidade de informações sobre determinados sistemas complexos podem ser coletadas e armazenadas em longas séries temporais ou espaciais, formando assim grandes bases de dados reais. Exemplos são os dados sobre clima, sobre camadas geológicas em uma região, sobre o mercado financeiro e a atividades econômica produtiva durante um determinado período. Além disso, a disponibilidade de computadores potentes para processar estas informações em conjunto com os desenvolvimentos recentes para análise e extração de informações destas séries propiciaram o avanço do estudo destes sistemas complexos. Em particular, no que diz a respeito a dados financeiros, os pesquisadores implementaram diversas teorias da área da econofísica, e por isso podem derivar soluções aproximadas que explicam a situações do mundo real. Então, na literatura disponível vemos que a econofísica adquiriu significativa relevância, mesmo sendo uma área que teve seu inicio há apenas cerca de três décadas. Ela permite abordar fenômenos financeiros e econômicos através do uso dos modelos da física estatística onde são implementados métodos, ferramentas, ideias, etc [30].

A produção, distribuição e consumo de energia constitui uma parte significativa da atividade econômica global. A nível local, a composição da matriz energética do Brasil atualmente está distribuída, de acordo com [31] entre as fontes não renováveis e renováveis na proporção de 51.6% e 48.4%. Dentre as fontes não renováveis, os derivados do petróleo incluem Diesel, ¹Gasolina A e C, Gás natural veicular (GNV), entre outros combustíveis líquidos. No caso fontes renováveis tem-se etanol e biodiesel [32]. Diversas mudanças no sentido de uma maior diversificação na composição da matriz energética do Brasil são derivadas à aplicação da Lei n^o 9478 de 06/08/1997. Além disso, esta lei visa atender aos interesses dos consumidores quanto a preço, qualidades e ofertas dos produtos como também de ²anticoncorrência em cada mercado que ela regula. Para verificar se isto foi atingido, diversas pesquisas foram focadas no estudo do mercado do combustível líquido do Brasil na procura de avaliar prováveis indícios de anticoncorrência entre os distribuidores minorista ou mercado de revenda (varejista). Em [35]

¹A Gasolina tipo A e C (gasolina comum) se caracterizam por serem sem etanol e com adição de etanol anidro combustível, respectivamente. Além disso, no primeiro caso, gasolina tipo A é produzida pelas refinarias e centrais petroquímicas comercializada pelos produtores e importadores de gasolina. No caso do tipo C, vendida pelos distribuidores, vendida aos postos revendedores e em seguida ao consumidor final. Neste último caso, ela é uma mistura de 73% gasolina A comum e 27% Etanol Anidro, definidos pela legislação em vigor. Resolução, ANP n^o 807, de 27/1/2020 [32].

²A anticoncorrência se caracteriza por acordos tácitos entre grupos empresariais com proposito de poder incrementar o lucro, por exemplo, através da fixação de preços, segmentação de clientes, etc [33,34], portanto, afetando o consumidor.

1.1 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS

o estudo avalia os efeitos negativos causados pelo conjunto de empresas nos mercados de revenda da gasolina e etanol na cidade de Londrina do Estado de Paraná. Foram usadas as séries de preços durante o período de 2007/09. Sua principal descoberta é que, devido a prováveis alinhamentos de preços se verificou um sobrecusto nos mercados gasolina e etanol aproximadamente [4.6,6.6]% e 12.0%, respectivamente. Em [36] a pesquisa aborda 15 cidades Capitais onde os resultados sugerem evidencias possíveis de ligações entre os postos de revenda de gasolina tipo C, dado que obtiveram correlações cruzadas significativas em várias desta cidades. Estes resultados foram obtidos usando as séries associadas à ³margem média bruta da gasolina tipo C, no intervalo de de 2005-2014.

Nesta tese apresenta-se uma abordagem que usa o formalismo sincronização por motifs a partir de um conjunto de séries temporais ligadas aos preços de combustíveis para a construção de redes complexas. No entanto, esta metodologia está voltada para séries de ⁴lucro bruto da gasolina e etanol sem levar em conta as variáveis exógenas que afetam os preços finais delas. Nosso objetivo será fazer uma comparação entre o lucro bruto do mercado na rede completa de postos de Salvador Bahia e alguns de seus subconjuntos (sub-redes), e analisar se estas sub-rede exibem ou não desempenho acima da média da rede. Desta forma, pode-se capturar, possivelmente, se existe ou não alinhamento nas diversas sub-redes pois isso indicaria que elas possuem interesses em comum.

Ainda no setor de fornecimento de energia, é inegável a importância que tem surgido nos últimos 15 anos em investimentos de energia renovável, que tem impulsionado este setor a ⁵desenvolver-se, respondendo assim às políticas que os governos tem adotado reduzir os efeitos negativos que produzem as fontes não renováveis. Entre eles se encontra o efeito estufa, principalmente causado pela emissão do CO₂, e se estima que a escala global do uso atual de energias não renováveis esteja em torno de 87% [40]. No entanto, em períodos de crise houve redução tanto de investimento ou financiamentos como também dos incentivos (diminuição de impostos) às industrias públicas e privadas, o que levou a uma queda do desenvolvimento deste setor [38, 41]. Ainda assim, o mercado de energias limpas tem sido procurado por gestores ou formuladores de políticas, produtores e investidores [40, 42-44] devido a que os governos estabeleceram objetivos de longo prazo, o que tornou o mercado atraente [45, 46]. Mesmo que este mercado tenha adquirido importância recentemente, diversos estudos tem analisado como ele reage a fatores tanto internos como externos (por ex.: choques da oferta e demando do petróleo [47], riscos geo-políticos, estresse financeiro [42] entre outros). Assim, os formuladores de politicas e investidores podem ter algumas informações da dinâmica deste mercado afim de proteger os seus portifólios [40, 43, 46].

Para analisar o mercado de energias renováveis como outros mercados (ex: petróleo crú, commodities, etc.) faz-se importante capturar essas influências através de diversos modelos das

³A estimativa da margem é feita através da diferenças de preços no postos de revenda e no distribuidor atacadista [37].

⁴O lucro bruto, aqui, foi definido como diferença entre o preço de venda ao consumidor e o preço de compra da gasolina por parte do revendedor.

⁵Um bom exemplo é o setor de energias fotovoltaicas além de reduzir fortemente os custos de produção, segundo o relatório de 2020 de [38, 39] uma notável diminuição de 83% em relação ao 2009 e como também sua eficiência.

áreas de finanças, matemática, econofísica, etc [40, 43, 48]. Na área de finanças o comportamento do mercado foi amplamente estudado levando em consideração a Hipóteses de Mercado Eficiente (HME) proposta por [49], e assim poder determinar se apresenta dinâmica eficiente. Para a HME na forma fraca, o mercado será eficiente se ele não apresenta memória. Também pode ser entendido que os preços dos ativos refletem todas as informações instantâneas portanto os preços não devem ser previsíveis [40, 48, 49]. Porém, os resultados empíricos mostram que os mercados estudados exibem processo persistente, ou seja, contrário à sugerido em HME [43, 50–52]. Dentre os modelos criados para obter uma quantificação da eficiência que pode apresentar um mercado, há menos de uma década, em 2013, foi desenvolvida a metodologia do índice de eficiência, *IE*, por L. Kristoufek e M. Vosvrda [53]. O *IE* no seu computo envolve vários tipos de medidas, entre elas a função de autocorrelação, expoente de rugosidade (também conhecido como expoente generalizado de *Hurst*), a dimensão fractal, a entropia, entre outros. A importância deste índice é divido ao fato que ele relaciona duas ou mais medidas independentes, permitindo capturar de forma paralela a possível memoria presente nos dados reais.

O índice de eficiência apesar de ser uma ferramenta relativamente recente, propiciado explorar ou avaliar mercados tais como os financeiros, artes, commodity, Índices de Mercado, entre outros. Porém, as medidas calculadas foram geralmente de carácter global (uma única medida) e local (observar o comportamento dinâmico). Neste último caso, os valores estimados utilizam um comprimento de janela móvel fixa, ou seja, uma escala local fixa. No entanto nesta tese, além das duas medidas anteriormente ditas, incluímos uma exploração local onde a janela móvel é cumprimento variável. Assim, o objetivo nesta parte do trabalho é fazer uso do *IE* para quantificar a eficiência de mercado das séries de preços de energias renováveis e não-renováveis negociados em bolsas de valores, através da medida de distância (ou desvio) que estas séries podem mostrar quanto comparado com o estado ideal de mercado eficiente. Ressaltamos que no cálculo do *IE* somente foram envolvidas as estimativas independentes da dimensão fractal \hat{D} e do expoente $\hat{\alpha}$. Contudo, espera-se que as observações dos mercados analisados não exibam desvios em relação ao estado de mercado eficiente. Isto é, em principio, os preços desses mercados devem ser descorrelacionados.

1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

A estrutura da tese tem a seguinte forma:

No capítulo 2, apresentam-se uma sucinta revisão da literatura sobre os principais temas abordados netas teses. Na primeira parte discute-se sobre fluido, as equações de movimento, suas propriedades e classificação, e, Dinâmica Computacional de Fluidos. Em seguida, abordamos conceitos de redes complexas através de teoria de grafos e propriedades das redes. Finalmente, discute-se séries temporais enfatizando as metodologias usadas: sincronização por motifs, índice de eficiência de mercado, estatística descritiva, testes estatísticos e entropia.

No capítulo 3, faz-se a apresentação do modelo de controle de dedos viscosos em célula de Hele-Shaw radial em conjunto dos modelos de injeção, com a descrição do modelo empregado, a quantificação da instabilidade da interface e os resultados.

1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

No capítulo 4, apresentamos uma análise para as redes complexas baseadas em sincronização por motifs para dados de mercado de combustíveis, focados no caso da gasolina e etanol. Assim, descreve-se brevemente a abordagem e finalizamos com os resultados.

No capítulo 5, mostramos a medida de eficiência de mercado para séries de preços de energias renováveis e sua comparação com aquele mercado de petróleo (WTI), apresentam-se a metodologia implementada e finalmente, discutimos os resultados.

No capítulo 6, são apresentadas as conclusões principais deste trabalho.

Capítulo 2

Conceitos e princípios básicos

Como antecipado na introdução, neste capítulo faremos uma breve descrição de alguns princípios básicos de sistemas complexos que são tratados nesta tese, incluindo dinâmica de fluidos, teoria dos grafos e redes complexas, e o índice de eficiência de mercado (Kristoufed-Vasvrda [53, 54]).

2.1 FLUIDO

Como é conhecido, os principais estados de agregação da matéria são os estados sólido, líquido e gasoso. Podem-se agrupar as fases líquidas e gasosa como fluidos, sendo que a principal distinção entre elas e o estado sólido é que os fluidos se deformam continuamente quando submetidos a uma força externa, incluindo quando ela é aplicada como uma pressão normal à sua superfície ou uma tensão de cisalhamento ao longo de sua aplicação (ver Fig. 2.2) [55]. Comportamento contrário sucede com os sólidos, que podem ter maior resistência a estas forças antes de se deformar ou fraturar. Contudo, a análise dos fluidos a nível molecular, revela uma distinção entre líquidos e gases. Neste último a força de coesão intermolecular é desprezível, pois o sistema é bastante diluído e a distância média entre elas é muito maior quando comparado com a distância molecular dos líquidos, que possui fortes forças de coesão intermoleculares [26, 56, 57]. A partir destas propriedades é possível diferenciar um tipo de fluido do outro. No estudo de nos fluidos não é possível fazer uma descrição das grandezas de interesse, por exemplo o campo de velocidades, pressão e temperatura, a partir de medidas dinâmicas individuais do conjunto das moléculas que os constituem. A escala em que pode-se realizar medidas macroscópicas destas grandezas é determinada a partir da chamada a hipótese do contínuo. Nesta escala torna-se possível obter os valores médios do movimento molecular do fluido, que representam as quantidades macroscópicas de interesse [27]. Para gerar alguma medida devese avaliar em um elemento diferencial de volume que ainda envolve um número razoável de moléculas, de forma que os efeitos médios das grandezas dentro deste elemento permaneçam constantes ou variem continuamente no tempo. Assim, as dimensões do elemento de volume, V, (usualmente $V \sim 10^{-9} mm^3$ para líquidos e gases a pressão atmosférica), tem que ser muito menor em relação às dimensões físicas do sistema. Porém, esta deve ser muito maior do que a distância média entre as colisões das moléculas [57-60].

Assim, vamos fazer uma revisão das equações de movimento a partir da análise de um elemento de fluido aplicando as leis de Newton.

2.2 EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

Para este estudo, as equações básicas de movimento que permitem analisar o escoamento dos fluidos em condições de fluxo laminar estacionário, newtoniano, incompressível, sem efeito de superfície livre, em um referencial inercial, são as equações de conservação da massa e de conservação do momento. Para implementar estas leis existem diversas abordagens, entre elas as proposta por Euler, Lagrange¹ entre outros. Porém, vamos destacar brevemente a abordagem euleriana, considera cada elemento de fluido ou volume controle, v_c (ver Subseção 2.2.0.1), e desta forma, são olhadas as suas propriedades como função do tempo e da posição em cada ponto no espaço (usualmente uma posição fixa). Assim, as informações do escoamento podem ser analisadas quando o fluido entra e sai do v_c [59,61,62].

2.2.0.1 Equação da continuidade Descreve a conservação da massa num *volume de controle* (v_c) fixo. O v_c é um volume no espaço através do qual o fluido escoa. Na Figura 2.1 apresenta-se um v_c delimitado por uma superfície S, por onde o fluxo do fluido entra e sai com velocidade \vec{v} . Portanto, para um diferencial de superfície $d\vec{S}$ e volume dV fixado no espaço temos que $\iiint \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \iint \rho \vec{v} \cdot d\vec{S} = 0$ onde ρ é densidade. Utilizando o teorema da divergência² a expressão anterior tem-se que, $\iiint \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) dV = 0$. Este novo resultado é apropriado para qualquer tamanho do v_c , portanto, a Eq. de continuidade é da forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0.$$
(2.1)



Figura 2.1 Ilustração do um elemento de controle na condição espaço fixo. Figura retirada de [60].

Na Equação 2.1, o termo do lado esquerdo é a taxa de variação temporal da massa contida no v_c selecionado, o seguinte termo caracteriza a vazão líquida de massa através da superfície que limita o v_c . A Eq. 2.1 é válida tanto para fluidos compressíveis como incompressíveis. No caso do fluido incompressível, temos que ρ não tem dependência espacial nem temporal de forma que a equação de continuidade toma a forma $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$ [56, 58, 61, 63].

¹Nestas referências [59, 61, 62] pode-se obter informação sob a metodologia Lagrangiana para descrição do movimento do fluido.

²O Teorema da Divergência Estendido é da forma: $\int_V \vec{\nabla} \cdot G_{ij} \, dV = \oint_A G_{ij} \cdot \vec{n} \, dA$, onde G_{ij} é um tensor de segunda ordem, V um volume e A é a área da superfície que delimita e define o volume [61].

2.2 EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

2.2.0.2 Equação de conservação da quantidade de movimento linear Nesta parte usamos o princípio de conservação do momento linear. Se o sistema analisado está em relação a um referencial inercial, a Eq. de transporte para a quantidade de movimento linear de um determinado v_c pode ser deduzida com base a segunda lei de Newton. Assim, a taxa de variação temporal da quantidade do movimento do sistema é igual a soma das forças que atuam no sistema, $\sum \vec{F}_{sist} = \sum \vec{F}_{conteudo \ do \ vc}$ [58,61,63].

Usando o teorema de transporte de Reynolds, que impõe a igualdade entre a resultante das forças e a taxa de variação do momento linear em v_c , chegamos à seguinte expressão: $\int_{vc} \rho \vec{g} dV + \int_{sc} \sigma_{ij} \cdot \vec{n} dA = \int_{vc} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) dV + \int_{sc} (\rho \vec{v}) \vec{v} \cdot \vec{n} dA$, onde σ_{ij} é o tensor que descreve as tensões resultantes de contato entre a superfície para qualquer ponto do escoamento, e ρ é a densidade de força gravitacional constante. Aplicando o teorema da divergência às integrais de área da *superfície de controle* s_c e, além disso, fazendo as manipulações algébricas correspondentes [58, 60, 61], obtém-se: $\int_{v_c} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) - \rho \vec{g} - \vec{\nabla} \cdot \sigma_{ij} \right] dV = 0$. Como este resultado é válido para qualquer v_c , a equação de transporte da quantidade de movimento linear, ou Equação de Cauchy [61], é dada por $\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = \rho \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \sigma_{ij}$ ou de forma alternativa:

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right] = \rho \frac{D \vec{v}}{D t} = \rho \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \sigma_{ij}.$$
(2.2)

Iremos restringir esta análise para fluidos newtonianos incompressíveis, ou seja, com propriedades constantes (ρ não depende do tempo, a viscosidade μ constante, condição de não deslizamento onde impõe-se $\vec{v} = 0$ na interface sólido-fluido). Além disso, o tensor de tensão definido como

$$\sigma_{\mathbf{ij}} = \begin{pmatrix} -p & 0 & 0\\ 0 & -p & 0\\ 0 & 0 & -p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2\mu\frac{\partial u}{\partial x} & \mu(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}) & \mu(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x})\\ \mu(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}) & 2\mu\frac{\partial v}{\partial y} & \mu(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y})\\ \mu(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}) & 2\mu(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}) & 2\mu\frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix}$$

onde p é a pressão média. Desprezando as forças externas na Equação 2.2 e, em seguida calculando a divergência, a equação de conservação do momento em um referencial inercial pode-se obter a Eq. de *Navier-Stokes* [56, 60, 61].

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right] = -\vec{\nabla} p + \mu \nabla^2 \vec{v}.$$
(2.3)

Na Eq. 2.3, o lado esquerdo representa o aporte inercial do fluido, e do lado direito, o primeiro e segundo termo representam a força devido ao gradiente de pressão e a força viscosa, respetivamente.

2.3 PROPRIEDADES DOS FLUIDOS

Os fluidos são caracterizados por diversas propriedades físicas, entre as quais podemos listar a viscosidade, tensão superficial, pressão capilar, molhabilidade, raio de curvatura. A *viscosidade* foi definida por Newton como a taxa de deformação $\frac{dv}{dy}$ sendo esta linearmente proporcional à tensão de cisalhamento τ . Então, fluidos que satisfazem a relação linear entre $\tau e dy/dx$ são denominados *newtonianos* [55]. Assim temos que a força tangencial na superfície de um elemento de fluido devida ao deslocamento do elemento vizinho é $\tau = \mu \frac{dv}{dy}$, onde μ é a constante de proporcionalidade, denominada *coeficiente de viscosidade dinâmica* ou *absoluta* com unidades de $\frac{kg}{ms}$ (Ver Fig. 2.2) [56, 58, 59].



Figura 2.2 Exemplos em (a) velocidades relativas entre placas, em (b) Ilustra o aparecimento de τ devido a $v_1 - v_2$, Figura retirada da referência [53]. E em c) τ analisada como força tangencial, F_t , por unidade de área, A.

A *tensão superficial*, σ (N/m), é uma propriedade das superfícies líquidas. Ela surge na interface entre dois fluidos imiscíveis por causa da existência de forças de atração superficiais das moléculas de cada fluidos. O valor de σ tem carácter macroscópico dependendo das propriedades destes fluidos e da sua temperatura. Na Figura 2.3 ilustra-se como o balanço das forças da pressão interna, p_i , é mais elevada, que a pressão externa, p_e . Assim, tem-se a diferença de pressão, $\Delta p = p_i - p_e$. Desta forma, cria-se um equilíbrio da pressão sobre uma área πR^2 e força devida à tensão superficial $2\pi\sigma R$ gerando-se o balanço das forças, portanto, $\Delta p = p_i - p_e = \frac{\sigma}{R}$ [56,58,60].



Figura 2.3 Ilustração do interior de meia esfera líquida com raio R, imerso no ar [54,56,58].

A propriedade que apresentam os fluidos imiscíveis de se espalhar ou aderir a uma superfície sólida na presença de um outro, é denominada *molhabilidade*.

2.3 PROPRIEDADES DOS FLUIDOS



Figura 2.4 Ilustração em a) representação da molhabilidade entre água-óleo. Através do valor de θ pode-se definir: 1) se $0^{\circ} < \theta \le 80^{\circ}$ água-molhante; 2) se $80^{\circ} < \theta \le 100^{\circ}$ intermediário e 3) se $100^{\circ} < \theta \le 180^{\circ}$ óleo-molhante [61,63-68]. Em b) interfaces para o sistema solido-líquido-gás sobre uma superfície.

A ilustração da Figura 2.4a mostra um esquema das condições de molhabilidade entre águaóleo que formam um ângulo de contato³, θ , com a superfície [63–66].

No caso de um sistema formado por líquido e gás em contacto com um superfície sólida, a molhabilidade também pode ser descrita através do parâmetro de espalhamento, $S = \sigma_{SG} - (\sigma_{SL} + \sigma_{LG})$ e σ_{SG} , σ_{SL} e σ_{LG} são as tensões interfaciais sólido-gás, sólido-líquido e líquido-gás, respectivamente. Então, é dito molhabilidade total se S > 0, ou seja, o fluido espalha-se sobre a superfície. No caso S < 0 tem-se molhabilidade parcial, o fluido adota a forma que minimiza o contato com a superfície (ver Fig.2.4b) [63,65–70].

De forma semelhante à tensão superficial, a *pressão capilar*, P_c , é uma propriedade que possibilita descrever as superfícies líquidas, SL, explicando como elas tendem a reduzir-se à menor área possível [71]. P_c pode ser definida também como a variação da pressão hidrostática na interface fluido-fluido sendo estes imiscíveis, ou seja, $P_c = \Delta p$ (ver Fig. 2.3). Além disso, se o fluido escoa em uma superfície plana com fluxo laminar, a sua SL tende-se a curvar. A *curvatura*, κ , da SL relaciona-se com as grandezas, Δp , σ e pelos raios de curvatura, ($R_1^{-1} + R_2^{-1}$, ver Fig. 2.5), mediante a seguinte relação: $\Delta p = \sigma(R_1^{-1} + R_2^{-1}) = \sigma\kappa$ [27,58,60,72].



Figura 2.5 Ilustração dos raios de curvatura em direções ortogonais $(R_1^{-1} + R_2^{-1})$ à interface. Se $R_1 = R_2$ temos que $\kappa = 1/R$. Figura retirada da referência [25]

A breve descrição feita anteriormente, descreve apenas algumas das propriedades físicas dos fluido, a saber: viscosidade, tensão superficial, pressão capilar, molhabilidade. Elas estão re-

³Com este parâmetro é possível observar e avaliar quanto um fluido adere à superfície sólida. Pode ser obtido por meio da relação de Young quando se analisa o equilíbrio mecânico das tensões interfaciais agindo sobre a superfície. Desta forma temos que $\theta = \cos^{-1} \left(\frac{\sigma_{so} - \sigma_{sa}}{\sigma_{ao}} \right)$ [63–66] (ver Fig. 2.4a correspondente à água-molhante.)

lacionadas com o fato que, se o fluido escoa sobre uma área, têm-se a presença de diferentes forças tais como: força viscosa, força de inércia, força de pressão, força de tensões superficiais, etc. Este conjunto de forças aparece naturalmente durante o escoamento. Os efeitos deste grupo de forças podem ser associadas a alguns números adimensionais como Número de Reynolds, *Re*, Número Capilar, *Ca* entre outros [55, 58, 63]. Vale salientar que existem outros parâmetros adimensionais que não foram listado devido que são de menor relevância para este trabalho.

No caso de fluidos newtonianos, o *Re* proporciona uma medida de relação entre as forcas inerciais e viscosas. Para obter a medida deste adimensional é preciso fazer razão entre as forças de inércia de um elemento de fluido e os efeitos viscosos no elemento. Assim, $Re = \frac{\rho vD}{\mu}$ onde *D* distância característica do sistema, ρ a densidade, *v* a velocidade, μ a viscosidade. Através deste parâmetro pode-se classificar o regime de escoamento⁴ em laminar se Re < 2300; transitório, se 2300 < Re < 4000 ou turbulento se Re > 4000. No regime laminar (1 < Re < 2300) os efeitos inerciais se sobrepõem aos efeitos viscosos. No caso extremo em que $Re \ll 1$, as forças viscosas, F_v , dominam completamente o escoamento e os efeitos inerciais podem ser negligenciados. Nesta situação, a dependência do escoamento passa a ser descrito de forma mais precisa pelo Número Capilar, *Ca* [58, 61, 64, 73].

O parâmetro *Ca* compara os efeitos das forças viscosas e das forças capilares entre dois fluidos imiscíveis, sendo definido pela razão entre a F_{ν} e as forças de tensão superficial. Desta forma, $Ca = \frac{\mu\nu}{\sigma}$ onde σ é a tensão superficial. Experiências de laboratórios usam a ordem da magnitude de *Ca* para classificar e caracterizar o tipo de escoamento. Estudos sobre o fluxo Hele-Shaw radial ou retangular ($10^{-6} < Ca < 10^{-1}$) [16, 17, 29, 74–79]), escoamentos em meios porosos ($Ca < 10^{-5}$) [56, 64], análise de micro-fluidos ($10^{-3} < Ca < 10^{-1}$ [57, 67, 80], fenômenos de capilaridade e molhabilidade: bolha, gotas, placas, etc. ($10^{-7} \le Ca \le 10^{-1}$ [57, 68, 81]).

2.4 TIPOS DE ESCOAMENTOS

Como foi já dito, a matéria é classificada na fases sólida, líquida e gasosa, e comumente pode ser encontrada em uma única fase ou uma combinação. Se as fases líquidas e gasosas estão se deslocando, as características do escoamento podem ser classificadas pelas propriedades dos fluidos ou regime de escoamento [55, 58, 61]. O regime monofásico corresponde à situação onde existe apenas uma única fase escoando. Caso contrário, quando os escoamentos contendo uma combinação de duas ou mais fases como consequência da imiscibilidade dos fluidos, são definidos como multifásicos. Se o escoamento envolve só duas fases imiscíveis é referido por escoamento bifásico. Já na classificação atribuída ao regime de escoamento, tem-se o estacionário ou permanente. O primeiro tipo de escoamento surge quando as propriedades dos fluidos (densidade, velocidade, pressão, etc.) em cada ponto não variam com o decorrer do tempo. Estas características determinam o escoamento laminar no qual o fluido escoa como um sistema composto de "finas" camadas adjacentes deslocando umas sobre as outras, em um movimento ordenado (unicamente troca de quantidade de movimento). O escoamento pode depender do tempo de forma periódica, em padrões com maior ou menor complexidade, ou de forma bastante irregular. Neste último caso, também chamado de escoamento turbulento,

⁴Por exemplo, em um tubo circular de diâmetro D em condições práticas tais como rugosidade superficial, vibrações do tubo e flutuações do escoamento

os elementos de volume movimentam-se de forma aleatória, isto é, as suas velocidades podem variar bastante. Assim, as velocidades possuem componentes transversais ao movimento geral do conjunto do fluido [58, 59, 61, 63].

2.5 DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL (DFC)

Na área da dinâmica de fluidos, as equações de movimento de fluidos (por exemplo, a Eq. de Navier-Stokes) podem ser solucionadas de maneira analítica apenas para poucos escoamentos simples. Desta forma, é bastante importante o desenvolvimento e utilização de métodos numéricos que permitem a obtenção destas soluções aproximadas que ajustam-se aos problemas analisados, obtidas através do uso de computadores. Desta forma, os métodos chamados de Dinâmica de Fluidos Computacionais (DFC) (ou CFD, em inglês, Computatational Fluid Dynamics) constituem instrumentos úteis para investigar todo tipo de escoamento bem sejam laminar, transitório, turbulento com ou sem transferência de calor ou de massa. Existe uma variedade de softwares desenvolvidos nesta área, tais como Fluent, Star-CD, Flow3D, Comsol, entre outros que proporcionam a obtenção das grandezas físicas tais como campo de velocidade, pressão, temperatura, etc., o que permite quantificar, interpretar e visualizar os fenômenos físicos [56,61,82]. Contudo, mesmo que a DFC possibilite obter soluções aproximadas que ajustam-se ao caso de estudo, deve-se comparar estes resultados com os adquiridos via analítica e/ou experimental. Assim é possível validar as soluções obtidas por via computacional.

Por outro lado, a depender do problema, da geometria, das condições iniciais e de contorno, é preciso fazer a escolha correta do método numérico a ser adotado para que os resultados tanto quantitativos quanto qualitativos do software da DFC tenham validade. Além disso, a DFC é importante para reduzir os custos que são necessários em uma pesquisa experimental sobre escoamentos de fluidos em projetos de dutos e aerodinâmica de componentes, por exemplo, de avião [59,61,63,83]. Por último, cabe mencionar que na DFC os modelos são solucionados por meio de diferentes métodos numéricos tais como método das diferenças finitas (MDF), método de elementos finitos (MEF), método do elemento de fronteira (MEF) e método dos volumes finitos (MVF). Assim, a DFC permite substituir as equações de movimento da hidrodinâmica por um conjunto de equações algébricas, para conseguir soluções aproximadas do domínio computacional [59, 61, 63]. Como o software de DFC usado nesta pesquisa utiliza o método dos volumes finitos, nas seguintes seções será apresentada uma breve discussão deste método.

2.5.1 Performance do DFC

Como dito anteriormente, para tratar os problemas da hidrodinâmica usando DFC é importante fazer seleção da geometria e a discretização deste domínio computacional, introduzir os algoritmos de solução, propriedades dos fluidos, condições iniciais e de contorno, monitoramento das soluções, etc. Contudo, estes softwares precisam de um ambiente interação entre eles e os usuários, chamados de entornos gráficos. Geralmente na literatura são estruturados em três grandes categorias: pré-processador, a DFC solver e um pós-processador [59, 82].

O Pré-processador é usado para criação do domínio computacional onde os cálculos serão feitos. Este entorno gráfico, no caso de FLUENT (ANSYS), o código encarregado é *De*-

sing Modeler, DM. Por exemplo, com DM é possível desenhar uma célula de Hele-Shaw (no Cap. 3 será abordado). Definida a geometria, gera-se uma malha responsável da discretização deste domínio feito através do código *Mesh* é capaz de criar a malha do tipo estruturada, não estruturada ou híbrida⁵, também de refina-la. Esta discretização faz com que o domínio seja dividido em volumes de controle (ver Fig. 2.1) onde são resolvidas separadamente as equações e obtidas as suas soluções. Quanto maior for discretização da região maior vai ser precisão nos resultados, causando em contrapartida aumentos do tempo de simulação. Mas, nem sempre um refinamento na malha é garantia de melhoria nos resultados [61,63]. Finalmente, a *Mesh* permite escolher as condições de contorno, ou seja, as paredes e os locais por onde vai acontecer o escoamento [56,61,82].



Figura 2.6 Ilustração esquemática de domínios computacionais. Em (a) Malha tetraédrica. Retirada de MESH-ANSYS. Em (b) Malha quadrilatera não estruturada. Retirada de [59].

Na etapa dois, as Equações de Transporte, ET, do problema são integradas no domínio computacional, dc, através da aplicação das leis de conservação para cada célula da malha. Para isto acontecer no *FLUENT* é usada a interface *Solver*. Dentre as funções desta interface, utilizase o método *MVF*. Assim, em forma sucinta, o *MVF* permite a discretização e a integração da *ET* sobre o espaço físico através dos *vc*. Assim, para uma propriedade qualquer do fluido representada por φ (por exemplo velocidade, densidade, etc.) é analisada a equação de transporte (vetorial), escrita em forma geral é: $\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \varphi - \Gamma \nabla \varphi) = S^{\varphi}$ onde \vec{v} é o campo de velocidades, Γ coeficiente difusivo e S^{φ} o termo fonte. Por exemplo, a Eq. 2.3 é uma equação de transporte representando a quantidade de movimento para o *dc*. Assim, é resolvido a equação de balanço de massa para φ , e com ela pode-se fazer o balanço das propriedades que estão sendo transportadas sobre o *vc*. Portanto, a *ET* via *MVF* para um determinado *vc* e num intervalo de tempo Δt de maneira genérica é dada por,

$$\int_{t}^{t+\Delta t} \int_{vc} \frac{\partial(\rho \varphi)}{\partial t} dV dt + \int_{t}^{t+\Delta t} \int_{cvc} \rho(v_{j}n_{j}) \varphi dS dt = \int_{t}^{t+\Delta t} \int_{cvc} (\frac{\partial \varphi}{\partial x_{j}}n_{j}) dS dt + \int_{t}^{t+\Delta t} \int_{cvc} S(\varphi, t) dV dt,$$
(2.4)

onde *cvc* é contorno do *vc*. A Eq. 2.4 expressa a conservação das propriedades no volume de controle analisado (ver Fig. 2.5.1).

⁵A *malha estruturada* tem volumes de controle, *vc*, em forma uniforme e/ou não uniforme, depende da regularidade das dimensões entre *vc*. *Malha não-estruturada* os *vc* possuem diferentes tamanhos e sua distribuição é irregular (ver Figura 2.6a e 2.6b). Finalmente, a *malha híbrida* é uma combinação das duas anteriores, e usada para geometria mais complexas [61, 82].

O FLUENT armazena valores discretos da quantidade escalar φ no centro da célula (ver Fig. 2.5.1) usando o método denominado Cell Center Method. Em seguida, o FLUENT calcula os valores de φ nas diferentes faces, φ_f , do volume de controle por meio de funções de interpolação, as quais determinam os valores de φ_f através das propriedades no centro da vc anterior com relação à direção normal da velocidade. Contudo, a Eq. 2.4 discretizada pelo FLUENT para φ assume a forma: $\frac{\partial \rho \varphi}{\partial t}V + \sum_{f}^{N_{f}} \rho_{f} \vec{v_{f}} \varphi_{f} \cdot \vec{A_{f}} = \sum_{f}^{N_{f}} \Gamma^{\varphi} \nabla \varphi_{f} \cdot \vec{A_{f}} + S^{\varphi} V$ onde N_{f} são as faces da célula, $\rho_{f} \vec{v_{f}} \varphi_{f} \cdot \vec{A_{f}}$ o fluxo de massa que flui na face, $\Gamma^{\varphi} \in \nabla \varphi_{f}$ são os coeficientes de difusão e gradiente de φ na face, respectivamente, e V o volume da célula. Além disso, esta equação de conservação pode ser escrita de forma mais compacta em cada célula como $a_p \varphi_p = \sum_{nb} a_{nb} \varphi_{nb} + b$, onde a_p é o coeficiente central, a_{nb} os coeficientes das células vizinhas e b podem ser o termo fonte e/ou as condições de contorno. Por outro lado, os métodos numéricos para obtenção tanto de φ_f quanto do gradiente, $\nabla \varphi_f$, variam de acordo com o problema investigado. Neste trabalho foram usados os esquemas de Second-Order Upwind para φ_f , e para a reconstrução do gradiente foi empregada a abordagem Least Squares Cell-Based Gradient Evaluation que possui um alto nível de precisão. Além da discretização espacial, também deve-se discretizar as ET no tempo para conhecer sua evolução temporal em cada passo de tempo. Para a solução numérica das ET no espaço e tempo, uma vez sejam discretizadas e transformadas em equações algébrica, estas são resolvidas por métodos de iteração é de segunda ordem [21, 59, 82, 84].



Figura 2.7 Ilustração de um *vc* triangular, neste exemplo, os valores de φ são armazenado no centro das células. No *vc* central *p* é usado para fazer o balanço do fluxo. Figura retirada e modificada da referência [80].

Por outro lado, quando requerido acrescentar algum tipo de função externa, é possível fazer tal implementação no *Solver* através de códigos programados em *linguagem C*. Esta funcionalidade definida como Função Definida pelo Usuário, FDU^6 , possibilita complementar o modelo tratado, como por exemplo: definir suas próprias fronteiras, propriedade dos materiais, termos fonte, funções dependentes do tempo, etc. [83, 85]. Neste mesma interface são inseridos os dados de entrada como as propriedades física do fluido, parâmetros, as condições iniciais do sistema e de contorno (paredes de entrada e saída do fluxo), entre outras. Por último, o monitoramento da convergência das soluções das equações para sistemas bifásicos pode ser realizada por meio de dois indicadores: os resíduos e o Número adimensional de Courant, *C* (Courant-Friedrich-Lewy), depois de cada iteração. Assim, no DFC-ANSYS os critérios de convergência estão ligados ao método selecionado. No caso de *MVF* usa-se por padrão o *Criterion absolute*,

⁶No Apêndice (E) apresentamos os diferentes scripts que possibilitaram definir os diferentes modelos de injeção: modelos DR, LI e MM
onde os resíduos se estabilizam para valores menores do que 10^{-3} e o número *C* precisa estar abaixo de 2 [21, 56, 59, 61, 82, 83].

No último passo, a análise e interpretação são realizadas por meio da interface *Pós-processador*, onde pode ser visualizada graficamente a malha, os contornos, imagens e animação gráfica, etc. Estes resultados são armazenados em uma base data, ou *DFC data*, que contém a informação do campo de velocidade, pressão, etc., calculados pelo *Solver* [56,82].

2.6 REDES COMPLEXAS

Uma rede representa as relações que existem entre partes (agentes ou componentes definidos como nós) de um sistema, uma vez estas partes estejam ligadas (por arestas) entre si, e onde as ligações dependem do tipo sistema. Por exemplo, na rede social Facebook, um usuário qualquer representa um nó, e um contato de amizade que ele tenha com outro usuário (outro nó), é representado por uma aresta. Contudo, uma rede admite ser expressada por meio de ferramentas matemáticas como a matemática discreta e teoria de grafos [86–89].

2.6.1 Teoria de Grafos e propriedades das Redes

Formalmente, um grafo é definido como um conjunto de pares ordenados G(V,A) sendo V, o conjunto dos seus N vértices (ou nós) e A, o conjunto das M arestas (conexões), ou seja, $V = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$ e $A = \{a_i, i, j \in V \ i \ (relacionado \ com) \ j\}$ [86, 88, 90]. Admitida esta definição de grafo, a ordem do G(V,A) é dada pelo total de vértices N e o seu tamanho, pelo total de arestas M. Um grafo pode ser representado graficamente por um conjunto de pontos (nós) e linhas (arestas) que conectam os pontos.



Figura 2.8 Ilustração de um grafo não direcionado em a), grafo direcionado em b), grafo ponderado em c) e matriz de adjacência em d). Fonte: Autor.

A depender da direção ou não e do número de conexões que apresentam os vértices do grafo, este pode ser classificado em direcionado (ou orientado) e não direcionado, ponderado e não ponderado, multigrafo, etc⁷. A Figura 2.8a mostra a categoria do grafo direcionado onde as ligações entre os vértices têm sentidos, por exemplo, do v_1 para o v_4 mas não no sentido inverso. O caso contrário sucede para este par de nós (v_1, v_4) no grafo da Figura 2.8b, já que esta ligação e todas as outras ligações existentes não têm direções. Por último, na Figura 2.8c observase o caso em que as conexões têm peso, isto é, as arestas são associados valores numéricos.

⁷Nas seguentes referência pode-se obter maior informação de outros tipos de grafos [86, 88, 90].

2.6 REDES COMPLEXAS

Caso não haja nenhum valor numérico associado às aresta o grafo é dito não ponderado (ver Fig 2.8b).

Além das características comentadas acima, os grafos podem ser representados matematicamente através da matriz de adjacência, \hat{A} , a qual expressa se dois nós estão conectados ou não. Assim, no caso de G(V,A) não direcionado como aquele apresentado na Fig. 2.8b sua matriz de adjacência é definida (ver Fig. 2.8d) como

$$\hat{A} = \{a_{i,j}\} = \begin{cases} 1 & \text{se } v_i \text{ e } v_j & \text{estejam conectado} \\ 0 & \text{se } & \text{caso contrário.} \end{cases}$$
(2.5)

Após estabelecer algumas características dos grafos, também pode-se introduzir os principais índices que possibilitam medir suas propriedades topológicas, as quais indicam informações gerais da conectividade e organização dos sistemas. Entre os mais relevantes índices temos: a) grau de v_i , indicado por k_i , é definido como número de conexões que v_I tem com os outros vértices, ou seja, $k_i = \sum_{j=1}^{N} a_{i,j}$; b) o grau médio para o G(V,A) como $\bar{k} = \sum_{i=1}^{N} k_i/N$, onde $a_{i,j}$ representa as aresta e N total de nós; c) o grau ponderado k_i^w de v_i é dado por $k_i^w = \sum_j^N w_{i,j}$; d) grau ponderado médio é $\bar{k}^w = k_i^w/N$ sendo o peso $w_{i,j}$ das arestas; e) Hub (ou polo) é um v_i que tem número bem maior de ligações de entrada e/ou saída com os outros vértices do que a maioria dos nós na rede tal que $H_i = k_i >> \bar{k}$. No entanto, será adotada a definição baseada na condição que $H_i > \bar{k} + 2\sigma$, onde σ é o desvio padrão da distribuição de graus da rede [90–92]; f) a distribuição de graus de G(V,A) é definida por $f(k) = n_k/N$ onde f(k) é a fração de vértices que indica a distribuição probabilística do grau de um vértice, e n_k o número de vértices de grau k [86, 88, 90, 93].

Segundo o descrito na introdução deste capítulo, temos que uma rede complexa é uma representação dos componente de um sistema que interagem entre si de uma forma complexa. Portanto, as redes também podem ser estudadas com a teoria dos grafos. No entanto, este tipo de rede precisa de outros métodos matemáticos que possibilitem a caracterização de outras propriedades, por exemplo, conhecer a dinâmica das conexões dos nós, ou seja, como mudam com o tempo e também qual é a origem destas ligações.

O método de grafos variante no tempo (TVG, [94]) permite obter a dinâmica de uma rede complexa, e esta pode ser representada por um conjunto de grafos ordenados ao longo do tempo. Ou seja, um TVG descreve uma sequencia de grafos, $\hat{G}(V,A,T) = \{G_1(V_1,A_1,t_1), G_2(V_2,A_2,t_2), G_2(V_3,A_3,t_3), ..., G_i(V_i,A_i)\}$ onde cada grafo G_i contem os V_i vértices e A_i arestas associados a cada tempo t_i , com i = 1, 2, 3, ..., T sendo \hat{G} o conjunto de grafos e T o tempo total de observação ou tempo de vida do sistema (ver Fig.2.9). Dadas estas características, em cada grafo estático os seus vértices e arestas podem existir em um determinado intervalo temporal que pode ser finito ou infinito, discreto ou continuo. De maneira mais formal, o grafo pode ser definido como $\hat{G}(V,A,T,\rho,\zeta)$ onde V, A, T foram definidas atrás, e $\rho(A,t_m)$ é a função de presença que assegura a existência de uma dada aresta em um dado instante de tempo e $\zeta(A,t_m)$ define a função latência que indica o tempo de existência de uma aresta entre dois vértices. As variações no tempo apresentadas por cada grafo estático (estudadas através da matriz da adjacência) que compõem o TVG estão associadas às mudanças topológicas da rede dinâmica [86, 88, 90, 95].



Figura 2.9 Ilustração do Grafo Variante no tempo. Figura retirada e modificada de [93].

A Rede Estática Agregada (REA) é um grafo único no qual, desprezando a ordem cronológica, são superpostas as conexões de todos os grafos do TVG. A REA pode ser obtida através das matrizes de adjacência associada a cada um dos grafos do TVG (ver Fig.2.10). Como visto acima, $\hat{G} = \{G_{\tau}(\tau)\}$ descreve a dinâmica da rede, e $\hat{A}_G = \{A_{\tau}(\tau)\}$ é a coleção de matrizes de adjacência correspondentes a cada G_{τ} com $\tau = 1, 2, 3, ..., T$. Então, a REA é dada por $Rea = \sum_{\tau=1}^{T} A_{\tau}$ onde A_{τ} é uma rede que contem a soma de todas as redes do TVG [86,88,90,95].



Figura 2.10 Ilustração da formação da REA ondem foram incluídas todas as redes de cada rede do TVG. Fonte: Autor.

2.7 SÉRIES TEMPORAIS (ST) E MÉTODOS DE ANÁLISES

Uma série temporal, *ST*, é uma coleção de dados relacionada a alguma variável e que são coletados sequencialmente ao longo do tempo. A partir desta série pode-se compreender a dinâmica da variável registrada. Qualquer *ST* pode ser denotada como $\{X(t), t = 1, 2, 3, ..., T\}$ onde $\{X(t)\}$ é a variável armazenada e $1 \le t \le T$. X(t) pode conter registro de temperatura, dados de preços do petróleo, etc. Ao analisar as *ST* com ajuda de modelos (ex: matemáticos, físicos, etc.) é possível fazer previsões de comportamentos futuros de curto, médio e longo prazo. No entanto, requere-se das *ST* estudadas realizar alguns procedimentos para serem tratadas por estes modelos tais como conhecer se pertence a processo estacionários ou não, remover tendências, variações sazonais, cíclicas, aleatórias, entre outros. Brevemente, os dados de uma série estacionária tomam valores que variam ao redor de uma média constante sem depender do tempo, de forma que as outra propriedades estatísticas variância, autocorrelação entre outras permanecem constantes também. Caso estas propriedades não sejam atendidas a ST é dita

não-estacionária. Chama-se de tendência comportamento médio constante, crescente, decrescente ou mistura delas, apresentado nos dados da *ST*. No entanto, estas variações podem estar presente em algumas regiões ou toda a série temporal. Se determinado padrão na *ST* tende-se a repetir em intervalos regulares de tempos, ela é considerada uma série sazonal [84, 96, 97].

Base de dados

Quando se tem uma coleção de séries temporais, por exemplo, $\{X_t^1\}, \{X_t^2\}, ..., \{X_t^k\}$ onde k = 1, 2, 3, ..., S indica os elementos do conjunto de ST e t = 1, 2, 3, ..., T, é o tamanho de cada uma delas, elas possuem a mesma formatação e estão armazenadas num só local, é possível se referir a esta coleção como um banco de dados. As bases de dados usadas envolvem dados econômicos e financeiros. Assim, as séries temporais usadas neste trabalho estão relacionadas com os preços de energias renováveis e não-renováveis. As ST dos preços das energias renováveis estão ligadas a cinco índices correspondentes aos mercados de ações americano e europeu. No caso americano temos: a) O Standard and Poor Global Clean Energy Index (S&PGCE), que é estimado com base nas 30 maiores companhias do setor de energias limpas negociadas na bolsa de New York [98]; b) O NYSE Bloomberg Global Wind Energy Index (WIND), índice para companhias do setor de energia eólica [99]; c) O NYSE Bloomberg Global Solar Energy Index (SOLAR) índice para as companhias do setor de energia solar [100]; d) O NYSE Bloomberg Global Energy Smart Technologies Index (TECH), baseado nos precos das ações de empresas que trabalham no desenvolvimento de transportes avançados, energia digital, eficiência energética e armazenamento de energia [101]; e) No caso europeu tem-se o European Renewable Energy index (ERIX), apoiado nos valores das ações de companhias de energia solar, eólica, biomassa e recursos hídricos [102]. Cada um destes índices serão analisados em relação ao índice West Texas Itermediate (WTI) que mede o preço do petróleo que tem sido uma referência mundial [103]. Por outro lado, também serão usadas séries temporais dos preços de combustíveis fósseis e renováveis no caso especifico da gasolina como etanol, respectivamente. Esta precificação corresponderam à compra (venda) destes dois combustíveis praticados na Cidade de Salvador Bahia. Os históricos destes preços foram obtidos do repositório de dados da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP) [104].

Análise de associação

Os métodos de associação são mecanismos que procuram detectar o grau de ligação existente entre dois eventos como é o caso da correlação, da sincronização, etc. A correlação, é uma métrica que permite medir a relação entre observações consecutivas. Para uma única série temporal temos a autocorrelação e, quando se considera duas ou mais séries pode-se também determinar a correlação cruzada. A sincronização acontece quando dois ou mais eventos com propriedades oscilatórias ao longo do tempo passam a ter o comportamento acoplado. Para os métodos de sincronização usando séries temporais é importante avaliar o tipo de evento e a ordem de sua ocorrência para determinar o seu grau, a sua direção entre outras quantidades.

2.7.1 Sincronização por motifs (SM)

Esta metodologia, proposta em [105], está baseada em decompor as séries temporais em padrões específicos chamados motifs, e dessa forma, avaliar o número de recorrências destes motifs entre os pares de séries analisadas. Por conseguinte, são construídas as redes variante no tempo (TVG) e também são fornecido os graus, direção de sincronização, polos, etc., para diferentes tempos de atrasos.

Os motifs, M_i , são uma coleção predefinida de padrões classificados de acordo [106] como aclives, declives, picos e valas. Para sua criação requere-se de: a) o grau de M, que depende do número de pontos utilizados para a sua construção; b) do lag, λ , a sequência entre estes pontos (ver Fig.2.11b). Porém, pode-se incluir novos padrões, ou seja, variações ao propostos por [106]. Um exemplo desta adaptação foi desenvolvida no trabalho [105] e tempo depois, esta abordagem foi implementada em [92]. Contudo, além de considerar os motifs propostos em [106] e de [105], neste trabalhos foram introduzidos outros motifs (ver a Fig. 2.11a).

Na Figura 2.11a mostram-se tanto os motifs introduzidos em [106] e [105] quanto os novos propostos neste trabalho. Portanto, temos um conjunto de total de 16 motifs aplicados para a construção das redes do TVG. É importante salientar que a condição principal na construção dos motifs, é que os três pontos usados devem ser diferentes de zero corresponde a um dos motifs em $\{M_1, M_{13}\}$. Por outro lado, na ausência de dados em um ou dois pontos para qualquer um dos motifs deste conjunto, é atribuído o motif definido como M_{14} . Por último, se existir ausência de dados nos três pontos consecutivos no motif analisado, este passa a corresponder ao motifs nulo, M.null.



Figura 2.11 Os Motifs usado para construção das redes neste trabalho. a) O subconjunto formado $\{M_1, M_2, M_4, M_7, M_9, M_{10}\}$ é formado pelos motifs propostos em [104]. Já no caso da referência [103], foi feita uma simplificação de forma que $M_2 = M_7$ e $M_4 = M_{10}$, e também foi introduzido o motif null, *M.Null*, de forma que este subconjunto consiste de $\{M_1, M_5, M_8, M_9, M.Null\}$. Por último, os novos motifs introduzidos neste trabalho constituem o subconjunto $\{M_3, M_6, M_{11}, M_{12}, M_{13}, M_{14}\}$. b) Sequência dos pontos usados para construir os motifs, enfatizando as diferenças causadas por diferentes valores de λ . Figura retirada e modificada de [57].

A sequência de passos a seguir aborda a metodologia requerida para a sincronização por motifs [90]. Sejam as séries temporais originais $\{x(t)\} \in \{y(t)\} \operatorname{com} t = 1, 2, 3, ..., T$ onde T indica o tempo total das séries que serão analisadas. Em seguida, as $\{x(t)\} \in \{y(t)\}$ são convertidas em novas séries $X'_M = \{X_M(t)\} \in Y'_M = \{Y_M(t)\}$ de sequências dos Motifs. Uma vez feito o anterior passo, é realizada a sincronização através de $C(X'_M; Y'_M) = C_{XY}$, definido como o maior número de repetições do mesmo motif achado em Y'_M que também foi encontrado em X'_M , para diferentes tempos de atraso, τ . Desta forma temos que

$$C_{XY} = max \left\{ \sum_{i=1}^{L_M} J_i^{\tau_n} \right\} \text{ onde } J_i^{\tau_n} = \begin{cases} 1 & \text{se } M_{\#}^{X_i'} = M_{\#}^{Y_{i+\tau}'} \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$
(2.6)

onde n = 1, 2, 3, ..., N e sendo N valor máximo considerado, $M_{\#}^{X_i}$ é o motif de X'_M na posição i e L_M é o tamanho da janela móvel usada para o cálculo da correlação. Depois, é achado o grau de sincronização $Q_{XY} = max\{C_{XY}, C_{YX}\}/L_M$ onde $0 \le Q_{XY} \le 1$. Por último, é definida a direção de sincronização de forma que $q_{XY} = \{0, se \ C_{XY} = C_{YX}; sinal(C_{XY} - C_{YX}), caso contrário.\}$. Desta forma, no caso de $q_{XY} = 0$ a sincronização não tem direção preferencial entre $X' \in Y'$, mas q_{xy} assume o valor positivo no caso que X' antecede Y', e no caso contrário assume valor negativo. Uma ilustração do procedimento descrito anteriormente é apresentada na Figura. 2.12.



Figura 2.12 Ilustração da determinação da sincronização dos motifs apresentados na Fig. 2.11a. Figura retirada e modificada de [88].

2.7.2 Índice de Eficiência de Mercado

A eficiência de mercados de capitais está relacionado aos preços relativos dos títulos que as empresas emitem. Portanto, espera-se que estes preços reflitam a informação possível com respeito a eles, de forma a conseguir o equilíbrio entre os preços de compra dos títulos (informação) e a sua negociação [107]. Posteriormente, Fama [49] explicou a Hipótese do Mercado Eficiente (HME) tornando-se muito importante na economia financeira. A HME considera que o mercado financeiro é eficiente se os preços dos ativos negociados incorporam todas as informações possíveis sobre um ativo de forma imediata [49, 54]. Mais tarde, foi introduzida a Hipótese de Mercado Fractal (HMF) com os trabalhos de Peters em 1994 [108, 109], onde ele expõe que a utilização da informação depende do investidor e, esta informação está ligada a um horizonte temporal. Mas, durante o lapso de tempo em que o mercado fica estável, em cada um dos horizontes a demanda e a oferta ficam em equilíbrio. Porém, o contrário ocorre durantes as crises [109, 110].

Nesta tese a eficiência de mercado será medida por meio do índice de eficiência de mercado (IE) proposta por Kristoufek-Vosrda [53, 54]. Esta quantidade compara um conjunto de medidas feitas no mercado de capitais (dados reais) com relação ao estado do mercado eficiente. Isto é, este índice envolve um grupo de medidas estatísticas de eficiência ao analisar as propriedades dinâmicas das séries temporais. Portanto, define-se o IE para medida da eficiência do mercado como:

$$IE = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\widehat{M}_i - M_i^{ref}}{R_i}\right)^2},$$
(2.7)

onde \widehat{M}_i é a estimativa da eficiência, M_i^{ref} é o valor de referência ou valor esperado do mercado eficiente e R_i o intervalo de controle, com i = 1, 2, 3, ..., n, sendo n o número de estimativas usadas [53, 54, 111, 112]. Segundo Kristoufec e Vosvrda [53, 54, 112] a variação do índice de eficiência permite afirmar que o mercado é eficiente para IE = 0, e diminui a eficiência quando aproxima-se a $IE = \sqrt{n}/2$.

Para a quantificação do IE vamos considerar duas medidas que envolvem memoria local e de longo alcance, mais especificamente o cálculo de autocorrelação e as propriedades de escalas. Para a primeira calcula-se a dimensão fractal, $\widehat{M_j} = \widehat{D_j}$, e na segunda, o expoente de rugosidade, $\widehat{M_j} = \widehat{\alpha_j}$. Aqui o subscrito, *j*, indica as metodologias usadas no cálculo de *IE*. As quantidades $\widehat{D_j} \in \widehat{\alpha_j}$ representam a *estimativa do mercado*. Para isto acontecer, o $\widehat{H_j}$ foi calculado através da análise destendenciadas de flutuações, $\widehat{H_{DFA}}$ com j = DFA. Já no caso da $\widehat{D_j}$, $j = \{HW, RG\}$ sendo eles os estimadores Hall-Wood, $\widehat{D_{HW}}$, [113] e Robust Gentor, $\widehat{D_{RG}}$ [114–116]. Desta maneira, o *IE* definido pela Eq. 2.7 para estas duas medidas toma a forma

$$IE = \sqrt{\left(\widehat{DM} - D^{ref}\right)^2 + \left(\widehat{\alpha} - \alpha^{ref}\right)^2},$$
(2.8)

onde \widehat{DM} é a dimensão fractal média $(\widehat{D_{HW}} + \widehat{D_{RG}})/2$ e $R_{\widehat{D}} = R_{\widehat{\alpha}} = 1$.

Note que o *IE* é uma medida simples que pode ser visto como a *distância* entre resultados do mercado observado e o estado de mercado eficiente, ou seja, a *distância* entre o estimado e a

referência. Além disso, as métricas envolvidas são independentes, dado que estimam diferentes medidas de eficiências, isto é, obtêm-se diversas informações da dinâmica das séries financeiras. No Apêndice C realizamos uma abordagem simples para avaliar a independência destes expoentes. Contudo, para processos Auto-Afins, especificamente séries estacionárias, a dimensão fractal pode-se conectar à dependência de longo prazo através da relação $D^{ref} = 2 - \alpha^{ref}$.

| α^{ref} | D^{ref} |
|----------------|-----------|
| 0.25 | 1.75 |
| 0.50 | 1.50 |
| 0.75 | 1.25 |

Tabela 2.1 Dimensão fractal e expoente α implementados como valores de referência. O conjunto (0.5 e 1.5) representam os valores esperados do mercado eficiente. Os outros dois conjuntos foram escolhos arbitrariamente.

Por outro lado, usando a Equação 2.8 pode-se avaliar a amplitude de variação dos métodos, ou seja, pode-se ter uma estimativa do erro introduzido por cada metodologia. Vamos considerar três diferentes valores de α^{ref} (ver Tabela 2.1) o que permite computar o desvio entre os valores observados e os referências, ou seja, $\delta DM = DM - D^{ref}$ e $\delta \hat{\alpha} = \hat{\alpha} - \alpha^{ref}$.

Entretanto, como feito em [53, 54], aqui também calculam-se as contribuições percentuais dos desvios, $C^{\delta X}(\%)$, na quantificação do *IE*, onde *X* relaciona-se com $\widehat{DM} \in \widehat{\alpha}$. Para isto temos que $IE^2 = (\delta \widehat{\alpha})^2 + (\delta \widehat{DM})^2$ então pode-se obter a relação $1 = (\delta \widehat{\alpha}/IE)^2 + (\delta \widehat{DM}/IE)^2$. Desta forma, as contribuições de $\widehat{DM} \in \widehat{\alpha}$ são dadas pelas seguintes relações:

$$C^{\delta \widehat{\alpha}}(\%) = (\delta \widehat{\alpha}/IE)^2 * 100\%$$
$$C^{\delta \widehat{DM}}(\%) = (\delta \widehat{DM}/IE)^2 * 100\%.$$

Finalmente, uma vez validada a amplitude de variação dos métodos⁸, as estimativas do *IE* neste caso terão valores entre $[0, \sqrt{2}/2]$, uma vez que o conjunto de $\hat{\alpha} \in \widehat{DM}$ sejam comparados com os valores esperados do mercado eficiente dados pelo de $\alpha^{ref} = 1/2$ e $D^{ref} = 3/2$, respectivamente [53]. A seguir são apresentado de forma sucinta cada um dos métodos mencionados anteriormente.

Análise destendenciada de flutuações. A robustez do método DFA [117] para estimar o valor de α tem sido bem-sucedido por possibilitar remover falsa correlações devida às tendências, ou seja, o método permite retirar as tendências. Portanto, com o DFA obtêm-se a quantificação da autocorrelação de longo alcance em séries temporais não-estacionárias. A partir da função de flutuações é possível avaliar o expoente escala. Este algoritmos requer uma sequência de passos para sua correta utilização. Seja a ST {x(i), i = 1, 2, 3, ..., N} com N o tamanho da ST. Então, os

⁸Sublinhamos que as contribuições dos desvios, independentes de serem positivas ou negativas, no que diz respeito ao computo do índice de eficiência, contribuem de igual forma para o valor do *IE*, que é a raiz quadrada da soma dos quadrados da diferença de δX . Finalmente, o desvio nas estimativas dos expoentes é menor do que 12.0% em relação aos valores teóricos.

passos usados na implementação do método são os seguintes: **a**) a série original é transformada em uma série integrada, $SI: X(k) = \sum_{i=1}^{k} x(i) - \langle x \rangle \operatorname{com} \langle x \rangle = (1/N) \sum_{i=1}^{N} x(i)$ representando a média de $x(i) \operatorname{com} k = 1, 2, 3..., N$. **b**) A X(k) é dividida em $N_n = int(N/n)$ segmentos de tamanho *n* que podem ser não-sobrepostos, como na versão original [117]. Além disso, *n* representa as diferentes escalas temporais usadas no cálculo de *H*. **c**) Para cada segmento *n*, ajusta-se a melhor reta (ou ajuste polinomial) aos valores de X(k) para obter a tendência local. A tendência local, $X'_n(k)$, nessa escala temporal é subtraída de X(k). **d**) Para cada escala temporal a função de flutuações é calculada como

$$F(n) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} [X(k) - X'_n(k)]^2},$$
(2.9)

e) deve-se repetir os passos de a) até d) para os *n* segmentos, conseguindo assim um grupo de dados entre F(n) e *n*, que permitirão verificar se F(n) versus *n* (relação plotada em escala logarítmica) seguem uma lei de potencia da forma: $F(n) \sim n^{\alpha}$. Assim, α_{DFA} é conhecido como o coeficiente de correlação de longo alcance ou expoente escala ou expoente de rugosidade.

Na literatura, α_{DFA} é conhecido como expoente generalizado de Hurst (*H*), uma vez que ele permite capturar também memória de longo alcance [50, 118–123]. No entanto, podem existir diferenças entre os valores obtidos para α_{DFA} e *H*, a depender de como as metodologias são usadas para as estimativas destes expoentes, os tipos de dados a analisar como séries estacionárias ou dados de superfícies rugosas em 2 dimensões. Assim, para o cômputo de *H* pode ser usada a análise R/S (rescaled range statistic), proposta originalmente por Hurst, que também baseada sobre propriedades de escala e estima o valor de *H* através da estatísticas de intervalos ajustados reescalonado [124–126]. Por outro lado, como discutido acima o DFA, além de remover possíveis tendências deterministas, é robusto para a análise de séries não estacionárias. Além disso, a simplicidade da implementação do método como a interpretação dos resultado permitem obter estimativas precisas do expoente α_{DFA} . Em diversos estudos foi adotada a estimativa deste expoente por ter um alto performance na precisão. Portanto, neste trabalho vamos assumir os resultados obtidos pela metodologia DFA como sendo este o expoente α_{DFA} ou simplesmente, α .

O expoente α permite capturar a informação de persistência ou não de um processo [127] que pode ser associada a sua memória global [53, 54]. α apresenta as seguintes propriedades: se $\alpha^{ref} = 1/2$, a série temporal é descorrelacionada sem memória (ou aleatória); se $\alpha > 0.5$, série temporal é persistente ou memória de longo prazo, isto é, um incremento positivo no passado favorece um incremento também positivo no futuro; se $\alpha < 0.5$, a série temporal é anti-persistente, memória de curto prazo, ou seja, os incrementos positivos têm maior probabilidade de serem seguidos por incrementos negativos no futuro, e vice-versa. Quando $\alpha = 1.0$ as autocorrelações associadas ao ruido rosa (1/f).

Dimensão fractal.

A dimensão fractal, D, está relacionada com a medida dos fractais⁹, ou seja, quantifica por meio de modelos a irregularidade de um dado objeto ou conjunto de dados. D é uma dimensão

 $^{^{9}}$ É uma estrutura "objeto" que tem como característica auto-similitude de escala, ou seja, sistemas invariantes de escala [128–130]. Em [131] definida como aquele em que *D* for maior que sua dimensão topológica e menor

que pode assumir valores não inteiros [128–130], por exemplo, uma curva pode estar associada a uma dimensão entre 1 e 2. Em vista disso, permite medir a rugosidade ou suavidade das séries temporais [115] como também a sua memória local. A quantificação local de *D* depende da metodologia utilizada, para mais detalhes ver [132]. Da mesma forma, a dimensão fractal está conectada com memória de longo alcance das séries através de D = 2 - H [53,54]. Então, temos que $1 < D \le 2$, portanto, apresenta as seguintes propriedades: a) se $D^{ref} = 3/2$, sem memória e nenhuma anticorrelação local, b) se D < 3/2, a série reflete persistência local e c) se D > 3/2, a série reflete memória antipersistente ou antipersistência local. Neste trabalho duas estimativas da dimensão fractal são obtidas através dos estimadores Hall-Wood (\widehat{D}_{HW}) [113] e Gentor (\widehat{D}_G) [114–116], conforme adotado em [53, 54, 111, 112, 118].

Estimador Hall-Wood. O estimador \widehat{D}_{HW} proposto em [113] é usado para obter a dimensão fractal de séries temporais mediante uma nova abordagem da metodologia de contagem de caixas (em inglês, box-count estimator), efetuando o uso da escala dos desvios absoluto entre passos. Assim, \widehat{D}_{HW} executam as contas na menor escala possível [54, 113], isto é, $\varepsilon_l = l/n$ onde l = 1, 2, 3, ..., n com n o total de dados da série. Como resultado, a área total das caixas estimada será $\widehat{A(\varepsilon_l)} = \varepsilon_l \sum_{i=1}^{\lfloor n/l \rfloor} |x_{i\varepsilon_l} - x_{(i-1)\varepsilon_l}|$, sendo $\lfloor \varepsilon_l \rfloor$ a parte inteira de ε_l e x_i (i = 1, 2, ..., n) a série temporal. Em seguida, o estimador \widehat{D}_{HW} toma a forma:

$$\widehat{D_{HW}} = 2 - \left(\frac{\sum_{l=1}^{L} (s_l - \bar{s}) \log(\widehat{A(\varepsilon_l)})}{\sum_{l=1}^{L} (s_l - \bar{s})^2}\right),\tag{2.10}$$

onde $L \ge 2$, $s_l = \log(\varepsilon_l)$ e $\bar{s} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^{L} s_l$ sendo L representando a quantidade de pontos usados no ajuste linear. Por último, em [113] aconselham usar L = 2 para reduzir as viés (tendências), conseguindo-se uma aproximação da dimensão fractal $\widehat{D_{HW}} = 2 - (\log \widehat{A(2/n)} - \log \widehat{A(1/n)})/\log 2$ [54,113–115].

Estimador Robust Gentor. O estimador $\widehat{D_G}$ que a seguir será definido, é uma adaptação do estimador variograma altamente robusto, $\widehat{D_{HRV}}^{10}$, proposto por Genton (1998) [116] para lidar de forma mais adequada com dados reais que apresentam algum tipo de limitação, como dados atípicos, cômputo em uma única escala, etc. Contudo, o $\widehat{D_{RG}}$ faz uso do método de estimador de momentos de escala. Assim temos o variograma como $\widehat{V_2(\varepsilon_l)} = 1/(2(n-l))\sum_{i=l}^n (x_{i/n} - x_{(i-l)/n})^2$, definido a partir do qual se define

$$\widehat{D_{RG}} = 2 - \left(\frac{\sum_{l=1}^{L} (s_l - \bar{s}) \log(\widehat{V_2(\varepsilon_l)})}{2\sum_{l=1}^{L} (s_l - \bar{s})^2}\right),$$
(2.11)

onde $L \ge 2$, $s_l = \log(\varepsilon_l)$ e $\bar{s} = 1/L \sum_{l=1}^{L} s_l$. Por último, este estimador também pode apresentar viés e para reduzi-las é sugerido considerar L = 2 [54, 134, 135], conseguindo-se uma aproximação de dimensão fractal $\widehat{D_{RG}} = 2 - (\log \widehat{V_2(2/n)} - \log \widehat{V_2(1/n)})/2 \log 2$.

que sua dimensão de imersão.

 $^{{}^{10}\}widehat{D}_{HRV}$ é baseado no estimador robusto de escala de Rousseeuw and Croux (1993) [133]

2.7.3 Estatística descritiva e teste estatístico

Dentre as métricas mais usuais da estatística descritiva para um conjunto de dados, neste trabalho serão usados apenas o valor médio, o máximo e mínimo dos dados, desvio padrão, a assimetria e curtoses. Com este grupo de métricas simples pode-se descrever e resumir diversas características de um conjunto de dados [136–138].

Teste Zivot e Andrews, ZA

O teste ZA foi desenvolvido em 1992 [139] para detectar se a série analisada possui raiz unitária (se a série apresenta estacionaridade ou não) com presença de quebra estrutural em um ponto qualquer na interceptação, na tendência ou em ambas. Desta forma, para detectar a quebra, o teste procura endogenamente (capturada diretamente dos dados) o possível momento da ocorrência da quebra no período de análise [52, 139–141].

O teste ZA para estacionariedade é empregado aqui dada sua robustez e capacidade de identificar quebras estruturais e choques que ocorreram, e além de levar maior precisão no ajuste estatístico do que o Dickey-Fuller Aumentado [142].

2.7.4 Entropia

A entropia permite quantificar a irregularidade que pode exibir um processo, por exemplo, uma série de preço de um algum ativo econômico. Em outras palavras, quanto maior for a entropia maior aleatoriedade apresenta o processo [52, 143, 144]. Para o cálculo da entropia foram desenvolvidos vários métodos que permitem estudar as irregularidades das séries temporais. Assim, aqui vamos a discutir brevemente as metodologias empregadas neste trabalho que são Entropia de Permutação e Entropia de Aproximação.

Entropia de Permutação (*E_P*)

A entropia de permutação, que foi desenvolvida por Bandt e Pompe em 2002 [143], possui robustez para lidar com o ruido e artefatos que podem estar presente em um conjunto de dados. Além disso, ela não depende de parâmetros específicos, e tem baixo custo computacional. A E_P se caracteriza por realizar comparações entre dados consecutivos de uma série temporal [52, 143, 145]. Descrevemos a seguir os passos mais importante para a definição de E_P , seja a série temporal $\{x(t)_{t=1,2,3,\dots,T}\}$ onde é T o tamanho total, e dois parâmetros inteiros $d \ge 2$ e $\tau \ge 1$, que representam, respectivamente, o tamanho da partição "embedding dimension" e tempo de atraso. Seja S_d o grupo simétrico de ordem d! construído por todas as permutações de ordem d, e um vetor de símbolo $\pi^{(d)} = \{i_1, i_2, ..., i_d\} \in S_d$ onde cada elemento do vetor $\pi^{(d)}$ é único, ou seja, $\pi_j \neq \pi_k \quad \forall \quad j \neq k$. Em seguida, considerando que $\{x(t)\}$ está imersa no espaço d-dimensionais da forma $X^{(d,\tau)}(t) = \{x_t, x_{t+\tau}, \dots, x_{t+(d-1)\tau}\}$ onde $1 \le t \le T - (d-1)\tau$. Cada elemento de $X^{(d,\tau)}(t)$ pode ser mapeado através de um vetor $\pi^{(d)} \in S_d$. Para cada um dos $X^{(d,\tau)}(t)$ pode-se ordenar em forma crescente com relação a suas amplitudes. Implementando o método mapeamento cronológico de permutação, é realizado o mapeio para $\pi^{(d)}$ = $\{i_1, i_2, ..., i_d\} \in S_d$ a sequência de satisfazer que $x_{t+i_1} < x_{t+i_2} < ... < x_{t+i_d}$, onde t é ordenado em relação a sua amplitude. Posteriormente, é calculada a frequência relativa da permutação,

 $p(\pi^{(d)}) = f(\pi^{(d)})/(T - (d - 1)\tau)$ onde $f(\pi^{(d)})$ representa a frequência de ocorrência da permutação $\pi^{(d)}$. Desta forma consegue-se obter $P = \{p(\pi^{(d)})\}$ sendo o conjunto de probabilidades usado para calcular a entropia de permutação como $ep(P) = -\sum_{i=1}^{d!} p(\pi^{(d)}) \log_2 p(\pi^{(d)})^{11}$. Contudo, a entropia de permutação pode-se normalizar como $E_P = ep(P)/\log_2 d!$ associada à série $\{x(t)\}$. Assim, se o valor de E_P aproxima-se a zero a série é considerada regular, caso contrário, quando é próximo de um, os dados da série são mais aleatórios [143, 145, 146].

Entropia de Aproximação (E_A)

A entropia aproximada, que foi introduzida pelo pesquisador Steve Pincus em 1991 [147], permite quantificar a irregularidade de uma sequência de dados através da comparação de valores que possam exibir padrões semelhantes (ou similares) de tamanho *m* em relação ao próximo *m* + 1 [147–149]. A seguir de forma sucinta são descritos os passos que descrevem o algoritmo para calcular a *E*_A. Seja a série temporal { $x(t)_{t=1,2,3,..,N}$ }, onde *N* é o tamanho total, sendo esta dividida em um vetor m-dimensional da forma $u_{(m)}(i) = \{x_i, x_{i+1}, ..., x_{i+(m-1)}\}$ onde i = 1, N - m + 1 e caracteriza *m* valores consecutivos de *x*. Em seguida, se define os vetores $u_{(m)}(i) = u_{(m)}(j)$. A distância dos dois vetores anteriores de comprimento *m* é definida como o máximo do valor absoluto correspondente as componentes dos vetores como $d(u_{(m)}(i),_{(m)}(j)) = max\{|x_{i+k} - x_{j+k}| : 0 \le k \le m-1\}$. Seja *r* o nível de filtragem entre dois vetores. Em [148] sugerem que a distância *r* seja 20% do desvio padrão da série temporal analisada. Para $u_{(m)}(i)$ para cada *i* defini-se a estimativa da probabilidade de ocorrência como $C_r^m(i) = \frac{d(u_{(m)}(i),u_{(m)}(j)) \le r}{N-m+1}$ onde $1 \le i \le N - (m-1)$. Logo, é computado o logaritmo da quantidade anterior definida como $\phi^m(r) = \frac{1}{N-m+1} \sum_{i=1}^{N-m+1} ln C_r^m(i)$. Por último, define-se a entropia aproximada como $E_A(m,r,N) = \phi^m(r) - \phi^{m+1}(r)$ onde $\phi^{m+1}(r)$ é computada uma vez tem sido incrementada a dimensão *m* para *m* + 1 [147–151].

¹¹Seja a amostra sequencial no tempo de N = 7 valores como segue: x = (5,9,1,4,3,7,9), se d = 3 e $\tau = 1$ então são gerado (N - d + 1) = 5 vetores de tamanho d!. As ordens de permutação serão as seguintes: $\pi_1^{(3)} = (123)$, $\pi_2^{(3)} = (132)$, $\pi_3^{(3)} = (213)$, $\pi_4^{(3)} = (231)$, $\pi_5^{(3)} = (312)$ e $\pi_6^{(3)} = (321)$. Assim, o mapeamento é efeito pelos vetores da seguinte forma: $X_1^{(3)} = (x_1, x_2, x_3) = (5, 9, 1) \longrightarrow \pi^{(3)} = 312$; $X_2^{(3)} = (x_2, x_3, x_4) = (9, 1, 4) \longrightarrow \pi^{(3)} = 231$; $X_3^{(3)} = (x_3, x_4, x_5) = (1, 4, 3) \longrightarrow \pi^{(3)} = 132$; $X_4^{(3)} = (x_4, x_5, x_6) = (4, 3, 7) \longrightarrow \pi^{(3)} = 213 X_5^{(3)} = (x_5, x_6, x_7) = (3, 7, 9) \longrightarrow \pi^{(3)} = 123$. O conjunto de probabilidades é dado por $p(\pi_1^{(3)}) = p(123) = 1/5$; $p(\pi_2^{(3)}) = p(132) = 1/5$; $p(\pi_4^{(3)}) = p(231) = 1/5$; $p(\pi_5^{(3)}) = p(312) = 2/5$ e $p(\pi_6^{(3)}) = (321) = 0$, logo temos que $E_P = -(-(1/5)\log_2(1/5) - (1/5)\log_2(1/5) - (1/5)\log_2(1/5) - (2/5)\log_2(2/5))/\log_2(6) = 0.744$.

Capítulo 3

Controle ótimo dos dedos viscosos em célula de Hele-Shaw radial

Conforme citado no Capitulo 1, diversas pesquisas evidenciaram que, tanto em análises teóricos, experiencias de laboratórios e resultados computacionais a instabilidade de ST depende dos parâmetros geométrico da célula HS, das propriedades físico-químicas dos fluidos envolvidos e da taxa de injeção. Além disso a instabilidade ST é muito suscetível às condições iniciais do processo de expulsão do líquido residente. Isto inclui até mesmo detalhes da condição para o inicio injeção, como o cilindro de menor tamanho (furo localizado no centro da placa superior) por onde será injetado o fluido invasor, se encontra vazio ou preenchido por ele. Na Figura 3.1 pode-se observar os resultados finais da interface fluido-fluido levando em conta duas condições iniciais quase idênticas, onde a única diferença diz respeito à presença ou não do fluido injetor neste pequeno cilindro para o furo de injeção.



Figura 3.1 Ilustração da célula HS onde ocorreram as simulações. Ambos os casos, a velocidade de injeção é $v_0^c = 0.0144m/s \operatorname{com} T_f^c = 1.5625 s$. A cor vermelha representa o fluido residente, e a cor azul o invasor. Figura obtida em FLUENT.

Na referência [63] foi trabalhado o controle da instabilidade de ST para sistema bifásico de fluido imiscíveis para a célula HS radial, porém na condição de *furo de injeção vazio* (ver

Fig. 2.12a). Nesta referência, foram exploradas várias geometrias do domínio computacional da célula HS, como referido nos Capítulos (1) e (2), usando o software ANSYS-FLUENT. Desta maneira, foi possível investigar uma geometria que pudesse reproduzir a instabilidade de ST no regime de escoamento laminar para taxa de fluxo constante, q(t). Em seguida, foi introduzido um modelo de taxa funcional de q(t) mas tinha dependência assintótica da forma $q(t) \sim (\alpha t)^{-1/3}$ [15,16,19,24] onde α é um parâmetro de ajuste. Este modelo possibilitou ter o controle das bifurcações secundárias da interface fluido-fluido. Em seguida, implementou-se a primeira versão de um método para medir essa instabilidade, o que permitiu quantificar as flutuações da interface¹. Os resultados numéricos do controle da instabilidade de ST apresentados em [63] foram consistentes com os encontrados analiticamente em [15, 16, 19, 24]. Entretanto, com este novo trabalho, que é uma extensão (ou continuidade) a nossa investigação realizada no meu mestrado (de forma geral citado acima), foi possível investigar e aprofundar ainda mais sobre o estudo da instabilidade ST. Aqui avançamos na implementação de outros modelos que também permitem ter o controle da interface fluido-fluido. Então, fazendo uso da já mencionada taxa de injeção assintótica, também será empregado aqui um outro modelo de injeção com dependência, linear, da forma q(t) = ct + d [23] onde c e d relacionam-se com os raios do orifício e a célula HS utilizada. Assim, vamos apresentar resultados obtidos da análises numéricas para um sistema binário de dois fluidos imiscíveis, sempre com a condição de furo de injeção preenchido pelo fluido invasor (ver Fig. 2.12c), buscando otimizar na eficiência da taxa de injeção. No primeiro, relacionam-se as duas expressões analíticas que favorecem, respectivamente, grande taxa de injeção no inicio e na parte final do intervalo de injeção. No segundo, faz-se a avaliação de forma quantitativa das magnitudes das flutuações na frente invasora (estágio final da interface) em relação ao um círculo de crescimento uniforme. Essa duas abordagem permitem acrescentar a taxa de injeção na parte inicial do processo e comprovar que, ao utilizar os dois regimes, a interface fluido-fluido apresenta o menor desvio da circunferência.

Estes resultados foram obtidos também usando a abordagem de DFC, desta forma é possível considerar todos os efeitos não-lineares nas equações gerais de movimento, assim como a construção da malha tridimensional da célula HS. Entretanto, mesmo que seja bem conhecido na comunidade acadêmica que as aproximações descritas acima são ou não indispensáveis é relevante verificar-as até que extensão elas se mantêm quando essas suposições são relaxadas (ou aproximadas).

3.1 CÉLULA DE HS E INSTABILIDADE SAFFMAN-TAYLOR

Como mencionado anteriormente, a célula de Hele-Shaw é um dispositivo proposto em 1898 por [1]. A primeira versão consistiu num canal que contem inicialmente um fluido imiscível, onde é injetado um outro fluido também imiscível. A partir desta experiência logrou estudar as linhas de corrente (streamline)² [1,26]. Tempo depois, [1] utilizou outro sistema de duas placas planas paralelas com um espaçamento muito fino na direção do plano horizontal. Também neste dispositivo o espaço entre suas placas é preenchido com um fluido,sendo assim possível

¹Na Subseção 3.4 apresenta-se a versão final do método de quantificar a instabilidade da interface fluido-fluido.

²As linhas possuem a característica que cada partícula passa num ponto seguirá a mesma trajetória. Portanto, trajetória será sempre tangente ao campo de velocidade em um regime permanente [58,61,152].

3.1 CÉLULA DE HS E INSTABILIDADE SAFFMAN-TAYLOR

negligenciar o feito gravitacional [1, 26]. Em seguida, o fluido injetado é removido por um outro fluido de menor viscosidade. No caso dos fluidos envolvidos serem imiscíveis, observase que a interface que os separa evolui para padrões complexos com aparência de dedos (ou dedos viscosos) [7, 19, 26, 153]. Atualmente o aparelho é conhecido como célula de Hele-Shaw (ver Fig. 3.2). Por outro lado, a abordagem feita por Saffman-Taylor [7] foi o primeiro estudo a explicar a dinâmica destes dedos viscosos. Para isto, foi usada uma célula de HS retangular e se observou o estágio inicial das perturbações, conseguindo obter o modelo matemático que descreve dita instabilidade. Desta maneira, nessa época foi possível modelar o problema da extração de petróleo [19, 26, 153].



Figura 3.2 Ilustração das linhas de corrente no canal de HS em (a) (retirada de [1]). Célula de HS radial em (b), figura retirada e modificada de [2]. Formação inicial dos dedos viscosos com $\mu_1 \ll \mu_2$ e $q(t) \sim cte$ em (c) (Figura obtida e modificada de FLUENT.).

O estudo da instabilidade da interface fluido-fluido permitiu conhecer que a formação e inibição dos dedos viscosos é devido ao incremento da pressão local. A diferença de pressão deve-se a que a velocidade do fluido em um ponto é proporcional ao gradiente de pressão nesse ponto. Isso ocasiona que alguns trechos da interface cresçam mais rapidamente que outros. Também os efeitos da tensão superficial nos locais da interface com concavidade alta tendem a restringir seu crescimento (ver Fig. 3.2) [154].

3.2 MODELOS DE INJEÇÃO DEPENDENTE DO TEMPO

Nesta parte vamos introduzir os modelos para as taxas de injeção volumétrica dependentes do tempo, q(t), que são usadas no regime variável. Como dito na introdução deste capítulo, foram usados três modelos de q(t). O primeiro deles tem dependência temporal assintoticamente da forma $q(t) = av(t) \sim (\alpha t)^{-\frac{1}{3}}$ [15, 16, 19, 24] onde *a* é área da zona de injeção. O segundo tem dependência dependência linear com relação ao tempo, ou seja, $q(t) = Q(t)b \sim \beta t$ [155] onde *b* é o espaço entre as placas e α e β são os parâmetros de controle, respectivamente. No terceiro modelo, identificado como modelo misto, primeiramente usa-se a taxa de injeção do modelo decrescente que, após de um determinado tempo, é substituída pela taxa de crescimento linear. Para efeito de comparação, também foi usada a taxa de injeção no regime constante.

Inicialmente vamos definir um volume, \mathcal{V} , de fluido que será deslocada no dispositivo da célula de Hele-Shaw radial. Este volume está delimitado entre os raios $R_0 \, e R_f$ sendo $R_0 \, e$ o raio do furo de injeção e R_f o raio final do volume a ser preenchido ver (Fig. 2.3). Como é conhecido, a taxa de injeção volumétrica é definida como q(t) = av(t), onde $a = \pi R_0^2$ é área de injeção e v(t) a velocidade de injeção. Por outro lado, para um volume de fluido injetado como função do tempo tem-se que

$$V(t) = \int_0^t q(t')dt' \equiv \pi(R(t)^2 - R_0^2)b,$$
(3.1)

onde *b* é a distância entre placas. Usando a Equação anterior, pode-se obter o tempo total de injeção T_f quando $R(t) = R_f \Leftrightarrow V(T_f) = \mathscr{V}$. No caso de regime constante a taxa de injeção $q(t) = q_0^c \Rightarrow v(t) = v_0^c$. Para injetar um determinado volume \mathscr{V} na célula HS durante o intervalo de tempo T_f^c é necessário que

$$T_f^c(\mathscr{V}) = \frac{(R_f^2 - R_0^2)}{v_0^c R_0^2} b.$$
(3.2)

Note-se que, ao manter a geometria fixa da célula o tempo neste regime é inverso à velocidade de injeção, ou seja, $T_f^c \sim (v_0^c)^{-1}$.

A seguir vamos considerar as taxas de injeção volumétricas dependentes do tempo $q^i(t)$ que obedecem a relações funcionais distintas para os três modelos. Assim, $q^i(t)$ indica a taxa de injeção que dependem dos diferentes parâmetros já indicados. O trabalho visa determinar valores ótimos destes parâmetros, no sentido que eles são os que levam a minimizar os efeitos da instabilidade de Saffman-Taylor, ou seja, permitem reduzir ao máximo possível o surgimento dos dedos viscosos. Em seguida, cada um dos modelos com os valores ótimos $q^i_{op}(t)$ são comparados entre si para identificar qual deles possibilita deslocar a mesma quantidade do volume de fluido residente \mathcal{V} no menor tempo de injeção T_f^i .

Como dito anteriormente, os diferentes padrões complexos formados em célula de HS durante a evolução da interface são devidos a sucessivas bifurcações secundarias, *bs*, uma vez surgidas as bifurcações primárias, *bp*. Então, para reduzir as *bs* no decorrer do tempo na evolução da interface, a velocidade de injeção precisa evoluir assintoticamente como $v(t) \sim t^{-1/3}$. Este modelo será nomeado como taxa de injeção decrescente, *DR*. O comportamento de v(t) é uma consequência do fato que o raios *r* da área circular equivalente do fluido injetado depende do tempo como $t^{1/3}$ [15, 16, 19, 24]. Consequentemente, propõe-se que o modelo *DR* dependa do

3.2 MODELOS DE INJEÇÃO DEPENDENTE DO TEMPO

tempo de acordo com

$$v^{DR}(t) \equiv v^d(t) = \frac{v_0^d}{1 + \alpha t^{1/3}},$$
(3.3)

onde $\alpha \neq 0$, e a condição $v^d(t) \approx \frac{v_0^d}{\alpha} t^{-1/3}$ é atingida no regime assintótico $(\alpha t^{\frac{1}{3}} \gg 1)^3$.

Por outro lado, há um modelo onde a taxa de injeção controla o surgimento das bp, portanto, impedindo a formação de padrões complexos devido as sucessivas bs. Este modelo foi apresentado por [155] e é mais eficiente em reduzir a instabilidade e caracteriza-se por ser um modelo de crescimento linear, LI, com o tempo. Por conseguinte o modelo LI é definido como

$$v^{LI}(t) \equiv v^{\ell}(t) = v_0^{\ell}(1 + \beta t).$$
(3.4)

Como dito acima, $\alpha \in \beta$ são os parâmetros de controle, que são medidos com dimensão de $t^{-1/3}$ e t^{-1} respectivamente. Contudo, nos dois modelos (*DR* e *LI*) é possível regressar ao regime de injeção constante uma vez definidas as condições de $\alpha = 0$ e $\beta = 0$ nas Eq.s 3.3 e 3.4. Dadas estas equações, o tempo total de injeção $T_f^d \in T_f^\ell$ para injetar uma mesma quantidade de volume \mathscr{V} dentro da célula HS, depende da escolha dos parâmetros de cada modelo, ou seja, *DR* de $v_0^d \in \alpha$, e *LI* de $v_0^\ell \in \beta$. Então, para efeitos de comparação da eficiência dos diferentes procolos de injeção variável, deve-se relacionar cada conjunto destes parâmetros e os seus tempos totais de injeção aos do modelo de taxa de injeção constante, ou seja, o conjunto controle $v_0^c \in T_f^c$.

Para ter o controle dos já citados parâmetros de *LI*, pode-se usar as equações 3.1 e 3.4. Para isto deve se introduzir a Eq. 3.4 na Eq. 3.1 onde é obtida um polinômio quadrático em termos de T_f^{ℓ} do qual é fácil expressar-o em termos de v_0^{ℓ} , $\beta \in \mathcal{V}$, então temos:

$$\frac{v_0^\ell \beta}{2} (T_f^\ell)^2 - v_0^\ell (T_f^\ell) - v_0^c T_f^c = 0.$$
(3.5)

No entanto, impondo que $T_f^c = T_f^\ell$, busca-se a condição sobre v_0^ℓ de forma injetar o mesmo volume \mathscr{V} . Esta condição é obtida quando os parâmetros $v_0^\ell \in \beta$ da Eq. 3.4 satisfazem as condições

$$v_0^{\ell} = 2\beta b = 2\frac{(R_f - R_0)}{R_0 T_f^c} b.$$
(3.6)

Seguindo o procedimento anterior, pode-se procurar os parâmetros do modelo *DR* que satisfazem as condições correspondentes $T_f^d = T_f^c$ para o mesmo volume \mathscr{V} . Neste caso, a Eq. 3.3 é inserida na Eq. 3.1 porém, somos conduzidos para uma equação transcendental relacionando a v_0^d , $\alpha \in T_f^d$ com $v_0^c \in T_f^c$ (estes dois últimos parâmetros pertencentes ao regime constante):

$$v_0^d \left(3\alpha^2 (T_f^d)^{2/3} + 6\alpha (T_f^d)^{1/3} - 6\ln(1 + \alpha (T_f^d)^{1/3}) \right) - 2\alpha^3 v_0^c T_f^c = 0.$$
(3.7)

³Se t >> 1 que Eq. 3.3 por S. de Taylor, negligenciando termos de segunda ordem, é dada $v^d(t) = \frac{v_0^d}{\alpha} t^{-\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{1+x}\right)$ com $x = (\alpha t^{\frac{1}{3}})^{-1}$ e assim $v_v(t) \approx \frac{v_i}{\alpha} t^{-\frac{1}{3}}$. Assim, mede-se a influência da velocidade de injeção, dependendo de v_0^d e α e tem dependência com t, tal que comporta-se assintoticamente como nos resultados analíticos [15, 16, 19, 24].

Olhando para as raízes T_f^d da Eq. 3.7, nota-se que elas não podem ser expressas como uma expressão fechada, ou seja, não é possível obter uma expressão de v_0^d como função de α , como o foi dado no caso da Eq. 3.5 para os parâmetros do modelo *LI* ficam relacionados por $v_0^\ell \in \beta$.



Figura 3.3 Ilustração da taxa de injeção constante $v_0^c = 0.0099 m/s$ e das taxas para os modelos *LI* e *DR*. Obtém-se $v_0^\ell = 1.799\text{E}-3m/s$ com $\beta = 9.0$ para o *LI*, $v_0^d = (10 \times v_0^\ell)m/s$ e $\alpha = 1.130397$ para o *DR*. Os volumes preenchidos foram 7.5874306E-09 m³, 7.5780187E-09 m³ e 7.5745591E-09 m³, respectivamente. Além disso, o tempo de injeção é igual nos três modelos.

Entretanto, a Eq. 3.7 admite ser explorada de diversas formas. Por exemplo, vamos impôr a condição $T_f^d = T_f^c(\mathcal{V})$ e, fazendo uma prévia escolha de um dos parâmetros, digamos α , então é permitido obter o valor de v_0^d para injetar uma mesma quantidade de volume \mathcal{V} , conforme ilustrado na Figura 3.3.

É importante salientar que o cálculo do tempo total necessário em qualquer dos modelos para injetar um volume \mathscr{V} dentro da célula HS, unicamente pode ser feita quando a evolução final dos dedos viscosos (independe do padrão formado) não está limitada pelo raio da célula. De fato, durante o crescimento destes dedos viscosos pode-se abrir um caminho ocupado apenas com o fluido invasor ligando o centro da célula até os limites dela, antes de atingir o volume de fluido \mathscr{V} . É claro, essa possibilidade não dever ser considerada o que exclui a escolha de parâmetros que levam a tais padrões e limita o conjunto de parâmetros onde pode ser encontrada a solução ótima.

Por outro lado, observamos que os modelos da taxa de injeção DR e LI, respectivamente, possuem comportamento monotônico decrescente e crescente em relação ao tempo. Usando valores reais dos fluidos envolvidos, o modelo DR tem uma taxa de q(t) que maior do que a do modelo LI logo depois do estágio inicial do intervalo de injeção. Na Figura 3.4 observa-se como agem os dois modelos anteriormente descritos. Então, surge uma questão, sobre a possibilidade de se combinar os dois modelos para expulsar o fluido residente da célula HS de forma mais eficiente. Mesmo que seja pouco provável que uma expressão unificada possa ser derivada dentro de uma única abordagem analítica, este estudo pode ser convenientemente realizado sob uma estrutura de fluidodinâmica computacional.

Assim, apresentamos o modelo misto designado como MM, para o qual a taxa de injeção q(t) é uma agregação sequencial das taxas de injeção dos modelos DR e LI, o que permite considerar

3.3 DESCRIÇÃO DO MODELO

sempre o valor máximo entre as duas taxas. Desse modo a velocidade de injeção v(t) age de acordo as Eq.s 3.3 e 3.3, respectivamente, $t < t_c$ e $t > t_c$, onde t_c é o tempo "crossover" ou seja, o tempo no qual os dois modelos atingem aproximadamente a mesma magnitude da velocidade (ver Fig. 3.4). Para determinar o t_c é requerido que $v^d(t_c) = v^\ell(t_c)$ chegando-se a uma equação de quarta ordem fácil de expressar-a em termos de t_c . Mas para facilitar sua escrita será apresentada da forma:

$$\alpha\beta x^4 + \beta x^3 + \alpha x + k = 0, \tag{3.8}$$

onde $x = t_c^{1/3}$ e $k = 1 - v_0^d / v_0^\ell$.



Figura 3.4 Ilustração da taxa de injeção constante $v_0^c = 9.82 \times 10^{-3} m/s \text{ com } t = 0.573 s$. No caso de *DR* a $v_0^d = 1.44 \times 10^{-2} m/s \text{ com } \alpha = 7.70 \text{ e } T_f^d = 3.521 s$. Para o modelo *LI* tem-se que $v_0^\ell = 8.09 \times 10^{-4} m/s \text{ com } \beta = 4.04 \text{ e } T_0^\ell = 1.624 s$. No quadrado superior direito é observada a evolução de v(t) do modelo *MM*. Assim, se $t \le t_c$ é usada a velocidade de injeção $v^d(t) DR$ e, se $t > t_c$, então passa-se a usar o $v^l(t)$ de *LI* onde $t_c = 0.409 s$.

Finalmente, no Apêndice (E) apresentamos os diferentes scripts para cada modelo de injeção definidos anteriormente, ou seja, os modelos DR, LI e MM.

3.3 DESCRIÇÃO DO MODELO

Como mencionado na Seção 3.1, a célula de Hele-Shaw radial será usada como modelo para simular o deslocamento de sistemas binários de fluidos imiscíveis com viscosidades bem diferenciadas em condições de um fluxo laminar, newtoniano e incompressível. Para isto foi usada uma abordagem de alta precisão da fluido-dinâmica computacional do ANSYS Fluent DFC [21]. As equações de movimento que governam este tipo de escoamento, que são as equações de continuidade sem termo fonte e as Eqs de Navier-Stokes, podem ser integradas no domínio computacional que foi discretizado em uma malha. Em seguida, essas equações são resolvidas pelo método dos volumes finitos (ver breve explicação na Seção 2.5 do Capítulo 2) dentro do ambiente DFC usado [82]. Além disso, o software também permite impôr as seguintes condições de contorno: a) na fronteira onde o fluido é expulsado assume-se uma pressão atmosférica constante; b) condição de não deslizamento nas paredes da célula; c) a interface fluido-fluido será caracterizada pela a sua topologia de acordo com o método Força Superficial Continua [3]. Para este último item, fazemos a seguir uma breve discussão que nos permite ter uma ideia geral como o algoritmo captura os efeitos deste parâmetro.

O FSC assume uma tensão superficial contínua na interface (zona de transição) e evita a necessidade de levar em consideração as condições de contorno explícitas para tratar a dita interface. Desta forma, o CSF adiciona um termo fonte à equação do momento que é obtido ao se considerar a tensão superficial constante. Desta forma, somente as forças normais à interface são utilizadas.



Figura 3.5 Ilustração da superfície *S* onde se apresenta as componentes vetoriais da forças que atuam na interface. Figura retirada da referência [3].

Por exemplo, vamos considerar a diferença de pressão entre dois líquidos, digamos água e ar. Com a equação de capilaridade, $P_c = (p_1 - p_2) = \sigma(k_1 + k_2)$, pode-se medir a queda de pressão na zona de transição fluido-fluido, onde σ é o coeficiente de tensão superficial e k_i são as curvaturas da superfície em direções ortogonais. Portanto, as componentes k_i foram determinadas através de $k = -\nabla \hat{n}$ onde \hat{n} é um vetor normal à superfície, $\hat{n} = \vec{n}/|n|$ (ver Fig. 3.5), derivado do gradiente da função suavizada c(x) que descreve a zona de transição $\vec{n} = \nabla c(x)$ e c(x) é uma função representativa das propriedades físicas dos fluidos, tais como densidade, viscosidade entre outras.

Deste modo é possível ter o controle dos principais métodos de solução da DFC para abordar as simulações do deslocamento dos sistemas multifásicos. Os resultados conseguidos para os campos de velocidade e pressão permitem quantificar, interpretar e visualizar diversas propriedades dos fenômenos físicos. Para estes sistemas multifásicos, as condições de convergências são controladas tanto pelos resíduos (valores menores do que $< 10^{-4}$) quanto pelo número adimensional de Courant-Friedrichs-Lewy, (*CFL* < 2). E devido que ambas as escolhas geram grande efeito sob o tempo computacional, elas limitam seleção dos parâmetros geométricos do modelo.

O modelo desenhado para a célula de HS radial [1, 26] consiste de um cilindro de raio R_{HS} , altura *b*, que corresponde à separação entre placas, e com eixo perpendicular ao plano da célula na direção *z*. O fluido invasor é injetado através de um furo circular de raio R_0 , área $a = \pi R_0^2$ situado no centro da placa superior conforme apresentado na Figura 3.6a. As dimensões do nosso modelo para R_{HS} , *b* e R_0 foram 15.0*mm*, 0.1*mm* e 0.5*mm*, respectivamente.



Figura 3.6 Ilustração em a) do modelo da célula de HS com dimensões $R_0 = 0.5 mm$ e de raio da célula HS, $R_{HS} = 15.0 mm$ com espaço entre placas b = 0.1 mm e em b) distribuição do total de nós N da célula HS da Fig. 3.5. Os nós da malha gerados pelo software AF-CFD, não tem significado físico. Figura obtida do DFC.

Por causa das dimensões da célula HS e da condição $b \ll R_{HS}$, o total de nós discretizados sobre malha (N = 47319) estão distribuídos em pequeno número de camadas horizontais. As maiores frações dos nós, respectivamente, $n_l e n_u$, ficam na camada inferior para z = 0 e na camada superior para z = b, com $n_l = n_u = 21650 \sim 5N/11$. Os nós remanescentes, correspondendo a uma fração de $n_m = 4017 \sim N/11$, encontram-se espalhados no espaço entre as placas ou bastante concentrados no plano z = b/2, ver na Figura 3.6b. Para identificar a presença dos dois fluidos no domínio computacional em cada passo de tempo, as células correspondentes do conjunto de nós são identificadas por uma variável real que chamaremos de $\mathcal{O} \in [0,1]$. Para t = 0 todas as células a célula HS contêm o fluido residente caracterizado por $\mathcal{O} = 0$. Após uma certa quantidades de passos de tempo, $\mathcal{O} = 1$ define a célula completamente preenchida pelo fluido injetado, Enquanto $\mathcal{O} \in (0,1)$ identifica a zona de mistura. No caso da interface fluido-fluido esta foi definida pelo threshold (ou valor limite) $\mathcal{O}_{th} = 0.5$.

Dentro do contexto de DFC, o grupo de propriedades físicas, o regime de deslocamento dos fluidos e os parâmetros devem ser ajustados ao problema físico. O fluxo dos sistemas binários foram adaptados a partir de diversas pesquisas de meios porosos [4, 156], análises de micro-fluidos [57, 157], e experiências em células HS [158–160]. Nestes últimos estudos, o número adimensional de Reynolds *Re* ficam na faixa 0.001 < *Re* \leq 100, sendo *Re* = $\rho \bar{v} b/\mu$, onde \bar{v} geralmente denota a velocidade de injeção. No entanto, como acontecido em [156, 158, 161], nossos resultados foram limitados para valores de *Re* < 10, onde o controle do crescimento dos dedos viscosos torna-se mais efetiva. No caso do número Capilar *Ca* = $\mu \bar{v}/\sigma$ onde σ é a tensão superficial os extremos considerados neste trabalho são que 0.0144 e 0.1, valores na faixa tipica de $10^{-6} < Ca < 0.3$ explorados em estudos anteriores [12, 16–18, 76, 77]. Já as propriedades físico-químicas entre dois fluidos são usualmente quantificadas por meio do contraste de propriedades específicas. Por exemplo, tem-se que o contraste de viscosidade é definido por [11–19, 25, 155, 162, 163]

$$A = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_2 + \mu_1},\tag{3.9}$$

onde os valores de μ assumem as características tais que μ_1 (μ_2) representam a viscosidade

dos fluidos menor (maior), de modo a variar entre $0 < A \le 1$. A importância deste adimensional reside na influência que ele dá no comportamento da interface, ou seja, com um a menor contraste a interface fluido-fluido tende a ser estável. Caso contrário, a interface tende a se torna totalmente instável com padrões complexos. Então, com o proposito de comparar melhor a dependência dos resultados como função de *A*, neste trabalhos fixamos o valor de μ_1 em todas as simulações dos escoamentos e examinamos diversos valores de μ_2 .

3.4 QUANTIFICAÇÃO DA INSTABILIDADE DA INTERFACE

Nesta seção vamos descrever o método de estimar a deformação da interface fluido-fluido. A instabilidade é quantificada medindo, para qualquer instante de tempo t, a sua flutuação F_t com respeito a uma circunferência de raio R(t). Com finalidade de obter estes valores, F_t será definida como a distância média entre $I_g(t)$ e $I_c(t)$, respectivamente o local geométrico da interface fluido-fluido e o limite de um círculo de raio $R(t) = \sqrt{R_0^2 + V(t)/\pi b}$. Lembrando que esta pesquisa é realizada no âmbito do DFC, uma abordagem completamente numérica, deve-se analisar os resultados de F_t para obter a maior informação da estabilidade da interface. Vale salientar que este procedimento permite substituir estudos sobre a evolução no tempo das amplitudes dos modos não-uniformes de Fourier que foram empregadas em abordagens analíticas [19, 25, 155, 160]. Dado que $I_g(t)$ é descrita por um conjunto finito de pontos n(t) localizados no domínio computacional em $(x_i(t), y_i(t))$, a flutuação da interface pode ser avaliada mediante a seguinte relação

$$F(t) = \sqrt{\frac{1}{n(t)R^2(t)} \sum_{i=1}^{n(t)} |r_i^2(t) - R^2(t)|},$$
(3.10)

onde $r_i^2(t) = x_i^2(t) + y_i^2(t)$. A interface $I_g(t)$ definida por \mathcal{O}_{th} é obtida pelas soluções numéricas com dupla precisão que satisfazem o critério convergência padrão de ANSYS FLUENT, ou seja, $\leq 10^{-3}$ [21]. De acordo à distribuição dos nós na célula HS (ver Fig. 3.6b), o maior número destes nós ficam na camada superior e inferior quando comparados com aqueles estão no espaço entre elas. Portanto, é razoável definir a interface fluido-fluido com base nas células relativas a alguma dessas camadas com alta densidade de nós. Embora ambas as camadas possuam o mesmo número de nós, as suas localizações espaciais nos planos z = 0 e z = b não são coincidentes na maior dos casos. Ou seja, dois pontos localizados em $(x_i, y_i, z = 0)$ e $(x_i, y_i, z = b)$ raramente satisfazem as condições $(x_i = x_j)$ $(y_i = y_j)$. Assim, neste estudo, os resultados apresentados da interface sempre serão definidos para o conjunto de nós correspondentes à camada z = 0.

Por outro lado, a Equação (3.10) desempenha um papel muito importante em nossa análises, devido a que ela define um critério quantitativo que usaremos para comparar as eficiências das taxas de injeções para estabilizar a interface fluido-fluido em um formato circular. A fim de obter uma frente invasora o mais próximo possível de uma circunferência, faz necessário minimizar os valores da flutuação $F_f^x(\chi)$ do modelo de injeção x para o tempo de injeção final T_f com relação aos correspondentes parâmetros de injeção das Eqs. (3.3-3.4). No restante deste trabalho, a notação introduzida acima, $F_f^x(\chi)$, pode indicar a flutuação dependente dos parâmetros de injeção, bem como, e quando for necessário, qualquer um dos parâmetros característicos dos fluidos ρ , μ , e σ , ou os parâmetros geométricos da célula HS R_0 , R_f , e b.

No caso dos modelos com taxa constante e LI, avalia-se apenas um parâmetro, v_0^c ou β , assim determina-se unicamente o valor de $T_f^c = T_f^\ell$. Em consequência, diminuir os valores de $F_f^\ell(\beta)$ é indispensável para longos tempos de injeção. Já no caso do modelo DR, vamos requer avaliar vários valores de α e v_0^d , e em seguida, procuramos o par ótimo deles, ou seja, (v_0^d, α) , de tal forma que a minimizar os valores de $F_f^d(v_0^d, \alpha)$. Uma vez feito isto, pode-se fazer a comparação direta entre a eficiência dos modelos DR e LI que minimiza as flutuações da interface baseada nos valores de $F_f^d(v_0^d, \alpha)$, T_f^d , $F_f^\ell(\beta)$, e T_f^ℓ . Finalmente, o modelo MM é baseado na concatenação por partes das taxas de injeção dos modelos DR e LI para cada valor dos parâmetros ótimos e, para comparar a sua eficiência, fazemos a correspondente avaliação de $F_f^m(\chi)$ e T_f^m , onde agora χ são os parâmetros de injeção $v_0^d, \alpha, e \beta$.

3.5 RESULTADOS

Uma vez definido os métodos numéricos usados para atacar o problema em conjunto com os diferentes modelos das taxas de injeção dependentes do tempo, vamos apresentar os resultados obtidos em nossas simulações. Inicialmente, para t = 0s, o fluido residente preenche a célula HS toda, com exceção do pequeno cilindro (o furo de injeção, acompanhe na Fig. 3.1c) de raio R_0 devido a que este fica preenchido pelo fluido invasor. Neste trabalho foram realizadas três séries de experiências mantendo constante as dimensões da célula (ver na Fig. 3.6), nas quais foram injetados volumes distintos de fluido invasor, correspondentes aos raios $R_f = R_{HS}/p$ (p = 2, 3, e 4). Vamos considerar as propriedades do fluido invasor como as da água a $20^{\circ}C$: a densidade $\rho_1 = 998 kg/m^3$ e viscosidade $\mu_1 = 1.003 mPas$. No caso do fluido residente possui a mesma densidade da glicerina ($\rho_2 = 1260 kg/m^3$), no entanto, a viscosidade μ_2 fica na faixa de 8.0*mPas* $\leq \mu_2 \leq$ 80.0*mPas*. Esse conjunto de valores são muito maiores do que aquele do fluido invasor, porém bem menor quanto comparados com o valor real da viscosidade da glicerina (799.0 mPas). Portanto, os valores do contraste de viscosidade ficam limitado na faixa de $A \in [0.777, 0.975]$. Os efeitos gerados pela viscosidade do fluido residente foram investigados ao considerarmos diferentes valores de $\mu_2 = \delta \mu_r$, onde $\mu_r = 7.99 \, mPas$ é o valor usado como padrão e $\delta \in [1, 10]$ toma valores inteiros. Para a tensão superficial fluido-fluido σ foram assumidos as magnitudes no intervalo [10, 80] mN/m. O ângulo de contato entre os fluidos envolvido foi definido como $\theta = \pi/2$ [156]. Por último, o passo de tempo de integração considerado foi muito pequeno, $\tau = 2.5 \times 10^{-5} s$.

3.5.1 Modelo de taxa constante

Neste Subseção vamos começar com ilustrações dos resultados da Eq. 3.10, que nos fornece uma medida precisa para a deformação da interface fluido-fluido, considerando o regime de injeção constante, onde a velocidade de injeção é $\bar{v} = v_0^c$. Se aumentamos a viscosidade do fluido residentes μ_2 ou a taxa de injeção $q = av_0^c$, é possível observar como o padrão da interface resultante primeiro evolui de um formato aproximadamente circular para um padrão suavemente "smoothly"ondulado (este formato é tipo das bifurcações primárias) e, logo após, no estágio final a interface, a uma estrutura dendrítica altamente complexa. É possível acompanhar a descrição feita acima na Figura 3.7, onde são apresentados padrões típicos para $\delta = 2, 3, e 10$ onde $v_0^c = 0.1 m/s$, $R_f = R_{HS}/2 = 7.5 mm$, e $T_f^c = 0.225 s$. Por último, na Figura 3.8 mostra-se as posições do conjunto dos pontos de $I_g(t)$ e $I_c(t)$ para $\delta = 2$ e 3.



Figura 3.7 Resultados dos padrões quando a taxa de injeção é constante $v_0^c = 0.1 m/s$ e três valores de $\delta = 2, 3, e 10$. Em todos os casos $T_f^c = 0.225 s$.



Figura 3.8 Posição relativa da $I_g(t)$ (quadrados pretos) e $I_c(t)$ (linha vermelha) usados para avaliação de $F_f^c(\chi = \delta)$. No caso de a) e b) foram empregadas as mesma dados correspondentes à Fig. 3.7.

Na Figura 3.9 mostra-se o comportamento das flutuações de $F_f^c(\delta)$ para os diferentes estágios analisados como uma função de δ com p = 2, 3, e 4. Observa-se em todas as curvas características semelhantes. Se começamos com o menor valor para $\delta = 1$, elas estão sujeitas a um crescimento monotônico com tendência atingir um estágio (ou patamar) aproximadamente constante. Este comportamento característico aparece do fato que, para $\delta = 2$, a interface que tinha formato circular perdeu a estabilidade devida ao surgimento de bifurcações primárias onde o padrão têm flutuações de pequenas amplitudes. Já no caso para δ maiores, as bifurcações secundárias provocam o crescimento dendríticos das bifurcações primárias, que uma vez mais bifurcam nas pontas deste dedos atingindo padrões complexos. Depois dessa fase, estabilizam-se os valores de $F_f^c(\delta)$.



Figura 3.9 Comportamento de $F_f^c(\delta)$ como função de δ para 3 valores diferentes de p. Os tempos de injeção, independentes dos valores de δ , para p = 2, 3, e 4 são, respectivamente, $T_f^c = 0.225 s, 0.10 s$ e 0.05625 s.

3.5.2 Modelo *DR*

Como discutido anteriormente, a redução da velocidade de injeção, ocorre ao mesmo tempo com a do número capilar *Ca*, o que propicia a estabilização da interface fluido-fluido. Por conseguinte, não é surpreendente que, independentemente da escolha da velocidade de injeção v_0^d e do parâmetro $\alpha > 0$ no modelo *DR* definido na Seção 3.2 pela Eq. 3.3, surja tal efeito, de estabilização que pode ser notado para valores pequenos de $F_f^d(\chi = v_0^d, \alpha)$. Contudo, ao usarmos a Eq. 3.7, torna-se possível procurar e selecionar valores para os parâmetros $v^d(t)$ e desta forma injetar a mesma quantidade de volume \mathcal{V} de acordo a uma taxa constante baseados na velocidade v_0^c em um intervalo T_f^c . Então, vamos apresentar como os valores das flutuações da interface medidos por meio de $F_f^d(\chi)$ dependem das soluções da Eq. 3.7, e assim proporcionar uma comparação com o modelo de injeção de taxa constante.



Figura 3.10 Comportamento de $F_f^d(v_0^d, \alpha)$ como função de α para $v_0^d = 0.1 m/s$, $\delta = 2 e R_f = R_{HS}/2 = 7.5 mm$ da célula HS. O valor mínimo de F_f , dado por $F_f^d(v_0^d, \alpha_{op})$, ocorre para $\alpha_{op} \simeq 5.0 s^{-1/3}$.

Portanto, vamos considerar uma família de soluções para um valor fixo de $v_0^d = 0.1 m/s$ empregada na Subseção 3.5.1. Para p = 2 e $\delta = 2$, o comportamento de $F_f^d(\chi)$ como uma função de α é ilustrada na Fig. 3.10, onde observa-se o mínimo "raso" (essa diferença nota-se bem melhor com o valor numérico) em $\alpha_{op} \simeq 5.0 s^{-1/3}$. Os parâmetros (v_0^d, α_{op}) nos dão uma aproximação da taxa injeção ótima q_{op} e, em seguida, substituindo-os dentro da Eq. 3.7, é obtido o tempo $T_f^d = 1.012 s > T_f^c$, valor este que pode ser reproduzido pelo ANSYS-FLUENT. No entanto, o valor de $F_f^d(\chi)$ para $\alpha = 0$ é igual ao do modelo de injeção constante.

Com o procedimento descrito acima, efetuamos a mesma análise para valores diferentes de δ , e assim foi possível obter a dependência de $F_f^d(\chi)$ e T_f^d para $\alpha = \alpha_{op}$ como função de δ para p = 2, 3, e 4. Porém, foi confirmado que os valores de α_{op} não dependem apenas de $v_0^d e \delta$, mas também da escolha do parâmetro p. Por este motivo foram também investigados os casos para p = 3 e 4, conforme é mostrado na Fig. 3.11



Figura 3.11 Dependência de $F_f^d(\delta)$ a) e $T_f^d(\delta)$ b) como função de δ para o modelo *DR*. Estes resultados foram avaliados para $\alpha = \alpha_{op}$ quando $v_0^d = 0.1 m/s$ e p = 2, 3, e 4.

Por outro lado, observamos que os valores de F voltam a crescer por uma pequena quantidade na região $\alpha > \alpha_{op}$, de maneira oposta para observado quando $\alpha < \alpha_{op}$. Estes resultados sugerem que é possível caracterizar a região $\alpha > \alpha_{op}$ como livre da presença de grandes dedos viscosos (padrões complexos). Como era de se esperar, esses padrões contribuem ao incremento de F, e portanto, estão limitados para a região $\alpha < \alpha_{op}$. Então, com base nos valores de α_{op} , fizemos um diagrama aproximado da estabilidade da interface no plano (δ, α), onde a linha $\alpha(\delta) = \alpha_{op}(\delta)$ separa o plano em duas partes, de forma que apareçam os efeitos pronunciados da instabilidade de ST fiquem restritos a $\alpha(\delta) < \alpha_{op}(\delta)$. Devido a que α_{op} depende de p, e que para valores menores correspondam valores também pequenos de α_{op} , como ilustrado na Fig. 3.12, conclui que o modelo de injeção DR é mais eficiente para o controle da instabilidade ST para grandes volumes de fluido injetado \mathcal{V} .



Figura 3.12 Diagrama de estabilidade da interface fluido-fluido para o medelo *DR* no plano (δ, α) para $\delta = 2, 3, ..., 10$. Portanto o contraste de viscosidade correspondente $A \in [0.882, 0.975]$. As curvas indicam 3 diferentes tipos de volumes injetados caracterizados pelos raios $R_f = R_{HS}/p$, para p = 2, 3, 4. Os pontos representam os valores ótimos de α_{op} e, na regiões abaixo deles, grandes valores de F_f o que diz ao respeito presença de dedos viscosos. Porém, unicamente pequenas flutuações aparecem na região superior do diagrama.

Finalmente para ilustrar os efeitos de fazer a escolha certa dos valores de α_{op} , fazemos a comparação na Fig. 3.13 dos padrões finais para p = 2 e 4 com $v_0^d = 0.1 m/s$ e $\delta = 2$. Quando os valores de α_{op} são usados para fazer a escolha específica de p (ver Fig. 3.13a e b), pode-se obter formatos circulares. Por outro lado, utilizando o valor α_{op} avaliado para p = 4 e injetando o volume correspondente para p = 2, o estágio final da interface é um tanto deformada, ver na Figura 3.13b. Essa sensibilidade depende do tamanho assumido do valor ótimo de α , revelando claramente a dificuldade de obter o controle da instabilidade ST.



Figura 3.13 Padrões de injeção para o modelo *DR* quando $v_0^d = 0.1 m/s$ e $\delta = 2$. Em a), o fluido que foi injetado para um raio $R_f = R_{HS}/4$ em um tempo total de $T_f^d = 0.421 s$, e $\alpha = 12.6 s^{-1/3}$ corresponde a α_{op} para p = 4. De forma similar, em c) o volume injetado atingiu o raio $R_f = R_{HS}/2$ e $\alpha = 5.0 s^{-1/3} = \alpha_{op}$ para p = 2. Em b), $R_f = R_{HS}/2$ mas α é igual ao usado em a) $T_f^d = 3.004 s$ e $F_f^d(\chi) = 1.58 \times 10^{-1}$, enquanto que em c) $T_f^d = 1.012 s$ e $F_f^d(\chi) = 1.39 \times 10^{-1}$, correspondendo a um menor tempo de injeção e a menores flutuações.

3.5.3 Modelo LI

As análises do modelo de injeção *LI* diferem daquela realizadas para o modelo *DR* devido a que, neste caso, a Eq. 3.4 proporciona relações exatas para o problema variacional que foi abordado

3.5 RESULTADOS

em [23]. No entanto, devem-se satisfazer as suposições usadas para derivar formas simples para as equações de movimento, dadas pelas expressões obtidas para $v_0^{\ell} \in \beta$ que reduzem o crescimento dos modos instável de maneira mais eficiente. Alias, o tempo de injeção é o mesmo usado no modelo de taxa constante. Para reduzir ainda mais as flutuações da interface fluidofluido é necessário fazer mudanças em q(t), para o que torna-se necessário substituir diferentes valores de v_0^{ℓ} , β e, consequentemente, T_f^{ℓ} . O uso do ANSYS-FLUENT proporciona medir diretamente os valores resultante de $F_f^{\ell}(\chi = \beta)$ para diferentes opções de um dos parâmetros deste modelo. Os resultados aqui apresentados foram obtidos para duas séries de simulações: a) fixamos desta vez $v_0^{\ell} \in R_f$, de tal forma que T_f^{ℓ} pode variar em função de β e b) nas quais fixamos $v_0^{\ell} \in T_f$, de modo que R_f de forma semelhante também varia com β . Conforme ilustrado na



Figura 3.14 Dependência de $F_f^{\ell}(\beta)$ e $T_f^{\ell}(\beta)$ como função de β , para valores fixos de $v_0^{\ell} = 1.18 \times 10^{-3} m/s$, $R_f = 5 \times 10^{-3} m$, $\delta = 6$ e $\sigma = 72, 8 mN/m$. Estes valores foram obtidos através do uso da Eq. (3.6).

Fig. 3.14, apresentamos os resultados de $F_f^{\ell}(\beta)$ em função de β para um conjunto de simulações para as quais foram usados os valores de $\delta = 6$, $\sigma = 72, 8 mN/m$ e $v_0^{\ell} = 1.18 \times 10^{-3} m/s$. De acordo com Eq. 3.6, para um volume de fluido injetado $\mathcal{V} = \pi b (R_{HS}/3)^2$, temos que $\beta_{theo} =$ 5.88 e $T_f^{\ell} = 1.529 s$. No entanto, ao selecionar um outro valor de β , T_f^{ℓ} mudará também. Estes resultados indicam que um valor mínimo deve ser obtido para $F_f^{\ell}(\beta)$. Porém, observamos que o valor de $\beta_{op} = 4.60 s^{-1}$ e o correspondente valor $T_f^{\ell} = 1.717 s$, conforme indicados na Figura 3.14, não coincidem com os valores obtidos pela Eq. 3.6.

Para o segundo grupo de simulações com base no mesmo conjunto de parâmetros dos fluidos anteriormente empregados (δ, σ, v_0^ℓ), foi mantido o tempo de injeção fixo, ou seja, $T_f^\ell = 1.529 s$. Desta forma, na Fig. 3.15 pode-se ver como varia R_f em função de β e, onde este aproximadamente tomou valores aproximados entre $\frac{R_{HS}}{6}$ e $\frac{R_{HS}}{2.7}$. Consequentemente, o volume injetado \mathcal{V} também dependerá de R_f . Aqui, o valor do mínimo de $F_f^\ell(\beta)$ é obtido quando $\beta_{op} = 6.2 s^{-1}$ que, de forma similar ao caso anterior, não está de acordo ao valor esperado segundo a Eq. 3.6.



Figura 3.15 Dependência de R_f e F como função de β , avaliando v_0^{ℓ} , T_f e μ_2 fixos. Estes valores foram obtidos usando Eq. 3.4.

Dos resultados discutidos anteriormente, para todos os conjuntos de parâmetros usados nas diversas simulações, foi identificado consistentemente que existe tão só um pequeno desvio nestes resultado (conseguidos com o DFC) quanto comparado com as previsões teóricas. No entanto, uma vez que os resultados numéricos também estão sujeito a erros incontroláveis de arrendondamentos (ou aproximação) e também as pequenas irregularidades na malha, então, pode-se afirmar que os dos mínimos de F_f^{β} ficam próximos das previsões teóricas.

Por outro lado, em um outro conjunto de simulações usado para avaliar o menor valor de $F_f^{\ell}(\chi)$ que o software de DFC aqui utilizado podia nos proporcionar, consideramos um grande conjunto de valores de v_0^c , e usamos as Eqs. 3.2 e 3.6 para avaliar T_f^{ℓ} , v_0^{ℓ} , e β para uma geometria mantida fixa. Em seguida, os valores correspondentes de $F_f^{\ell}(\chi)$ foram avaliados para simulações empregando estes valores no modelo *LI*, porém mantido constantes os parâmetros μ_1 , δ , e σ .



Figura 3.16 Comportamento de $F_f^x(\chi)$ como função de (χ) para os modelos LI ($\chi = \beta = v_0^c/(2b)$) e DR ($\chi = v_0^d, \alpha$). Para o modelo LI, o mínimo de $F_f^\ell(\chi)$ ocorre em $v_{0,op}^c = 1.0 \times 10^{-3} m/s$, quando $T_f^\ell = 22.55 s$ e $F_f^\ell(v_{0,op}^c) = 1.77 \times 10^{-1}$ (círculos). Para o modelo DR, o mínimo de $F_f^d(\chi)$ atingiu quando $v_0^d = 14.4 \times 10^{-3} m/s$, o mínimo de $F_f^d(\chi)$ ocorre para $\alpha = 7.20 s^{-1/3}$, quando $T_f^d = 23.38 s$ e $F_f^d(v_0^d, \alpha_{op}) = 1.68 \times 10^{-1}$ (quadrados). Ambos os casos, $\delta = 10$, $\sigma = 10 mN/m$, e p = 2.

Na Fig. 3.16 exemplificam-se como as flutuações de $F_f^{\ell}(\chi)$ dependem de v_0^c para o modelo

3.5 RESULTADOS

LI quando A = 0.975. Ela mostra que $F_f^{\ell}(\chi)$ possui um valor mínimo para um valor finito de v_0^c . Nessa mesma figura também apresentamos os valores de $F_f^d(\chi)$ como função de α para simulações utilizando a abordagem do modelo DR, mas usando a mesma geometria e os parâmetros dos fluidos. Então, é interessante notar que, para algumas situações caracterizadas por um grande valor de A, o modelo DR gera um estágio final da interface fluido-fluido mais estável com menor valor de $F_f^d(\chi) = 1.68 \times 10^{-1}$ em comparação a $F_f^{\ell}(\chi) = 1.77 \times 10^{-1}$ do modelo LI, apesar do custo de um tempo maior de injeção (23.38 s > 22.55 s).

3.5.4 Análise do Modelo Misto (MM)

Na Subseção 3.2 abordamos brevemente o processo de injeção do modelo misto que combina dois modelos de taxa de injeção dependentes do tempo correspondentes aos modelos DR e LI. Desta forma, esta escolha claramente contribui para uma redução do tempo de injeção total, dado que é baseada na seleção, para cada intervalo de tempo $t < t_c$ e $t \ge t_c$, da maior taxa de injeção, ou seja:

$$v(t) = \begin{cases} \frac{v_0^d}{(1 + \alpha_{op} t^{\frac{1}{3}})} & \text{if } t \le t_c \\ v_0^{\ell} (1 + \beta_{op} t) & \text{if } t > t_c. \end{cases}$$
(3.11)

Nosso objetivo é investigar se esta estratégia de injeção também pode reduzir as magnitudes de flutuações $F_f^m(\chi)$. Para uma dada configuração da geometria e para o conjunto com as propriedades dos fluidos, este procedimento implementado considera o melhor conjunto de parâmetros que otimizam independentemente o processo de injeção baseado em $v^d(t)$ e $v^{\ell}(t)$.



Figura 3.17 Dependência no tempo da velocidade de injeção para o *MM* onde o tempo de troca "switching" é $t_c = 9.75s$. Para $t < t_c$ a taxa de injeção corresponde à do modelo *DR*, com $v_0^d = 14.4 \times 10^{-3} m/s$ e $\alpha_{op} = 7.20 s^{-1/3}$. Para $t > t_c$, usa-se taxa de injeção do modelo *LI* com $v_0^\ell = 1.25 \times 10^{-4} m/s$ e $\beta_{op} = 0.62 s^{-1}$. Tempo total de injeção $T_f^m = 18.25 s$.

Conforme a Fig. 3.17 ilustramos a dependência do tempo para um conjunto particular de parâmetros que foram usados nas simulações: p = 2, $\delta = 10$, $\sigma = 10.0 mN/m$. Os correspondentes valores ótimos do modelo DR são $v_0^d = 14.4 \times 10^{-3} m/s$, $\alpha_{op} = 7.20 s^{-1/3}$, dois quais resulta $T_f^d = 23.38 s$, e no caso do modelo LI os valores são $v_0^\ell = 1.25 \times 10^{-4} m/s$, $\beta_{op} = 0.62 s^{-1}$,

obtendo-se $T_f^{\ell} = 22.55 \, s$. O tempo para a mudança do primeiro para o segundo de modelo ocorre para $t_c = 9.75 \, s$ e o tempo total de injeção foi $T_f^m = 18.25 \, s$, representa uma redução de $\sim 19\% - 22\%$ no tempo de injeção quando comparados com os outras metodologias.

Na Fig. 3.18 apresentam-se os resultados para $F_f^x(\chi)$ e T_f para os três processos de injeção como função de δ , para a mesma geometria anteriormente caracterizada e o valor idêntico de σ . Nossas simulações indicam claramente que o modelo *DR* mostra o melhor desempenho no controle das magnitudes das flutuações ($F^d < F^\ell$) e $F^d < F^m$, embora o desempenho medido pelo tempo total injeção é oposto ($T_f^\ell < T_f^d$). O *MM* é comparativamente bem sucedido em relação ao modelo *LI*, uma vez que obteve o menor tempo de injeção e a segunda menor magnitude na flutuação, ($T_f^m < T_f^\ell \in F^m < F^\ell$).



Figura 3.18 Dependência de $F_f^x(\chi)$ em a) e T_f em b) como função de δ . Para a geometria especificada no documento $\chi = v_0^d, \alpha_{op}, v_{0,op}^\ell \in v_0^d, \alpha_{op}, v_{0,op}^c$ para, respectivamente, os modelos *DR*, *LI* e *MM*. O conjunto inteiro do conjunto de valores de $F_f^x(\chi)$, T_f e os parâmetros usados são apresentados na Tabela 3.1.

Na Tab. 3.1 listamos os valores para a magnitude de $F_f^x(\chi)$ e tempo total de injeção para os três modelos investigados neste trabalho. Os resultados para os modelos DR e LI indica que nenhum deles conduz simultaneamente (ou concomitantemente) à melhor eficiência de recuperação no menor tempo de expulsão do fluido. A existência de um "trade-off" entre dois alvos de otimização acontece muito em diversos problemas semelhantes, o que significa que não é possível ir além se dispomos unicamente os dois modelos propostos. Em alternativa ao referido anteriormente, o modelo MM sugere que a combinação destas duas estrategias pode melhorar os resultados.

| Parâmetros dos fluidos | P. de injeção optima | T_f (s) | $10^{-1}F_f(\boldsymbol{\chi})$ |
|-------------------------|---|-----------|---------------------------------|
| $\delta = 2$ | $\alpha_{op} = 2.0 s^{-1/3}$ | 5.42 | 0.1429 |
| $\mu_2 = 15.98 mPa s$ | $v_{0,op}^c = 0.0029 m/s$ | 7.52 | 0.1408 |
| A = 0.8819 | $t_c(\alpha_{op}, v_{0,op}^c) = 4.57 s$ | 5.35 | 0.1434 |
| $\delta = 4$ | $\alpha_{op} = 4.2 s^{-1/3}$ | 11.83 | 0.1529 |
| $\mu_2 = 31.96 mPa s$ | $v_{0.op}^c = 0.0021 m/s$ | 10.74 | 0.1596 |
| A = 0.9391 | $t_c(\alpha_{op}, v_{0,op}^c) = 4.54s$ | 8.93 | 0.1579 |
| $\delta = 6$ | $\alpha_{op} = 5.7 s^{-1/3}$ | 17.24 | 0.1581 |
| $\mu_2 = 47.94 mPa s$ | $v_{0,op}^c = 0.0017 m/s$ | 13.27 | 0.1661 |
| A = 0.9590 | $t_c(\alpha_{op}, v_{0,op}^c) = 5.03s$ | 11.42 | 0.1619 |
| $\delta = 8$ | $\alpha_{op} = 6.7 s^{-1/3}$ | 21.26 | 0.1688 |
| $\mu_2 = 63.92 mPa s$ | $v_{0,op}^c = 0.0012 m/s$ | 18.80 | 0.1808 |
| A = 0.9691 | $t_c(\alpha_{op}, v_{0,op}^c) = 7.73s$ | 15.60 | 0.1718 |
| $\delta = 10$ | $\alpha_{op} = 7.2 s^{-1}$ | 23.38 | 0.1680 |
| $\mu_2 = 79.90 mPa s$ | $v_{0,op}^c = 0.0010 m/s$ | 22.55 | 0.1775 |
| A = 0.9752 | $t_c(\alpha_{op}, v_{0,op}^c) = 9.75s$ | 18.25 | 0.1780 |

Tabela 3.1 Resultados para as flutuações $F_f^x(\chi)$ onde o raio do círculo, $R_f = R_{HS}/2 = 7.5 \, mm$ nos três modelos de injeção usado nas simulações. A influência da viscosidade $\mu_2 = \delta \mu_r$ sobre o tempo total de injeção é claramente identificada por T_f . Quanto ao significado de χ , tem-se que para o modelo DR ($\chi = \alpha_{op}$), LI ($\chi = v_{0,op}^c$) e MM ($\chi = \alpha_{op}, v_{0,op}^c$). Os parâmetros $t_c(\alpha_{op}, v_{0,op}^c)$ são determinados pela condição $v^d(t_c) = v^\ell(t_c)$. Para todos os casos fixamos $\mu_1 = 1.003 \, mPas$, $\sigma = 10 mN/m \, com \, v_0^d = 14.4 \times 10^{-3} \, m/s$.

Capítulo 4

Redes complexa baseadas em sincronização por motifs para dados de mercado de combustíveis

4.1 SINCRONIZAÇÃO POR MOTIFS E PARÂMETROS DE CONTROLE

Como já mencionado anteriormente, trabalhamos neste capítulo com uma base de dados ligada à precificação de combustíveis (Gasolina (G) e Etanol (E)), os quais foram praticados no mercado varejista de Salvador Bahia. As informações foram coletadas do repositório oficial da ANP do Brasil. Os postos revendedores (ou fornecedores) devem informar em um formulário específico no site da ANP os preços de compra (p^c) e preços venda (p^v) dos produtos que eles distribuem pelo menos uma vez por semana, ou seja, os registros semanais de preços. O intervalo temporal da base usada inicia em 02/07/2001 e se encerra em 03/10/2016, correspondendo a 5573 dias (ou 797 semanas).

Esta base de dados está constituída por 64365 *registros semanais* (ver Fig. 4.1). Cada *registro* está constituído por 27 variáveis que incluem, além dos preços, outras informações como proprietário, CNPJ, ¹CEP, coordenadas geográficas, etc. Os *registros* estão distribuídos entre 327 postos de venda. Foi verificado frequência (ou quantidade) de registros por cada posto (f) fica entre $5 \le f \le 483$, implicando que tem-se apenas ²24.70% do total possível. Além disso, tem *registros* que não possuem todas as variáveis, o que gera dificuldades em ordená-las bem for pelo CNPJ, proprietário, etc., como também para fazer as diversas análises. Finalmente, podemos dizer que este tipo de problemas são típicos em diversas bases oficiais.

A Figura 4.1 mostra a frequência dos *registros* por anos da base de combustíveis associada a cidade de Salvador Bahia. De forma geral, observa-se um incremento que inicia no 2001

¹O Nome, CNPJ e CEP são, respectivamente, o Nome Empresarial (e/ou Nome de Fantasia), o Cadastro Nacional de Pessoa Jurídica e Código de Endereço Postal. Estes dados correspondem ao registro de abertura de uma empresa (qualquer tipo) na Receita Federal.

²Dado que há 327 postos e as ST de cada um deles é composta por 797 semanas em total, então a base disporia de 260619 registros.

até 2007. Em 2008 tem uma queda, logo em seguida, a queda continua mas de forma paulatina até 2010. Entre 2010/2014 apresenta um período estável onde a frequência fica constante. Finalmente, para logo voltar a experimentar uma queda que vai até o final a amostragem. Contudo, provavelmente a diminuição da frequência nessas duas regiões pode-se devida aos efeitos negativos de choques ou eventos críticos que puderam influenciá-la, por exemplo, a Crise Financeira Global (2008) e excesso de produção de petróleo (Xisto betuminoso) nos EUA (2014) [48, 52, 164, 165], entre outros.



Figura 4.1 Histograma dos registros semanais por ano. Intervalo temporal entre 02/07/2001 e 03/10/2016.

A seguir será discutido os critérios usados tanto para gerar as séries temporais dos postos de venda de combustível em Salvador e uma forma simples de imputação dos dados faltantes nelas.

4.1.1 Séries temporais (ST) do Lucro Bruto

A seguir apresentam-se os critérios para gerar as ST do lucro bruto associadas aos preços de combustíveis da cidade de Salvador em uma sequência de passos usados para arrumar a base de dados:

(a) O CNPJ que é a identificação dos postos de venda está composto de números e caracteres $(\cdot, /, -)$, mas a grande maioria dos CNPJ pode ter a falta algum destes caracteres (ou todos). Também a numeração pode estar inconclusa ou errada. Portanto, aqueles CNPJ foram corrigidos.

(b) Filtrar os *registros* pelos CNPJ. Em seguida, cada CNPJ, ordenar pela data na qual foram informados (d/m/ano).

(c) Reduzir a periodicidade diária dos *registros* para semanal (s/m/a), uma vez que os preços de compra (venda) podem ser inseridos no site da ANP qualquer dia útil da semana. Geralmente é informado um único registro por semana e as vezes podem ter até 3. No entanto, também pode acontecer que não existe nenhum registro em uma semana dada ou várias semanas consecutivas. Para isto, implementa-se a média aritmética para os preços de compra ou de venda.

(d) Imputação de registros faltantes $(p^c e/ou p^v)$ através de uma abordagem simples que consiste dos seguintes passos. Seja a sequência de preços, por exemplo, de compra $x = \{p_{s_1}^{c_1}, p_{s_2}^{c_2}, p_{s_3}^0, p_{s_4}^0, p_{s_5}^{c_5}, p_{s_6}^{c_6}, p_{s_7}^0, p_{s_8}^0, p_{s_9}^0, p_{s_{10}}^0, p_{s_{12}}^{c_{12}}\}$ onde (*s*) representa a semana e (0) dado ausente. Assim: (1) será imputado para o dado ausente correspondente da semana anterior a ele (i.e, para s_3 e s_7 , respectivamente, tem-se $p_{s_3}^{c_2} \in p_{s_7}^{c_6}$). Em seguida, (2) será imputado para o dado ausente correspondente da semana posterior a ele (i.e, para $s_4 \in s_{11}$ tem-se $p_{s_4}^{c_5} \in p_{s_{11}}^{c_{12}}$). Desta forma, se existir dois dados faltantes (consecutivos ou não) estes serão imputado da forma anteriormente descrita. Por último, tanto quanto em (1) e (2) a imputação é feita uma única vez, permitindo que a série x aumente o número de registros, ou seja, $x^+ = \{p_{s_1}^{c_1}, p_{s_2}^{c_2}, p_{s_3}^{c_5}, p_{s_6}^{c_6}, p_{s_7}^{c_6}, p_{s_8}^{c_6}, p_{s_9}^{c_9}, p_{s_{10}}^{0}, p_{s_{11}}^{c_{12}}, p_{s_{12}}^{c_{12}}\}$ onde (+) simboliza a série imputada. Este mesmo procedimento é realizado para os preços de venda. Contudo, mesmo tendo feita imputação anterior a ST pode continuar com dados ausentes, por exemplo, as semanas 8, 9 e 10. Isto implica que alguns dos postos terão um maior aumento nos dados que outros (ver Fig. 4.2). Salientamos que este método foi pensado desta forma uma vez que os fornecedores podem ficar com estoques de combustíveis por várias semanas. Portanto, possivelmente, eles podem manter os preços de venda (compra) do combustível constantes.

(e) Calcula-se o Lucro Bruto $(L^{Y(R\$)} \text{ onde } Y = \{gasolina(G), etanol(E)\}$, a unidade de medida para o preço de compra (venda) é o litro. Em ambos os casos, a moeda adotada é o Real, R\$), definido como a diferença entre o preço de venda ao consumidor e de compra ao distribuidor, ou seja:

$$L^{Y(R\$)} = p^{v(R\$)} - p^{c(R\$)}.$$
(4.1)

Se o valor tomado por $L^{Y(R\$)}$ for positivo, significa que o fornecedor obteve lucro, já que $p^{v} > p^{c}$. Já $L^{Y(R\$)} < 0$ indica um prejuízo, onde possivelmente houve um abaixamento em $p^{v(R\$)}$ e/ou aumento em $P^{c(R\$)}$, ou seja, $p^{v(R\$)} < p^{c(R\$)}$ (ver Tab. 4.1). Para efeitos de escrita o L^{Y} refere-se ao lucro bruto em Reais.

| Estatística | L^G | L^E |
|-------------|---------|---------|
| Média | 0.3783 | 0.2893 |
| Máx. | 1.2996 | 1.1461 |
| *Mín. | -0.1975 | -0.1938 |
| SD | 0.1574 | 0.1492 |

Tabela 4.1 Estatística descritiva do lucro bruto ligado à gasolina e o etanol. *Provavelmente houve um abaixamento em $P^{v(R\$)}$ e/ou aumento em $P^{c(R\$)}$.

A seguir vamos apresentar os principais resultados da comercialização de gasolina e etanol para os diferentes postos de venda ($P_i^G \in P_i^E$ onde *i* identifica o posto dentro da rede) em Salvador.

Dados do lucro da gasolina e etanol agrupados por semana e Posto de venda

A Figura 4.2a-b ilustra a quantidade (ou frequência) dos dados do lucro ordenados por semana, tanto para os dados originais (linha vermelha) como os imputados (linha preta). Nos dados originais de L^G e L^E , as regiões entre as semanas 208-312, é aquela que exibe a maior frequência quanto comparados com toda a amostragem, e outras regiões exitem locais com valores zerados (0). Além disso, em média a frequência de L^G e L^E foram 72.8 ± 22.4 e 66.8 ± 21.1, respectivamente. No entanto, após o procedimento de dados imputados as séries L^{+G} e L^{+E}

apresentam uma melhora considerável com respeito aos casos anteriores. Em média têm-se que ela atinge 142.3 ± 18.3 e 132.1 ± 23.1 , respectivamente.



Figura 4.2 Ilustração da quantidade (frequência) dos dados do lucro agrupados por semana para gasolina (a) e etanol (b), respectivamente. Em ambos os casos o total de postos foram $P^G = 327$ e o símbolo (+) representa os dados imputados.

Na Figura 4.3 agrupamos informações sobre a quantidade de dados sobre o lucro bruto da gasolina e o etanol por posto de venda P_i^G . Em outras palavras, o número de dados do lucro para cada P_i^G são ($\neq 0$) sendo que os postos são ordenados de forma crescente com a quantidade de dados $\neq 0$ da série imputada. Nos dados originais de L^G e L^E o número de postos com frequência < 100 corresponde aproximadamente a 15% e 40%, respectivamente do total de postos. No entanto, para os dados imputados em ambos os casos, houve uma redução do número de postos com frequência < 100 atingindo, respectivamente, cerca de 8.5% e 23.0%.



Figura 4.3 Ilustração da quantidade (frequência) de dados do lucro bruto para cada P_i^G referente à gasolina (a) e etanol (b). Em ambos os casos o total de postos foram $P^G = 327$ e o símbolo (+) representa os dados imputados.

Contudo, embora tenha sido realizada a imputação caracterizada anteriormente o que levou a um aumento quase o dobro de dados, a depender dos parâmetros e alguns critérios usado na metodologia SM, não haverá interação entre alguns P_i^G da rede.
4.1.2 Motifs, Parâmetros de controle e SM

Como já mencionado na discussão sobre os tipos diferentes de motifs apresentado no Capitulo 2, neste trabalho os motifs foram construídos com três pontos consecutivos A, B e C (ou seja, $\lambda = 1$), mas foi imposto que $A, B, C \neq 0$. Lembrando que M_0 caracteriza o motif Nulo onde A = B = C = 0, e que M_{14} foi considerado como o motif "resíduo", ou seja, caso não exista algum dos motifs do conjunto M_i com i = 1, 2, 3, ..., 13 (ver Fig. 2.11a e Fig. 4.4a-b).



(a) Aqui o motif "resíduo" (ou M_{14}) corresponde aqueles que possuem um ou dois pontos iguais a zero.



Figura 4.4 Ilustração dos motifs usados neste trabalho em (a) e da distribuição empírica dos mesmos (b) e (c). Em ambos os casos, o total de postos foram $P^G = 327$ e o símbolo (+) representa os dados imputados.

Primeiramente, observamos que os motifs M_0 e M_{14} são aqueles que exibem maior frequência (f) nas séries originais quanto comparados com os outros motifs. No entanto, tem-se uma redução do M_{14} para os dados imputados de L^{+G} e L^{+E} (barras de cor preta) em relação aos obtidos dos dados originais de L^G e L^E (barras de cor vermelha) aproximadamente de 82.5% e 80.05%, respectivamente. Portanto, a imputação resulta em um forte incremento dos motifs M_3 , M_6 , M_{11} , M_{12} e M_{13} . É razoável que os outros motifs foram acrescentados mas em menor quantidade. Também vemos que a frequência de M_0 nas bases do lucro original sofreu apenas uma pequena queda de 6.0% implicando que nos intervalos temporais com muitos dados ausentes, a imputação teve pouca influência (acompanhe na exemplificação realizada no item (d) da Sub-subseção 4.1.1).

Note que M_{13} , onde $A = B = C \operatorname{com} A, B \in C \ (\neq 0)$, para os dados originais obteve alta frequência em relação aos outros motifs, demonstrando que em diversas ocasiões os preços de compra (venda) foram constantes pelo menos durante três semana consecutivas ou mais. Este mesmo efeito acontece para os dados imputados, onde M_{13} continua sendo o motif com maior frequência. Este resultados era esperado devido à forma de imputação dos dados. No caso do motif "resíduo" (ou M_{14}) possuir um ou dois pontos iguais a zero, de forma que seu número pode ser reduzido uma vez feita a imputação, é causado um aumento dos motifs M_i com $i = \{3, 6, 11, 12, 13\}$. Finalmente, mesmo que a metodologia de imputação feita aqui tenha incrementado os motifs mencionados anteriormente eles não podem ser considerados necessariamente um artefato. De fato, os fornecedores adquirem grandes estoque de combustíveis por isso podem fixar os preços de venda (compra) por várias semanas consecutivas.

Finalmente, para fazer a redes através de SM precisa-se de um conjunto de parâmetros de controle (PC) para realizar as simulações de sincronização. O resultado da análise por SM depende dos PCs, dado que estes interferem a sincronização entre os pares de postos de venda. Este conjunto de PC incluem: (a) Janela (w): intervalo de tempo requerido para realizar a sincronização. (b) o Threshold (*Th*): valor limite para avaliar se é inserida ou não uma a aresta entre pares de nós. (c) Tempo de atraso (τ): mede o deslocamento de uma série em relação a outra, sendo que a busca pela maior sincronização leva em conta o valor máximo que τ pode ter. (d) Lag (λ): sequência do número de pontos da série empregados para construir o motif. O apêndice A apresenta uma breve explicação do processo de geração dos motifs e sincronização deles como também, o procedimento que achar os PC.

Os PCs correspondentes à base imputada para o lucro do etanol (L^{+E}) foram $Th^E = 0.9$, $\tau^E = 1$, $\lambda^E = 1$ e $w^E = 7$. Para o lucro da gasolina (L^{+G}) foram usados $Th^G = 0.9$, $\tau^G = 1$, $\lambda^G = 1$ e $w^G = 6$, mas no caso do tamanho da janela será $w^G = 7$ dado que faremos comparações entre as duas bases. Estes resultados em ambos os casos foram obtidos sem levar em conta as localizações geográficas dos P_i . Foi preciso verificar se, no conjunto total das redes obtidas levando em conta os postos ($P^G = 327$), cada um dos nós tinha pelo menos uma aresta com outro posto qualquer. Para isto foram usados os parâmetros definidos anteriormente e logo em seguida foram feitas as sincronizações das ST. Observamos que houve pequena redução de alguns postos com alguma conexão. No caso do L^{+G} a rede caiu para $P^G = 322$ nós e, no caso do L^{+E} caiu para $P^E = 310$. Estes resultados indicam que os postos retirados correspondem a nós isolados em todas as redes. Portanto, as séries temporais associadas a estes postos foram retiradas das bases de dados, ou seja, não foram levadas em conta nas análises que serão apresentadas a seguir. Então, a rede do lucro bruto da gasolina e etanol estão compostas por um total de 322 e 310 nós, respectivamente.



Figura 4.5 Ilustração da sequência de 4 redes (R) obtidas em diferentes tempos para base imputada do lucro da gasolina com $P^G = 322$. As redes (a) e (b) correspondem aos postos que sincronizam-se durante uma única semana, ou seja houve fraca ligação entre postos. As redes (c) e (d) mostram que o número de postos sincronizados aumenta quando o intervalo analisado é de mais de 3 semanas consecutivas. Onde *t* é o tempo medido semanas e a layout usado é a escala multidimensional, mds.

A ilustração nas Figuras 4.5a-d mostra a sequência de quatro redes³ obtidas em diferentes tempo onde vemos que os padrões de conexão para cada um deles são distintos. Isso ocorre porque nem sempre em todas as semanas os mesmos postos se sincronizam. Finalmente nas Figuras (4.6a-b) são apresentadas as redes estáticas agregadas (REA) não direcionadas ligadas às bases de L^{+G} e do L^{+E} , usando os mesmos valores dos PCs definidos anteriormente, mostram forma geral, no caso de L^{+G} foi verificado que as arestas com pesos $1 \le \hat{w}^G < 5$ correspondem foi aproximadamente a 48.80%, indicando que a interação entre pares de nós durante a análise foi fraca. No caso de arestas com peso $5 \le \hat{w}^G \le 189$ razoavelmente observamos que a proporção foi ~ 51.20%. Para base L^{+E} os resultados das arestas com peso $1 \le \hat{w}^E < 5$ foi aproximadamente de ~ 65.13%, ou seja, houve menor conexão entre pares de nós quanto comparados com a rede gasolina. No caso em que $5 \le \hat{w}^E \le 162$ foi diferenciada em relação a base da gasolina dado que a proporção foi apenas de ~ 34.87% do total. Estes resultados indicam que em ambas as redes houve menor sincronização entre todos os pares de postos.

 $^{^{3}}$ A layout implementada é escala multidimensional, mds, que consiste em criar diferentes configurações a partir de um conjunto de pontos [166].



(b) REA não direcionada com $1 \le \hat{w}^E \le 162$ e $\langle \kappa \rangle = 70.14$.

Figura 4.6 Ilustração da REA não direcionada para base imputada do lucro da gasolina com $P^G = 322$ em (a) e em (b) do etanol com $P^G = 310$. Em ambos os casos o layout usado é mds.

4.1 SINCRONIZAÇÃO POR MOTIFS E PARÂMETROS DE CONTROLE

Classificação das redes e sub-redes

A partir das bases de lucro associadas aos postos de venda de gasolina e etanol foi possível distinguir se cada um deles é uma empresa única, ou se existem casos com uma matriz suas filiais. Também, foi possível reconhecer os provedores principais destes combustíveis. Existem postos que, por determinado tempo, compram os combustíveis e produtos adicionais apenas de uma mesma marca comercial. Assim, os postos que cumpram estas condições são nomeados como postos bandeirados. Porém, existem outros que estão ligados com várias distribuidoras e são conhecidos como postos de bandeira branca. Por último, identificamos as coordenadas geográficas de alguns dos postos, o que permitiu estimar a distância linear entre eles como também sua localização dentro da cidade de Salvador. A partir destas características, além das redes que levam em conta todos os postos das gases $G \in E$, foram também construídas sub-redes, respectivamente, usando apenas os postos que foram os subconjuntos acima descritos. A seguir será brevemente descrita como foram geradas as sub-redes.

Posto Matriz e Filiais: Para representar um Posto Matriz (M) com suas Filiais (F) usaremos a seguinte notação (M + #F) onde # indica o número de filiais. Por exemplo, para um Posto Matriz e uma Filial tem-se (M + 1F). No entanto, existem Postos que nem são Matrizes ou nem filiais indicando que eles são Postos Únicos (PU) dentro da base, ou seja, estes postos não possuem nenhum vínculo empresarial com os outros. Desta maneira foi realizada a primeira classificação dos 327 postos pertencentes à cidade de Salvador. Aqueles que são PU formam o maior grupo dado que eles representam 59.33% do total. Consequentemente, os 40.67% restantes estão distribuídos em matrizes e filiais da seguinte forma: para uma (M + 1F), (M + 2F), (M + 3F), (M + 4F) e (M + 8F) constituem, respectivamente, o 15.90%, 4.59%, 8.56%, 6.12% e 5.50%.

Postos Bandeirados: Nestas bases as principais Bandeiras identificadas foram VIBRA ENER-GIA, RAÍZEN, BRANCA, IPIRANGA, ESSO. No entanto, vamos fazer emprego daquelas que possem maior frequência e correspondem a Vibra Energia (anteriormente *BR* Distribuidora, mas aqui vamos usar esta notação) pertencente a Petrobras Distribuidora S.A. e RAÍZEN Sociedade Anônima. No caso de *BR*, ela é comercializadora de combustíveis derivados do petróleo (entre outros). Para RAÍZEN (para facilitar a escrita, *RAI*), entre suas atividades econômicas principais destaca-se a comercialização de biocombustíveis. As outras Bandeiras tem frequência bem menores quanto comparadas como os casos anteriores portanto não foram estudadas.

Postos com dependência geográfica: Primeiramente foi necessário classificar quais postos dentro da rede possuem ou não coordenadas geográficas (latitude e longitude). Em seguida, foram conferidas essas coordenadas usando o site Google Maps, como também foram inseridas outras novas coordenadas. Posteriormente, foi definido um raio (r) para medir o distanciamento entre postos, ou seja, que tão afastados podem eles estar. Seguidamente foi computada a distância linear (x) entre P_i e P_j de modo que a condição $x \le r$ permite agrupá-los em sub-redes para um dado valor de r. Desta maneira foi possível conhecer a proximidade que entre um conjunto de postos em uma certa região da cidade.

4.1.3 Medidas

Para estudadar as flutuações no tempo do lucro bruto médio de sub-redes em relação à rede completa. É necessário obter as estimativas semanais do lucro médio e o lucro médio ligado a cada uma das redes do TVG (será discutido a seguir). Em seguida, as duas grandezas anteriores possibilitam estimar tanto a diferença do lucro médio como sua diferença média no tempo.

4.1.3.1 Lucro por semana

(a) Seja o conjunto de postos de venda $x = \{1, 2, 3, ..., X\}$ sendo X o número de postos considerados, ou seja, podem ser aqueles associados à rede ou a uma sub-rede. Assim, em cada semana quantifica-se o lucro médio do postos x como:

$$\langle L_{P=x}^{Z}(t) \rangle = \frac{\sum_{j=1}^{X} L_{P=x}^{Z}(t,j)}{n},$$
(4.2)

onde $Z = \{G, E\}$, n = 1, 2, 3, ..., N com N como o número das vezes em que $L_{P=x}^{Z}(t, j) \neq 0$, e $t = 1, 2, 3, ..., t_{f}$ com t_{f} representando o tamanho da ST. Assim vamos observar a dinâmica de $\langle L_{P=x}^{Z}(t) \rangle$ ao longo do período amostral.

(b) Para se estimar a influência da rede gerada no lucro auferido pelos postos, quantifica-se o lucro médio no TVG identificando os valores de $L_{P=x}^{Z}(t)$ que possibilitam dar origem pelo menos a uma ligação (ou aresta) entre posto em cada semana. Em outras palavras, avaliam-se unicamente os valores de $L_{P=x}^{Z}(t)$ que contribuem na geração de cada grafo estático do TVG, e desta forma, obtêm-se evolução temporal do lucro médio associado ao TVG. Esta grandeza é definida da forma:

$$\langle L_{P=x}^{Z,T}(t) \rangle = \frac{\sum_{j=1}^{X} L_{P=x}^{Z,T}(t,j)}{m},$$
(4.3)

onde *x* e *Z* foram definidos anteriormente, *T* simboliza que foram usados os dados das redes do TVG, m = 1, 2, 3, ..., M onde *M* faz a contagem de $L_{P=x}^{Z,T}(t, j) \neq 0$. Foi verificado que na maioria dos casos M < N.

Na Fig. 4.7a ilustram-se a evolução temporal de $\langle L_{P=310}^G(t) \rangle$ (linha cor preta) e $\langle L_{P=310}^{G,T}(t) \rangle$ (linha cor vermelha) e na Fig. 4.7b as frequências dos dados do lucro que contribuem às médias. O total de postos para venda de etanol são X = 310. Em certas regiões da amostragem os valores obtidos de $\langle L_{P=310}^{G,T}(t) \rangle$ são próximos aos de $\langle L_{P=310}^G(t) \rangle$, devido a que nessas semanas houve forte sincronização entre os postos, e portanto, a quantidade de dados usado no computo dela é alta como, por exemplo no intervalo 0 < t < 52. Porém, vemos que alguns intervalos $\langle L_{P=310}^G(t) \rangle$ pode ser maior que $\langle L_{P=310}^{G,T}(t) \rangle$ ou vice-versa. Finalmente, têm-se intervalos onde $\langle L_{P=310}^G(t) \rangle \neq 0$ e $\langle L_{P=310}^{G,T}(t) \rangle = 0$ implicando que não houve dados que sincronizam-se nessas semanas e consequentemente não se acham ligações entre os postos como, por exemplo, em t = 221 e também no final a amostragem.



Figura 4.7 Ilustração da evolução temporal lucro médio em (a) e frequência dos dados usados para fazer os cômputos das médias da Fig. 4.7(a) no painel (b). P é o número de postos e T simboliza que foram usados os dados das redes do TVG.

Contudo, nosso foco principal é calcular se o lucro médio de qualquer sub-rede no período de amostragem ficou acima ou abaixo do lucro médio da rede (ou base toda). Para isto, estabelecemos a média de duas grandezas, onde a primeira mede a diferença do lucro médio e a segunda, mede a diferença média no tempo.

4.1.3.2 Diferença do lucro médio Definimos a diferença do lucro médio, ΔLM , entre o lucro médio do conjunto de postos $A = \{P_y^G\}_{y=1,2,3,...,N}$ e o lucro médio de um conjunto $B = \{P_x^G\}_{x=1,2,3,...,M}$, onde N e M representam o número de postos de A e B, respectivamente. Geralmente $M \leq N$ já que A é considerada como referência e pode corresponder à base toda. Então, será possível observar a dinâmica das flutuações do lucro médio no tempo de B em relação a A. Por exemplo, no caso em que o conjunto de nós em A corresponde a todos os postos da base, e o conjunto dos nós em B corresponde àqueles que fazem parte da rede, temos que:

$$\Delta LM(t) = \langle L_{P=y}^{Z}(t) \rangle - \langle L_{P=x}^{Z,T}(t) \rangle, \qquad (4.4)$$

onde $\langle L_{P=y}^{Z}(t) \rangle$ e $\langle L_{P=x}^{Z,T}(t) \rangle$ são definidas conforme a Eq. 4.2 e Eq. 4.3, respectivamente. Valores de $\Delta LM(t) < 0$ indicam que o conjunto *B* obteve maior lucro médio por semana que o conjunto *A*. Caso contrário, $\Delta LM(t) > 0$, o conjunto *A* foi quem atingiu maior lucro médio em relação

В.

4.1.3.3 Diferença média no tempo A diferença media no tempo foi definida da forma:

$$\overline{\Delta LM(t)} = \frac{\sum_{i=1}^{t_f} \Delta LM(i)}{n}; \text{ se } \Delta LM(t) \neq 0,$$
(4.5)

onde t_f é o comprimento da ST, $\Delta LM(t)$ é descrita pela Eq. 4.4 e *n* o número total casos em que $\Delta LM(t) \neq 0$. Consequentemente, teremos valores de $\overline{\Delta LM(t)}$ que serão positivos ou negativos indicando o seguinte: se $\overline{\Delta LM(t)} < 0$ em média o conjunto *B* em todo o período de análise conseguiu significativo lucro médio em relação à *A*. Ou seja, quanto mais negativa for a estimativa, maior será a oportunidade de arbitragem (arbitrage opportunties) ou maior lucro médio ganho. No caso contrário em que $\overline{\Delta LM(t)} > 0$, o conjunto *A* foi quem obteve maior lucro médio em relação *B*.

Como antecipado na Sub-seção 4.1.1, a moeda corrente oficial adotada é o Real para compra e venda dos combustíveis e, consequentemente para o lucro na comercialização. A menor denominação⁴ desta moeda é de 1 centavo de *R*\$. No entanto, o lucro da gasolina e o etanol varia no intervalo de -0.20R\$ $< L^{G,E} < 1.30R$ \$ por litro de combustível negociado. Assim, se as estimativas da diferença média no tempo do lucro toma magnitudes da ordem de ($\Delta LM(t) \sim -1.0 \times 10^{-2}$) implica que a sub-rede analisada obteve um ganho de um centavo de Real por litro de combustível em relação à rede completa durante o período estudado. Para o caso em que esta grandeza varia entre $-10^{-3} \le \Delta LM(t) < -10^{-2}$ a sub-rede obteve um ganho muito pequeno por litro quando comparado com a rede. Se as estimativas de $\Delta LM(t)$ para sub-redes foram menor do que -10^{-3} elas serão consideras uma flutuação, ou seja, não tem significado econômico. Por outro lado, no caso em que $\Delta LM(t) \sim 1.0 \times 10^{-2}$ implica que a sub-rede de aproximadamente de um centava de Real por litro de combustível. Finalmente, se $\Delta LM(t) < 10^{-3}$ o ganho da sub-rede é aproximadamente igual a da rede.



Figura 4.8 Ilustração da evolução temporal de ΔLM (linha preta) e da estimativa de $\overline{\Delta LM}$.

Na Figura 4.8 ilustra-se a dinâmica de $\Delta LM(t)$ (linha preta) considerando somente a base de lucro do etanol, de forma que $x_i = y_i = 310$. Entretanto, vemos que existem certas regiões onde as

⁴Na atualidade em circulação encontram-se as denominações em moedas e notas, respectivamente, $\{0.05, 0.10, 0.25, 0.50, 1.0\}R$ e $\{2, 5, 10, 20, 50, 100, 200\}R$.

estimativas foram para $\Delta LM(t) < 0$ dominando sobre $\Delta LM(t) > 0$. Em outras regiões, têm-se o contrário, as estimativas positivas dominam sobre as negativas. Como discutido anteriormente, este resultado deve-se que a grandeza $\langle L_{P=310}^{E}(t) \rangle$ usa todos os dados disponíveis de $L^{G} \neq 0$ para o cômputo das média semanais. No caso de $\langle L_{P=310}^{G,T}(t) \rangle$, utilizam-se unicamente os valores que se sincronizam isto é $L^{G,T} \neq 0$. Finalmente, na mesma figura apresentamos a estimativa da diferença do lucro médio ($\Delta LM(t)$, linha vermelha). Este resultado permite capturar o efeito gerando quando os postos de venda se sincronizam indicando um possível alinhamento entre os constituintes de algumas sub-redes.

4.2 RESULTADOS: ANÁLISE EMPÍRICA PARA AS ST DO $L^G \in L^E$

Logo após de ter discutido brevemente as diversas metodologias usadas para preparar as bases dados, os PC e a SM, procede-se a realizar as diversas análises utilizando os dados de L^G e L^E . Além disso, os valores dos PC definidos na Subseção 4.1.2 também serão usados no estudo das sub-redes dado que será feita uma comparação entre a rede e as sub-redes. Para cada sub-rede é exposta sua correspondente REA não direcionada com propósitos ilustrativos. De tal forma, mostramos aqueles postos que apresentaram maior ligação durante a análise por meio do grau médio e largura das arestas, e além disso, incluímos o grau médio da REA. Finalmente, a layout implementada para geração das REA é é escala multidimensional, mds.

4.2.1 Sub-redes sem dependência geográficas

As análises a seguir relacionam-se com sub-redes ligadas à Bandeira e à Casa Matriz e suas Filiais. No primeiro caso temos sub-redes associadas às bandeiras a BR^i e RAI^i e no segundo caso, sub-redes ligadas a uma matriz e suas filiais nos casos de $P^i = (M + 4F)$ e $P^i = (M + 8F)$ onde *i* representa a sub-rede relacionada com o lucro da gasolina ou do etanol. O intervalo de estudo fica entre 02/07/2001 e 03/10/2016.

Sub-rede BR^G e a sub-rede BR^E

As Figuras (4.9a) e (4.9b) mostram as quantidades (frequências) dos dados do ${}^{5}L^{G}$ e L^{E} agrupados por posto. O total de postos para as sub-redes BR^{G} e BR^{E} são de $P^{G} = 93$ e $P^{E} = 88$, respectivamente. Além disso, em cada sub-rede eles foram ordenados de forma crescente com o valor da frequência. Possivelmente os primeiros postos serão aqueles com menor chance de se conectar (ou gerar arestas) quando comparados com aqueles postos que possuem alta frequência. No entanto, os postos com maior número de dados estão necessariamente ligados uns com os outros.

⁵Para efeitos da escrita as bases imputadas são representadas pela seguinte notação L^G e L^E .



Figura 4.9 Ilustração da quantidade (frequência) de dados do lucro agrupados por posto (P_i^G) de L^G em (a) e de L^E em (b).

Nas Figuras 4.10a-b observamos as frequências dos dados usados para fazer os cômputos de $\langle L_{P=93}^G \rangle \in \langle L_{P=93}^{G,T} \rangle \in \langle L_{P=88}^E \rangle \in \langle L_{P=88}^{E,T} \rangle$ e o grau médio, $\langle \kappa \rangle$, de cada rede do TVG como função do tempo. No caso das frequências do lucro médio associado ao TVG, pode-se observar em ambos os casos que existem regiões onde elas atingiram aproximadamente 35.0% e 26.0%, mas também outras regiões onde ela tem uma queda como, por exemplo para t < 200. O $\langle \kappa \rangle$ nos diz ao respeito o nível de conexão médio para cada uma das redes geradas através do tempo. Apesar destas sub-redes serem caracterizadas $\langle \kappa \rangle < 4$, foi possível realizar os cálculos do lucro médio. Contudo, estes resultados sugerem que as sub-redes BR^G e BR^E no intervalo estudado apresenta uma limitada conexão.



Figura 4.10 Ilustração da quantidade de dados agrupados por semana e usados para os cômputos do lucro médio para as sub-redes BR^G e BR^E e do grau médio (Linha vermelha).

Nas Figuras 4.11a-b ilustramos as redes estáticas agregadas (REA's) para as sub-redes BR^G e BR^E . Em forma geral, foi verificado que as arestas com peso $\hat{w} \leq 4$ correspondem aproximadamente ~ 40.9% para BR^G , e a ~ 53.4% para a base BR^E . Estes resultados indicam que interação entre estes postos durante a análise foi fraca, ou seja, as vezes que eles sincronizaram em todo o período de amostragem foram apenas 4 semanas. No entanto, em ambos os casos existem arestas que ultrapassaram em muito esse valor, atingindo por exemplo $\hat{w}^G = 140$ e $\hat{w}^E = 101$.



(a) REA da sub-redes $BR^G \operatorname{com} P^G = 93 \operatorname{e} \langle \kappa \rangle = 22.37$. (b) REA da sub-redes $BR^E \operatorname{com} P^E = 88 \operatorname{e} \langle \kappa \rangle = 19.16$.

Figura 4.11 Ilustração das REA's não direcionadas associadas às sub-redes $BR^G e BR^E$.

Lembramos que esta grandeza despreza a ordem cronológica em que as arestas são consideradas. Além disso, observamos para o caso da REA de L^G que o menor grau (k) para alguns dos postos foi de 1, mas outros possuem k = 57. Para a REA de L^E , as magnitudes do grau estiveram entre 1 e 52 implicando que o número de conexões dela foi menor do que a da REA de L^G .

Nas Figuras 4.12a-b mostra-se a evolução temporal de $\Delta LM(t)$ (linha preta), ou seja, as flutuações do lucro médio, das sub-redes BR^G e BR^E quando comparadas com as redes completas (incluindo todos os potos) ligadas a gasolina e etanol. Em ambos os casos, observamos que as magnitudes das flutuações exibem alta frequência de valores negativos, por conseguinte, os resultados das sub-redes BR^G e BR^E sugerem que nesses intervalos elas foram mais rentável em relação às redes. Na medida que $\Delta LM(t)$ vai evoluindo a magnitude das flutuações são mais significativas. No entanto, como $\Delta LM(t)$ depende do número de registros considerados por semana, uma flutuação no número de registros pode influenciar nos resultados. Portanto, a melhor estimativa do lucro médio que podemos ter é através de $\overline{\Delta LM(t)}$.



Figura 4.12 Ilustração da dinâmica no tempo da diferença do lucro médio (linha preta) e da diferença média no tempo (linha vermelha).

Entretanto, vemos os valores obtidos para as sub-redes BR^G e BR^E foram, respectivamente, $\overline{\Delta LM(t)} = -2.49 \times 10^{-3} \text{ e } \overline{\Delta LM(t)} = -1.86 \times 10^{-3}$. Estes resultados sugerem que as duas subredes obtiveram um lucro médio (ou ganho) muito pequeno por litro de combustível negociado quando comparadas com o lucro médio das redes de L^G e L^E .

Sub-rede RAI^G e a sub-rede RAI^E

As Figuras (4.13a) e (4.13b) mostram as frequências dos dados do L^G e L^E agrupados por Posto. Os totais de postos para as sub-redes RAI^G e RAI^E são $P^G = 46$ e $P^E = 43$, respectivamente.



(e) REA da sub-rede $RAI^G \operatorname{com} P^G = 46 \operatorname{e} \langle \kappa \rangle = 14.70$. (f) REA da sub-rede $RAI^E \operatorname{com} P^G = 43 \operatorname{e} \langle \kappa \rangle = 10.0$.

Figura 4.13 Ilustração da quantidade de dados por P_i^G de L^G em (a) e de L^E em (b) e, em (c) e (d), a sua dependência temporal ao longo das semanas. Os dados são usados nos cômputos do lucro médio para as sub-redes RAI^G e RAI^E e do grau médio (Linha vermelha). Em (e) e (f) são ilustradas as REA's não direcionadas das sub-redes RAI^G e RAI^E .

As Figuras (4.13c) e (4.13d) mostram a dependência temporal da quantidade de dados usados para fazer os cômputos do lucro médio por semana nos casos em que são envolvidos todos os valores de L^G e L^E como os dados de $L^{G,T}$ e $L^{E,T}$ associados aos TVG's. Nestes últimos houve uma forte redução de dados sincronizados (linha preta) em relação aos dados de L^G e L^{E} (linha azul), indicando que muitos postos não se sincronizam em certas regiões do intervalo temporal. Este resultados também é refletido no comportamento $\langle \kappa \rangle$ do TVG nessas regiões, que atinge valores ≤ 4 (linha vermelha), ou seja, as redes geradas no tempo apresentam nula ou uma reduzida conexão entre postos. Nas Figuras (4.13e) e (4.13f) apresentamos as REA's correspondentes das sub-redes RAI^G e RAI^E . Vemos nelas que alguns de seus postos estão mais ligados que outros conforme observam-se na magnitude do grau (k) devido a que, no caso da REA de RAI^G o menor grau para alguns dos postos foi de 1 mas outros possuem grau 30. Para a REA de RAI^E o k varia entre 1 e 24, implicando que a conexão dela foi menor em relação a REA de L^G . Além disso, um conjunto reduzido de postos as suas arestas dispõem de maior peso em relação a outros. Por exemplo a aresta entre $P_{44}^G e P_{31}^G$ tem peso $\hat{w} = 57$ implicando que ela surgiu 57 semanas durante a análise, ou seja, teve grande relevância. O contrário aconteceu com a aresta $P_{44}^G \in P_{21}^G$ onde $\hat{w} = 1$, isto é, somente houve uma única ligação entre eles.



Figura 4.14 Ilustração da dinâmica no tempo da diferença do lucro médio (linha preta) e da diferença média no tempo (linha vermelha).

As Figuras (4.14a) e (4.14b) mostram a evolução temporal de $\Delta LM(t)$ (linha preta) onde observamos que suas flutuações possuem alta frequência de valores positivos. Por conseguinte, os resultados da sub-rede *RAIZEN* sugerem que nesses intervalos ela não foi tão rentável como a rede completa. De fato, os valores obtidos para as sub-redes RAI^G e RAI^E foram, respectivamente, $\overline{\Delta LM(t)} = 1.77 \times 10^{-2}$ e $\overline{\Delta LM(t)} = 1.45 \times 10^{-2}$ por litro de combustível negociado. No entanto, estes resultados indicando que as duas sub-redes obtiveram menor ganho por litro de combustível quando comparadas com o lucro médio das redes de L^G e L^E .

Comparando os resultados da diferença média no tempo correspondente as bandeiras BR e RAIZEN, têm-se que as sub-redes BR^G e BR^E mostram ter mais oportunidade de arbitragem ou obter maior lucro médio quanto comparada com sub-rede RAI^G e RAI^E , uma vez que os resultados da Eq. 4.4 foram negativos e nos dois últimos casos, positivos. Uma possível razão deste desempenho está no fato que os preços de compra (venda) da gasolina e etanol associado à bandeira BR em média foram menores quanto comparados com os preços de compra (venda) da bandeira RAIZEN, conforme são apresentados na Tabela 4.2.

4.2 RESULTADOS: ANÁLISE EMPÍRICA PARA AS ST DO $L^G \to L^E$

| | Gase | olina | Etanol | | |
|----------|--------|---------|--------|-----------|--|
| Bandeira | P^c | P^{v} | P^c | P^{ν} | |
| BR | 2.2349 | 2.6052 | 1.6052 | 1.8937 | |
| RAIZEN | 2.2779 | 2.6615 | 1.6687 | 1.9700 | |

Tabela 4.2 Valores dos preços médios de compra (venda) da gasolina e etanol das sub-redes (BR^G e BR^E) e (RAI^G e RAI^E).

Sub-redes $P^G = (M + 4F)$ e $P^E = (M + 4F)$

As Figuras (4.15a) e (4.15b) mostram as frequências dos dados do L^G e L^E agrupados por posto sendo o total de postos em ambos os casos igual a 5. Por outro lado, as Figuras (4.15c) e (4.15d), a dependência temporal da quantidade de dados usados nos cômputos do lucro médio por semana nos casos de L^G e L^E e de $L^{G,T}$ e $L^{E,T}$ associados aos TVG's. Nestes últimos houve uma forte redução dos dados sincronizados (linha preta) em relação aos dados de L^G e L^E (linha azul), indicando que muitos postos não se sincronizam em certas regiões do intervalo temporal. Este resultados também são refletidos no comportamento $\langle \kappa \rangle$ do TVG nessas regiões posto que atinge valores ≤ 1 (linha vermelha), ou seja, as redes geradas no tempo apresentam nula ou uma reduzida conexão entre postos.

Nas Figuras (4.15e) e (4.15f) são apresentadas as REA's correspondentes a estas sub-redes. Vemos que a REA de L^G está fortemente ligada dado que todos seus postos tomaram valor de k = 4. No caso da REA de L^G , o grau k foi um pouco menor em relação a esta última tomando valores entre de 3 e 4. Além disso, houve postos com arestas que dispõem de maior peso w^G em relação a outros, por exemplo no caso de L^G pode-se ter variações entre $1 \le K \le 130$. Estes resultados indicam o número de vezes que os postos sincronizaram-se em todo o período de amostragem, com o mínimo de uma semana atingindo seu máximo de 130 semanas. Note que nestas REA's o padrão de conexão é semelhante tendo apenas diferenciação nos pesos das arestas. Por exemplo, a aresta entre P_5^G e P_1^G é de menor peso em relação a mesma aresta associada a sub-rede do L^E . Este resultado é devido a que as séries de preços da gasolina e o etanol são dos mesmos postos e também o conjunto as sub-redes são pequenas em relação a L^G os 5 postos tem k = 4. Porém, no caso da REA de L^E , apenas 3 deles têm grau 4.



(e) REA da sub-rede $P^G = (M + 4F)$ com $\langle \kappa \rangle = 4.0$.

(f) REA da sub-rede $P^E = (M + 4F)$ com $\langle \kappa \rangle = 3.6$.

Figura 4.15 Ilustração da quantidade de dados por P_i^G de L^G em (a) e de L^E em (b) e, em (c) e (d), a sua dependência temporal ao longo das semanas. Os dados são usados nos cômputos do lucro médio para a sub-rede $P^G = (M + 4F)$ e a sub-rede $P^E = (M + 4F)$ e do grau médio (Linha vermelha). Em (e) e (f) são ilustradas as REA's das sub-redes $P^G = (M + 4F)$ e $P^E = (M + 4F)$.

Na Figura 4.16a mostra a evolução temporal de $\Delta LM(t)$ (linha preta) relacionada ao L^G onde vemos que suas flutuações possuem alta frequência de valores negativos. Por conseguinte, os resultados da sub-rede $P^G = (M + 4F)$ sugerem que nesses intervalos apresentou boas oportunidades de arbitragem como a rede completa. A estimativa de $\overline{\Delta LM(t)}$ foi de -4.03×10^{-2} (linha vermelha), ou seja, obteve um ganho de 4 centavos de Real por litro de gasolina negociado quando comparado com ao lucro médio da rede L^G .



Figura 4.16 Ilustração da dinâmica no tempo da diferença do lucro médio (linha preta) e da diferença média no tempo (linha vermelha).

A maioria dos valores de $\Delta LM(t)$ para o L^E (ver Fig. 4.16b) são positivos, destacando-se aqueles no intervalo de 390 < t < 420, caracterizado por flutuações atípicas que atingem valores entre 0.4 < $\Delta LM(t)$ < 0.6. Este resultado é devido a em todos os postos o lucro médio nessas semanas foi < 0, ou seja, diminuíram o preço de venda o que levou a obter um lucro negativo (ou prejuízo). Desta maneira, a sub-rede $P^E = (M + 4F)$ teve prejuízos neste período, que corresponde a 35 registros negativos de um total de 469 tomando os valores no intervalo $-0.48 < L_{P=5}^{E,T} < -1.0 \times 10^{-3}$. Portanto é razoável que a estimativa de $\overline{\Delta LM(t)}$ seja influenciada por estes valores. Finalmente, esta sub-rede obteve menor ganho por litro de combustível negociado quando comparadas com a rede L^E , uma vez que $\overline{\Delta LM(t)} = 2.29 \times 10^{-2}$.

Sub-redes $P^G = (M + 8F)$ **e** $P^E = (M + 8F)$

As Figuras (4.17a) e (4.17b) mostram as frequências dos dados do L^G e L^E agrupados por posto sendo o total em ambos os casos igual a 9. Por outro lado, as Figuras (4.17c) e (4.17d) a dependência temporal da quantidade de dados usados nos cômputos do lucro médio por semana nos casos de L^G e L^E e de $L^{G,T}$ e $L^{E,T}$ associados aos TVG's. Nestes últimos houve uma forte redução dos dados sincronizados (linha preta) em relação aos dados de L^G e L^E (linha azul), indicando que muitos postos não se sincronizam em certas regiões do intervalo temporal. Este resultados também são refletidos no comportamento do $\langle \kappa \rangle$ do TVG nessas regiões posto que atinge valores ≤ 1 (linha vermelha), ou seja, as redes geradas no tempo apresentam nula ou uma reduzida conexão entre postos. No entanto, foi possível capturar informações respeito a dinâmica da sub-rede.

Nas Figuras (4.17e) e (4.17f) mostram-se as REA's correspondentes às sub-redes $P^G = (M + 8F)$ e $P^E = (M + 8F)$. Vemos nelas que alguns de seus postos estão mais ligados que outros conforme indicado pela magnitude do k. No caso da REA de L^G , temos que $1 \le k \le 7$, ao passo que $1 \le k \le 6$ para a REA de L^E . Como acontecido nas sub-redes (M + 4F), aqui também vemos que o padrão de conexão das REA's são parecidos em relação ao peso das arestas. Por exemplo para sub-rede de L^E os pesos variam entre $1 \le k \le 41$ e para L^G fica $1 \le k \le 82$. Estes resultados implicam que os postos, às vezes, sincronizaram-se em um grande período de amostragem, sendo que o mínimo foi de uma semana e podendo ter como máximo 41 e 82 semanas, respectivamente.



Figura 4.17 Ilustração da quantidade de dados por P_i^G de L^G em (a) e de L^E em (b) e, em (c) e (d), a sua dependência temporal ao longo das semanas. Os dados são usados nos cômputos do lucro médio para a sub-rede $P^G = (M + 8F)$ e a sub-rede $P^E = (M + 8F)$ e do grau médio (Linha vermelha). Em (e) e (f) são ilustradas as REA's das sub-redes anteriores. E em (g) e (h) a dependência temporal da diferença do lucro médio (linha preta) e da diferença média no tempo (linha vermelha) para as duas sub-redes.

A Figura 4.17g mostra a evolução temporal de $\Delta LM(t)$ relacionada ao L^G , indicando que as flutuações possuem alta frequência de valores negativos. Caso oposto acontece com as flutuações de L^E que, em sua maior parte, foram positivas conforme observa-se na Figura 4.17h. Assim, os resultados da sub-rede $P^G = (M + 8F)$ sugerem que nesses intervalos ela apre-

sentou boas oportunidades de arbitragem quando comparada com a rede L^G . Para sub-rede $P^E = (M + 8F)$ as oportunidades de lucro foram menores em relação à rede L^E . Para as estimativas das diferenças médias no tempo do lucro da gasolina e do etanol têm-se que elas foram, respectivamente, $\overline{\Delta LM(t)} = -6.98 \times 10^{-3}$ e $\overline{\Delta LM(t)} = 6.29 \times 10^{-3}$. Ou seja, no caso da sub-rede $P^G = (M + 8F)$ obteve um ganho muito pequeno quando comparado à rede L^G e para a sub-rede $P^E = (M + 8F)$, o ganho dela foi próximo a da rede L^E .



4.2.2 Sub-redes com localização geográficas

Figura 4.18 Ilustração geográfica dos postos de venda de combustíveis em Salvador, Bahia. Imagem obtida pelo aplicativo de Google Map.

As análises a seguir relacionam-se com sub-redes para as quais foi possível conhecer sua dependência geográfica. A distância linear (x) que separa os postos destas sub-redes fica entre [0.03 < x < 21.50] km. As sub-redes estão constituídas da seguinte forma: (a) sub-rede $P_{geo}^G = 94$ e a sub-rede $P_{geo}^E = 93$; (b) sub-rede $P_{geo}^G = 9$ e a sub-rede $P_{geo}^E = 9$ e (c) sub-rede $P_{geo}^{X,CA} = 6$, sub-rede $P_{geo}^{X,CB} = 7$ e a sub-rede $P_{geo}^{X,CC} = P_{geo}^{X,CA} + P_{geo}^{X,CB}$ onde C representa comunidade e X, corresponde a G ou E. No primeiro caso, os postos das sub-redes estão distribuídos de forma a cobrir toda a cidade. Ou seja, os resultados não representam nenhum indício de alinhamento entre os seus constituintes. No caso da sub-rede $P^G = 9$ e sub-rede $P^E = 9$ a distância linear dos postos dela fica entre [0.07 < x < 1.80] km, isto é, os postos encontram-se dentro de uma área bem menor quanto comparada com a sub-rede $P^G = 94$ e sub-rede $P^E = 93$. O último conjunto é gerado a partir da ligação de dois comunidades por um único posto em comum. As distância x de cada uma dela corresponde aos intervalos [0.23 < x < 1.63] km e [0.28 < x < 1.59] km, respectivamente, sub-rede $P_{geo}^{X,C_A} = 6$ e sub-rede $P_{geo}^{X,C_B} = 7$. Como acontecido anteriormente, o intervalo de estudo fica entre 02/07/2001 e 03/10/2016. A Figura 4.15 se ilustra a distribuição dos postos de venda de combustíveis em Salvador.

Sub-rede $P_{geo}^G = 94$ e sub-rede $P_{geo}^E = 93$

Os postos destes conjuntos ficam distribuídos pela cidade de Salvador, e assim têm-se que alguns deles se encontram muito próximos e outros bem afastados entre si (ver Fig. 4.18). A distância linear média das sub-redes é muito próxima, isto é, para o caso da sub-rede $P_{geo}^G = 94$ e sub-rede $P_{geo}^E = 93$ correspondem a 5.599 ± 4.135 km e 5.517 ± 4.100 km, respectivamente. As Figuras (4.19a) e (4.19b) mostram as frequências dos dados do L^G e L^E agrupados por posto sendo o total de postos, respectivamente, 94 e 93. Por outro lado, as Figuras (4.19c) e (4.19d) indicam as quantidades de dados usados nos cômputos do lucro médio por semana, tanto para os casos de L^G e L^E como para os de $L^{G,T}$ e $L^{E,T}$ associados aos TVG's. Nestes últimos a frequência dos dados sincronizados de $L^{G,T}$ e $L^{E,T}$ (linha preta) exibem uma diminuição em relação à apresentada por L^G e L^E (linha azul). Em alguns intervalos de tempo, o $\langle \kappa \rangle$ do TVG teve locais que atingiu valores < 3 mas foi possível capturar informações a respeito da dinâmica temporal da sub-rede. Estes resultados sugerem que a sub-rede $P_{geo}^G = 94$ e a sub-rede $P_{geo}^E = 93$ têm uma razoável conexão entre postos.

Nas Figuras (4.19e) e (4.19f) mostram-se as REA's correspondentes à sub-rede $P_{geo}^G = 94$ e a sub-rede $P_{geo}^E = 93$. Olhando somente o grau de cada posto da REA da sub-rede $P^G = 94$, vemos que esta apresenta nós com grande conetividade comparado com o k dos postos da REA de $P_{geo}^E = 93$, uma vez o grau dos postos variam entre ($12 \le k \le 70$) e ($6 \le k \le 66$), respectivamente. Por exemplo há 3 postos com k = 70 no caso do lucro da gasolina que são o 84, 88 e 91 mas para o lucro do etanol existe apenas um posto com k = 66 sendo o 91. Além disso, foi verificado que o peso das arestas para as REA's da sub-rede $P_{geo}^G = 94$ e a sub-rede $P_{geo}^E = 93$ tomaram valores entre $1 \le \hat{w} \le 140$, ou seja, não houve qualquer aresta que se repetisse mais do que 140 vezes.



(e) REA da sub-rede $P_{geo}^G = 94 \text{ com } \langle \kappa \rangle = 47.55.$

(f) REA da sub-rede $P_{geo}^E = 93 \text{ com } \langle \kappa \rangle = 39.83.$

Figura 4.19 Ilustração da quantidade de dados por P_i^G de L^G em (a) e de L^E em (b) e, em (c) e (d), a sua dependência temporal ao longo das semanas. Os dados são usados nos cômputos do lucro médio para a sub-rede $P_{geo}^G = 94$ e a sub-rede $P_{geo}^E = 93$ e do grau médio (Linha vermelha). Em (e) e (f) são ilustradas as REA's das sub-redes anteriores.

Nas Figuras (4.20a) mostramos a dinâmica das flutuações no tempo de $\Delta LM(t)$ associada a L^G . É importante ressaltar que, como estes postos apresentam alta dispersão geográfica devido que estão distribuídos de forma a cobriri toda a cidade, os resultados relacionados a diferença de lucro aferidos por estas sub-redes com relação àqueles da rede completa não devem ser considerado como uma razão econômica. Na maior parte do período analisado vemos que ela flutuam entre $-0.5 \leq \Delta LM(t) \leq 0.5$ porém certas regiões excedem esses valores. As flutuações com magnitude negativas possuem mais alta frequência com relação às positivas. Por conseguinte, a estimativa da média da diferença foi $\overline{\Delta LM(t)} = -8.87 \times 10^{-6}$, sugerindo que a sub-rede $P_{geo}^G = 94$ seu ganho apresentou uma flutuação muito pequena. Por outro lado, a

proporção de flutuações positivas e negativas de $\Delta LM(t)$ para o L^E (ver Fig. 4.19b) está bem próxima, ou seja, esse valor corresponde apenas uma flutuação da grandeza $\Delta LM(t)$. Porém, no caso de $\Delta LM(t) > 0$ as magnitudes dela exibe alguns valores atípicos devido a variações ficam entre $0.35 < \Delta LM(t) < 0.65$ apenas no intervalo de $421 \le t \le 424$. Este resultado deve-se ao fato que nestas semanas o lucro médio de alguns postos foram fortemente negativos. Desta maneira, a sub-rede $P_{geo}^E = 93$ possui um total de dados de $L_{P=93}^{E,T} < 0$ da ordem de 139/11226 variando entre $-0.48 < L_{P=5}^{E,T} < -1.0 \times 10^{-4}$. Finalmente, diferença média no tempo da subrede $P_{geo}^E = 93$ indica que ela obteve menor lucro médio em relação à rede L^E , uma vez que $\overline{\Delta LM(t)} = 8.60 \times 10^{-3}$. Ou seja, o seu ganho por litro de combustível foi aproximadamente igual a da rede L^G .



Figura 4.20 Ilustração da dinâmica no tempo da diferença do lucro médio (linha preta) e da diferença média no tempo (linha vermelha).

Sub-rede $P^G = 9$ **e a sub-rede** $P^E = 9$



Figura 4.21 Ilustração da sub-rede $P_{geo}^G = 9$ e a sub-rede $P_{geo}^E = 9$ com dependência geográfica. A distância entre os postos da sub-rede [0.07 < x < 1.8] km. Imagem obtida pelo aplicativo Google Map.

A distância linear x que separa os postos desta sub-rede ficam entre [0.07 < x < 1.8] km. A Figura 4.21 ilustra a localização geográfica destes fornecedores em Salvador.

As Figuras (4.22a) e (4.22b) mostram as frequências dos dados do L^G e L^E agrupados por posto, onde o total de postos em ambos os casos igual a 9. As Figuras (4.22c) e (4.22d) indicam a dependência temporal da quantidade de dados usados nos cômputos do lucro médio por semana nos casos de L^G e L^E e $L^{G,T}$ e $L^{E,T}$ associados aos TVG's, respectivamente. Nos dados do lucro (linha azul) observam-se em ambos os casos que os dados por semana são interrompidos no final da amostragem. Além disso, para $L^{G,T}$ e $L^{E,T}$ as frequências dos dados sincronizados (linha preta) exibem uma forte diminuição em relação à apresentada por L^G e L^E , como podem ser notadas nas longas regiões sem qualquer registro de dados, por exemplo entre 200 < t < 300. Como consequência, $\langle \kappa \rangle$ atingiu valores < 1 mas ainda assim foi possível capturar algumas informações respeito a dinâmica temporal das sub-redes. Estes resultados mostram que a sub-rede $P_{geo}^G = 9$ e a sub-rede $P_{geo}^E = 9$ têm fraca conexão entre postos.





(f) REA da sub-rede $P_{geo}^E = 9 \operatorname{com} \langle \kappa \rangle = 3.56.$

Figura 4.22 Ilustração da quantidade de dados por P_i^G de L^G em (a) e de L^E em (b) e, em (c) e (d), a sua dependência temporal ao longo das semanas. Os dados são usados nos cômputos do lucro médio para a sub-rede $P_{geo}^G = 9$ e a sub-rede $P_{geo}^E = 9$ e do grau médio (Linha vermelha). Em (e) e (f) são ilustradas as REA's das sub-redes anteriores.

Nas Figuras (4.22e) e (4.22f) mostram-se as REA's correspondentes à sub-rede $P_{geo}^G = 9$ e a sub-rede $P_{geo}^E = 9$. Vemos também que alguns nós mostram uma forte conexão que outros, conforme indicado pelo grau k dos postos. Para REA associada a L^G , os nós estão ligados pelo menos com dois postos ou mais, como é caso de P_4 com k = 2. No outro extremo o posto com maior grau foi o P_7 com k = 7. No caso da REA de L^E tem-se que o P_2 é unicamente ligado ao P_5 tendo k = 1, ao passo que o posto é o que tem o maior grau. Também verificamos que os pesos das arestas para a REA relacionada ao lucro da gasolina tomou valores entre ($1 \le \hat{w} \le 55$) e para o etanol ficou entre ($1 \le \hat{w} \le 20$), ou seja, não houve qualquer aresta que se repetisse mais do que 55 e 20 vezes para L^G e L^E , respectivamente.



Figura 4.23 Ilustração da dinâmica no tempo da diferença do lucro médio (linha preta) e da diferença média no tempo (linha vermelha).

As Figura 4.23a-b mostramos a dinâmica das flutuações no tempo de $\Delta LM(t)$ das sub-redes. Observamos que na maior parte do período analisado elas flutuam entre $-0.5 \leq \Delta LM(t) \leq 0.5$, mas em certas regiões excedem esses valores. As flutuações com magnitude positivas têm mais alta frequência em relação as negativas. Por conseguinte, em ambos os casos, estes resultados sugerem que nessas semanas as redes do TVG não apresentaram oportunidades de lucro quando comparada com as redes completas. A estimativa da $\overline{\Delta LM(t)}$ tanto para o lucro da gasolina quanto do etanol foram positivos, respectivamente temos que 2.16 × 10⁻² e 1.40 × 10⁻², ou seja, os lucros médios das sub-redes do TVG ficaram abaixo do atingido pelas correspondentes redes completas. Ou seja, as sub-redes obtiveram um ganho inferior às redes completas de 2.2 e 1.4 centavos de Real por litro de combustível negociado.

Sub-redes (ou Comunidades) $P^{C_A} = 6$, $P^{C_B} = 7$ e $P^{C_C} = P^{C_A} + P^{C_B}$: A distância linear que separa os postos destas sub-redes ficam entre [0.23 < x < 3.2] km. A Figura 4.24 ilustra a distribuição destes fornecedores. Além disso, vemos no gráfico que as comunidades ficam agrupadas dentro de uma distância característica, ou seja, as comunidades estão ligadas por um único posto (ver ponto vermelho). Assim, para comunidade P^{C_A} e P^{C_B} a distância linear de cada uma delas ficam nos intervalos, respectivamente, 0.23 < x < 1.63 km e 0.28 < x < 1.59 km.



Figura 4.24 Ilustração da localização geográfica de P^{G,C_A} (parte superior), P^{G,C_B} (parte inferior) e P^{G,C_C} . O ponto vermelho é o posto em comum para as duas comunidades. A distância entre os postos da subrede [0.23 < x < 3.2] km. Imagem obtida do aplicativo Google Map.

As Figuras (4.25a) e (4.25b) mostram as frequências dos dados do L^G e L^E agrupados por Posto, com o total de postos para cada caso: $P^{G,C_A} = 6$, $P^{G,C_B} = 7$, $P^{E,C_A} = 6$ e $P^{E,C_B} = 7$. A quantidade total de dados para cada posto neste conjunto fica entre $201 \le f_{P_i^G} \le 797$, ou seja, todos eles possuem alta frequência de registros. Certamente, as sub-redes P^{G,C_C} e P^{E,C_C} incorporam esses intervalos das frequências. Note que o conjunto de postos $P = \{1, 2, ..., 7\}$ corresponde à comunidade C_B , ao passo que $P = \{7, 8, ..., 12\}$ à C_A , ou seja, elas estão conectadas por um único posto.



Figura 4.25 Ilustração da frequência de dados por P_i^G nas duas sub-redes L^G em (a) e de L^E em (b).

Nas Figuras (4.26a-f) indicamos a dependência temporal da quantidade de dados usados nos cômputos do lucro médio por semana nos casos de L^G e L^E e $L^{G,T}$ e $L^{E,T}$ associados aos TVG's, respectivamente, para cada uma das comunidades analisadas. Nos dados do lucro (linha azul) observam-se em ambos os casos que existem valores registrados e todas as semana. Para os

casos associados $L^{G,C_A,T}$ e $L^{G,C_B,T}$ as frequências dos dados sincronizados (linha preta) exibem diminuição em relação aos apresentados por L^{G,C_A} e L^{G,C_B} , sendo que podem ser notadas alguns intervalos onde a quantidade de informações usada na rede TVG é zero. Além disso, naqueles poucos locais em que C_A não dispõe de valores, o mesmo não se verifica para a comunidade C_B . Na grande maioria das semanas ambas os conjuntos contem valores. Quando são somadas as comunidades individuais para gerar a C_C , há um incremento natural dos dados de $L^{G,C_C,T}$. As comunidades foram analisadas tanto individualmente como em conjunto através das P^{G,C_C} e P^{E,C_C} .

Observa-se também na Figura 4.26 que o $\langle \kappa \rangle$ de cada TVG das sub-redes P^{G,C_A} e P^{G,C_B} são maiores do que aquelas da P^{E,C_A} e P^{E,C_B} . No entanto, em alguns intervalos temporais esta grandeza para a comunidade C_A pode ser maior (menor) com relação as comunidades C_B , refletindo o fato que o número de conexões que presentes em cada uma delas é diferente. Razoavelmente também, esta diferença é obtida em P^{G,C_C} quanto em P^{E,C_C} . Por conseguinte, existe uma maior correlação entre os postos relacionados com venda de gasolina que do etanol. O grau médio atingido por cada sub-redes foi $\langle \kappa \rangle < 6$, permitindo capturar informações a respeito da dinâmica temporal delas.



Figura 4.26 Ilustração da dependência temporal da quantidade de dados ao longo das semanas para P_i^G de L^G em (a, c e e) e de L^E em (b, d e f). Os dados são usados nos cômputos do lucro médio para as sub-redes P^{G,C_A} , P^{G,C_B} , P^{G,C_C} , P^{E,C_A} , $P^{E,C_B} \to P^{E,C_C}$ e nelas também ilustra-se o grau médio (Linha vermelha) e onde *C* simboliza comunidade.

4.2 RESULTADOS: ANÁLISE EMPÍRICA PARA AS ST DO $L^G \to L^E$

Nas Figuras (4.27a-f) mostram-se as REA's correspondentes às sub-redes das comunidades para o lucro da gasolina e etanol. De maneira geral, vemos que, nas comunidades $C_B \, e \, C_C$, alguns de seus nós exibem uma forte conexão em comparação com os outros, conforme observa-se nas variações do k. Para as comunidades C_A , nas sub-redes todos os postos possuem k = 5, ficando portanto fortemente conectada em comparação com as anteriores, onde o grau varia no intervalo de $3 \le k \le 11$. Os resultados evidenciam mais uma vez que as sub-redes geradas para lucro da gasolina têm maior quantidade de ligações entre postos que as sub-redes do etanol. Verificamos que os pesos das arestas das REA's relacionada L^G tomou valores entre ($1 \le \hat{w} \le 89$) e para L^E ficou entre ($1 \le \hat{w} \le 69$), ou seja, não houve qualquer aresta que se repetisse mais do que 89 e 69 vezes para L^G e L^E , respectivamente. A partir de $\hat{w} > 1$ é desprezada a ordem cronológica em que são superpostas as arestas.



(e) REA da sub-rede P^{G,C_C} com $\langle \kappa \rangle = 9.33$.

(f) REA da sub-rede P^{E,C_C} com $\langle \kappa \rangle = 8.33$.

Figura 4.27 Ilustração das REA's para as comunidades C_A , $C_B \in C_C$ tanto quanto os dados do lucro da gasolina como do etanol.

Na Figura 4.28a mostram a evolução temporal de $\Delta LM(t)$ (linha preta) relacionada à comunidade P^{G,C_A} . Curiosamente vemos que as flutuações com magnitude negativas aparecem com a mesma frequência em relação as positivas. No entanto, os resultados de P^{G,C_A} sugerem que em certos intervalos a sub-rede do TVG apresentou oportunidades de lucro maiores quando comparada com a rede completa. A estimativa da diferença média no tempo (linha vermelha) foi $\overline{\Delta LM(t)} = -3.31 \times 10^{-3}$, indicando que a sub-rede TVG obteve um ganho muito pequeno por litro de combustível em relação à rede completa. Logo pode-se dizer que houve um alinhamento gerando oportunidades de arbitragem. Entretanto, os valores de $\Delta LM(t)$ para o L^E (ver Fig. 4.28b) são positivos em sua maioria, e destaca-se aqueles no intervalo de 390 < t < 420. Como ocorrido nos casos das sub-redes $P^E = (M + 4F)$ e $P^E = 93$, aqui houve flutuações que foram atípicas ao fato que nestas semanas o lucro médio de alguns postos foram fortemente negativos. Portanto a estimativa de $\overline{\Delta LM(t)}$ também foi influenciada por estes valores. Finalmente, esta sub-rede obteve menor ganho por litro de combustível negociado quando comparadas com a rede L^E , uma vez que $\overline{\Delta LM(t)} = 1.59 \times 10^{-2}$.



Figura 4.28 Ilustração da dinâmica no tempo da diferença do lucro médio (linha preta) e da diferença média no tempo (linha vermelha).

Para as sub-redes P^{G,C_B} e P^{E,C_B} (ver Fig.s (4.28c-d)) observamos que as flutuações $\Delta LM(t)$ encontram-se entre $-0.41 \leq \Delta LM(t) \leq 0.33$. Além disso, as flutuações com magnitude posi-

tivas têm mais alta frequência com relação as negativas. Logo os resultados destas sub-redes sugerem que nesses intervalos elas não apresentam oportunidades de lucros maiores quando comparada com as redes da gasolina e o etanol. As estimativas das diferenças médias no tempo de P^{G,C_B} e P^{E,C_B} foram 1.45×10^{-2} e 1.42×10^{-2} , respectivamente. Isto indica que nestas sub-redes o lucro médio ficou abaixo do atingido pelas redes L^G e L^W , por conseguinte não houve oportunidades de lucro. Ou seja, em ambos os casos, o ganho foi menor em aproximadamente 1.4 centavo de Real por litro de combustível negociado.

Para os casos das sub-redes P^{G,C_C} e P^{E,C_C} , as flutuações de $\Delta LM(t)$ para t < 400, exibem uma dinâmica aproximadamente semelhante às obtidas por cada comunidade, ou seja, este resultado sugere que durante este período a interação entre elas foi mínima. Mas, em pequenos intervalos observamos que elas exibem comportamento coletivo, por exemplo nas sub-redes ligadas a L^G , em 30 < t < 40 as flutuações nos três casos tiveram diferentes magnitude. Para t > 400 observamos que os valores $\Delta LM(t)$ tem um comportamento diferenciado em relação às comunidades, isto indica que nível de interação (ou conexão) entre elas foi maior. Certamente, o número de dados quando t > 400 é superior quanto comparado com t < 400. As estimativas de $\overline{\Delta LM(t)}$ em ambos os casos foram positivas, respectivamente, 2.56×10^{-3} e 5.77×10^{-3} , indicando que o lucro médio das redes TVG ficou abaixo do atingido pela rede completa. Assim pode-se dizer que não houve oportunidades de arbitragem, ou seja, o ganho que obtiveram as comunidades por litro de combustível negociado foi próximo das redes.

Finalmente, como acontecido na primeira parte deste capítulo, no caso em que as redes foram geradas levando em conta a dependência geográfica também, foi possível a detecção de desvios sistemáticos do comportamento médio do lucro bruto entre as redes completas e suas correspondentes TVG durante sua evolução temporal, através da estimativa média $\overline{\Delta LM(t)}$. Desta forma, observamos que as sub-redes $P^G = 94$ e $P^E = 93$ (com o maior número de postos de revenda) obteve magnitude levemente negativa e positiva, respectivamente. No caso sub-redes $P^G = 94$ o seu desempenho foi próximo a da rede, ou seja, ele não apresentou oportunidade de ganho. Assim estes resultados não estão relacionado com um alinhamento ou correlação entre os constituintes desta sub-rede. No entanto, foram estudadas 4 configurações ainda menores quanto comparadas com a sub-rede $P^G = 94$. Notamos que em somente uma delas o valor calculado de $\overline{\Delta LM(t)}$ foi negativo e nos outros, foram positivos. Possivelmente este comportamento pode estar associado à concorrência que as sub-redes podem apresentar, ou seja, a proximidade dos seus constituintes faz com elas baixem os preços. Estes resultados possibilitaram discriminar que nem todos os postos desta sub-rede podem estar alinhados, e também como a proximidade destes possivelmente influencia no comportamento do desempenho. No segundo caso, para todas as sub-redes analisadas tanto sub-rede $P^E = 93$ como das comunidades (C_A , $C_B \in C_C$) o desempenho delas esteve abaixo da rede, ou seja, não mostram oportunidades de ganho.

Capítulo 5

Medida de eficiência de mercado para preços de energias renováveis e WTI

Para processos Auto-afins, especificamente séries estacionárias, a dimensão fractal pode-se conectar à dependência de longo prazo através da relação $\hat{D} = 2 - \hat{\alpha}$ onde \hat{D} é dimensão fractal e $\hat{\alpha}$ é o expoente rugosidade. Esta relação permite ligar a memória local (\hat{D}) com a memória de longo prazo $(\hat{\alpha})$. Por exemplo, usando a série de dados sintéticos obtidos da função Weierstrass-Mandelbrot pode-se quantificar o expoente α através do método DFA, e em seguida, estimar o valor de \hat{D} . No entanto, de acordo com [52–54, 118] em termos econômicos, essa relação não ocorre completamente quando aplicada a dados reais. Deste modo, as medidas de \hat{D} e $\hat{\alpha}$ dão informações diferentes da dinâmica série.

A seguir ilustramos a implementação do índice de eficiência, *IE*, para quantificar a eficiência de mercados através da medida da distância do estado de mercado eficiente. Para obter *IE* são envolvidas as estimativas independentes de $\hat{D} \in \hat{\alpha}$. Além disso, neste capítulo também vamos avaliar a amplitude de variação dos métodos através do cálculo do IE. Para isso são computados os desvios de $\widehat{DM} \in \hat{\alpha}$ com respeito aos valores referência, isto é, $\delta \widehat{DM} = \widehat{DM} - D^{ref} \in \delta \hat{\alpha} =$ $\hat{\alpha} - \alpha^{ref}$. Em seguida são utilizados os valores da Tabela 2.1 em conjunto com a definição de $IE = \sqrt{(\delta \widehat{DM})^2 + (\delta \hat{\alpha})^2}$ onde $\widehat{DM} = (\widehat{D_{HW}} + \widehat{D_{RG}})/2$. Dado que o intervalo da medida fica entre $[0, \sqrt{2}/2]$ valores próximos de zero indicam um menor valor para os erros dos métodos, caso contrário eles apresentam imprecisão, ou seja, mais aproxima-se a $\sqrt{2}/2$.

Os seguintes resultados foram obtidos a partir de uma análise empírica da série de preços de energias renováveis (ER) e petróleo WTI no período entre 03/07/2006 - 31/07/2007. Para aferir a confiabilidade do algoritmo implementado, primeiro foi usada uma série de dados artificiais gerada a partir da Função Weierstrass-Mandelbrot (brevemente explicada a seguir). Isso permitiu mostrar a implementação dos diferentes métodos usados para a estimativa do expoente α , a dimensão fractal e o índice de eficiência, assim foram validados os diferentes algoritmos. Em seguida, foram utilizados dados reais correspondentes a séries dos preços de fechamento diário para as ER e WTI.

5.1 CARACTERIZAÇÃO DAS SÉRIES UTILIZADAS

5.1 CARACTERIZAÇÃO DAS SÉRIES UTILIZADAS

O período coberto pelas séries analisadas é caracterizado por um conjunto de eventos econômicos em escala global, que certamente influenciam no comportamento do mercado de energia, assim, como em todos os ativos econômicos. Por outro lado, para avaliar a amplitude de variação dos métodos através do cálculo do IE faremos uso dos dados obtidos da Função Weierstrass-Mandelbrot, FWM.

5.1.1 Função Teste (Weierstrass-Mandelbrot)

A FWM apresenta propriedades típicos dos fractais. Do ponto de vista matemático, ela é continua para um certo intervalo mas não possui derivada nenhum dos pontos do domínio. A FWM pode ser reescalonada, e por isso é considerada uma curva fractal auto-afim. A FWM é definida por:

$$F_{\alpha^{ref}}(x) = \sum_{-\infty}^{\infty} b^{-n\alpha^{ref}} [1 - \cos(b^n x)], \qquad (5.1)$$

onde b > 1 e $0 < \alpha^{ref} < 1$. O gráfico da função 5.1 é um fractal de dimensão $D = 2 - \alpha^{ref}$. Para efeito da escrita desta função usaremos a seguinte notação, $F_{\alpha^{ref}}(x) \equiv W_{\alpha^{ref}}(t)$ onde α^{ref} varia como descrito acima e t = 1, 2, 3, ..., T sendo T o tamanho do intervalo ou quantidades de pontos usados.



Figura 5.1 Ilustração da evolução de $W_{0.25}(t)$, $W_{0.50}(t)$ e $W_{0.75}(t)$ com 4096 pontos em (a) e Séries de preços para ER e WTI em (b).

5.1.2 Séries de Preços das ER e WTI

Os resultados que serão apresentados nas seguintes seções corresponde ao estudo das *ST* de preços das ER e WTI, as quais estão ligadas a cinco índices correspondente aos mercados de ações americana e a um europeu¹. No caso americano temos: (a) ²S&PGCE, (b) WIND, (c) SOLAR, (d) TECH, (e) WTI e, por último, o europeu (f) ERIX (ver Figura 5.1b). Na Subseção 2.7 elas são sucintamente discutidas.

¹No Apêndice D discutimos resultados do índice de eficiência obtidos através da séries de preços como dos retornos acumulados do ERIX. Em ambos os casos tem-se que, as estimativas da dimensão fractal, expoente α e o *IE* são muito semelhantes, ou seja, os resultados no caso dos retornos acumulados validam aqueles conseguidos diretamente das séries de preços.

²Para efeitos da escrita desta série usaremos a notação simplificada S&P.

Os dados das séries estão compreendidos entre 03 de janeiro de 2006 e 11 de dezembro de 2015, ou seja, aproximadamente 10 anos com um total de 2504 registros. No entanto, o período foi dividido em subperíodos levando em conta a classificação feita em [50]. Desta forma, pode-se identificar quais eventos econômicos influenciaram os preços das energias em diversas datas. Assim temos os seguintes períodos: Pré-crises, *PreC* [03/07/2006 - 31/07/2007] com 270 registros; Crise Subprime, *CSP* [01/08/2007 - 07/12/2009] com 594 registros; Crise europeia, *CE* [08/12/2009 - 27/04/2012] com 602 registros; a Pós-crise, *PosC* [28/04/2012 - 12/06/2015] com 787 registros. Na Tabela 5.1 citamos determinados fatores que influenciaram nos preços do petróleo e, por consequência, os preços das energias renováveis. Porém, existiram outros eventos que somente afetaram uma ou algumas das séries, que foram informados dentro da Subseção B.1.1.2 do Apêndice B.

| Data | Impactos produto de crise ou desenvolvimentos econômicos |
|--------------|--|
| 06/2006-2008 | Forte demanda pelo petróleo produto do Boom Econômicos |
| | dos Países Emergentes (BEPE), nos EUA e Ásia. |
| 2008-06/2009 | Crise econômica global (CEG). |
| 12/2009 | Começo da crise da dívida soberana europeia |
| 10/2011 | Guerra em Líbia |
| 2009/11 | Organização de País Exportadores de Petróleo (OPEP) para a produção. |
| 03/2012 | Irã recebe embargo no petróleo pelo USA, confronto entre Palestina e Israel. |
| 07/2014-2016 | Excesso de petróleo (Xisto betuminoso) nos EUA. |

Tabela 5.1 Alguns fatores que afetaram os preços do petróleo consequentemente os das ER.

5.2 ÍNDICE EFICIÊNCIA ESTÁTICO

Nesta subseção exploramos uma única medida do índice de eficiência para cada série temporal (ST) e, por essa razão, chamamos de *IE* estático ou simplesmente *IE*. Além disso, a seguir vamos validar as metodologias usadas para computar *IE* por meio da caracterização da amplitude de variação dos métodos, uma vez implementada a análise nas FWMs.

5.2.1 Análise da Função Weierstrass-Mandelbrot.

Nesta subseção as FWMS, representadas por $W_{\alpha^{ref}}(t) \operatorname{com} \alpha^{ref} = \{0.25, 0.50, 0.75\}$ e t = 1, 2, 3, ..., 4096 pontos, serão empregadas para realizar diferentes testes que servirão para validar os algoritmos utilizados no computo de $\hat{\alpha}$, $\widehat{D_{HW}} \in \widehat{D_{RG}}$ e, por conseguinte, avaliar o *IE*. Os testes foram realizados utilizando três condições referentes a $n_p^{\widehat{\alpha}} \in n_p^{\widehat{D}_i}$, onde $i = \{HW, RG\}$, que representam a quantidade de pontos usados para os ajustes lineares em escala log-log na procura das estimativas destes expoentes (ver Tabela 5.2). Por exemplo, no caso de $F_{DFA}(s) \sim s^{\widehat{\alpha}}$, pudemos implementar as escalas $s = \{4, 5, 6, 7, ..., 3072\}$. Então, para avaliar $\widehat{\alpha}$ pode-se usar os resultados das escalas entre 4 e 1024, ou seja, os pontos no ajuste correspondem a $n_p^{\widehat{\alpha}} = \{4, 5, 6, 7, ..., M\}$ onde M = 1024. Contudo, o número total de $n_p^{\widehat{\alpha}}$ depende do incremento considerado para s no algoritmos implementado, que pode ser constante, como anteriormente descrito, ou utilizando aumentos gradativos com base a um fator multiplicativo, por exemplo $n_p^{\widehat{\alpha}} = \{..., 71, 74, 77, 80, 84, 88, ..., M\}$. Observa-se contudo que o incremento começa a ser

significativo para M > 100. Assim, nós adotamos para o computo de $n_p^{\widehat{\alpha}}$ este último procedimento. Para avaliar a dimensão fractal, o número de pontos $n_p^{\widehat{D}_i}$ no ajuste podem ser tomados de forma arbitrária, mas chamamos a atenção para a escolha $n_p^{\widehat{D}_i} = 2$ que corresponde àquela usada em [115]. Finalmente, como a análise é feita para todo o comprimento da ST avalia-se um único valor para cada expoente.

| Gi | $an_p^{\widehat{\alpha}}$ | $n_p^{\widehat{D_{HW}}} = n_p^{\widehat{D_{RG}}}$ |
|----|---------------------------|---|
| 1 | 35% M | 2 |
| 2 | 55% M | 7^b |
| 3 | 90% M | 67^{b} |

Tabela 5.2 Quantidade de pontos usados para realizar os ajustes lineares de \widehat{D}_{HW} , \widehat{D}_{RG} e $\widehat{\alpha}$. ^{*a*}Como $F_{DFA}(s) \sim s^{\alpha}$ para as escalas implementamos incrementos gradativos onde o fator multiplicativo é igual a 1.05. Implica que o menor e maior valor das escalas correspondem a $s_{min} = 4$ e $s_{max} = 3632$, respectivamente, isso implica que M = 134. ^{*b*}A quantidade de dados foram tomados de forma arbitrária.

Como dito acima, as séries temporais das $W_{\alpha^{ref}}(t)$ são baseadas nos valores referências de α^{ref} , e consequentemente suas dimensões fractais podem ser obtidos da relação $D^{ref} = 2 - \alpha^{ref}$, portanto temos que $D^{ref} = \{1.75, 1.50, 1.25\}$. Para $\alpha^{ref} = 0.5$ e $D^{ref} = 1.5$ a série representa um processo com estrutura não correlacionada [53, 54]. Se as estimativas de $\widehat{D}_i \in \widehat{\alpha}$ coincidem com os valores referências de tal forma que $\alpha^{ref} = \widehat{\alpha} e D^{ref} = \widehat{D_{HW}} = \widehat{D_{RG}}$, segue-se que IE =0.0. Isto é razoável pois não existe desvio nenhum nestes expoentes em relação aos valores referências, ou seja, $\delta DM = 0$ e $\delta \hat{\alpha} = 0$ onde $DM = (D_{HW} + D_{RG})/2$. Quando da função $W_{\alpha^{ref}}(t)$ são calculado pelos nossos algoritmos usando o grupo de ajuste G_1 , os valores obtidos ficam bem próximos aos expoentes predefinidos, conforme mostrado na Tabela 5.3. Devido a estes pequenos erros, as estimativas para os desvios de DM e $\hat{\alpha}$ são diferentes de zero ($\delta DM \neq 0$ e $\delta \hat{\alpha} \neq 0$). Esse efeito pode ser observado para o IE nos três casos analisados onde ele atinge valores entre 0.014 < IE < 0.13. Contudo, as contribuições em porcentagens dos desvios que geram cada expoente na quantificação total do IE também pode ser olhada Tabela 5.3. Assim, para $W_{0.25}(t)$ e $W_{0.50}(t)$ vemos que \widehat{DM} contribui aproximadamente 79.8 < $C^{\delta \widehat{DM}}(\%)$ < 94.0%, isto é, nestes casos os desvios de \widehat{DM} em relação a D^{ref} estão dominando sobre os desvios causados por $\hat{\alpha}$, onde as contribuições destes variam apenas $6.1 < C^{\delta \widehat{DM}}(\%) = 20.2\%$. Caso contrário aconteceu para $W_{0.75}(t)$ onde os desvios de $\hat{\alpha}$ dominam sobre os de \widehat{DM} .

| Série | $\widehat{D_{HW}}$ | $\widehat{D_{RG}}$ | \widehat{DM} | $\hat{\alpha}$ | $\delta \widehat{DM}$ | $\delta \widehat{\alpha}$ | $C^{\delta \widehat{DM}}(\%)$ | $C^{\delta \widehat{\alpha}}(\%)$ | IE |
|-------------------|--------------------|--------------------|----------------|----------------|-----------------------|---------------------------|-------------------------------|-----------------------------------|--------|
| W _{0.25} | 1.6072 | 1.6425 | 1.6249 | 0.2818 | -1.251E-1 | 3.183E-2 | 93.92 | 6.08 | 0.1291 |
| W _{0.50} | 1.4555 | 1.4595 | 1.4575 | 0.5214 | -4.245E-2 | 2.135E-2 | 79.82 | 20.18 | 0.0475 |
| W _{0.75} | 1.2435 | 1.2417 | 1.2426 | 0.7619 | -7.395E-3 | 1.190E-2 | 27.86 | 72.14 | 0.0140 |

Tabela 5.3 Estimativas da dimensão fractal, $\hat{\alpha}$ e o *IE* usando a $W_{\alpha^{ref}}(t) \operatorname{com} \alpha^{ref} = \{0.25, 0.50, 0.75\}$. Ajuste linear computado com o grupo de pontos G_1 . Contribuição de δDM e $\delta \hat{\alpha}$ à quantificação do *IE*.

Para o grupo G_2 , verifica-se que os ajustes lineares dos expoentes têm melhoras consideráveis

em relação ao grupo G_1 para $W_{0.50}(t)$ e $W_{0.75}(t)$. Estes resultados indicam que a medida total do *IE* teve uma pequena redução. No entanto, no caso de ara $W_{0.25}(t)$ houve um pequeno incremento. Conforme mostrado na Tabela 5.4, a contribuição de $\delta \hat{\alpha}$ tem grande domínio $(57.8 < C^{\delta \widehat{DM}}(\%) < 79.6\%)$ sobre $\delta \widehat{DM}$ na quantificação do *IE*.

| Séries | $\widehat{D_{HW}}$ | $\widehat{D_{RG}}$ | \widehat{DM} | â | $\delta \widehat{DM}$ | δα | $C^{\delta \widehat{DM}}(\%)$ | $C^{\delta \widehat{\alpha}}(\%)$ | IE |
|-------------------|--------------------|--------------------|----------------|--------|-----------------------|----------|-------------------------------|-----------------------------------|--------|
| W _{0.25} | 1.7594 | 1.7614 | 1.7604 | 0.2621 | 1.036E-2 | 1.212E-2 | 42.22 | 57.78 | 0.0160 |
| $W_{0.50}$ | 1.4941 | 1.4981 | 1.4961 | 0.5077 | -3.892E-2 | 7.679E-2 | 20.44 | 79.56 | 0.0086 |
| W _{0.75} | 1.2443 | 1.2498 | 1.2470 | 0.7545 | -2.957E-3 | 4.530E-3 | 29.88 | 70.12 | 0.0054 |

Tabela 5.4 Estimativas da dimensão fractal, $\hat{\alpha}$ e o *IE* usando a $W_{\alpha^{ref}}(t) \operatorname{com} \alpha^{ref} = \{0.25, 0.50, 0.75\}$. Ajuste linear computado com o grupo de pontos G_2 . Contribuição de $\delta \widehat{DM}$ e $\delta \hat{\alpha}$ à quantificação do *IE*

Na Figura 5.2 exemplificam-se os gráficos correspondentes em escala log-log da melhor reta para estimativas de $\widehat{D_{HW}}$, $\widehat{D_{DR}}$ e F_{DFA} obtidos da $W_{0.5}(t)$ usando G_2 , onde os pontos marcados pelas linhas vermelhas foram usados para os ajustes lineares.



Figura 5.2 Ilustração da regressão log-log para os estimadores HW, RG e o F_{DFA} em a), b) e c), respectivamente. As linhas vermelhas representam os pontos tomados para o ajuste linear implementando o grupo G_2 .

Por último, no grupo G_3 , também verificam-se incrementos em \widehat{D}_{HW} e \widehat{D}_{DR} e, por conseguinte, nos resultados de \widehat{DM} . Por sua vez, observa-se que houve incrementos em $\widehat{\alpha}$ que refletem-se em $\delta \widehat{\alpha}$, levando a que a medida total do *IE* adquirisse maior magnitude quanto comparado com os resultados dos grupos G_1 e G_2 . Na Tabela 5.5, ilustram-se como as contribuições de $\delta \widehat{\alpha}$ dominam fortemente entre 57.8 < $C^{\delta \widehat{\alpha}}(\%)$ < 79.6% em relação aos valores atingidos por $\delta \widehat{DM}$, ou seja, 20.41 < $C^{\delta \widehat{DM}}(\%)$ < 42.2%.

| Séries | $\widehat{D_{HW}}$ | $\widehat{D_{RG}}$ | \widehat{DM} | â | $\delta \widehat{DM}$ | δα | $C^{\delta \widehat{DM}}(\%)$ | $C^{\delta \hat{\alpha}}(\%)$ | IE |
|-------------------|--------------------|--------------------|----------------|--------|-----------------------|----------|-------------------------------|-------------------------------|--------|
| W _{0.25} | 1.7669 | 1.7660 | 1.7665 | 0.2557 | 1.646E-1 | 5.658E-2 | 89.47 | 10.57 | 0.0174 |
| W _{0.50} | 1.5107 | 1.5100 | 1.5104 | 0.5070 | 1.036E-2 | 7.018E-2 | 68.56 | 31.44 | 0.0125 |
| W _{0.75} | 1.2526 | 1.2574 | 1.2550 | 0.7578 | 5.024E-3 | 7.795E-2 | 29.35 | 70.65 | 0.0092 |

Tabela 5.5 Estimativas da dimensão fractal, $\hat{\alpha}$ e o *IE* usando a $W_{\alpha^{ref}}(t) \operatorname{com} \alpha^{ref} = \{0.25, 0.50, 0.75\}$. Ajuste linear computado com o grupo de pontos G_3 . Contribuição de δDM e $\delta \hat{\alpha}$ à quantificação do *IE*.

Pode-se concluir desta breve análise que as metodologias para determinar $\hat{\alpha}$, \hat{D}_{HW} e \hat{D}_{DR} ajustam-se aos resultados esperados, uma vez a amplitude de variação dos resultados observados usando os parâmetros em G_1 , G_2 e G_3 ficaram bem próximos ao valores referências de $\alpha^{ref} = \{0.25, 0.50, 0.75\}$ e $D^{ref} = \{1.75, 1.50, 1.25\}$. No entanto, as pequenas variações nas medidas podem estar associada a erros inerentes dos dados de $W_{\alpha^{ref}}(t)$, aos métodos usado no cômputo e da quantidade de pontos tomados nos ajustes lineares. Portanto, segundo observados acimas dos três casos estudados, o melhor grupo de pontos usados nos ajustes lineares foi para G_2 . Assim, os cálculos do índice de eficiência estático para as séries de preços que serão apresentados a seguir foram obtidos usando este grupo.

5.2.2 Análise das séries de preços.

No item anterior foram apresentados resultados que validam as metodologias implementadas para o cálculo do $\hat{\alpha} \in D_{HW} \in D_{RG}$. Desta forma, o grupo G_2 foi optado para realizar os ajustes lineares para obter os expoentes. Em seguida, determinamos a eficiência de mercado para as diferentes séries de preços das ER e WTI. A partir desta medida, observamos como a dinâmica dos preços podem possibilitar identificar a direção do mercado, ou seja, se dentro do intervalo de tempo analisado eles foram ou não mercados eficientes.

Os resultados observados de $\hat{\alpha}$ mostram que os preços do WTI tiveram o menor desvio $\delta \hat{\alpha}$ com respeito ao estado do mercado eficiente $\alpha^{ref} = 0.5$, ou seja, $\hat{\alpha} = 0.509$. Nota-se que a estimativa de WTI, além de sugerir características mais próximas de processos aleatórios em comparação como mercados ER, temos que este resultado fica bem próximo daqueles obtidos por Jiang (2014) [167] e em ³Kristoufek (2014) [54] onde $\alpha = 0.501$ e $\bar{\alpha} = 0.498$, respectivamente.



Figura 5.3 Resultados em (a) do Exp. $\hat{\alpha}$ e em (b) dimensão fractal média DM para as séries de ER e WTI.

Continuando, para as estimativas de ERIX e S&P encontramos que $\hat{\alpha} = 0.538$ e $\hat{\alpha} = 0.567$, respectivamente. Estes resultados foram próximos dos achados em [46],⁴ onde os autores ob-

³Nestas referências [54, 167] foram usados os valores diários dos preços futuros do WTI no intervalo 04/04/1983 - 22/07/2013. Em [54] os cálculos de $\hat{\alpha}$ foram utilizando Local Whittle estimator e GPH estimator. Para [167] a estimativa foi via DFA.

⁴Em [46] foram usados os preços diários de ERIX e S&P entre 01/01/2004 - 11/02/2019. Os cálculos de

tiveram, respectivamente, $\hat{\alpha} \sim 0.52$ e $\hat{\alpha} \sim 0.54$. Essas comparações indicam que nossos resultados são consistentes. Agora no caso das séries para TECH, SOLAR e WIND, nota-se que os valores ficam em um intervalo $0.567 < \hat{\alpha} < 0.604$ (conforme indicado na Fig. 5.3a e Tab. 5.6). Entretanto, estas correlações positivas da memória de longo prazo apresentam uma estrutura levemente persistente no período analisado. Ou seja, as chance de sucesso "⁵arbitrage opportunities" não são significativas em relação a valores de $\hat{\alpha}$ próximos de um (ver Fig. 5.3a) [53, 54, 111, 112, 168, 169].

Por outro lado, na Figura 5.3b apresentam-se as estimativas da dimensão fractal média. Para o caso das ER, elas foram caracterizada por valores entre $1.418 < \widehat{DM} < 1.477$ exibindo processos com persistência local, isto é, são parcialmente ⁶previsível no curto prazo. Este resultado é esperado dado que grandes oportunidades de lucro são de curta duração. Isto pode evidenciar em aqueles mercados que apresentaram uma dimensão fractal persistente relativamente forte estão ligados com os $\hat{\alpha}$ maiores [53, 54, 111, 112, 168, 169]. O mercado WTI é o único levemente antipersistente, ou seja, localmente com autocorrelações negativas (a série apresenta um formato mais rugoso).



Figura 5.4 Ilustração da contribuição de $C^{\delta \widehat{DM}}(\%)$ e $C^{\delta \widehat{\alpha}}(\%)$ à quantificação total do IE_{Est} . Em (a) para as ER e o WTI. Em (b) O IE_{Est} . fica ordenado do mais eficiente para o menos eficiente. Em ambos os gráficos a letra R = Ranking

Na Figura 5.4a apresentam-se as contribuições da *distância* entre resultados do mercado observado e o estado de mercado eficiente, ou seja, quanta influência gera cada medida na quantificação total do índice de eficiência. Esta influência é expressa pela porcentagem (ou fração) da contribuição da dimensão fractal média $(C^{\delta \widehat{DM}}(\%))$ e o expoente α $(C^{\delta \widehat{\alpha}}(\%))$. Portanto, pode-se observar os efeitos que introduzem a ineficiência local (\widehat{DM}) e global $(\widehat{\alpha})$ ao *IE*. Assim, percebe-se que nos mercados com maior grau de eficiência, que são WTI e ERIX, quem domina a medida da ineficiência são os desvios de $\widehat{\alpha}$, responsáveis por 61.22% e 73.55%,

 $[\]hat{\alpha}$ empregaram a metodologia Asymmetric MF-DFA. No entanto, aqui levamos em conta os valores de α para tendencias gerais (Hurst exponent values of overall).

⁵Aqui o conceito de arbitragem, ou simplesmente arbitragem, indica qualquer operação de compra e venda de títulos do mercado para auferir lucros devido a diferença de preços entre dois instantes de tempo.

⁶Em Finanças os valores de α estão relacionados à persistência de uma ST e também relaciona-se à persistência como previsibilidade estatisticamente [49, 53, 54, 122, 170–172].

respectivamente. Já memória local nos dois casos contribui com 38.78% e 26.45%, respectivamente. Para os outros casos, vemos que ainda continua sendo a memória de longo prazo quem mais contribui, com 53.0% $< C^{\delta \widehat{DM}}(\%) < 62.0\%$. Portanto, vemos que a dimensão fractal para este grupo toma maior relevância na contribuição da ineficiência, variando entre $38.0 < C^{\delta \widehat{DM}}(\%) \le 47.0\%$.

Tanto na Tabela 5.6 como na Figura 5.4b apresentamos a classificação ou ranking do mais ao menos eficiente para as séries analisadas. Nesses mercados, observa-se que aquele com menor $\hat{\alpha}$ e maior \widehat{DM} é claramente o mais eficiente, ou seja, WTI (ver Tab. 5.6) atingindo o valor de IE = 0.012. Para as ER, verifica-se que quanto maior seja $\hat{\alpha}$ tem-se uma diminuição no valor da dimensão fractal. Isso leva a que os mercados tornem-se menos eficientes variando no intervalo 0.045 < IE < 0.14 (lembrando o valor máximo de ineficiência é ~ 0.71). Porém, aqui destaca-se que o ERIX obteve o menor grau de ineficiência de mercado adquirindo um valor IE = 0.045. Finalmente, de acordo com [111, 112] quanto mais ineficiente for um mercado mais ele se torna previsível. Então, estes resultados sugerem que os mercados de ER pode-se obter maiores lucros ou rentabilidade. Porém, mesmo tendo possibilidades de grandes lucros também aumenta o risco de grandes perdas [46, 111].

| Resultados estáticos | | | | | | | | | | |
|----------------------|--------------------|--------------------|----------------|--------|-------------------------------|---------------------------------|--------|--|--|--|
| Séries | $\widehat{D_{HW}}$ | $\widehat{D_{RG}}$ | \widehat{DM} | â | $C^{\delta \widehat{DM}}(\%)$ | $C^{\delta \widehat{lpha}}(\%)$ | IE | | | |
| WTI | 1.4996 | 1.5148 | 1.5072 | 0.5091 | 38.78 | 61.22 | 0.0116 | | | |
| ERIX | 1.4707 | 1.4832 | 1.4770 | 0.5384 | 26.45 | 73.55 | 0.0448 | | | |
| S&P | 1.4277 | 1.4545 | 1.4411 | 0.5671 | 43.53 | 56.57 | 0.0893 | | | |
| TECH | 1.4383 | 1.4379 | 1.4381 | 0.5668 | 46.17 | 53.83 | 0.0911 | | | |
| SOLAR | 1.4071 | 1.4299 | 1.4185 | 0.6026 | 38.70 | 61.30 | 0.1310 | | | |
| WIND | 1.4151 | 1.4203 | 1.4177 | 0.6038 | 38.60 | 61.40 | 0.1325 | | | |

Tabela 5.6 Estimativas de $\widehat{D_{HW}}$, $\widehat{D_{RG}} \in \widehat{\alpha}$, contribuições de $C^{\delta \widehat{DM}}(\%) \in C^{\delta \widehat{\alpha}}(\%)$ e *IE* para as ER e WTI. Os resultados estão ordenados do mais para o menos eficiente.

Estes resultados apresentam um único valor (resultados estáticos) do índice de eficiência para cada série analisada. A classificação na Tabela 5.6 do *IE* mostra que os mercados mais eficientes são aqueles do sector global, especialmente, WTI e ERIX. Entretanto, vemos que o outro setor global, o S&P, foi caracterizado com menor eficiência, seguidos pelos de sectores específicos TECH, SOLAR e WIND. Estes dois últimos foram os que tiveram um alto grau de ineficiência.

5.3 ÍNDICE EFICIÊNCIA DINÂMICO

Na sub-subseção 5.2.2 foi analisado a eficiência do mercado para as ER e WTI por meio das características globais presente nestas séries, ou seja, foi tomada uma única medida em cada metodologia implementada, a $\widehat{DM} \in \widehat{\alpha}$. De forma sucinta, os resultados mostraram que, entre as séries analisadas, as mais eficientes foram aquelas de setores globais, WTI e ERIX, uma vez que os valores do índice de eficiência foram menores do que 0.050. E, nos casos dos mais ineficientes, além de encontrar-se o setor global S&P, tem-se todos aqueles dos setores específicos, listados em ordem crescente de ineficiência como TECH, SOLAR e WIND (ver a
5.4 ÍNDICE EFICIÊNCIA LOCAL TIPO IE(t; v = cte)

Tab. 5.6).

Agora serão apresentadas duas abordagens que procuram investigar a evolução temporal da eficiência de mercado através de uma abordagem local para as ST das ER e WTI. Desta forma, será analisado o comportamento dinâmico do IE(t) e assim tentar entender as características de mercado dos índices energéticos, isto é, observar seu desempenho através da estabilidade e/ou previsibilidade que eles podem exibir. Para isso implementamos a metodologia de janela móvel de duas formas distintas, para estimar de forma local, independente e simultânea os valores $\widehat{D_{HW}}$, $\widehat{D_{RG}} \in \widehat{\alpha}$. Em seguida, computamos o IE(t), que também terá características locais.

No primeiro caso, o procedimento de janela móvel faz a determinações dos valares para \widehat{D}_{HW} , \widehat{D}_{RG} e $\widehat{\alpha}$ usando apenas os dados dentro da janela selecionada, de comprimento v em torno do tempo t. Com estes dados se obtem o valor de IE(t; v = cte). Esta abordagem tem sido amplamente implementada para estudar diversos mercados citando apenas alguns exemplos como, o mercado de artes, diferentes commodities, moedas, [30, 48, 111, 112, 118, 173–175]. Em todos estes estudos, o método mostra ser bastante consistente. No segundo caso, o procedimento de janela móvel passa a considerar um grande número de comprimentos para as janelas, o que leva à obtenção de diversos valores do IE(t, v). Desta forma é possível quantificar as autocorrelações para diferentes comprimentos de escalas [156, 176–178]. Estes métodos possibilitam identificar as estruturas das autocorrelações locais ($\widehat{D}_{HW} \in \widehat{D}_{RG}$) e globais ($\widehat{\alpha}$), e dessa maneira, observar em quais intervalos e em quais escalas de tempo os mercados exibem maior o menor eficiência.

5.4 ÍNDICE EFICIÊNCIA LOCAL TIPO IE(t; v = cte)

Na subseção B.1.1 do apêndice B são apresentados diversos testes dos métodos desenvolvidos usando as FWMs que permitem avaliar localmente tanto $\hat{\alpha}(t; v = cte)$ quanto $\widehat{D_{HW}}(t; v = cte)$ e $\widehat{D_{RG}}(t; v = cte)$. Por outro lado, na Seção C.3 do Apêndice C mostramos que os valores observados destes expoentes são medidas independentes. Em seguida, foi estimado o índice de eficiência que também terá carácter local. Para isto, o comprimento da janela deslizante manteve-se constante. Desta forma verificou-se que tanto a amplitude de variação dos métodos para o cômputo dos expoentes e, consequentemente o índice de eficiência, como também a entropia, exibem resultados confiáveis e consistentes embora tenham apresentado algumas limitações relacionadas ao comprimento da janela usada para as análises. No caso da entropia esta grandeza permitirá avaliar o nível de irregularidade que apresenta a série temporal ligada ao IE(t; v = cte).

5.4.1 Análise das séries de preços:

Nos resultados discutidos a seguir mostramos alguns detalhes específicos das série de preços começando pela do WTI, e em seguida pela das energias renováveis, listadas em ordem decrescente do *IE*. A janela móvel usada considerou v = 252 pontos (ou 252 dias úteis "business days"em ingles) o que corresponde aproximadamente 52 semanas ou ano calendário [173, 174, 179, 180]. Desta forma é possível investigar e capturar uma medida dinâmica da

5.4 ÍNDICE EFICIÊNCIA LOCAL TIPO IE(t; v = cte)

eficiência das séries.

Na Subsubseção B.1.1.2 do Apêndice (B) são apresentadas e discutidas as faixas nas quais tanto $\widehat{\alpha}(t; v = 252)$ quanto $\widehat{DM}(t; v = 252)$ das séries analisadas tiveram maior relevância durante a sua evolução temporal, e portanto, quanto essas variações influenciaram no cômputo do IE(t, v = 252). Além do mais seguindo o padrão da referência [52], incluímos uma análise local da entropia para o índice de eficiência e dessa forma monitoramos as suas variações. Observamos fortes quedas desta grandeza em determinadas épocas da amostragem, que podem ser associadas a possíveis eventos produto de crise ou desenvolvimentos econômicos. Entretanto, o teste Zivot e Andrews detectou os possíveis momentos para certas quebras estruturais onde houve diminuição da entropia. Também foi feita uma descrição estatística das grandezas anteriormente informadas.

Finalmente, nos painéis superiores das Figuras (5.5-5.10) são expostos os retornos ou logretornos das mesmas séries com proposito ilustrativo. De tal forma, mostramos as flutuações dos preços antes, durante e depois dos diversos choques e/ou eventos críticos. Além disso, com o auxílio de setas, foram ilustradas as potenciais quebras do T-ZA que identificam esses choques. Mais informações obre os detalhes dos métodos implementados podem ser encontradas na Subsubseção B.1.1.2 do Apêndice B.

(a) **S. WTI**

No painel intermediário da Figura 5.5 mostramos a dinâmica do IE(t; v = 252) para a série WTI. Notamos que em meados de 2006 aconteceram altas flutuações de ineficiência que tomaram valores > 0.1, mas no final de 2007 o *IE* caiu para valores abaixo ~ 0.02, ou seja, sendo bem eficiente (este período corresponde ao evento BEPE quando os preços do WTI continuava em aumento [48, 164]). Nos meses de 01-07/2008 o IE(t; v = 252) sofreu fortes flutuações, atingindo o valor máximo de ineficiencia ~ 0.152. Esta evolução acontece justamente quando os preços do WTI aumentavam alcançando os preços recode da história. De acordo com [111, 112] quanto mais ineficiente for um mercado mais ele torna-se previsível, o que aconteceu neste primeiro semestre. Porém, mesmo tendo possibilidades de grandes lucros também incrementa o risco de perdas [46]. Este comportamento pode estar associado às influências da especulação financeira, ou seja, efeito bolha dos preços [181–183].



Figura 5.5 Dependência temporal no painel superior e intermediário das séries de preços e retornos de WTI e o índice eficiência, respectivamente. As setas indicam os pontos das potenciais quebras via T-ZA correspondente à o IE(t; v = 252) (ver Tab. B.6 do Apêndice B). E, no painel inferior, contribuições de $C^{\delta X}(t; v = 252, \%)$ à medida do IE(t; v = 252). O resultado do $IE_{Est} = 0.0218$ é inferir à média do IE dinâmico $\langle IE(t; v = 252) \rangle = 0.0529$. Aqui, o valor médio percentual das contribuições dos desvios de DM(t; v = 252) e H(t; v = 252) para o valor do IE(t; v = 252) são $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t; v = 252, \%) \rangle = 39.80\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t; v = 252, \%) \rangle = 60.20\%$.

Análises mais recentes mostram em [184] que aumentos nos preços do petróleo causados por imprecisões na previsão da demanda futura, por diferentes choques (tais como crise ou desenvolvimentos econômicos, guerras, catástrofes climáticas, entre outros [164]), ou incertezas nas políticas econômicas carregam resultados desfavoráveis à oferta, fazendo com que os mercados adquiram menor grau de eficiência [184, 185]. Logo em seguida, o IE(t; v = 252) evolui para estágios onde a ineficiência atingiu valores menores à média no final de janeiro 2009 (acompanhe no painel intermediário da Fig. 5.5), ou seja, o mercado teve maior eficiência. Neste período a crise econômica provocou diminuição na demanda do consumo de petróleo, levando a queda nos preços [186, 187]. Neste período também foram retirados os fundos especulativos [181] o que levou estabilidade dos mesmos. No painel inferir da mesma Figura 5.5, vemos que a maior contribuição na medida do IE(t; v = 252) é devida ao desvio do $\hat{\alpha}(t; v = 252)$. Posteriormente, entre 02/2009 e 2014, o IE(t; v = 252) apresentou lapsos nos quais ineficiencia era aumentada mas logo em seguida havia uma diminuição. Estas flutuações ocorreram no período de recuperação dos preços, causada por eventos como Guera em Líbia, de Irã, da Síria, a crise europeia, a interrupção da produção da OPEP, etc [164]. Também vemos que algumas das maiores amplitudes do índice coincidem como os impactos relatados atrás, por exemplo, começos da crise europia dezembro de 2009, Guerra da Líbia em 10/2011, embargo ao petróleo do Irã em 03/2012.

Com repeito à contribuição na quantificação do índice eficiência, observa-se que, entre meados de 2009 e meados de 2010 o maior efeito foi devido ao desvio da memória global ($\hat{\alpha}$), com 69.29% e 30.71% para memória local ($\widehat{DM}(t; v = 252)$). O caso contrário ocorre de meados 2010 até o primeiro trimestre 2013, quando as maiores contribuições devem-se ao desvio da memória local com 60.21% e a memória global com 39.79%. O período entre o primeiro trimestre de 2014 e meados de 2015 foi conhecido como efeito borbulha [188, 189]. Em março o IE(t; v = 252) registrou valores de eficiência bem menores que à média, e em seguida, tornouse gradativamente ineficiente até o inicio de 2015. Depois vemos que a tendência dele foi para

maior grau de eficiência, o que ocorreu em meados do mesmo ano. Contudo, os diferentes choques tiveram efeitos negativos no mercado WTI e foram refletidos na diminuição de eficiência do mesmo nesse intervalos analisados, mas mesmo assim eles foram assimilados pelo mercado. Nestas medidas quem mais gera contribuição na quantificação do índice é a memória global. Finalmente, o resultado do $IE_{Est} = 0.0218$ é inferir à média do IE dinâmico $\langle IE(t; v = 252) \rangle = 0.0529$.

(b) S. ERIX

No painel intermediário da Figura 5.6 mostramos a dinâmica do IE(t; v = 252) para a série ERIX. Em meados de 2006 ele apresentou forte ineficiência mas, evoluiu em menos de 6 meses (01/2007) para um estágio bem eficiente. Na série de preços vemos que, nessa faixa, existem variações entre aumento, uma fraca queda e logo um novo aumento. Além disso, o $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ e $\widehat{DM}(t; v = 252)$ em ambos os casos evoluíram para valores próximos de processos não correlacionados, portanto, $IE(t; v = 252) \sim 0$. No intervalo de 02/2007 até 2010 observa-se que o índice flutua entre incrementos de ineficiência, mas ele volta gradualmente para períodos com maior grau de eficiência. No entanto, nos períodos com tendências à ineficiência, verifica-se quantidade maior de oscilações do que para aqueles onde $IE(t; v = 252) \sim 0$ (ver painel intermediário da Fig. 5.6). Após a crise CEG, como discutido anteriormente, os preços do petróleo começam a recuperar-se, e além disso, houve um investimento no setor energético por parte da UE [45]. Bem logo no inicio da crise Europeia apresenta-se uma forte diminuição de eficiência dado que vemos variações importantes 0.14 < IE(t; v = 252) < 0.18 que estendem-se num lapso de 4 meses (02-06/2010).



Figura 5.6 Dependência temporal no painel superior e intermediário das séries de preços e retornos do ERIX e o índice eficiência, respectivamente. As setas indicam os pontos das potenciais quebras via T-ZA correspondente à o IE(t; v = 252) (ver Tab. B.9 do Apêndice B). E, no painel inferior, contribuições de $C^{\delta X}(t; v = 252, \%)$ à medida do IE(t; v = 252). O resultado do $IE_{Est} = 0.0448$ é inferir à média do IE dinâmico $\langle IE(t; v = 252) \rangle = 0.0786$. Aqui, o valor médio percentual das contribuições dos desvios de DM(t; v = 252) e H(t; v = 252) para o valor do IE(t; v = 252) são $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t; v = 252, \%) \rangle = 31.88\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t; v = 252, \%) \rangle = 68.12\%$.

De julho até o final da crise europeia (meados de 2012), observa-se que o IE(t; v = 252) tem uma pequena tendencia para a eficiência. Em dois curtos períodos chegou atingir IE(t; v = 252) < 0.05. Após de 09/2012 vemos que o IE(t; v = 252) apresenta uma alta e longa fase ineficiente chegando até 09/2015. Estas variações induziram a que o mercado seja ineficiente. Curiosamente, nesse intervalo os preços do ERIX mantiveram uma gradual tendência ao incremento (aproximadamente até 03/2014) devido à época de recuperação para os preços do petróleo. Além disso, houve investimento financeiro em energia renovável [38].

De 10/2014 até 06/2015 o IE(t; v = 252) mostrou tendência à eficiência atingindo valores próximos ~ 0.05. Neste período houve quedas do preço do petróleo e as incertezas políticas nos setores eólicos e solar no final de 2014. Mas o mercado ERIX durante 2015 foi movimentado porque alguns de seus membros tiveram quedas mas outro se capitalizaram (setor solar) [38], pondo em evidencia a eficiência do mercado. Por último, no painel inferior da Figura 5.6c exibe-se a dinâmica no tempo das contribuições dos desvios de $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ (memória global) e como os de $\widehat{DM}(t; v = 252)$ (memória local) à quantificação de IE(t; v = 252). Assim temos que $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t; v = 252, \%) \rangle = 31.88\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t; v = 252, \%) \rangle = 68.12\%$. Finalmente observamos que, o resultado do $IE_{Est} = 0.0448$ é inferir à média do IE dinâmico $\langle IE(t; v = 252) \rangle = 0.0786$.

(c) S. TECH

Notamos que a dinâmica do IE(t; v = 252), conforme indicado no painel intermediário da Figura 5.7, apresenta estágios fortes e longamente ineficientes nos quais são destacados o intervalo da crise global econômica e aquele posterior a ela, chegando até meados de 2010. O outro intervalo de ineficiência observado ocorre depois da crise europeia, entre 2013 e meados de 2015.



Figura 5.7 Dependência temporal no painel superior e intermediário das séries de preços e retornos do TECH e o índice eficiência, respectivamente. As setas indicam os pontos das potenciais quebras via T-ZA correspondente à o IE(t; v = 252) (ver Tab. B.9 do Apêndice B). E, no painel inferior, contribuições de $C^{\delta X}(t; v = 252, \%)$ à medida do IE(t; v = 252). O resultado do $IE_{Est} = 0.0911$ é inferir à média do IE dinâmico $\langle IE(t; v = 252) \rangle = 0.0978$. Aqui, o valor médio percentual das contribuições dos desvios de DM(t; v = 252) e H(t; v = 252) para o valor do IE(t; v = 252) são $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t; v = 252, \%) \rangle = 45.79\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t; v = 252, \%) \rangle = 54.21\%$.

Para o primeiro intervalo vemos que a maior contribuição gerada é devida aos processos de memória de longo prazo. lembrando que este comportamento foi marcado por uma grande queda, e portanto, apresenta fortes processos de autocorrelação [46, 111]. Em seguida, vemos que o máximo valor observado foi IE(t; v = 252) = 0.187 para o primeiro trimestre de 2010. Isso indica que nesse período houve oportunidades rentáveis mas de curto prazo, caracterizado por fortes valores de persistência local (\hat{D}) [53,54,111,112,168,169]. No segundo intervalo também vemos que a maior contribuição na quantificação do índice de eficiência foi devido à memória longa prazo. Portanto, existem boas oportunidades de lucro para os investidores. Destacamos que nesses intervalos o TECH teve maior investimento e, sobretudo, pouca ligação às incertezas políticas governamentais e aos movimentos do preço do petróleo [44,45,190]. Nos intervalos entre 06/2007-06/2008, como entre meados de 2010 e agosto de 2012, o IE(t; v = 252) foi mais eficiente em relação às demais regiões. Possivelmente estes resultados podem estar associados a tranquilidade dos preços do TECH, ou seja, esses intervalos estão caracterizados por serem regiões com menor variações nos preços.

Por outro lado, o resultado do $IE_{Est} = 0.0911$ é inferior à média do IE dinâmico $\langle IE(t; v = 252) \rangle = 0.0978$. Finalmente, no painel inferior da Figura 5.7c exibe-se a dinâmica no tempo das contribuições dos desvios de $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ (memória global) e como os de $\widehat{DM}(t; v = 252)$ (memória local) à quantificação de IE(t; v = 252). Os resultados mostram que $\langle C^{\delta DM}(t; v = 252, \%) \rangle = 45.79\%$ e $\langle C^{\delta \hat{\alpha}}(t; v = 252, \%) \rangle = 54.21\%$.

(d) S. S&P

No painel intermediário da Figura 5.8 mostramos a dinâmica do IE(t; v = 252) para série S&P, que apresenta períodos forte e longamente ineficientes (IE(t; v = 252) > 0.10), mas que também possui um trecho com alta eficiência ($IE(t; v = 252) \le 0.06$) entre 07/2010 e meados de 2011. Entre em 06/2006 e 01/2008 observa-se um lapso temporal que começa com alta ineficiência, que porém evolui para um estágio eficiente no primeiro trimestre de 2007. Em seguida, volta a torna-se ineficiente gradualmente até atingir um máximo (~ 0.12) em 01/2008. Esses anos coincidem com grandes investimentos em energia renovável e o bom momento do preços do petróleo, mas este período faz parte também da conhecida especulação financeira [181,182], que possivelmente levou à ocorrência de flutuações tanto ineficientes como eficientes. Entre 02/2008-06/2009, observa-se um estágio de menor ineficiência dado que o índice apresentou variações entre 0.02 < IE(t; v = 252) < 0.12 atinge o maior valor durante a CEG indicando o forte impacto causado pela crise [43, 44, 47, 191–193]. O IE(t; v = 252) passa então por uma diminuição provavelmente devida à retirada dos fundos especulativos [181], o que levou ao mercado a um estagio bem mais eficiente.



Figura 5.8 Dependência temporal no painel superior e intermediário das séries de preços e retornos do S%P e o índice eficiência, respectivamente. As setas indicam os pontos das potenciais quebras via T-ZA correspondente à o IE(t; v = 252) (ver Tab. B.15 do Apêndice B). E, no painel inferior, contribuições de $C^{\delta X}(t; v = 252, \%)$ à medida do IE(t; v = 252). O resultado do $IE_{Est} = 0.0839$ é inferir à média do IE dinâmico $\langle IE(t; v = 252) \rangle = 0.0998$. Aqui, o valor médio percentual das contribuições dos desvios de DM(t; v = 252) e H(t; v = 252) para o valor do IE(t; v = 252) são $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t; v = 252, \%) \rangle = 38.10\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t; v = 252, \%) \rangle = 61.90\%$.

No intervalo entre 08/2009 e meados de 2010, o IE apresenta uma forte ineficiência que coincide no tempo em que os preços do petróleo ficavam em recuperação, mas também acontecia o período mais intenso da crise europeia. Os preços de S&P exibem umas pequenas variações e logo passam por uma atenuada queda, implicando o incremento persistente e paulatino da memória global até tornar-se fortemente persistente. Em seguida, o IE(t; v = 252) tem uma caída abrupta atingindo valores menores que 0.05, ou seja, um estágio eficiente ocorrendo em setembro desse ano. Durante os seguintes 15 meses, houve uma fraca eficiência que persistiu, mas com flutuações que chegaram a valores próximos de 0.1. Contudo, olhando para a série de preços (ver painel superior da Fig. 5.8) entre 10/2010 e 06/2011, nota-se que eles flutuaram bastante, com a presença de incrementos e quedas de baixa amplitude, mantendo-se aproximadamente estáveis. Naquela data, possivelmente, as variações do preços do petróleo devido aos diversos choque e/ou eventos críticos [45, 52, 164], bem como investimentos em ER [38] influenciaram nos preços. Este efeito pode ser percebido nos resultados do expoente α e da dimensão fractal média, posto que estes apresentam um estágio fracamente persistente indicando que houve poucas oportunidades de investimentos rentáveis [53]. Em seguida, tem-se que $\hat{\alpha}(t; v = 252) < 0.5$, o que pode ser interpretado como uma reversão à média [48, 54, 194, 195]. No período 06-12/2011 a tendência nos preços foi de queda, como dito anteriormente, sendo que variações no preço do petróleo e também redução no investimento em ER [45] foram as possíveis causas.

Em meados de 2012 o IE(t; v = 252) torna-se mais ineficiente, alcançando o valor máximo de toda a análise ~ 0.023. Nesta data os preços de S&P atingiram o menor valor registrado dentro do período de amostragem. Em seguida, eles permaneceram tendo leves variações até o final 2012. No caso dos expoentes, apresentam incrementos graduais até atingir uma região fortemente persistentes, quando o IE(t; v = 252) exibe alta ineficiência. Este intervalo coincide com a redução no investimento em ER [38], o final da crise europeia [45, 52, 164], Irã recebe embargo no petróleo pelo USA em 06/2012, confronto entre Palestina e Israel [184], estes

5.4 ÍNDICE EFICIÊNCIA LOCAL TIPO IE(t; v = cte)

fatores que estão relacionadas com a queda e estabilidade dos preços.

De 2013 até final do período de amostragem, o índice de eficiência mostra flutuações de ineficiência entre $0.05 < IE(t; v = 252) \le 0.18$. De acordo com [42,44,191,192], os incrementos nos preços do petróleo faz com que as indústrias procurem o uso de ER, portanto, os retornos deste setor foram aumentados. Além disso, os investimentos pelo governos e do setor privado também contribuem nestes incrementos (por exemplo: os investimentos nos anos 2013-15 foram de aproximadamente \$234, \$278 e \$312 bilhões, respectivamente [38]), e possivelmente estes efeitos foram os que impulsionaram os preços de S&P. O mercado exibe momentos de bons lucros mas de curto prazo. No painel inferior da Figura 5.8c exibe-se a dinâmica no tempo das contribuições dos desvios de $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ (memória global) e como os de $\widehat{DM}(t; v = 252)$ (memória local) à quantificação de IE(t; v = 252). Aqui temos que $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t; v = 252, \%) \rangle = 38.10\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t; v = 252, \%) \rangle = 61.90\%$. Por último, o resultado do $IE_{Est} = 0.0839$ é inferir à média do IE dinâmico $\langle IE(t; v = 252) \rangle = 0.0998$.

(e) S. WIND

No painel intermediário da Figura 5.9 mostramos a dinâmica do IE(t; v = 252), com a presença de muitos períodos forte e longamente ineficientes (IE(t; v = 252) > 0.10). Em junho de 2006 observa-se um começo com alta ineficiência que evolui para estágio com menor ineficiência no primeiro trimestre de 2007. Em seguida, volta a tornar-se ineficiente, com variações entre 0.10 < IE(t; v = 252) < 0.15 até 2008. Esses anos são caracterizado por grandes investimentos em energia renovável [38, 45] e o bom momento do preços do petróleo [118, 164]. No entanto, este período faz parte também da conhecida especulação financeira [181, 182], o que possivelmente levou a haver flutuações entre comportamentos ineficientes e eficientes. Entre 04/2008 e 02/2009, observa-se um estágio de forte ineficiência onde vemos que 0.10 < IE(t; v = 252) < 0.22 apresentou valores bastante altos durante a CEG [43,44,47,191–193]. Em seguida, o IE(t; v = 252) diminui fortemente, como já mencionado anteriormente, provavelmente pela retirada dos fundos especulativos [181] e estabilidade entre a oferta e demanda [47, 181]. Assim, a tendência do mercado foi a ser mais eficiente. O intervalo de 11/2009 e 06/2010 apresenta forte ineficiência, coincidindo com a tendência de alta nos preços do petróleo e também com o período em que tinha começado a crise europeia. Os preços de WIND nesse intervalo exibem atenuada queda, resultando em um incremento persistente e paulatino da memória global até torna-se fortemente persistente em concordância com a observação em [46,111] que o mercado com tendência à queda mostra maior persistente. Em seguida, o IE(t; v = 252) tem uma caída abrupta, atingindo valores menores que 0.05, ou seja, um estágio eficiente ocorrendo em 07/2010. No intervalo de 08/2010 até 06/2012 a eficiência exibe variações entre 0.02 < IE(t; v = 252) < 0.16. Nessa época os preços de WIND tiveram tendência de queda coincidindo no final da crise europeia. Desde 07/2012 até 07/2013 outro estágio com forte ineficiência produto da forte persistência tanto global ($\hat{\alpha} > 0.5$) quanto local (DM < 1.5).



Figura 5.9 Dependência temporal no painel superior e intermediário das séries de preços e retornos do WIND e o índice eficiência, respectivamente. As setas indicam os pontos das potenciais quebras via T-ZA correspondente à o IE(t; v = 252) (ver Tab. B.18 do Apêndice B). E, no painel inferior, contribuições de $C^{\delta X}(t; v = 252, \%)$ à medida do IE(t; v = 252). O resultado do $IE_{Est} = 0.1325$ é superior à média do IE dinâmico $\langle IE(t; v = 252) \rangle = 0.1138$. Aqui, o valor médio percentual das contribuições dos desvios de DM(t; v = 252) e H(t; v = 252) para o valor do IE(t; v = 252) são $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t; v = 252, \%) \rangle = 37.60\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t; v = 252, \%) \rangle = 62.40\%$.

A partir de 07/2013 o IE(t; v = 252) segue um comportamento de eficiência onde os valores apresentados são menores a 0.10. Resultados devidos a ter fraca memória global, além do fato que a memória local foi antipersistente, indicam que o mercado possivelmente não foi predizíveis (se o preço teve um incremento será seguido por uma queda). Curiosamente, neste intervalo aconteceu o declínio do preço do petróleo entre 06/2014 e inicio de 2016 mas, na série de preços de WIND, ela mostra tendência de crescimento, já que a produção de energia eólica diminuiu os custos [190] e o índice de eficiência aumentou. No final da amostragem ele atingiu um alto nível de ineficiência, provavelmente o mercado é predizível. No painel inferior da Figura 5.9c exibe-se a dinâmica no tempo das contribuições dos desvios de $\widehat{\alpha}(t; v = 252)$ e como os de $\widehat{DM}(t; v = 252)$ à quantificação de IE(t; v = 252), assim temos que $\langle C^{\widehat{\delta DM}}(t; v = 252, \%) \rangle = 37.60\%$ e $\langle C^{\widehat{\alpha}\widehat{\alpha}}(t; v = 252, \%) \rangle = 62.40\%$. Por último, o resultado do $IE_{Est} = 0.1325$ é superior à média do IE dinâmico $\langle IE(t; v = 252) \rangle = 0.1138$.

(f) S. SOLAR

No painel intermediário da Figura 5.10 mostramos a dinâmica do IE(t; v = 252) com a presença de períodos forte e longamente ineficientes > 0.10. Vemos que em 06/2006 a série começa com alta ineficiência, evoluindo em seguida para estágio de menor ineficiência entre janeiro e julho de 2007 onde IE(t; v = 252) < 0.03. Em seguida, volta a tornar-se ineficiente com variações entre 0.05 < IE(t; v = 252) < 0.12 até 02/2008. Esses anos são caracterizados por grandes investimentos em ER especialmente em SOLAR [38, 45] e o bom momento do preços do petróleo [118, 164]. Mas este período faz parte também da conhecida especulação financeira [181, 182] influenciando nos preços, o que vemos refletidos possivelmente nas flutuações de IE(t; v = 252). Vemos entre 04/2008 e 03/2009 uma diminuição da ineficiência, dado que IE(t; v = 252) passou de 0.12 para 0.03, talvez ocorreu pela retirada dos fundos especulativos [181] e estabilidade entre a oferta e demanda [47, 181]. O valor do *IE* volta a crescer durante a CEG expondo o forte impacto causado por ela [43,44,47,191–193]. O intervalo de 11/2009 e 06/2010 apresenta uma forte ineficiência, com o *IE* atingindo o valor 0.25, que coincide com a recuperação dos preços do petróleo [44,45,52,164], investimentos no setor energético, começo da CE, e preços da prata que sofreram forte aumento [196]. Possivelmente houve um equilíbrio entre estes e outros efeitos que impediram que os preços de SOLAR tenham sido deteriorados.



Figura 5.10 Dependência temporal no painel superior e intermediário das séries de preços e retornos do SOLAR e o índice eficiência, respectivamente. As setas indicam os pontos das potenciais quebras via T-ZA correspondente à o IE(t; v = 252) (ver Tab. B.21 do Apêndice B). E, no painel inferior, contribuições de $C^{\delta X}(t; v = 252, \%)$ à medida do IE(t; v = 252). O resultado do $IE_{Est} = 0.1310$ é igual à média do IE dinâmico $\langle IE(t; v = 252) \rangle = 0.1309$. Aqui, o valor médio percentual das contribuições dos desvios de DM(t; v = 252) e H(t; v = 252) para o valor do IE(t; v = 252) são $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t; v = 252, \%) \rangle = 40.0\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t; v = 252, \%) \rangle = 60.0\%$.

No intervalo de 07/2010 e 06/2012 o IE(t; v = 252) exibe semelhanças com o período anterior mas de menor amplitude, dado que a ineficiência foi < 0.19. Neste intervalo os precos de SOLAR sofreram queda, possivelmente por fatores como novos incrementos dos preços da prata (desde o ano de 2009/2012 ela teve incrementos fortes, mas em começos de 2013 até 2016 apresentou quedas [196]), redução inversão no setor energético [38], começo da CE com variações nos preços do petróleo [44,45,52,164], etc. O intervalo de características semelhantes às descritas atrás se situa entre 05/2012 e 08/2013, sendo que no primeiro trimestre de 2013 ele atinge o maior valor de ineficiente achado nesta análise, $IE_{max}(t; v = 252) = 0.279$. Ele ocorre justamente quando os preços de SOLAR inciam a se recuperar. A partir de 06/2014 o IE(t; v = 252) volta a apresentar ineficiência incrementando de 0.05 para 0.21. Esses resultados são devido a terem forte memória global como também local, em ambos os casos, persistente, indicando o mercado possivelmente foi predizíveis. Curiosamente, neste intervalo aconteceu o declínio dos preços do petróleo⁷ entre 06/2014 e inicio de 2016, mas os preços de SOLAR mostram tendência de crescimento devido à diminuição dos custos de produção de energia SOLAR [190], à queda dos preços da prata [196], e aos altos investimentos em 2014/15 [38]. Porém, ele sofrem forte declínio no segundo trimestre de 2015 (desaceleração do crescimento da China [47]). No final da amostragem o IE(t; v = 252) atingiu um alto nível de ineficiência, fazendo com que o mercado voltasse a ser mais predizível.

⁷De acordo com [188] argumenta que devido a especulação (borbulha negativa) financeira, a queda dos preços deve-se a que eles foram negociados acima dos níveis justificados para os fundamentos econômicos.

É importante resaltar que os preços da prata afetam diretamente ao setor de energia solar devido a que a produção de células solares é baseada no uso da prata. Ou seja, um aumento nos preços da prata aumenta os custo de produção deste setor. Os impactos negativos que o setor de energia solar experimenta se reflete apenas no índice SOLAR, dado que ele está formado por várias companhias de energia solar [43, 196, 197]. Por isso os demais índices de ER não sofrem a influência direta das variações de preços deste metal. Finalmente observamos que, o resultado do $IE_{Est} = 0.1310$ é igual à média do IE dinâmico $\langle IE(t; v = 252) \rangle = 0.1309$. Além disso, no painel inferior da Figura 5.10c exibe-se a dinâmica no tempo das contribuições dos desvios de $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ e como os de $\widehat{DM}(t; v = 252)$ à quantificação de IE(t; v = 252), assim temos que $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t; v = 252, \%) \rangle = 40.0\%$ e $\langle C^{\delta \hat{\alpha}}(t; v = 252, \%) \rangle = 60.0\%$.

5.5 ÍNDICE EFICIÊNCIA LOCAL TIPO IE(t, v)

Na sub-subseção 5.4 foi analisada a eficiência do mercado para as ER e WTI através das características locais presente nestas séries. Para isto foi usada uma janela móvel de comprimento constante (IE(t; v = 252)) que permitiu capturar as medidas em cada metodologia implementa. De forma sucinta, os resultados mostraram que, entre as séries de preços analisadas, as mais eficientes foram os setores globais WTI e ERIX. Continuando a lista na ordem de eficiência, vem um setor especifico TECH seguido pelo setor global S&P, onde a colocação destes dois últimos a diferença é muito estreita. Os outros dois setores de pior eficiência foram o WIND e SOLAR.

Na Subseção B.1.2.2 do apêndice B também foram implementados testes sobre as FWMs que permitiram avaliar localmente tanto $\widehat{\alpha}(t, v)$ quanto $\widehat{D_{HW}}(t, v)$ e $\widehat{D_{RG}}(t, v)$ e na Seção C.4 do Apêndice C também mostramos que os valores observados destes expoentes são medidas independentes. Nesta seção iremos a computar o índice de eficiência considerando que o comprimento da janela deslizante é variável. Vamos mostrar que tanto a amplitude de variação dos métodos para o cômputo dos expoentes e do índice de eficiência exibem resultados confiáveis e consistentes embora tenham limitações relacionada aos comprimentos das janelas usadas para as análises.

Nos painéis intermediários da Figura 5.11 a barra de cores disposta verticalmente é usada nos mapas das contribuições percentuais dos desvios, associada ao nível de variação dos desvios $C^{\delta X}(t, v, \%)$. Ou seja, quantifica as variações dos valores de $C^{\delta X}(t, v, \%)$ que contribuem à estimação do IE(t, v). No painel inferior, a barra de cores usada no mapa das variações dos valores do índice de eficiência mede o nível do IE(t, v). A escala vertical v associada aos diferentes tamanhos da janela móvel é avaliada entre $[v_{min}, v_{max}]$. A relevância deste parâmetro deve-se ao fato que deve ser suficientemente pequeno para capturar os efeitos locais, porém suficientemente grandes para possibilitar um bom significado estatístico [198]. Os valores mínimo e máximo que para as janelas móveis são $v_{min} = 42$ e $v_{max} = 252$. O tempo, t, é representado pela escala horizontal. Assim, os valores de $C^{\delta X}(t, v, \%)$ e IE(t, v) se relacionam com t no meio das janelas que se estendem de t - v/2 até t + v/2. Além disso, forma foram exploradas todas as escalas v no intervalo $[\frac{v_{max}}{2}, N]$ onde $N = (T - \frac{v_{max}}{2})$ e T é o tamanho da série [198].

Finalmente, salientamos que os resultados que serão apresentados na seguinte subseção com valores de v variável não invalidam as conclusões obtidas na Subseção 5.4. Ou seja, os novos resultados apenas fornecem informações mais detalhadas devido que a análise para cada série foi feita com diferentes valores de v.

5.5.1 Análise das séries de preços:

Como anteriormente descrito, a janela móvel tem agora comprimento variável entre $42 \le v \le 252$ pontos (ou dias úteis) o que corresponde a janelas de 8 a 52 semanas, ou aproximadamente dois meses e um ano calendário [173, 174, 179, 180], respectivamente. Desta forma vamos investigar e capturar a medida da dinâmica da eficiência das séries.

Na Subsubseção B.1.2.2 do Apêndice (B) inclui-se uma análise estatística sobre estimativas dos expoentes, uma vez eles foram avaliados localmente, ou seja, $\widehat{\alpha}(t, v)$, $\widehat{D_{HW}}(t, v) \in \widehat{D_{RG}}(t, v)$. Em seguida foram estudadas e discutidas os intervalos nas quais as estimativas dos expoentes tiveram maior relevância durante a sua evolução temporal, e portanto, quanto essas variações influenciaram no computo do IE(t, v).

A seguir será discutimos alguns detalhes específicos dos resultados de cada série de preços começando pela do WTI e das ER, listadas em ordem decrescente do $\langle IE(t, v) \rangle$.



(a) S. WTI

Figura 5.11 Diagramas de cores que mostra nos painéis intermediários a dependência da contribuição $C^{\delta X}(t, v, \%)$ e, no painel inferior o IE(t, v), em ambos os casos, como função do tempo e de v para WTI. O valor médio de $\langle IE(t, v) \rangle = 0.0861$ onde $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t, v, \%) \rangle = 43.81\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t, v, \%) \rangle = 56.19\%$.

No diagrama referente ao IE(t, v), ilustrado no painel inferior da Fig. 5.11, observamos que o mercado WTI experimenta ineficiência (formato tipo finas montanhas) para as escalas entre $42 \le v < 126$ sendo que em alguns intervalos a janela de largura máxima para quase todo o intervalo temporal. Ou seja, estes resultados sugerem que o mercado apresentou possivelmente

oportunidades de ganho no médio prazo mas de breve duração, em particular antes e durante a CEG entre 2012-13 (pouco depois ter acabado a crise europeia) e entre 06/2014-06/2015 [164]. Por último nos painéis intermediários da Figura 5.11 vemos as contribuições das amplitude de variação dos métodos ou desvios em porcentagem à quantificação do índice de eficiência. Quem gera maior contribuição é $\delta \hat{\alpha}$ correspondendo em torno de $\langle C^{\delta \hat{\alpha}}(t, \mathbf{v}, \%) \rangle = 56.19\%$. No caso da contribuição do desvio da dimensão fractal temos $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t, \mathbf{v}, \%) \rangle = 43.81\%$ (ver painéis intermediários da Fig. 5.11).

(b) S. ERIX

O diagrama referente ao IE(t, v) (no painel inferior da Fig. 5.12) mostra que o mercado ERIX experimenta ineficiência (formatos tipo montanhas) para quase todo o intervalo temporal para as escalas entre $42 \le v < 126$. Além disso, em alguns intervalos foi atingida alta ineficiência para a janela de largura máxima, ou seja, a ineficiência esteve presente no curto, médio e longo prazo. Porém, mesmo que o mercado apresente essas fracas oportunidades rentáveis elas são de curta duração [53, 54]. Nos painéis intermediários da Figura 5.12 vemos as contribuições das amplitudes de variação dos métodos à quantificação do IE(t, v). Quem gera maior contribuição é $\delta \hat{\alpha}(tv)$ para todas as escalas v e em todo o período de análise, aproximadamente $\langle C^{\delta \hat{\alpha}}(t, v, \%) \rangle = 65.15\%$ (ver os diferentes formatos de cores entre rosa e branco do painel intermediário da Fig. 5.12). No caso da contribuição do desvio da dimensão fractal temos $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t, v, \%) \rangle = 34.85\%$.



Figura 5.12 Diagramas de cores que mostra nos painéis intermediários a dependência da contribuição $C^{\delta X}(t, v, \%)$ e, no painel inferior o IE(t, v), em ambos os casos, como função do tempo e de vpara ERIX. O valor médio de $\langle IE(t, v) \rangle = 0.1041$ onde $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t, v, \%) \rangle = 34.85\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t, v, \%) \rangle = 65.15\%$.

(c) S. TECH

No painel inferior da Figura 5.12 observamos resultados do IE(t, v). O mercado TECH teve um aumento da ineficiência com relação à ERIX, e ainda maior com relação ao WTI. Essa ine-

5.5 ÍNDICE EFICIÊNCIA LOCAL TIPO IE(t, v)

ficiência pode ser vista em padrões tipo dedos (ou montanhas) que se expandem para as escalas $42 \le v < 252$. Também se nota que alguns formatos estão presentes em todo o intervalo de v, sugerindo que essas regiões a ineficiência esteve presente no médio e longo prazo. Porém, é importante lembrar que, mesmo que o mercado apresente essas oportunidades rentáveis, elas são de curta duração [53, 54], como também nos períodos de alta ineficiência existe o risco de perdas [46, 111]. Por último, nos painéis intermediários da Figura 5.13 vemos as contribuições das amplitude de variação dos métodos à quantificação do IE(t, v). Quem gera maior contribuição é $\delta \hat{\alpha}$ para todas as escalas v e em todo o período de análise aproximadamente $\langle C^{\delta \hat{\Omega}}(t, v, \%) \rangle = 62.12\%$. Para a contribuição do desvio da dimensão fractal temos em torno de $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t, v, \%) \rangle = 37.84\%$.



Figura 5.13 Diagramas de cores que mostra nos painéis intermediários a dependência da contribuição $C^{\delta X}(t, v, \%)$ e, no painel inferior o IE(t, v), em ambos os casos, como função do tempo e de vpara TECH. O valor médio de $\langle IE(t, v) \rangle = 0.1094$ onde $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t, v, \%) \rangle = 37.84\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t, v, \%) \rangle = 62.12\%$.

(d) S. S&P

Para o S&P, o IE(t, v) (painel inferior da Fig. 5.14), mostra que o mercado teve um aumento da ineficiência em relação aos mercados WTI e TECH. Essa ineficiência pode ser vista em padrões tipo dedos (ou montanhas) que se expandem para as escalas $42 \le v < 252$. Notamse que alguns formatos estejam presentes para todos os valores de v e estes sugerindo nessas regiões a ineficiência esteve presente no médio e longo prazo. As cores que identifica essas regiões de altíssima ineficiência são a vermelha, a amarela e a verde. As cores vermelha e amarela são observadas nas escalas pequenas de v < 70. No caso da cor verde varia a extensão das regiões de ineficiência são observadas nas escalas de v < 170. Porém, o maior grau de ineficiência é observada em t > 1500 para $42 \le v \le 252$. Por último, nos painéis intermediários da Figura 5.14 vemos como as amplitude de variação dos métodos contribuem à quantificação do IE(t, v). A maior contribuição desses desvios é $\delta \hat{\alpha}$ em todas as escalas v e toda amostragem de análise aproximadamente $\langle C^{\delta \hat{\alpha}}(t, v, \%) \rangle = 64.30\%$ (ver os formatos de cores entre azul escuro e branco no painel intermediário). No caso da contribuição do desvio da dimensão fractal temos $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t, \mathbf{v}, \%) \rangle = 35.70\%$.



Figura 5.14 Diagramas de cores que mostra nos painéis intermediários a dependência da contribuição $C^{\delta X}(t, v, \%)$ e, no painel inferior o IE(t, v), em ambos os casos, como função do tempo e de v para S&P. O valor médio de $\langle IE(t, v) \rangle = 0.1119$ onde $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t, v, \%) \rangle = 35.70\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t, v, \%) \rangle = 64.30\%$.

(e) S. WIND

O diagrama de cores do IE(t, v) (no painel inferior da Fig. 5.15) mostra que o mercado WIND, de forma similar aos outros mercados apresenta um incremento da ineficiência quanto comparado a todos os índices anteriores. Vê-se isso claramente no início para v < 84, correspondem a padrões tipo dedos separados por faixa onde IE(t, v) < 0.1. Subsequentemente, para tamanhos janela v > 84, os padrões misturam-se gerando regiões mais extensas com diversos graus de ineficiência, ou seja, refletindo a dinâmica variável do IE(t, v) tanto dentro de um intervalo temporal como na escala. Por exemplo, a dinâmica do IE(t, v) em $t \in (1600, 2000)$ e $42 \le v \le 252$ pode haver acontecido possivelmente devido a que os preços de WIND a tendência deles de alta⁸. Estes resultados sugerem que nessas regiões a ineficiência esteve presente no médio e longo prazo. Por exemplo, durante a CFG aproximadamente para $t \in (600, 800)$ e em todo o intervalo 42 < v < 252, mesmo que o histórico de preços exiba tendência de queda, possivelmente existem altas possibilidades de obter bons ganhos. Finalmente, as contribuições das amplitudes de variação dos métodos podem ser vistas nos painéis intermediários da Figura 5.15, que ilustram quanto estas estimativas influenciam no cômputo do índice de eficiência. Assim, quem gera maior contribuição é $\delta \hat{\alpha}$ para todas as escalas de v e em todo o período de análise aproximadamente em $\langle C^{\delta \hat{\alpha}}(t, v, \%) \rangle = 61.98\%$. Finalmente as contribuição do desvio da dimensão fractal temos $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t, v, \%) \rangle = 38.02\%$.

⁸Fatores que influenciaram no incremento dos preços talvez podem ser a diminuição do custo de produção da energia eólica, os preços do petróleo que levam à opção pelo consumo de energia renováveis.



Figura 5.15 Diagramas de cores que mostra os painéis intermediários a dependência da contribuição $C^{\delta X}(t, v, \%)$ e, no painel inferior o IE(t, v), em ambos os casos, como função do tempo e de vpara WIND. Valor médio de $\langle IE(t, v) \rangle = 0.1210$ onde $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t, v, \%) \rangle = 38.02\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t, v, \%) \rangle = 61.98\%$.

(f) S. SOLAR

No painel inferior da Figura 5.16 apresentamos a dinâmica do IE(t, v) ligada ao SOLAR, onde ele exibe um forte aumento da ineficiência em relação ao mercado WTI e a todos ou demais. Para $v \le 50$ observamos padrões tipo dedos separadas por faixa de alta eficiência como acontecido no caso de WIND. No entanto, os padrões de SOLAR para v > 50 possuem uma região mais extensas, ou seja, a ineficiência deste mercado em relação ao WIND é mais forte. Por exemplo, para $t \in (400, 600)$ e $42 \le v \le 252$ (ante da CEG), temos por um lado que os preços de SOLAR começam com tendência à alta e em seguida experimentam queda. Neste caso, possivelmente o fator que influenciou este comportamento foi a especulação financeira [181, 182]. Observa-se para t > 700 que a ineficiência abrange quase todos os domínios de tempo e janelas separado por faixa de menor intensidade, destaca-se aquela em $t \in (2000, 2200)$.

As regiões de maior intensidade ficam em $t \in (800, 1100), t \in (1300, 1600), t \in (1700, 1900)$ e t > 2200. No primeiro intervalo temporal e $v \le 252$ as estimativas foram IE(t, v) < 0.6. No intervalo seguinte, a dinâmica do IE(t, v) apresentou maior eficiência (< 0.32) indicando diminuição das oportunidades de ganho em relação ao intervalo anterior. No final da amostragem vemos que há uma perda de eficiência (IE(t, v) < 0.54), ou seja, volta incrementar-se as chances de ganho. Contudo, estes resultados sugerem que essas regiões a ineficiência estiveram presentes no médio e longo prazo. Por último, nos painéis intermediários da mesma figura ilustram-se as contribuições das amplitudes de variação dos métodos na quantificação à medida total do índice. $\delta \hat{\alpha}$ é quem gera maior contribuição em todas as escalas v e como no intervalo temporal aproximadamente $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t, v, \%) \rangle = 62.83\%$. No caso da contribuição do desvio da dimensão fractal tem-se que $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t, v, \%) \rangle = 37.17\%$.



Figura 5.16 Diagramas de cores que mostra nos painéis intermediários a dependência da contribuição $C^{\delta X}(t, v, \%)$ e, no painel inferior o IE(t, v), em ambos os casos, como função do tempo e de v para SOLAR. O valor médio de $\langle IE(t, v) \rangle = 0.1356$ onde $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t, v, \%) \rangle = 37.17\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t, v, \%) \rangle = 62.83\%$.

Na Tabela 5.7 apresentamos o resumo dos resultados para as três análises relacionadas ao índice de eficiência. Estes resultados foram classificados do mercado mais eficiente para o menos ineficiente. No caso estático, tem-se uma só medida para cada série explorada, mas os resultados para índices locais são obtidos através de seu valor médio. Nos dois últimos casos, a quantidades de registros empregados em cada média foi de 2253 e 472920 para $\langle IE(t; v = 252) \rangle$ e $\langle IE(t,v) \rangle$, respectivamente. Assim, observamos no caso estático que os três setores globais foram os mais eficientes em relação aos setoriais listados como: WTI, ERIX, S&P, TECH, SO-LAR e WIND, conforme apresentado na Figura 5.17. Já as análises locai, a ordem de eficiência sofreu algumas variações, sendo agora WTI, ERIX, TECH, S&P, WIND e SOLAR.

| | Estático | | Local (dinâmicos) | | | |
|--------|----------|--------|---|---------------------------------------|--|--|
| Séries | IE | Séries | $^{1}\langle IE(t;\mathbf{v}=252)\rangle$ | $^{2}\langle IE(t,\mathbf{v})\rangle$ | | |
| WTI | 0.0116 | WTI | 0.0529 | 0.0861 | | |
| ERIX | 0.0448 | ERIX | 0.0786 | 0.1041 | | |
| S&P | 0.0893 | TECH | 0.0978 | 0.1094 | | |
| TECH | 0.0911 | S&P | 0.0998 | 0.1119 | | |
| SOLAR | 0.1310 | WIND | 0.1138 | 0.1210 | | |
| WIND | 0.1325 | SOLAR | 0.1309 | 0.1356 | | |

Tabela 5.7 Resultados do índice de eficiência o estático e dinâmico para os casos IE(t; v = 252) e IE(t, v). ^{1,2}As médias computadas com 2253 e 472920 dados, respectivamente.



Figura 5.17 Índices de eficiência estático em (a) e em (b) os valores dinâmicos médios para os casos IE(t; v = 252) e IE(t, v) onde os dados usados na média são 2253 e 472920.

Capítulo 6

Conclusões

Nesta tese foram realizadas investigações sobre três aspectos de sistemas complexos. A seguir discutimos as principais conclusões relacionadas aos resultados obtidos.

No Capitulo 3 foi estudada a instabilidade de ST para a célula de HS radial através de diversas taxas de injeção dependentes do tempo, o que permitiu chegar às seguintes conclusões:

A abordagem numérica neste trabalho contribuiu para um aprofundamento do conhecimento atual sobre a seleção da estrategia ótima de injeção para deslocar o fluido residente na célula de HS radial. Em um primeiro estudo, nossos resultados ilustram que o conjunto completo tridimensional das equações de fluido não-lineares reproduz o comportamento esperado por duas abordagens analíticas baseadas em diferentes aproximações. Tal compatibilidade proporciona suporte mútuo entre os estudos teóricos e numéricos. Na segunda fase da investigação mostramos como combinar essas duas estrategias de injeção em um só processo. Também foi desenvolvido uma abordagem numérica, que é válida para aferir quantitativamente as diferenças entre a forma final da interface fluido-fluido e uma circunferência, a qual representa a interface idealmente estável. Como este procedimento pode ser usado para qualquer padrão, independentemente da forma como foi gerado, nós conseguimos fazer a comparação tanto do tempo total de injeção como das flutuações da interface reproduzida pelos três modelos de injeção dependente do tempo como pelo processo de taxa de injeção constante.

Apesar de que o modelo DR foi principalmente proposto para o controle do surgimento das bifurcações secundárias que geram padrões dendríticos, nossos resultados mostraram que ele também foi capaz de reduzir as flutuações resultante das bifurcações primárias. Para isso foi indispensável determinar os valores ótimos da dupla família paramétrica da taxa do modelo DR.

Os resultados obtidos neste trabalho para o modelo *LI* estão próximos com o previsto na teoria linear que, além de dar suporte a todos os passos da abordagem numérica desenvolvida, também mostram que a performance prevista teoricamente é consistente com o uso da conjunto completo das equações não lineares.

Nossa abordagem numérica oferece a possibilidade de concatenação das taxas de injeção dos

Conclusões

modelos *DR* e *LI* no modelo *MM* de forma controlável, de tal maneira que o tempo de injeção total e as magnitudes da flutuações podem ser avaliadas. Nossos resultados mostraram que o modelo *MM* é adequado para reduzir o tempo de injeção em relação aos casos anteriores, onde apenas a taxa de injeção *DR* ou *LI* usada foi durante todo o processo. A maior eficiência é caracterizadas pelas magnitudes das flutuações do *MM* para uma ampla gama de valores de viscosidades, que são iguais ou menores ao do modelo *LI*, e levemente maiores que as do modelo *DR*. Mas, em comparação, o tempo de injeção do *MM* é fortemente inferior àqueles do DR. Estes resultados representam uma melhora considerável em comparação aos estudos anteriores.

Com o uso da dupla família de funções paramétricas no modelo *DR* também foi possível indicar que a dependência de α_{op} é bastante sensível da quantidade de fluido que se deseja na célula HS. Esta observação foi simplesmente capturada dentro da nossa abordagem DFC após a integração das equações de movimento para um determinado valor de *P*, após se colocar o valor de α_{op} avaliado para uma variedade de valores de *P*. Os resultados deste estudo foram publicados em [79].

No Capítulo 4 apresentamos um estudo baseado em redes complexas que revela aspectos sobre a dinâmica de preços de gasolina e etanol na cidade de Salvador. Foi utilizada a técnica de sincronização de motifs, o que permitiu estudar as flutuações do lucro bruto médio para algumas sub-redes em relação à rede completa. A detecção de desvios sistemáticos do comportamento médio possibilitou a estimação média das flutuações do lucro ($\Delta LM(t)$) para o intervalo temporal analisado. As sub-redes consideradas foram baseadas na localização geográfica dos postos, na bandeira das revendedoras de combustíveis que abastecem os postos, e na condição dos postos pertencerem a um único proprietário ou empresa proprietária.

Os resultados obtidos para $\overline{\Delta LM(t)}$ sem levar em conta localização geográfica das sub-redes associadas a gasolina e etanol mostram que, nos casos das bandeiras *RAIZEN* e *BR*, esta última mostrou um melhor desempenho (ou ganho) em relação à bandeira *RAIZEN*. Isto é, houve maior oportunidades de arbitragem para se obter maior lucro. Provavelmente a razão deste desempenho está no fato que preços de compras (vendas) para a bandeiras *BR* em média foram menores quanto comparados com os preços compras (vendas) da bandeiras *RAIZEN*. Por outro lado, nas sub-redes formadas por Casa Matriz e Filiais, os resultados conseguidos para $\overline{\Delta LM(t)}$ sugerem que este tipo de sub-rede, que é formada por serem grupos fechados, pode mostrar algum tipo de alinhamento entre os postos que a formam. Isso é evidenciado pelo fato que, no caso da gasolina, o desempenho das duas sub-redes ficou acima da média da rede, embora os resultados do desempenho do etanol tenham ficado abaixo da média da rede completa.

O desempenho do $\overline{\Delta LM(t)}$ das sub-redes localizadas geograficamente exibiram as seguintes características. No caso da sub-rede $P^G = 94$ (com o maior número de postos de revenda) observamos que ela obteve um valor levemente negativo que indica um desempenho próximo a da rede. Ou seja, não existe indício que os seus 94 postos tenham realizado um alinhamento entre eles, provavelmente deve-se a grande dispersão dos postos em toda a cidade. O contrário acontece para os resultados de outras 4 configurações associada à gasolina bem menores quanto comparada com a sub-rede $P^G = 94$. Neste caso, somente para uma delas o valor calculado de $\overline{\Delta LM(t)}$ foi negativo, enquanto todos os outros, foram positivos. Este comportamento pode

Conclusões

estar associado à concorrência que as sub-redes podem apresentar, ou seja, a proximidade dos seus concorrentes faz com que os postos tenham a tendência de abaixar os preços. As mesmas sub-redes associadas ao etanol os resultados delas exibiram um desempenho inferior em relação à rede. Ou seja, não houve indícios de alinhamento entre postos. Finalmente, estes resultados mostram que nem todos os postos destas sub-redes podem estar alinhados, e além disso, como a proximidade destes influencia o comportamento do desempenho delas.

No Capítulo 5 foi realizado um estudo que possibilitou avaliar a eficiência de mercado das séries de preços de energias renováveis e do WTI a partir de valores calculados do índice de eficiência *IE*. Apresentamos três tipos de análises que permitem entender o mercado a nível global (estáticos ou um único valor) e local (dinâmicos). Neste último caso, apresentamos as estimativas feitas com janela móvel de tamanho fixo e variável. Listamos os mercados do mais eficiente ao menos eficiente, sendo que os valores possíveis que eles podem atingir ficam entre $[0, \sqrt{2}/2]$, onde o limite inferior e o superior indicam a maior ou menor eficiência atingida pelo mercado, respectivamente. Também, estimamos a entropia de aproximação e de permutação dependentes do tempo para janela de comprimento fixo, de forma a explorar a rugosidade das séries de *IE*(*t*; *v* = 252). Além do mais, utilizamos o testes de Zivot-Andrew (T-ZA, uni-raiz) nestas séries para detectar endogenamente o possível momento de uma quebra estrutural. O período estudado ficou entre 03 de janeiro de 2006 e 11 de dezembro de 2015.

Os resultados do IE no caso estático mostram que os mercados mais eficientes são aqueles do sector global que, em ordem crescente, são WTI, ERIX e S&P. No caso dos sectores específicos temos TECH, SOLAR e WIND, sendo que estes dois últimos tiveram significativa ineficiência. Por outro lado, as estimativas do IE(t; v = 252) possibilitam observar a dinâmica de eficiência do mercado dos setores antes e depois dos diversos eventos políticos e econômicos acontecidos na época, como a CEG, CE, efeitos negativos do excesso de produção de petróleo nos EUA (ou efeito do Xisto betuminoso), as crises devido às Guerras do Irã, Líbia, etc. A eficiência nesses intervalos diminuiu significativamente influenciado os mercados a serem ineficientes. Observamos que estes resultados exibem ineficiência no longo prazo, uma vez o tamanho da janela representa um ano útil. Em contrapartida, foi explorada a ineficiência local tipo IE(t, v) o que propiciou quantificar a eficiência de mercado tanto no médio quanto para o longo prazo. Ou seja, foi possível determinar a escala (v) e o intervalo nos quais os índices apresentaram alta ineficiência. Para estas duas últimas abordagens os setores globais foram os mais eficientes, porém nota-se que o S&P perdeu para o mercado TECH (setorial) ficando na quarta posição, seguidos por WIND e SOLAR. Finalmente, enfatizamos aqueles mercados com forte ineficiência apresentam melhores oportunidades de arbitragem que aqueles mais eficiente, embora estejam acompahados por um maior risco de perdas.

Os resultados obtidos do comportamento dinâmico da entropia para séries temporais de IE(t; v = 252) fornecem informações das possíveis conexões entre as variações do índice de eficiência e os eventos (ou choques) que podem ser produto de crises ou desenvolvimentos econômicos, isto é, políticos, geopolíticos, guerras, etc [42, 47, 164]. Desta forma, na maior parte dos intervalos temporais onde houve queda da entropia, observamos que ela reagia aos diversos choques. Em alguns casos a queda dava-se anteriormente aos choques mas, em outros casos, durante os choques. Assim, a diminuição da entropia da série de IE(t; v = 252) aponta para

um comportamento mais previsível, ou seja, o mercado torna-se ineficiente. Caso contrário, altos valores de entropia significa que o IE(t; v = 252) apresenta uma estrutura imprevisível implicando que o comportamento do mercado tende a altos níveis de eficiência. Os resultados do T's-ZA, em geral, apontam a favor de processos estacionários, indicando que estes não são de efeitos permanente no tempo [199]. Contudo, observamos que potenciais quebras estruturais aconteceram em datas foram associadas aos efeitos dos choques como a CEG, CE, efeito Shale Revolution, etc.

Apêndices

Sincronização por Motifs com TVG e Parâmetros de controle

Neste apêndice, ainda que de forma sucinta, serão apresentados e discutidos diversos detalhes do uso da metodologias sincronização por motifs, incluindo o significado e o processo de escolha dos diversos parâmetros usados na sua implementação.

A Figura A.1 ilustra as séries temporais (ST) do lucro bruto (em R\$) de 2 postos de venda de gasolina em Salvador Bahia. As análises apresentadas a seguir não têm dependência geográfica para os P_k^G onde k identifica o posto dentro rede.



Figura A.1 Evolução temporal do $L^{+G(R\$)}$ de 2 postos qualquer em Salvador sem dependência geográfica.

Para efeitos de escrita, L^E e L^G referem-se ao lucro bruto em Reais (R\$) da base de registros imputados do etanol e da gasolina, respectivamente.

A.1 SINCRONIZAÇÃO POR MOTIFS COM TVG

Uma breve explicação da sequência de passos para abordagem da SM. A metodologia realiza o cálculo da sincronização por meio da técnica de janela móvel sobreposta. Sejam as séries originais x e y que serão analisadas: **a**) x e y são convertidas em novas séries X_M e Y_M de sequências dos Motifs (ver na Fig. A.2 o conjunto de motifs); **b**) é feita a sincronização, $C_{XY} e C_{YX}$, para diferentes tempos de atraso, τ ; **c**) é achado o grau de sincronização $Q_{XY} = max\{C_{XY}, C_{YX}\}/w$, onde w é tamanho da janela; **d**) é definida a direção de sincronização $q_{XY} = \{0, seC_{XY} = C_{YX}; sinal(C_{XY} - C_{YX}), caso contrario.\}$ (ver a Fig. 2.11a da Subseção 2.7.1). Para fazer os cálculos foi usado o Programa DengueNetMotif que está disponibilizado o site https://github.com/phaoso/Motif. Tanto a metodologia SM como o Programa foram desenvolvidos por Raphael S. Rosário em 2015 [105].

A.1 SINCRONIZAÇÃO POR MOTIFS COM TVG

Com efeito de ilustrar as séries de Motifs vamos usar somente as ST da Figura A.1. Neste exemplo, os parâmetros de controle como Threshold, janela e tempo de atraso foram escolhidos arbitrariamente. No entanto, nas seguintes subseções vamos discutir sucintamente os procedimentos para estimar os parâmetros de controle da metodologia.

Séries de Motifs:

Na Figura A.2a apresenta-se os diferentes tipos de Motifs usados para realizar este trabalho. Salientamos que em todos os casos os valores dos três pontos usados na construção deles foram diferentes de zero, ou seja, $A, B, C \neq 0$, com exceção do motif nulo e o mitif 14. Para o motif 14 é associado a qualquer sequência na qual os valores de um ou dois pontos sejam nulos.



(a) A ordem dos motifs em que foram progra- (b) Frequência dos motifs usando aqueles ilustrados em (a). mados.

Figura A.2 Tipos de motifs usados em (a) e as distribuições empírica dos motifs de cada ST da Fig. A.1.

A Figura A.2b ilustra a distribuição empírica dos motifs para cada ST de L^G correspondente aos $P_1^G e P_2^G$ (ver Fig. A.1). Para o posto P_1^G a maior frequência (f) dos motifs aconteceu para o conjunto $c_1 = \{M_3, M_6, M_{11}, M_{12}, M_{13}\}$ (barras de cor pretas) onde f > 80. Nos outros casos ela foi menor do que 30 (f < 30) sendo que o M_5 não foi gerado. No caso de P_2^G , observamos um padrão similar nas f, ou seja, tem-se que $c_2 = \{M_3, M_6, M_{11}, M_{12}, M_{13}\}$ têm maior frequência (barras de cor vermelha). Para este posto não foram gerados M_5 e M_8 . Razoavelmente, c_1 e c_2 terão maior influência no momento da sincronização como pode ser visto no mesmo gráfico (barras de cor azul), porém a frequência conjunta deles caiu para (f < 60).



Figura A.3 Ilustração da evolução temporal das séries de motifs em (a) e (b), respectivamente, P_1^G e $P_2 2^G$. As duas ST correspondem ao conjunto da Fig. A.1.

Na Figura A.3 pode ser observada a evolução temporal das séries de motifs, ou seja, quando eles são gerados durante a análise. Este resultado indica que, no momento da sincronização das séries de motifs, o comportamento dos preços do posto P_1^G exibe algum grau de semelhança com aquele do P_2^G , ou vice-versa.

Construção das redes (TVG):

Sejam as ST do lucro bruto de $P_1^G e P_2^G$ ilustradas na Figura A.1. Aplicando o método de SM primeiramente as ST são transformadas em séries de Motifs (indicada na Fig. A.3). Em seguida, para t = 0 (t pode ter unidades arbitrárias, mas neste trabalho ela pode corresponder a semana) elas são sincronizadas uma vez definida a janela deslizante de tamanho w. Uma rede é gerada ao se incluir uma aresta entre dois nós, neste caso corresponde aos postos $P_1^G e P_2^G$, quando a correlação Q_{P_1,P_2} é superior ao valor do Threshold (ver definição nos parágrafos a seguir). Além de w se leva em conta outros parâmetros de controle, que discutimos a seguir. Logo após, para t = 1, desloca-se a janela w um ponto na frente (deslocamento sobreposto) e mais uma vez é executado o processo de sincronização, e assim obtém-se uma nova rede. Este último procedimento se repete ao longo do intervalo temporal considerado o que possibilita a geração de novas redes, ou seja, até t = T - w onde T é o período de amostragem. Portanto, este processo permite construir o conjunto de redes do TVG.

Parâmetros de controle do Programa SM:

Como antecipado nos parágrafos anteriores, para fazer a SM precisa-se de um conjunto de parâmetros que permitem se ter o controle dela. A seguir uma breve explicação destes parâmetros de controle (PC): Threshold (*Th*), Janela (*w*), tempo de atraso τ , lag (λ), bem como o procedimento para determiná-los:

(a) w: intervalo de tempo usado para realizar a sincronização.

(b) *Th*: valor limite para avaliar o índice que conectividade entre pares de nós. Ou seja, se é incluída ou não a aresta entre eles.

(c) τ : tempo de atraso para o qual encontra-se maior sincronização, o que permite considerar um maior número padrões entre pares de séries.

(d) λ (*lag*): sequência do número de pontos da série empregados para construir o motif (ver Fig. A.4).



Figura A.4 Sequência dos pontos usados para construir os motifs, ilustrando da dependência em λ [4].

A.2 ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DE CONTROLE (PC)

Seja a rede G(V,A) onde $V = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$ são vértices e $A = \{a_{i,j}\}$ o conjunto de arestas do vértice *i* conectado com os *n* nós *j*. Para que isto ocorra será preciso que $a_{i,j} \ge Th$, implicando que a = 1. Caso contrário, a = 0. Ou seja, Th é o índice de conectividade. Levando em consideração este procedimento, desloca-se a janela de tamanho *w* por toda as ST, gerando um conjunto de redes que compõem o TVG. Tamanhos pequenos de *w* faz com que o número de arestas que do TVG seja elevado. Caso contrário, quanto maior for o tamanho de *w* menor a resolução do TVG [90, 92].

Para mostrar como foram obtidos os PC da metodologia SM vamos usar as bases de dados correspondente ao L^E e L^G . A primeira base possui um total de postos ($P^L = 310$) e no outro, $P^G = 322$. Em ambos os casos, foram retirados os nós isolados. Para cada base de dados o Th é obtido considerando a seguinte sequência de passos: **a**) as ST são embaralhadas; **b**) para uma determinada janela w é realizado a sincronização com Th = 0; **c**) cria-se o vetor v_a que contêm os valores das correlações Q_{xy} das arestas da RAE. Os valores de Q_{xy} são ordenados em ordem crescente; **d**) calcula-se a posição do vetor correspondente ao 95% do tamanho do vetor v_a . Este valor indicará a posição no vetor v_a com o índice de conectividade que será adotado. A Figura A.5a expõe os diferentes valores do Th em função de w com $\tau = 0$ para as bases imputadas do L^E e L^G [90,95].



Figura A.5 Variação de *Th* como função de *w* em (a) para base L^E e (b) a base L^G , respectivamente. Em ambos os casos $\tau = 0$.

O tamanho de w foi definido como o tamanho completo, Tc(Frames), quantidade de Frames mínimo do TVG (Grafos Variantes no Tempo) para que a REA seja uma rede completa, ou

A.2 ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DE CONTROLE (PC)

seja, o tempo mínimo para que *REAs* sejam redes completas [90]. Na Figura A.6 mostra-se a evolução de Tc(Frames) vs w para os dados das duas bases sem embaralhar (linha preta) e embaralhados (linha vermelha). O tamanho de w é obtido através do computo da diferença média entre os dados sem embaralhados e os dados embaralhados. Assim, é escolhida a janela que tenha a maior diferença média, conforme indicado pela seta cinza. No caso da base de lucro do etanol e gasolina as janelas são $w^E = 7$ e $w^G = 6$ respectivamente. No entanto, neste último caso vamos usar a janela de tamanho 7, no intuito de fazer comparações entre os resultados de ambas bases.



Figura A.6 Variação Tc(Frames) como função de *w* em (a) para base L^E e (b) a base L^G , respectivamente. Em ambos os casos $\tau = 0$. Os Tc(Frames) foram estimados usando os valores *Th* da Fig. A.5.

Uma vez identificado os valores das janelas para as duas bases ($w^E = w^G = 7$) que serão implementadas para a SM, associamos as magnitudes de Threshold para cada uma delas, que correspondem a $Th^E = 0.43$ e $Th^G = 0.60$. No entanto, em ambos os casos serão aproximado para 0.9. Finalmente, para a procura do tempo de atraso é necessário variar este parâmetro no intervalo de $0 \le \tau \le 26$. Ou seja, é realizada uma simulação para cada valor de τ e desta forma é obtida uma distribuição empírica dos τ para os quais existe sincronização entre pares de nós. Finalmente, identifica-se qual deles atingiu a maior frequência [90, 92]. Na Figura A.7 observamos que os tempos de atrasos para cada base analisada têm-se que ambos os casos foi $\tau = 0$.



Figura A.7 Ilustração da frequência dos tempos de atraso, τ .

Uma vez definidos os parâmetros de controle necessários para fazer a sincronização das bases de dados do L^G e L^E , são realizadas as análises de cada uma delas.

Índice eficiência dinâmico - Análise estatística

B.1 ÍNDICE EFICIÊNCIA DINÂMICO

Como antecipado na Subseção 5.3, neste Apêndice vamos apresentar diversos detalhes dos métodos usados para a determinação do índice de eficiência de mercado de forma local, incluindo mais detalhes dos resultados obtidos, o que permite uma melhor interpretação da sua dinâmica no tempo com a utilização de janelas móveis de comprimento fixo IE(t; v = cte) e variável IE(t, v).

B.1.1 Índice eficiência local tipo IE(t; v = cte)

Nesta subseção vamos a realizar o estudo do índice de eficiência local ao longo do tempo mas usando o procedimento de janela ou caixa móvel de comprimento fixo, v = cte. Para isto, é necessário v seja bem menor quanto comparado com o tamanho da ST estudada, e desta maneira, quantificar o valor do IE(t; v = cte) nesses subconjuntos de dados. O procedimento pode ser aplicada a uma ST arbitrária. Por exemplo, seja a ST $\{x(i)_{i=1,2,3,...,N}\}$ com N = 1024 e v = 128. Então, para t = 0 (aqui t possui unidade arbitrária) calcula-se o valor do IE(t = 0; v = 128) fazendo uso dos pontos da variável no intervalo i = 1,2,3,...,128 (ou $\{x(1),x(2),...,x(128)\}$). Em seguida, para t = 1, desloca-se v um ponto para a frente, portanto, o seguinte subconjunto é dado por $\{x(2),x(3),...,x(129)\}$ e com eles consegue-se computar um novo valor de IE(t = 1; v = 128). Este procedimento repete-se até t = 2,3,4,...,N - v conseguindo-se estimar assim a evolução temporal do IE(t; v = 128).

B.1.1.1 Análise da Função Weierstrass-Mandelbrot, FWM. Usando a mesma estratégia adotada no Capítulo 5, consideramos inicialmente a FWM, para as quais valores exatos dos estimadores são preditos teoricamente. Posteriormente serão avaliados $\hat{\alpha}(t; v = 256)$, $\widehat{D}_{HW}(t; v = 256)$ e $\widehat{D}_{RG}(t; v = 256)$ na $W_{\alpha^{ref}}(t)$ com $t = \{1, 2, 3, ..., 4096\}$ e $\alpha^{ref} = \{0.25, 0.50, 0.75\}$, por conseguinte o IE(t; v = 256) onde v = 256 foi escolhido arbitrariamente. Como apresentado na Seção 5.2 do Capítulo 5, para estimar os expoentes foram testados três grupos de pontos nos ajustes lineares em escalas log-log. Na Tabela B.1 mostram-se cada grupo em conjunto com o número de pontos. As Figuras B.1(a-c) ilustram um exemplo onde são representados esses pontos pela linha vermelha. Observa-se, na estimativa de $\hat{\alpha}(t = 0; v = 256)$ via DFA, que não há qualquer restrição na quantidade de pontos a ser usado no ajuste. No entanto, nas estimativas da dimensão fractal via HW e RG verifica-se que a quantidade de pontos que podem ser usados para a determinação dos expoentes, e que estão restritos à parte da curva onde os pontos estão alinhados de maneira linear, diminuíram quando comparado com os utilizados em DFA. Também, vemos que o estimador que expõe maior dispersão é HW, com a menor fração de pontos usados no ajuste.

| G_i^{\star} | $an_p^{\widehat{\alpha}}$ | $n_p^{\widehat{D}_{HW}} = n_p^{\widehat{D}_{RG}}$ |
|---------------|---------------------------|---|
| 1 | 50%M | 2 |
| 2 | 75%M | 7^b |
| 3 | 95%M | 47^{b} |

Tabela B.1 Quantidade de pontos usados para realizar os ajustes lineares de $\widehat{D_{HW}}$, $\widehat{D_{RG}} \in \widehat{\alpha}$. ^{*a*}Como $F_{DFA}(s) \sim s^H$ para as escalas implementamos aumentos gradativos onde o fator multiplicativo é igual a 1.05. Implica que o menor e maior valor das escalas correspondem a $s_{min} = 4$ e $s_{max} = 225$, respectivamente, isso implica que M = 77. ^{*b*}A quantidade de pontos foram tomados de forma arbitrária.



Figura B.1 Ilustração das regressões log-log para o F_{DFA} , os estimadores RG e HW em a), b) e c), respectivamente. As linhas vermelhas representam os pontos do ajustes lineares usando G_2^{\star} (ver Tab. B.1).

| | Resultados dinâmicos tipo (t ; $v = 256$) | | | | | | | | | | |
|---------------|---|-----------------------------------|------------------------------------|--------------------------------|----------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|---|--|----------------------|------------------------|
| G_i^{\star} | Série | $\langle \widehat{D_{HW}} angle$ | $\langle \widehat{D_{RG}} \rangle$ | $\langle \widehat{DM} \rangle$ | $SD\langle \widehat{DM} \rangle$ | $\langle \widehat{\alpha} \rangle$ | $SD\langle \widehat{\alpha} \rangle$ | $\langle C^{\delta \widehat{DM}} \% angle$ | $\langle C^{\delta \widehat{lpha}} \% \rangle$ | $\langle IE \rangle$ | $SD\langle IE \rangle$ |
| | $W_{0.25}(t)$ | 1.6177 | 1.6426 | 1.6302 | 0.0309 | 0.2904 | 0.0120 | 87.65 | 12.35 | 0.1273 | 0.0294 |
| 1 | $W_{0.50}(t)$ | 1.4522 | 1.4596 | 1.4559 | 0.0192 | 0.5268 | 0.0091 | 67.53 | 32.47 | 0.0530 | 0.0175 |
| | $W_{0.75}(t)$ | 1.2447 | 1.2437 | 1.2442 | 0.0276 | 0.7657 | 0.0134 | 54.45 | 45.55 | 0.0309 | 0.0165 |
| 2 | $W_{0.25}(t)$ | 1.7755 | 1.7613 | 1.7684 | 0.0162 | 0.2730 | 0.0105 | 42.60 | 57.40 | 0.0337 | 0.0103 |
| | $W_{0.50}(t)$ | 1.5138 | 1.4981 | 1.5060 | 0.0165 | 0.5147 | 0.0076 | 42.56 | 57.44 | 0.0222 | 0.0096 |
| | $W_{0.75}(t)$ | 1.2676 | 1.2533 | 1.2605 | 0.0332 | 0.7579 | 0.0129 | 71.55 | 28.46 | 0.0336 | 0.0176 |
| | $W_{0.25}(t)$ | 1.8805 | 1.7628 | 1.8217 | 0.0832 | 0.2631 | 0.0179 | 86.19 | 13.81 | 0.0762 | 0.0308 |
| 3 | $W_{0.50}(t)$ | 1.6190 | 1.5127 | 1.5659 | 0.0516 | 0.5184 | 0.0077 | 78.82 | 21.18 | 0.0746 | 0.0428 |
| | $W_{0.75}(t)$ | 1.3681 | 1.2772 | 1.3227 | 0.0768 | 0.7570 | 0.0248 | 82.17 | 17.83 | 0.0934 | 0.0559 |

Tabela B.2 Valores médios de $\widehat{D}_{HW}(t; v = 256)$, $\widehat{D}_{RG}(t; v = 256)$, $\widehat{DM}(t; v = 256)$, $\widehat{\alpha}(t; v = 256)$ e o IE(t; v = 256) para $W_{\alpha^{ref}}(t)$. G_i^* , conjuntos dos pontos usados nos ajustes lineares. $C^{\delta X}$ %, Contribuição média de $\delta \widehat{DM}(t; v = 256)$ e $\delta \widehat{\alpha}(t; v = 256)$ à quantificação $\langle IE(t; v = 256) \rangle$. Em todos os casos o total de dados são 3841.

Observe na Tabela B.2 um resumo dos resultados após serem implementadas as diferentes metodologias para $W_{\alpha^{ref}}(t)$. Nela vemos os cálculos dos valores médios de $\widehat{D_{HW}}(t; v = 256)$, $\widehat{D_{RG}}(t; v = 256), \widehat{DM}(t; v = 256) = (\widehat{D_{HW}} + \widehat{D_{RG}})/2$ e $\widehat{\alpha}(t; v = 256)$, que levam em conta os números de pontos usados nos três ajustes (ver Tab. B.1). Como esperado, a depender do conjunto de pontos usados nos ajustes, os resultados têm maior flutuações com respeito aos valores referência ($\alpha^{ref} = \{0.25, 0.50, 0.75\}$ e $D^{ref} = \{0.75, 1.50, 1.75\}$). Quanto maior for a distância entre o observado e a referência, maior será o erro induzido no cálculo do IE(t; v = 256), pois como foi discutido anteriormente, o resultado previsto do índice de eficiência deve ser $\langle IE(t; v = 256) \rangle = 0$. No entanto, vemos em todos os casos que isso não ocorre, ou seja, $\langle IE(t; v = 256) \rangle \neq 0$, e quem exibe maior grau de erro foram os resultados do grupo G_3^{\star} . Na mesma tabela pode ser observado os valores médios das contribuições dos desvios dos expoentes à quantificação do índice de eficiência. Para os casos $W_{\alpha^{ref}}(t)$ associados a G_1^{\star} e G_3^{\star} o maior desvio é devido a $\delta \widehat{DM}(t; v = 256)$. Para G_2^{\star} nos casos $W_{0.25}(t)$ e $W_{0.50}(t)$, os maiores desvios são devidos a $\delta \hat{\alpha}(t; v = 256)$. Caso contrário ocorre com $W_{0.75}(t)$ onde a maior contribuição é de por $\delta \hat{\alpha}$. Assim, optou-se pelo G_2^{\star} devido a que as estimativas médias dos expoentes na maioria dos casos tiveram próximas aos valores referências. Além disso, os índices de eficiência têm menor magnitude quanto comparada com dos G_1^{\star} e G_3^{\star} (ver Tabela B.2). Além disso, mostramos nos três casos estudados que as estimativas do $\langle IE(t; v = 256) \rangle$ tendem aos resultados esperados, dado que obteve-se apenas um erro menor do que < 5.0% em relação ao estado de mercado eficiente.

Finalmente, a seguir serão discutido somente os resultados correspondente à $W_{0.50}(t)$ ligadas ao G_2^{\star} posto que as observações de $\widehat{DM}(t; v = 256)$ e $\widehat{\alpha}(t; v = 256)$ validam os mercados eficientes uma vez comparados com os valores referências $\alpha^{ref} = 0.50$ e $D^{ref} = 1.50$. Além disso, incluímos os resultados obtidos nos casos em que os expoentes e *IE* possuem uma única medida.

| Mite J. | | | | | | | |
|--------------------|------------|-------------------------------------|--------|--------|--------|--|--|
| Metodo | Resultados | Resultados dinamicos $(t, v = 256)$ | | | | | |
| | Estáticos | Média | Máx. | Mín. | SD | | |
| $\widehat{D_{HW}}$ | 1.4941 | 1.5138 | 1.6237 | 1.4272 | 0.0258 | | |
| $\widehat{D_{RG}}$ | 1.4981 | 1.4981 | 1.5331 | 1.4647 | 0.0124 | | |
| \widehat{DM} | 1.4961 | 1.5060 | 1.5737 | 1.4606 | 0.0165 | | |
| â | 0.5077 | 0.5147 | 0.5366 | 0.4883 | 0.0078 | | |
| IE | 0.0086 | 0.0222 | 0.0750 | 0.0007 | 0.0096 | | |

Tabela B.3 Estatística descritiva da dimensão fractal via estimadores *HW* e *RG*, $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ e IE(t; v = 252) para $W_{0.5}(t)$. Em todos os casos o total de dados 3841.

Na Tabela B.3 apresentam-se a estatística para cada método analisado. Entretanto, note-se que o estimador HW evidencia contribui com maior desvio já que sua média fica $\langle \widehat{D}_{HW}(t; v = 256) \rangle = 1.51$ com um desvio padrão 0.0258 tendo o máximo valor em 1.62 e o seu mínimo em 1.43. No entanto, a média entre HW e RG como esperado tem menor flutuação caindo para 1.51 e o *SD* foi para 0.0165. Na estimativa do $\hat{\alpha}$, a média é superestimada em relação ao $\alpha^{ref} = 0.5$ mas apresenta um máximo de 0.54 e um mínimo em 0.48 e um *SD* de 0.0078, o que evidencia um bom resultado. No painel intermediário e inferior da Figura B.2a ilustram-se a evolução no tempo de $\widehat{D}_{HW}(t; v = 256), \widehat{D}_{RG}(t; v = 256), \widehat{DM}(t; v = 256)$ e $\hat{\alpha}(t; v = 256)$. Em alguns casos os valores foram superestimados e em outros subestimado com respeito aos expoentes predefinidos, ou seja, durante as análises locais os valores calculados não foram

exatamente $D^{ref} = 1.5$ e $\alpha^{ref} = 0.5$. Assim, estas flutuações são as que fazem com que a quantificação do $IE(t; v = 256) \neq 0.0$. Note que estas métricas de medida de eficiência são também medidas independentes. No Apêndice C mostramos com uma análise simples a independência de $\widehat{DM}(t; v = 256)$ e $\widehat{\alpha}(t; v = 256)$, para isto foi implementado o coeficiente de determinação R^2 e o ajustado R_a^2 .



Figura B.2 Evolução no tempo em (a) para $W_{0.5}(t)$ (painel superior), $\widehat{D}_{HW}(t; v = 256)$ e $\widehat{D}_{RG}(t; v = 256)$ (painel intermediário) $\widehat{DM}(t; v = 256)$ e $\widehat{\alpha}(t; v = 256)$ (painel inferior). Em (b) $\widehat{DM}(t; v = 256)$ e $\widehat{\alpha}(t; v = 256)$ (painel superior) e $\delta X(t; v = 256)$ onde X representa a \widehat{DM} ou $\widehat{\alpha}$ (painel inferior).

No painel inferior da Figura B.2b a evolução temporal dos desvios entre os valores observados e das referências correspondentes a $\delta \widehat{DM}(t; v = 256)$ e $\delta \widehat{\alpha}(t; v = 256)$. Há regiões nas quais quem gera maior contribuição é o $\widehat{dH}(t; v = 256)$ e em outros são pelo de $\widehat{DM}(t; v = 256)$. No entanto, exitem diferentes regiões em que o desvio aproximam-se a zero. Devido a estas variações na medida, observa-se que a contribuição média dos desvios da \widehat{DM} é um pouco menor em comparação a de $\widehat{\alpha}$: $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t; v = 256, \%) \rangle = 42.56\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t; v = 256, \%) \rangle = 57.44\%$ (ver no painel inferior da Fig. B.3a). Como dito acima, as estimativas do índice de eficiência em algumas regiões indicam que $IE(t; v = 256) \sim 0.0$. No entanto, em outras regiões este resultado é ultrapassado, chegando a um máximo de $IE(t; v = 256) \sim 0.075$ (ver no painel intermediário da Fig. B.3b). Por outro lado, ao fazermos uma comparação entre os resultado médios da análise local com os avaliados globalmente (IE), vemos que o valor obtido localmente é maior em relação ao global, uma vez que IE = 0.0086 e $\langle IE(t; v = 256) \rangle = 0.0222$. Esta diferença acontece pelos efeitos do menor tamanho da janela.

Por último, voltamos de novo para a série IE(t; v = 256) para realizar uma análise local da rugosidade da série IE(t; v = 256) através do computo da entropia, usando as metodologias da entropia de aproximação ($E_A(m = 2, r = 0.2)$) e de permutação ($E_P(d = 2, \tau = 1)$)¹. Aqui *m* é a dimensão, *r* nível de filtragem, *d* é o embedding dimension e τ o tempo de atraso. No entanto, para simplificar a notação, vamos escrevê-las como $E_A \equiv E_A(m = 2, r = 0.2)$ e $E_P \equiv E_P(d =$ $2, \tau = 1$), com os parâmetros usados nos cálculos mantidos fixos. Vamos monitorar as variações dela com respeito à escala temporal *v*. Em ambos os casos, a entropia vai depender do tamanho da janela deslizante devido a que quanto maior for *v*, mais padrões serão incluídos dentro da amostra e portanto maior será a entropia. Porém, se *v* for muito alto, teria-se dificuldade em localizar suas variações no tempo. Caso contrário, uma menor quantidade de pontos levaria

¹Nestas trabalhos [150, 200–202] também implementaram o estudo da entropia através do uso das metodologias E_A e E_P .

a uma melhor localização desses padrões, mas a magnitude dela ficaria comprometida, pois a entropia diminui [203]. Contudo, faremos uso da escala v = 256, posto que as outras análises locais foram feitas com esse comprimento, assim temos que $E_A(t; v = 256)$ e $E_P(t; v = 256)$.



Figura B.3 Em (a) dependência temporal no painel superior e intermediário das séries a FWM e o índice eficiência, respectivamente. E, no painel inferior, contribuições de $C^{\delta X}(t; v = 252, \%)$ à medida do IE(t; v = 252). O resultado do $IE_{Est} = 0.0088$ é inferir à média do IE dinâmico $\langle IE(t; v = 252) \rangle = 0.0222$. Aqui, o valor médio percentual das contribuições dos desvios de DM(t; v = 252) e H(t; v = 252) para o valor do IE(t; v = 252) são $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t; v = 252, \%) \rangle = 42.56\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t; v = 252, \%) \rangle = 57.44\%$. Em (b) dependência temporal no painel intermediários e inferior das séries da $E_A(t; v = 256)$ e $E_P(t; v = 256)$, respectivamente.

Na Figura B.3, de modo geral, a série da $E_A(t; v = 256)$ apresenta grandes níveis de irregularidade posto que exibe valores entre $0.86 < E_A(t; v = 256) < 1.12 \text{ com } \langle E_A(t; v = 256) \rangle = 0.98$. Estes resultados também sugerem que a entropia de aproximação tem tendência a diminuir naqueles trechos onde o índice de eficiência tem maior afastamento do estado ideal de eficiência, ou seja, IE(t; v = 256) > 0.0. Isto implica que esses intervalos sejam mais previsíveis. Na Tabela B.4 apresenta-se a estatística para estimativas locais das entropias. O caso $E_A(t; v = 256)$ apresentou certas regiões valores de entropia > 0.86, em média, obteve um alto nível de complexidade (~ 0.98). Para $E_P(t; v = 256)$ eles foram colocados próximos de 1, sendo que o menor valor ficou na mesma faixa (~ 0.9). Ou seja, este resultados verificam que a série temporal de IE(t; v = 256) possuem altos níveis de irregularidades.

| Estatística | $E_A(t; \mathbf{v} = 256)$ | $E_P(t; v = 256)$ |
|-------------|----------------------------|-------------------|
| Média | 0.9831 | 0.9853 |
| Máx. | 1.1165 | 0.9945 |
| Mín. | 0.8635 | 0.9659 |
| SD | 0.0530 | 0.0060 |

Tabela B.4 Estatística descritiva da $E_A(t; v = 256)$ e $E_P(t; v = 256)$ (ver quadros intermediário e inferior da Fig. B.3b).

Finalmente, os testes feitos acima para os algoritmos uma vez mais apresentam resultados confiáveis e consistentes embora, tenham apresentado algumas limitações relacionada ao tamanho da janela v usado para as análises locais. Portanto, eles são válidos para serem usados nas séries de preços ligadas as energias com o intuito de capturar as variações locais do índice de eficiência.

B.1.1.2 Séries de preços: Análise estatística

Além da discussão de detalhes dos cálculos dos estimadores, acrescentamos resultados específicos ligados à estatística dos expoentes e à análise da entropia do índice de eficiência. Em concordância com o Capítulo 5, os resultados ligados as séries de preços são apresentados de acordo com a ordem crescente obtida, ou seja, do mais para o menos eficiente: WTI, ERIX, TECH, S&P, WIND e SOLAR. Também foram incluídos mais detalhes sobre eventos de crise ou desenvolvimentos econômico que podem ter gerado efeitos negativos nestes índices. Por outro lado, aqui também a janela móvel usada foi de comprimento fixo, ou seja, de v = 252pontos ou 252 dias úteis [173, 174, 179, 180]. Desta forma investigar e capturar a medida da dinâmica destas grandezas.

(a) S. WTI

Iniciamos a discussão pela dinâmica de $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ e da $\widehat{D}_i(t; v = 252)$. Neste último caso as estimativas são via HW, DR e a média, mas nosso foco está nos valores de $\widehat{DM}(t; v =$ 252). Estes resultados encontram-se em uma faixa estreita variando entre $0.35 < \hat{\alpha}(t; v =$ 252) < 0.60 e $1.40 < \widehat{DM}(t; v = 252) < 1.65$, respectivamente. Como já mencionado, vemos que a evolução das estimativas dos expoentes não são constante no tempo conforme pode-se observar nos painéis intermediários e inferior da Figura B.4. No período de 06/2006 até 2008 na maior parte do intervalo evidenciou processos de persistência mas apresentou dois pequenos estágios antipersistentes. Assim, os valores do $\hat{\alpha}$ variam entre $0.477 < \hat{\alpha}(t; v = 252) < 0.566$. No caso de $\widehat{DM}(t; v = 252)$ vemos também que sua evolução foi caracterizada na maioria do tempo para processos de persistência local. Esses comportamentos situam-se ainda no período nominado como Bom Econômico dos Países Emergentes (BEPE), dominado pela alta demanda de petróleo [48] por parte deles, mas também pela demanda dos países desenvolvidos como EUA e Ásia, ou seja, a demanda proporcionou um impacto (ou choque²) positivo preços do petróleo. Portanto, os preços deste atingiu os valores mais altos da história [164].



Figura B.4 Evolução temporal no painel superior da S. WTI, no intermediário da $\widehat{D_{HW}}(t; v = 252)$, $\widehat{D_{RG}}(t; v = 252)$ e no inferior do $\widehat{\alpha}(t; v = 252)$ e $\widehat{DM}(t; v = 252)$.

No inécio do 2008 até 06/2009 vemos que $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ está caracterizado por processos antipersistentes. O mês de julho foi fortemente antipersistente atingindo o valor mais baixo de $\hat{\alpha}(t; v = 252) = 0.348$. Ele ocorre justamente no começo da crise econômica global, CEG.

²Os diversos impactos (ou choques) podem ser produto de crise ou desenvolvimentos econômicos, isto é, socioeconômico, políticos, geopolíticos, guerras, catástrofes climáticas, entre outros [42, 47, 164]

122

Em seguida, houve uma diminuição nas estimativas dele tornando-se fracamente antipersistente. Também se nota que a tendência dos preços que sofreram forte aumento, atingem o valor máximo de valorização da história (junho). Ou seja, essa persistência levaria à correlações positivas. Porém, as estimativas das correlações foram negativas (memória de curto prazo). No entanto, durante a CEG os preços do WTI tiveram uma queda vertiginosa. Depois da CEG vemos que eles apresentam recuperação. Nessa alternância de preços houve uma redução da intensidade da memória de curto prazo flutuando em torno de ~ 0.45. Lembramos que valores de $\hat{\alpha}(t; v = 252) < 0.5$ pode ser interpretado como uma reversão à média [48, 54, 194, 195]. Por outro lado, os valores de $\widehat{DM}(t; v = 252) > 1.5$ sugerem também que, se o preço teve um aumento será seguido por uma queda, ou seja, menor previsibilidade.

No intervalo de 07/2009 até 2014 vemos que os valores de $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ basicamente foram persistentes durante este período, mas caindo ocasionalmente para valores de antipersistência global. É uma zona de recuperação que apresenta períodos com aumentos e outro com quedas, isto é, houve flutuações nos preços porém a tendência foi de alta. Diversos fatores ou impactos produto de choque intervieram nestas flutuações, entre as quais são apenas citados os mais relevantes como recuperação nos preços do petróleo devido a interrupção da produção da Organização de País Exportadores de Petróleo (faixa final da turbulência financeira e real [52]) no intervalo de 2009 até 2011, também aconteceu a piora da crise europeia e redução do consumo por parte dos países emergentes [52, 164]. Porém, houve fatores que possibilitaram inibir esses efeitos como o ataque aéreo de Israel a Síria e os distúrbios no Egito e na Líbia em 2013 [42, 201], a guerra civil na Líbia que começou em 2014 [47]. Entretanto, para $\widehat{DM}(t; v = 252)$ houve regiões que foram dominadas pela persistência local, outra controlada pela antipersistência e finalmente, com flutuações constantes entre anti e persistente. Assim vemos que, inicialmente a $\widehat{DM}(t; v = 252)$ esteve com tendência um tanto predizíveis no curto prazo. Em seguida, a antipersistência implica na diminuição da previsibilidade. Por último, as flutuações constantes de DM(t; v = 252) exibe um comportamento mais aleatório. Contudo, estes resultados sugerem que existiu, em alguns casos, boas oportunidades rentáveis mas de curta duração [53, 54, 111, 112, 168, 169].

O intervalo entre o começo de 2014 e 2016 $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ passou por um intervalo antipersistentes e, logo evoluiu para outro com persistência. Assim, na primeira região os resultados antecipam com quase um semestre de anterioridade o acontecimento da crise ocorrida em 06/2014 (atingindo $\hat{\alpha}(t; v = 252) \sim 0.43$). De forma semelhante, este mesmo comportamento foi exibida durante a CEG, ou seja, as anticorrelações globais refletem as duas crise. Embora as estimativas de $\widehat{DM}(t; v = 252)$ foram dominadas por processos persistentes. A partir 07/2014 até 2016 o $\hat{\alpha}$ exibiu autocorrelações positivas, $\hat{\alpha}(t; v = 252) > 0.5$. No caso da dimensão fractal foi localmente antipersistente ($\widehat{DM}(t; v = 252) > 1.5$). Como a tendência na série foi negativa no último período analisado, então o seguinte período provavelmente também o será. Além disso, os autores em [46, 119] discutem que, para tendência gerais o comportamento persistente pode ser devido que o mercado fica em queda, e portanto, pode apresentar maiores processos de autocorrelação quanto comparado como a dos preços em alta. A presença desta persistência global é reflexo dos diferentes choques que estavam acontecendo, ou seja, a tendência apresentou valores negativos durante esse período. Neste intervalo aconteceram diversos choques que afetaram preços do petróleo implicando que a cotação dele atingiu valores mais baixo do que acontecido na crise do 2008 devido ao excesso de produção de petróleo (Shale Revolution) nos EUA, quando foram removidas algumas proibições sobre exportação. Além disso, Rusia aumentou a produção de petróleo, a OPEP manteve constante sua produção [164], e ocorreram diversos conflitos como os confrontos entre a Arábia Saudita e Houthi no Iêmen, confrontos na fronteira turca em 2015, manifestação de protesto na Líbia, e a greve de trabalhadores nigerianos em 2016 [42].

| Método | Resultados | ¹ Resultados dinâmicos (t ; $v = 252$) | | | | | |
|--------------------|------------|---|--------|--------|--------|--|--|
| | Estáticos | Média | Máx. | Mín. | SD | | |
| $\widehat{D_{HW}}$ | 1.4996 | 1.5082 | 1.6763 | 1.3562 | 0.0424 | | |
| $\widehat{D_{RG}}$ | 1.5148 | 1.5105 | 1.5985 | 1.4311 | 0.0325 | | |
| \widehat{DM} | 1.5072 | 1.5094 | 1.6106 | 1.4044 | 0.0334 | | |
| â | 0.5091 | 0.5099 | 0.5941 | 0.3483 | 0.0459 | | |
| IE | 0.0116 | 0.0529 | 0.1523 | 0.0041 | 0.0249 | | |

Tabela B.5 Estatística descritiva da dimensão fractal via *HW* e *RG*, $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ e *IE*(t; v = 252) para a série WTI. ¹Com 2253 observações.

Um resumo da estatística da dimensão fractal e $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ para as ST's pode ser acompanhada na Tabela B.5. As estimativas de $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ em 67.6% das vezes foi persistente, e portanto, memória de longo prazo, sendo apenas 32.4% de memória antipersistente. $\widehat{D}_{HW}(t; v = 252)$ e $\widehat{D}_{RG}(t; v = 252)$ apresentaram persistência em, respectivamente, 58.90% e 61.39% das vezes, implicando que os processos antipersistentes corresponderam a 41.90% e 38.61%. $\widehat{DM}(t; v = 252) < 1.5$ ocorreu em 60.59% das vezes, portanto, (> 1.5) ocorreu em 39.41%. Os valores médios dos expoentes ficam próximos do nível de processos sem memória, isto implica que em média o mercado de petróleo WTI seja um mercado eficiente na forma fraca [53, 54, 111, 112, 168, 169], o que permitiria aos investidores puder obter ganhos normais neste mercado.

A dinâmica do índice de eficiência está descrita por intervalos que apresentam maior eficiente que outros. Assim, para cada intervalo analisado lhe foi associado, de forma aproximada, uma explicação razoável dos possíveis impactos (ou choques, eventos críticos) acontecidos durante cada época. Com intuito de aprimorar estes resultados empíricos, usaremos uma outra metodologia que consiste em procurar as possíveis quebras estruturais que pode conter um determinado conjunto de dados, por exemplo, a série IE(t; v = 252). Para isto faremos uso do teste de raiz unitária Zivot e Andrews (T-ZA) [139] que foi desenhado para detectar endogenamente (capturada diretamente dos dados) o possível momento da quebra estrutural ocorrida durante algum período da ST analisada. A maior vantagem do teste é que não é necessário ser informado data ou ponto do cambio estrutural de forma a priori. Além disso, se o T-ZA aceita a raiz unitária ele está a favor de um processo não-estacionário. Pode-se inferir que os efeitos dos diversos choques não são permanentes no tempo. Caso o T-ZA esteja a favor de um processo estacionário, considera-se que os efeitos dos choques são permanentes [199]. O T-ZA³ tem sido implementado com sucesso em diversos trabalhos que atestam a sua robustez [52, 118, 140, 199, 205]. O

³Para realizar o T-ZA, utilizou-se o pacote "urca", executável em R [204].
| Intervalos-> | ¹ Full | ² Pré-crise (<i>PreC</i>) | ³ crise | ⁴ crise | ^{,*} Pós-crise |
|---------------|-------------------|--|--------------------|--------------------|-------------------------|
| Estatística | samples (Fs) | | Subprime (CSP) | Europa (CE) | (PosC) |
| Média | 0.0529 | 0.0564 | 0.0620 | 0.0482 | 0.0484 |
| Máx. | 0.1523 | 0.1139 | 0.1523 | 0.1111 | 0.1099 |
| Mín. | 0.0041 | 0.0089 | 0.0041 | 0.0098 | 0.0042 |
| SD | 0.0249 | 0.0199 | 0.0315 | 0.0175 | 0.0234 |
| Estatísticos | -12.366 | -8.765 | -7.700 | -11.818 | -8.960 |
| val. críticos | Potencial | Potencial | Potencial | Potencial | Potencial |
| 0.01 = -5.57 | ponto | ponto | ponto | ponto | ponto |
| 0.05 = -5.08 | quebra | quebra | quebra | quebra | quebra |
| 0.1 = -4.82 | 30/10/2008 | 16/10/2006 | 03/09/2008 | 20/10/2010 | 10/12/2012 |

T-ZA cobrirá primeiramente o período de amostragem. Em seguida, o intervalo foi dividido em subintervalos (ver subseção 5.1.2).

Tabela B.6 Estatística descritiva e os T's-ZA para IE(t; v = 252) para o intervalo e subintervalos correspondente à série WTI. ^{1,2,3,4,5}Foram contabilizadas 2253, 270, 594, 602 e 787 observações nos períodos indicados. *Aqui situa-se além da faixa de tranquilidade dos preços, também contém a parte da crise derivada da "Shale Revolution" nos EUA, a qual gerou um tipo efeito borbulha [188, 189]

Na Tabela B.6 apresentamos um resumo da estatística da ST de IE(t; v = 252) como também para os diferentes subintervalos em que ela foi dividida. Além disso, incluímos os resultados do T's-ZA⁴ indicando as datas associadas às potenciais quebras. Os valores médio de PreC e CSP foram maiores quanto comparado com o intervalo Fs porém, CE e PosC foram menores em relação a ele. Desta forma, o mercado WTI apresentou maior grau de ineficiência antes e durante a CEG com relação aos anos posteriores. Esta informação pode ser validada através do SD onde observamos que para PreC, CE e PosC eles são menores quanto comparado com Fs, mas o valor de SD para CSP foi maior com relação ao observado para Fs. Uma vez mais, o maior impacto à ineficiência do mercado situa-se em CEG. Por outro lado, os T's-ZA revelam, em todos estes eventos a rejeição dos processos de raiz unitária. Portanto, eles estão a favor de processos estacionários. Como dito anteriormente, pode-se inferir que os efeitos dos choques não são permanentes. Consequentemente, os resultados da estatística para os diferentes intervalos fornecem informações limitadas, permitindo apenas capturar resultados gerais sem expôr de forma direta em qual momento apresentou-se um evento relevante, com exceção dos mínimos e máximos, onde uma simples inspeção pode revelar suas posições. Pelo contrário, os resultados dos T's-ZA determinam a localização no tempo de potenciais quebras estruturais associadas aos efeitos dos choques. Por isso, serão apresentados unicamente os resultados deste teste.

É interessante notar que as quebras acontecidas nos intervalos *Fs* e *CSP* ocorreram em 30/10/2008 e 03/09/2008, coincidindo com o período em que CEG agudizava-se, e onde foi registrada a queda nos preços que ultrapassou 70% [186, 187]. Vemos também que o *IE*(*t*; v = 252) diminuiu o grau de ineficiente, tornando o mercado WTI mais eficiente (ver na Fig. 5.5 do Capítulo 5). Para o subperíodo *PreC*^(*IE*), a potencial quebra deu-se em 16/10/2006, ou seja,

⁴Os T's-ZA serão feito com quebra única na tendência e no intercepto como os realizados em [118] quanto o período como também para os subperíodos.

o IE(t; v = 252) reagiu aos ocorrências que aconteceram nesse ano, destacando-se a destruição das instalações de produção de petróleo na Nigéria [164]. No subperíodo *CE* a quebra ocorreu em 20/10/2010, data em que os preços do petróleo começam um forte aumento produto que a OPEP cortou a produção. Nesse mesmo subperíodo aconteceu a greve portuário na França [164, 165, 193]. Olhando o IE(t; v = 252) este apresentou uma zona cheia de flutuações indicando que o mercado apresenta menor previsibilidade. Por último, no subperíodo *PosC* a quebra ocorreu 10/12/2012, alguns meses após de ter finalizado a crise europeia. Mesmo que neste lapso temporal foi considerado como sendo um período de recuperação, houve diferentes choque que levaram aos preços terem flutuações tais como os problemas de refinarias, os países emergentes diminuíram a demanda devido a inflação que tiveram [52, 164, 165, 206, 207]. Em proximidades dessa quebra vemos que o índice de eficiência por um breve tempo tende ao um nível alto de eficiência, ou seja, fica flutuando aproximadamente em $\langle IE(t; v = 252) \rangle = 0.04$.



Figura B.5 Dependência temporal, de acima para baixo, índice de eficiência, análise local da entropia aproximada e permutação para o IE(t; v = 252). As setas indicam as datas das potenciais quebras via T's-ZA correspondente à $E_A(t; v = 252)$ e $E_P(t; v = 252)$. *As quebras aconteceram na mesma data para os intervalos *Fs* e *CSP* (ver Tab. B.7).

Por outro lado, faremos uma análise local da entropia para a ST de IE(t; v = 252), de tal forma que pode-se monitorar as variações de sua entropia com respeito ao tempo para uma escala v. As abordagens apresentam algumas características em comuns, brevemente descritas a seguir. No caso da $E_A(t; v = 252)$ (ver painel intermediário Fig. B.5) de modo geral, a série também apresenta grande nível de irregularidades. No entanto, a entropia mostra uma alta diminuição no começo do subperíodo *CSP* e, acentua-se em inícios do primeiro trimestre de 2008, logo tem um aumento passando por flutuações e, uma pequena queda que coincide com no final da CEG. Ou seja, a entropia apresenta o sinal tipo "alerta" muito antes (aproximadamente 3 trimestres) do começo da CEG ⁵. Curiosamente tem um aumento no final 2009 justamente quando os preços do WTI ficam em alta. Em meados de 2009 acontece uma fraca diminuição da entropia, isto é, antes do começo da crise europeia tomando o menor valor em 07/2010, em seguida, os valores de $E_A(t; v = 252)$ flutuam entorno de um (1) aproximadamente até 10/2012. Finalmente, vemos no mês de abril de 2013 suave redução que persiste até meados de 2014 caindo para valores abaixo de 0.8. Note-se, mesmo que a queda de $E_A(t; v = 252)$ seja tênue, um padrão similar é exibido semelhante aos anteriormente discutidos, ou seja, expõe

⁵Em [150] os resultados da entropia aproximada ($E_A(t; v = 50)$ com v em dias) para a série de S&P 500 do Index European, eles observaram que a entropia exibe queda pouco antes de ocorrer o choque da CEG.

uma situação anormal (ex: Shale Revolution nos EUA) no mercado de WTI nessas datas⁶.

Para a $E_P(t; v = 252)$ (ver painel inferior Fig. B.5) vemos que ela também apresenta uma dinâmica quase semelhante em certos intervalos quando comparado com $E_A(t; v = 252)$. O primeiro intervalo acontece em 09/2007, uma queda justamente antes do começo da CEG mas a entropia logo incrementar seu valor até 06/2008. Em seguida, permanece aproximadamente constante até 12/2008. O segundo intervalo tem-se entre 06/2012 e 01/2013, vemos como a entropia pode refletir os diversos choques (Guerra em Síria, distúrbios no Egito, etc.) nessas datas. Finalmente, desde 10/2013 a $E_P(t; v = 252)$ exibe uma fraca diminuição que vai até 09/2014, e em seguida, observa-se um aumento. Portanto, esta metodologia igualmente expõe sinais previos de ocorrer os eventos como o caso anterior da entropia aproximada⁷. Contudo, de maneira geral, $E_P(t; v = 252)$ assume, em média, durante todo o período de análise valores aproximados a um, sugerindo que o IE(t; v = 252) pode ser considerado um processo aleatório não gaussiano.

Na Tabela B.7 são apresentados os resultados dos T's-ZA com as suas correspondentes datas associadas às potenciais quebras para as séries de $E_P(t; v = 252)$ e $E_A(t; v = 252)$. Salientamos que, nos casos de *PreC* e *PosC* foram reduzidos os número de observações para realizar os testes. De tal forma temos que, para *PreC* e *PosC* as observações caíram de 270 para 144 e 787 para 662, respectivamente. As análises das dinâmica do índice de eficiência, como discutido anteriormente, através de $E_P(t; v = 252)$ e $E_A(t; v = 252)$ indicam que elas medem informações das variações da complexidade, indicando assim, essas mudanças do sistema no tempo.

| | $E_P(t; \mathbf{v} = 252)$ | | | | | | | | |
|---------------------------|----------------------------|----------------------|------------|-----------------|-------------------|--|--|--|--|
| Intervalos | ^{1}Fs | ² PreC | ^{3}CSP | ⁴ CE | ⁵ PosC | | | | |
| ⁶ Estatísticos | -6.599 | -4.626 | -6.257 | -11.818 | -4.296 | | | | |
| Pot. quebra | 28/01/2008 | 30/01/2007 | 28/01/2008 | 15/07/2010 | 31/12/2012 | | | | |
| | | $E_A(t; \mathbf{v})$ | = 252) | | | | | | |
| ⁷ Estatísticos | -3.261 | -3.7515 | -3.1126 | -4.548 | -3.7984 | | | | |
| Pot. quebra | 22/12/2008 | 24/04/2007 | 05/10/2007 | 23/08/2010 | 03/01/2013 | | | | |

Tabela B.7 T's-ZA analisando $E_P(t; v = 252)$ e $E_A(t; v = 252)$ (ver Fig. B.5). ^{1,2,3,4,5}Foram contabilizadas 2002, 144, 594, 602 e 662 observações nos 5 períodos indicados. ^{6,7}Os valores de 0.01 = -5.57; 0.05 = -5.08 e 0.1 = -4.82 correspondem aos valores críticos do T's-ZA.

Contudo, ao fazermos uso do T-ZA sobre elas, as potenciais quebras podem acontecer em datas muito distantes dentro do mesmo intervalo temporal. A resposta desta abordagem, a depender

⁶Em [203] os autores avaliam a eficiência do WTI através do Indice de Eficiência Informacional baseado em $E_A(t, v)$ (janela variável) e a entropia do ruido branco gaussiano e observam que o mercado sofre queda de entropia precisamente nas datas em que os choques aconteceram. Os resultados da estimação anual da entropia aproximada na referência [201] para WTI mostram como os choques (eventos críticos) próximas às datas da CEG e 2014 também exibem diminuição. Mais recentemente em 05/2021, os pesquisadores em [200] obtêm valores de entropia (E_A) que têm maior magnitude antes do choque da Covid-19 (Before Covid-19) quando comparados com os obtidos durante o período choque (During Covid-19).

⁷Os resultados de [202] da entropia de permutação ($E_P(t; v = 500)$) para série DJIA Index possibilitam mostrar um tipo de previsão de eventos críticos. Nesta referência [52] em 2021, os resultados obtidos de $E_P(t; v = 1000)$, usando a série Exchange Volatility Index's (VIX) também exibem declínio de entropia em reposta aos choques, por exemplo, entre 2007/2010 que envolve a CEG. Em ambos os casos v é medido em dias.

do índice de entropia, pode ser mais ou não sensível para capturar certos choques e/ou eventos críticos presentes na série. Assim, de forma geral, vemos que as quebras potenciais para as duas metodologias, no caso dos intervalos Fs, PreC e CSP ocorrem em datas distante (< 7 meses), embora para CE esteja próxima (< 2 meses) e para PosC (< 1 semana). Portanto, faremos uma discussão sucinta destes resultados.

As potenciais quebras para ${}^{8}PreC^{(E_{P})}$ e para $PreC^{(E_{A})}$ e $CSP^{(E_{A})}$ ocorreram entre 01-10/2007, ou seja, os T's-ZA expõem quando os preços do WTI a tendência é em alta após de haver tido uma forte queda. Para as quebras de $Fs^{(E_{P})}$ e $CSP^{(E_{P})}$, interessante notar que elas ocorreram mesma data 28/01/2008. Para aquela época a demanda de petróleo devido ao BEPE já começava a superar a oferta, e gerou-se uma bolha de preços⁹ [183, 208]. Estas quebras refletem um tempo na qual a industria petroleira teve altos lucros. Para $Fs^{(E_{A})}$ a quebra foi em 22/12 do mesmo ano, bem no final da CEG. Nos casos de $CE^{(E_{P})}$ e $CE^{(E_{A})}$ as quebras aconteceram no segundo e terceiro trimestre do ano 2010 pouco depois do começo da crise europeia, um período de baixa recuperação indicando flutuações nos preços. Por último, em $PosC^{(E_{P})}$ e $PosC^{(E_{P})}$ vemos que as quebras aconteceram alguns meses depois de ter concluído a crise europeia e dentro da mesma semana 31/12/2012 e 03/01/2013, respectivamente. Esta zona também é considera baixo período de recuperação [52, 164, 209].

(b) S. ERIX

Na Figura B.6, painel intermediário e inferior, apresentam-se a evolução das estimativas dos expoentes. No intervalo de 09/2006 até 06/2008 os processos de autocorrelação foram dominados por forte persistência tanto global quanto local bem no início. Em seguida, elas evoluem com flutuações persistente de longo prazo como memória de curta prazo relativamente amplas entre cada uma delas. No entanto, a memória local (DM) foi persistente na maioria dos casos em que $\hat{\alpha}(t; v = 252) > 0.5$ e vice-versa. Possivelmente devido a que nesse período o ERIX experimentou aumentos no preco (corresponde ao BEPE, etc.). Em seguida, de 06/2008 até início de 2010 observa-se que $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ flutua entre processos fracamente persistentes e antipersistentes. No caso de DM(t; v = 252), na maior parte do intervalo apresenta fracas autocorrelações positivas. Ou seja, estes resultados sugerem que o ERIX exibe de processos de menor previsibilidade, como pode ser evidenciado na Figura B.7 onde a entropia tomou valores próximos de 1. Contudo, durante este período vemos que os preços do ERIX a tendência deles foi de queda. No entanto, houve grandes investimentos (pacotes de estímulo) no setor energético por parte da União Europeia [45], o que impediram um forte declínio. De 2010 ao primeiro trimestre de 2011 observa-se que $\hat{\alpha}(t; v = 252) > 0.6$ indicando fortes processos de persistência mas a tendência da queda dos preços continua [46, 119]. No caso de DM ela tomou valores

⁸Devido a que os T's-ZA serão feitos para os distintos intervalos correspondentes às ST do índice eficiência e para a entropia de permutação e aproximação. A seguinte notação identificará o intervalo (*I*) associado à ST analisada $I^{(ST)}$, por exemplo, $PreC^{(E_P)}$. No entanto, esta notação somente será usada para distinguir entre os resultado obtidos da ST entropia de permutação da entropia aproximada.

⁹Em [208] pelo método Dickey-Fuller Aumentado Supremum Generalizado GSADF os pesquisadores identificaram uma bolha de preços do petróleo Brent (Brent crude oil price) localizada entre 01-08/2008. E, em [183] usando o mesmo método anterior GSADF foi detectada a bolha de preços do petróleo WTI (WTI - spot oil price) localizada entre 03-08/2008.

antipersistentes sugerindo que nesses lapsos de tempo as oportunidades de ganhos são imprevisíveis [53, 54, 111, 112, 168, 169]. Logo depois, a memória global torna-se antipersistente e em quanto a memória local, ela ficam próxima do nível de processo sem memória, sugerindo que globalmente os preços exibem reversão à média [48, 54, 194, 195] mas localmente apresentaram menor previsibilidade [54].



Figura B.6 Evolução temporal no painel superior da S. ERIX, no intermediário da $\widehat{D_{HW}}(t; v = 252)$, $\widehat{D_{RG}}(t; v = 252)$ e no inferior do $\widehat{\alpha}(t; v = 252)$ e $\widehat{DM}(t; v = 252)$.

Entretanto, pode-se notar que o efeito negativo após da CEG para o setor de ER, deve-se a que os estimulos do governos em relação às políticas de investimentos (financiamentos) e os incentivos à industria públicas e privativa (redução de impostos) foram quase nulos, o que levo a desacelera o desenvolvimento deste setor (conhecido como "vale da morte" [41]). Estudos como os de [192, 198] demonstram que os efeitos da queda dos preços do petróleo WTI estão correlacionados com os preços de ERIX, ou seja, as variações do petróleo afetam também as mudanças em ERIX. Além disso, outros fatores externos levaram a que os investidores não tivessem a confiança para fazer investimento, portanto, os preços de ERIX foi de queda. A partir de 03/2013 até o final do intervalo de análises, observa-se uma longa persistência global e relativamente forte. De maneira semelhante, a memória local é significativamente persistente, ou seja, tendência de curto prazo mais ou menos forte também. Como dito acima, as fortes oportunidades rentáveis são de curta duração. Neste período o preço do petróleo, mesmo que afetado por diversos choque, ficou estável até meados de 2014 [164]. Então vemos que os preços de ERIX tiveram aumentos gradativos passando por um período onde ficou meio que constante mas logo depois, continua com a tendência de aumento.

| Método | Resultados | ¹ Resultados dinâmicos (t ; $v = 252$) | | | | | |
|--------------------|------------|---|--------|--------|--------|--|--|
| | Estáticos | Média | Máx. | Mín. | SD | | |
| $\widehat{D_{HW}}$ | 1.4707 | 1.4809 | 1.6413 | 1.3533 | 0.0524 | | |
| $\widehat{D_{RG}}$ | 1.4832 | 1.4820 | 1.5939 | 1.3991 | 0.0356 | | |
| \widehat{DM} | 1.4770 | 1.4814 | 1.5907 | 1.3795 | 0.0413 | | |
| â | 0.5519 | 0.5420 | 0.6653 | 0.4154 | 0.0647 | | |
| IE | 0.0568 | 0.0786 | 0.1766 | 0.0028 | 0.0427 | | |

Tabela B.8 Estatística descritiva da dimensão fractal via estimadores *HW* e *RG*, $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ e *IE*(*t*; *v* = 252) para a série ERIX. ¹Com 2253 observações.

Um resumo da estatística das ST dos expoentes usados no computo do índice de eficiência é apresentado na Tabela B.8. No caso de $\hat{\alpha}(t; v = 252)$, ele foi 68.31% das vezes persistente,

portanto, nos 31.68% dos outros casos é memória de curto prazo. Para a dimensão fractal via HW e RG vemos que, respectivamente, 62.63% e 63.07% apresentam persistência local. Então, implica que os processos antipersistentes tomaram os valores 37.37% e 36.93%. No caso $\widehat{DM}(t; v = 252) < 1.5$ foi 63.78% das vezes, e no caso da antipersistentes ela foi 36.22%. Os valores médios dos expoentes mostram fracos processos de persistência tanto global quanto local o que indica que em média o mercado de ERIX seja um mercado ineficiente.

Na Tabela B.9 vemos os resultados dos T's-ZA para o IE(t; v = 252) os quais apresentam processos estacionários (rejeição do teste uni-raiz) com exceção para o *CE*. Ou seja, os efeitos dos choques e/ou eventos críticos não são permanentes. Devido que o intervalo *CE* aceita a não-estacionalidade pode-se considerar que esses efeitos são de natureza permanentes [199], ou seja, este resultado reflete a turbulência que estava acontecendo na Europa. É interessante notar que a quebra acontecida para *Fs* coincidiu poucos meses após de haver passado a crise europeia, isto é 23/07/2012 onde foi registrado uma queda no preços que ultrapassou 78% em relação ao 2007 (em 25/07/2012 [38]). De acordo a [210], o mercado ERIX foi afetado pelo impacto do choque da demanda de petróleo e, observando o IE(t; v = 252), nesse mês foi bem ineficiente (ver na Fig. 5.6 do Capítulo 5). Para o *PreC* a potencial quebra deu-se em 22/11/2006, ou seja, o IE(t; v = 252) reagiu ao bom momento pelo qual passava o ERIX, que tinha incrementado o número de Companhias para 288, e todas obtiveram lucros. Destaque-se que neste subperíodo, para o *CSP* a quebra localiza-se em 09/11/2007, cerda de um ano após a quebra anterior, quando o ERIX continuava sendo uns dos mercados que os investidores mais procuravam. Também o índice de eficência tomou valores próximos de zero IE(t; v = 252) < 0.06.

| $IE(t; \mathbf{v} = 252)$ | | | | | | | |
|--|------------|------------|------------|------------|------------|--|--|
| Intervalos ${}^{1}Fs$ ${}^{2}PreC$ ${}^{3}CSP$ ${}^{4}CE$ ${}^{5}PosC$ | | | | | | | |
| ⁶ Estatísticos | -7.3402 | -8.1779 | -8.9786 | -4.1744 | -5.5232 | | |
| Pot. quebra | 23/07/2012 | 22/11/2006 | 09/11/2007 | 28/07/2010 | 01/10/2012 | | |

Tabela B.9 T's-ZA para o IE(t; v = 252) correspondente à série ERIX. ^{1,2,3,4,5}Foram contabilizadas 2253, 270, 594, 602 e 787 observações nos 5 períodos indicados. ⁶Os valores de 0.01 = -5.57; 0.05 = -5.08 e 0.1 = -4.82 correspondem aos valores críticos do T's-ZA.

Em *CE* a quebra foi encontrada em 28/07/2010, nesta data o preço do petróleo começou em forte aumento causado pelo corte de produção da OPEP e, além disso, nesse mesmo subperíodo aconteceu a greve portuária na França [164, 165, 193]. O país da Espanha implementou cortes cortes no setor energético que começam em 06/2010 e o presidente B. Obama prioriza o setor da Saúde produzindo repercuções negativas no setor energético. No caso do IE(t; v = 252) vemos que passava por um lapso de alta ineficiencia que teve uma diminuição. Por último, no *PosC* a quebra ocorreu na data 01/10/2012 acontece dentro do segundo semestre como ocorrido na quebra para amostra toda (23/07/2012), ou seja, poucos meses após do ERIX ter uma queda forte, sendo que o começo de sua recuperação estendeu-se até 2013 [38]. Como dito anteriormente, este lapso temporal foi considerado um período de recuperação mas houve diferentes choque que levaram aos preços ter flutuações tais como os problemas de refinarias, os países emergentes diminuíram a demanda devido a inflação que tiveram,as incertezas nas políticas

econômicas [184, 185] entre outro choque e/ou eventos críticos [52, 164, 165, 206, 207]. No entanto, o IE(t; v = 252) apresentou menor grau de ineficiencia.

Nos painéis intermediário e inferior da Figura B.7 apresentamos a análise local da rugosidade da série IE(t; v = 252) através de $E_A(t; v = 252)$ e $E_P(t; v = 252)$. De modo geral, a série da $E_A(t; v = 252)$ também apresenta grande nível de irregularidade/complexidade em quase todo o intervalo de estudo com exceção de 10/2010-2011 e 2012-2013, onde atingiu um baixo valor de ~ 0.3 . Neste caso, os valores da entropia cariam pouco antes de começar a CE e estendemse por quase todo o intervalo CE, ou seja, estes resultados possibilitam capturar um sinal de "alerta" dos choque, semelhante aos resultados obtidos em WTI. No entanto, existe uma região que antecipam aumentos que flutuam entre 0.70 < EA(t; v = 252) < 0.82 no lapso temporal entre 2011-2012. Finalmente, também observa-se uma redução da entropia que começa no início de 2014 e acentua-se em junho do mesmo ano. Novamente, ela captura os efeitos negativos da queda dos preços do WTI (Shale Revolution nos EUA) nessa data. Para a $E_P(t; v = 252)$, os locais em que ela começa apresentar diminuição da entropia assemelham-se com aqueles que são apresentadas por $E_A(t; v = 252)$. Ou seja, a dinâmica exibida pela $E_P(t; v = 252)$ também captura o sinal de "alerta" de eventos anormais, portanto, possibilita certificar os resultados obtidos para entropia de aproximação. Além disso, para a $E_P(t; v = 252)$ durante todo o período de análise os valores foram próximos a um, sugerindo que o IE(t; v = 252) pode ser considerado um processo aleatório não gaussiano.



Figura B.7 Dependência temporal, de acima para baixo, a série TECH, índice eficiência e a análise local usando entropia aproximada e de permutação associada ao IE(t; v = 252).

Contudo, as duas metodologias mostram semelhanças próximas no período da amostragem pondo em evidência as diversas variações que aconteceram nessas datas. Conforme observase na Tabela B.10 as potenciais quebras para $Fs^{(E_P)}$ e $Fs^{(E_A)}$ ocorreram, respectivamente, 28/08/2009 e 03/10/2012. No primeiro caso, a quebra ocorre 6 meses de ter passado a crise europeia quando o ERIX começava a se recuperar. A segunda quebra acontece quando a crise financeira global se aprofundava. Para $PreC^{(E_A)}$ e $PreC^{(E_P)}$ as quebras aconteceram no primeiro semestre de 2007, curiosamente bem próxima uma da outra com apenas uma diferença de 1 mês (16/01 e 12/02). Isto é, estas duas datas refletem-se num tempo em que a industria petroleira teve altos lucros, os investimentos também foram altos, como dito acima, houve aumento no número de empresas e todas elas obtiveram lucros, portanto, o ERIX apresentou um forte crescimento [38]. Em $CSP^{(E_A)}$ e $CSP^{(E_P)}$ as quebras, como acontecido no intervalo anterior, também aconteceram com uma diferença aproximada de um mês, ou seja, 21/07/2009 e 29/05/2009, respectivamente. Estes resultados coincidem justamente no início da que crise financeira global.

| $E_P(t; v = 252)$ | | | | | | | | | |
|---------------------------|----------------------------|------------|------------|-----------------|-------------------|--|--|--|--|
| Intervalos | ^{1}Fs | $^{2}PreC$ | ^{3}CSP | ⁴ CE | ⁵ PosC | | | | |
| ⁶ Estatísticos | -10.6496 | -3.7628 | -2.9905 | -7.9335 | -8.9588 | | | | |
| Pot. quebra | 03/10/2012 | 16/01/2007 | 29/05/2009 | 08/01/2010 | 19/09/2012 | | | | |
| | $E_A(t; \mathbf{v} = 252)$ | | | | | | | | |
| ⁷ Estatísticos | -4.2821 | -5.0612 | -4.2061 | -2.8615 | -7.0671 | | | | |
| Pot. quebra | 28/08/2009 | 12/02/2007 | 21/07/2009 | 27/12/2011 | 08/11/2012 | | | | |

Tabela B.10 T's-ZA analisando $E_P(t; v = 252)$ e $E_A(t; v = 252)$ (ver Fig. B.7). ^{1,2,3,4,5}Foram contabilizadas 2002, 144, 594, 602 e 662 observações nos 5 períodos indicados. ^{6,7}Os valores de 0.01 = -5.57; 0.05 = -5.08 e 0.1 = -4.82 correspondem aos valores críticos do T's-ZA.

Nos intervalos $CE^{(E_p)}$ e $CE^{(E_A)}$ as potenciais quebras acontecem em 08/01/2010 e 27/12/2011, respectivamente essas datas as fortes quedas devem-se a redução de investimento e dos subsídios às ER em resposta à austeridade econômica [38]. No entanto, essas datas correspondem ao período de recuperação dos preços do petróleo. No último intervalo analisado *PosC* vemos que as quebras aconteceram no final de 2012, ou seja, no segundo semestre após de ter concluído a crise europeia. Esta zona também é considerada baixo período de recuperação depois de ter tido uma perda observada no 2011 aproximadamente 40% [38, 52, 164, 209].

(c) S. TECH

A evolução temporal dos expoentes é apresentam na Figura B.8. Durante a maior parte do intervalo a $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ foi forte e longamente persistente com excepção em dois pequenos subintervalos (08/2006 até 03/2007 e 06/2010-06/2011) que foram antipersistentes. Estes resultados apontam boas chances de obter ganho, porém de curta duração [53,54,111,112,168,169]. Nesses mesmos períodos em que ocorre esses fortes processos de autocorrelação a memória local também é fortemente persistente (DM(t; v = 252) < 1.5), o que também incrementa o risco de perdas. Durante a CEG $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ teve um período fortemente persistente. Após deste intervalo, os preços de TECH tiveram longos períodos de aumentos entre 2009 e meados de 2011 e entre 2013 até o fim do intervalo de estudo. No primeiro intervalo, houve investimento em ER [45, 192], o preço do petróleo esteve estável pelos diferentes fatores: a diminuição de produção por parte da OPEP, Guerra em Líbia, etc [52, 164]. Ele foi caracterizado por forte persistência tanto global e quanto local. Em seguida, a memória global apresenta processos antipersistente e memória a local é persistente, o que pode ser interpretado como uma reversão à média [48, 54, 194, 195]. No segundo intervalo, vemos definida forte memória de longo prazo quanto forte persistência local. Curiosamente em meados de 2014 teve o colapso dos preços do petróleo dados que manteve-se até 2016, ou seja, o TECH expõe independência frente as variações dos preços do petróleo [43, 44]. As empresas de fontes renováveis se tornaram de maior relevância e neste caso, as que conformam a TECH foram as que mostram este comportamento, de acordo com [44] elas exibem menos incertezas devido que estão relacionadas com investimentos tecnológicos e pouca ligação a politicas governamentais e os choque produto dos preços do petróleo [44, 45, 190].



Figura B.8 Evolução temporal no painel superior da S. TECH, no intermediário da $\widehat{D}_{HW}(t; v = 252)$, $\widehat{D}_{RG}(t; v = 252)$ e no inferior do $\widehat{\alpha}(t; v = 252)$ e $\widehat{DM}(t; v = 252)$.

Por outro lado, o TECH teve uma fraca queda em meados de 2011 e 2013 devido a que houve redução do investimento e possivelmente também influencias dos preços do petróleo como é exposto em [38, 190].

| Método | Resultados | ¹ Resultados dinâmicos (t ; $v = 252$) | | | | |
|--------------------|------------|---|--------|--------|--------|--|
| | Estáticos | Média | Máx. | Mín. | SD | |
| $\widehat{D_{HW}}$ | 1.4383 | 1.4385 | 1.5661 | 1.3506 | 0.0330 | |
| $\widehat{D_{RG}}$ | 1.4379 | 1.4450 | 1.5193 | 1.3639 | 0.0252 | |
| \widehat{DM} | 1.4381 | 1.4417 | 1.5317 | 1.3632 | 0.0250 | |
| â | 0.5808 | 0.5550 | 0.6657 | 0.3834 | 0.0628 | |
| IE | 0.1017 | 0.0978 | 0.1867 | 0.0039 | 0.0379 | |

Tabela B.11 Estatística descritiva da dimensão fractal via estimadores *HW* e *RG*, $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ e *IE*(*t*; *v* = 252) para a série TECH. ¹Com 2253 observações.

Um resumo da estatística das ST dos expoentes podem ser acompanhada na Tabela B.11. As estimativas de $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ em média foi 83.93% das vezes persistente, portanto possuem memória de longo prazo, e antipersistente 16.07% nos outros casos. No caso da dimensão fractal via HW e RG vemos que, respectivamente, 96.01% e 99.78% apresentam persistência local. Então, implica que a antipersistência tomarou os valores 3.40% e 0.22%, respectivamente. Para $\widehat{DM}(t; v = 252) < 1.5$ foi 99.20% das vezes, portanto, (> 1.5) foi 0.80%. Os valores médios dos expoentes mostram notáveis processos de persistência tanto global quanto local o que indica que em média o mercado de TECH seja um mercado significativamente ineficiente.

| IE(t; v = 252) | | | | | | | |
|---|------------|------------|------------|------------|------------|--|--|
| Intervalos ¹ Fs ² PreC ³ CSP ⁴ CE ⁵ Pose | | | | | | | |
| ⁶ Estatísticos | -7.9066 | -7.4163 | -5.9833 | -6.3328 | -5.5840 | | |
| Pot. quebra | 25/06/2010 | 09/03/2007 | 01/07/2008 | 02/06/2010 | 15/10/2012 | | |

Tabela B.12 T's-ZA para o IE(t; v = 252) correspondente à série TECH. ^{1,2,3,4,5}Foram contabilizadas 2253, 270, 594, 602 e 787 observações nos 5 períodos indicados. ⁶Os valores de 0.01 = -5.57; 0.05 = -5.08 e 0.1 = -4.82 correspondem aos valores críticos do T's-ZA.

Na Tabela B.12 vemos os resultados dos T's-ZA para o IE(t; v = 252) os quais apresentam processos estacionários (rejeição do teste uni-raiz). Nesses intervalos os efeitos dos choques

e/ou eventos críticos não são permanentes (ver na Fig. 5.7 do Capítulo 5). É interessante notar tanto no intervalo Fs como o CE as quebra acontece no lapso do mesmo mês de 06/2010. Por um lado, nesse ano em que maior foram previsto os investimentos com relação às ER, aumentou o investimento privado [45]. O preço do petróleo começou em forte aumento causado pelo corte de produção da OPEP e, além disso, nesse mesmo subperíodo aconteceu a greve portuária na França [164, 165, 193]. Mesmo aqui, quando ocorreu a crise europeia, observamos que não teve muito impacto nos precos do TECH. Por outro lado, no caso do subintervalo da *PreC* a potencial quebra deu-se em 09/03/2007, ou seja, o IE(t; v = 252) reagiu em bom momento pelo qual passava o TECH, também houve uma grande inversão em ER portanto, os retornos neste setor foram bons. Além disso, o crescimento do TECH coincide com os significativos aumento no petróleo [45, 118, 164]. Para o subintervalo CPS a quebra aconteceu em 01/07/2008 justamente no início da CEG [164]. Por último, o intervalo PosC, a quebra ocorreu na data 15/10/2012 pouco depois de ter concluído a crise europeia, o embargo de EU ao petróleo iraniano acontecido em meados de 2012, entre outro choque que levaram ao preços do petróleo se recuperarem. No entanto, de acordo com [190] esses aumentos do petróleo nessa data fazem com que gerem efeitos negativos nos preços de TECH.



Figura B.9 Dependência temporal, de acima para baixo, a série TECH, índice eficiência e a análise local usando entropia aproximada e de permutação associada ao IE(t; v = 252).

Nos painéis intermediário e inferior da Figura B.9 apresentamos a análise local da rugosidade da série IE(t; v = 252) através de $E_A(t; v = 252)$ e $E_P(t; v = 252)$. DE modo geral, a série da $E_A(t; v = 252)$ também apresenta grande grau de irregularidades onde tomou valores entre 0.58 < EA(t; v = 252) < 1.2. A primeira e segunda região que exibem as quedas de entropia, vemos a primeira caso que coincide com a CEG e a outra com o começo da crise europeia. Estes resultados também evidenciam o sinal de "alerta" pouco antes de acontecer esses dois choques. A partir de 06/2012 identifica-se uma longa redução de entropia estendendo-se até 05/2014, intervalo durante o qual os precos de TECH experimentam tendência de alta. Em seguida, após um aumento abruto em meados de 2014, em menos de três meses segue uma diminuição de entropia. Assim, possivelmente ela captura os efeitos negativos da Shale Revolution nos EUA. Por outro lado, nos locais em que existe diminuição da entropia, a $E_P(t; v = 252)$ assemelhase com aqueles que são apresentadas por $E_A(t; v = 252)$, para as duas primeiras regiões. Ou seja, a dinâmica exibida pela $E_P(t; v = 252)$ também captura fracamente o sinal de "alerta" de eventos anormais. No entanto, a partir de 06/2011 a trajetória desta é um pouco diferente, dado que exibe diminuição pondo em evidência o choque da crise europeia. Finalmente, durante todo o período de análise os valores de $E_P(t; v = 252)$ foram aproximados a um, sugerindo que

| $E_P(t; \mathbf{v} = 252)$ | | | | | | | | |
|----------------------------|-------------------|------------|------------|------------|------------|--|--|--|
| Intervalos | ^{1}Fs | $^{2}PreC$ | ^{3}CSP | ^{4}CE | $^{5}PosC$ | | | |
| ⁶ Estatísticos | -7.1921 | -4.1586 | -10.7696 | -2.1780 | -8.6236 | | | |
| Pot. quebra | 03/06/2011 | 24/01/2007 | 04/03/2008 | 06/07/2011 | 10/05/2013 | | | |
| | $E_A(t; v = 252)$ | | | | | | | |
| ⁷ Estatísticos | -2.6812 | -3.9650 | -4.8617 | -3.5900 | -4.1697 | | | |
| Pot. quebra | 23/08/2010 | 04/04/2007 | 26/03/2008 | 16/09/2010 | 22/04/2014 | | | |

o IE(t; v = 252) pode ser considerado um processo aleatório não gaussiano.

Tabela B.13 T's-ZA analisando $E_P(t; v = 252)$ e $E_A(t; v = 252)$ (ver Fig. B.9). ^{1,2,3,4,5}Foram contabilizadas 2002, 144, 594, 602 e 662 observações nos 5 períodos indicados. ^{6,7}Os valores de 0.01 = -5.57; 0.05 = -5.08 e 0.1 = -4.82 correspondem aos valores críticos do T's-ZA.

Na Tabela B.13 as potenciais quebras para o $Fs^{(E_A)}$ e $Fs^{(E_A)}$ ocorreram em 23/08/2010 e 03/06/2011, respectivamente. No primeiro caso, a quebra acontece no ano em que implementamse pacotes de investimentos em ER, além disso, tinha aumentado o número de países que procuravam implementar políticas sobre ajudas ao setor. A seguinte quebra acontece no ano que houve o segundo maior investimento em ER depois do ano 2015. Curiosamente no intervalo da crise europeia as quebras aconteceram aproximadamente próximas a essas datas, isto é, para $CE^{(E_P)}$ e $CE^{(E_A)}$, respectivamente, 16/09/2010 e 06/07/2011 o que confirma os investimentos realizados [38, 45]. Para $PreC^{(E_P)}$ e $PreC^{(E_A)}$ as potenciais quebras aconteceram no primeiro semestre de 2007 entre janeiro e abril, datas que refletem os bons momentos da industria petroleira com altos retornos, altos investimentos no setor energético renovável, o que levou ao TECH apresentar um forte crescimento [38, 45]. Para o intervalo CSP as quebras aconteceram no mesmo mês de março de 2008, pouco antes do início da que CEG. Por último, para $PosC^{(E_P)}$ a quebra acontece 05/2013 quando os preços de TECH estavam em aumentos. Para $PosC^{(E_A)}$ a quebra acontece em 22/04/2014 um pouco antes do grande colapso dos preços do petróleo. No entanto, vemos que nesse intervalo teve pouca influência sobre os preços de TECH [45].

(d) S. S&P

A Figura B.10 apresentam-se a evolução temporal dos expoentes onde vemos que a memória global foi forte e longamente persistente com excepção em 07/2006 até 03/2007, desde o trimestre de 2008 até o junho de 2011 que foram antipersistentes. Entretanto, nas regiões com antipersistência global também há presença de memória local persistente (na maioria das estimativas) sugerindo que os preços do S&P experimentam processos de reversão e persistência à média [48, 54, 194, 195]. Além disso, essas regiões coincidem com choques como destruição das instalações de petróleo na Nigéria (2006), a CEG (2008) e declínio da CE (2011) [52, 164]. No intervalo 06/2008-07/2012 em que $\hat{\alpha} > 0.5$ observa-se na evolução dos preços de S&P que a tendência deles foi de queda, em acordo com os resultados de [46, 119], devido que este tipo de comportamento apresenta fortes processos de autocorrelação quando comparado com autocorrelações ligadas aos preços em alta. Possivelmente a queda dos preços de S&P estiveram ligados à competição do setor energético, aos preços do petróleo (se ele diminui seu valor as industria optam por petróleo ao invés de ER), entre outros fatores [44, 191, 192]. Nos outro locais entre os anos de 2013-2015 mostram também forte persistência.



Figura B.10 Evolução temporal no painel superior da S. S&P, no intermediário da $\widehat{D}_{HW}(t; v = 252)$, $\widehat{D}_{RG}(t; v = 252)$ e no inferior do $\widehat{\alpha}(t; v = 252)$ e $\widehat{DM}(t; v = 252)$.

A estatística das séries temporais dos expoentes pode ser acompanhada na Tabela B.14. As estimativas de $\hat{\alpha}(t; v = 252)$, ele foi 84.60% das vezes persistente, portanto, nos 15.40% dos outros casos é memória de curto prazo. Para as estimativas da dimensão fractal via HW e RG vemos que, respectivamente, 90.86% e 96.36% apresentam persistência local. Então, implica que os processos antipersistentes tomaram os valores 9.14% e 3.64%. No caso $\widehat{DM}(t; v = 252) < 1.5$ foi 95.56% das vezes, e no caso da antipersistentes ela foi 4.44%. Os valores médios dos expoentes mostram fracos processos de persistência tanto global quanto local o que indica que em média o mercado S&P seja significativamente um mercado ineficiente.

| Método | Resultados | ¹ Resultados dinâmicos (t ; $v = 252$) | | | | | |
|--------------------|------------|---|--------|--------|--------|--|--|
| | Estáticos | Média | Máx. | Mín. | SD | | |
| $\widehat{D_{HW}}$ | 1.4277 | 1.4426 | 1.5793 | 1.3349 | 0.0411 | | |
| $\widehat{D_{RG}}$ | 1.4545 | 1.4492 | 1.5547 | 1.3736 | 0.0286 | | |
| \widehat{DM} | 1.4412 | 1.4459 | 1.5505 | 1.3622 | 0.0312 | | |
| â | 0.5820 | 0.5669 | 0.6854 | 0.4157 | 0.0606 | | |
| IE | 0.1009 | 0.0998 | 0.2257 | 0.0044 | 0.0457 | | |

Tabela B.14 Estatística descritiva da dimensão fractal via estimadores *HW* e *RG*, $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ e IE(t; v = 252) para a série S&P. ¹Com 2253 observações.

Na Tabela B.15 vemos os resultados dos T's-ZA para o IE(t; v = 252) os quais apresentam processos estacionários (rejeição do teste uni-raiz). Nesses intervalos os efeitos dos choques e/ou eventos críticos não são permanentes. Para os intervalos *Fs* e *PosC* as potenciais quebras acontecem em 24/02/2012 e 28/08/2012, respectivamente. Os preços de S&P tiveram tendência de queda até 06/2012 e finalizam o ano com suave recuperação. Houve redução dos investimentos para ER e os preços do petróleo foram variáveis até o final de 2012. Por outro lado, em *PreC* a quebra deu-se em 30/03/2007, ou seja, o IE(t; v = 252) reagiu em bom momento pelo qual passava o S&P, houve grande inversão em ER pelo tanto os retornos neste setor foram bons [45, 118, 164]. Curiosamente, a quebra coincide onde os preços de S&P corresponde a registros originais. Dado que antes de 02/2007, os registros são sintéticos, ou seja, eles foram reconstruídos através da metodologia back-test [191]. Para o intervalo *CPS* a quebra aconteceu em 07/03/2008 pouco antes da CEG, ou seja, a quebra identificou os efeitos negativos da crise sobre S&P [164]. Antes de março teve um baixo investimento em ER, logo depois foram incrementadas até final do 2008. Por último, no caso de *CE* a quebra ocorreu em 18/08/2010,

quando o mercado teve alta correlação com os preços do petróleo [191]. Choques acontecidos nesta época foram a Primavera Árabe [42], União Europeia há pouco tempo realizou o regate de Grécia, entre outro eventos críticos (ver no painel intermediário da Figura 5.8).

| $IE(t; \mathbf{v} = 252)$ | | | | | | | | |
|--|------------|------------|------------|------------|------------|--|--|--|
| Intervalos ${}^{1}Fs$ ${}^{2}PreC$ ${}^{3}CSP$ ${}^{4}CE$ ${}^{5}Po$ | | | | | | | | |
| ⁶ Estatístico | -7.2686 | -6.4004 | -6.5325 | -6.0023 | -5.6294 | | | |
| Pot. quebra | 24/02/2012 | 30/03/2007 | 07/03/2008 | 18/08/2010 | 28/08/2012 | | | |

Tabela B.15 T's-ZA para o IE(t; v = 252) correspondente à série S&P. ^{1,2,3,4,5}Foram contabilizadas 2002, 144, 594, 602 e 662 observações nos 5 períodos indicados. ⁶Os valores de 0.01 = -5.57; 0.05 = -5.08 e 0.1 = -4.82 correspondem aos valores críticos do T's-ZA.

Nos painéis intermediário e inferior da Figura B.11 apresentamos a análise local da rugosidade da série IE(t; v = 252) através de $E_A(t; v = 252)$ e $E_P(t; v = 252)$. D modo geral, a série da $E_A(t; v = 252)$ também apresenta grandes nível de irregularidades em quase todo o intervalo de estudo. No entanto, inicialmente entre 2007/08 teve uma leve queda da entropia dentro do tempo do BEPE e antes da CEG. Por outro lado, vemos que nas regiões entre 06/2010-2011 e 10/2011-01/2013, atingem baixos níveis de entropia variando entre $0.3 < E_A(t; v =$ (252) < 0.8. É interessante notar que estes intervalos são bem semelhantes aos obtidos no mercado ERIX (lembrando, 10/2010-2011 e 2012-2013) na que identificou o sinal de "alerta". Ou seja, este índice de carácter global está possibilitando identificar também o momento antes de começar a crise europeia. Finalmente, observa-se uma redução da entropia em 06/2014 logo que os preços do petróleo experimentaram queda. Isso permite mais uma vez captura os efeitos negativos ocasionados pela a Shale Revolution nos EUA. Por outro lado, para a $E_P(t; v = 252)$ alguns locais em que ela começa apresentar diminuição assemelham-se com aqueles que são apresentadas por $E_A(t; v = 252)$. Ou seja, a dinâmica exibida pela $E_P(t; v = 252)$ também capturar esse tipo de sinal de "alerta" de eventos anormais, portanto, possibilita certificar os resultados obtidos para entropia de aproximação. Além disso, durante todo o período de análise os valores de $E_P(t; v = 252)$ foram aproximados a um, sugerindo que o IE(t; v = 252) também pode ser considerado um processo aleatório não gaussiano.



Figura B.11 Dependência temporal, de acima para baixo, a série S&P, índice eficiência e a análise local usando entropia aproximada e de permutação associada ao IE(t; v = 252).

Conforme observa-se na Tabela B.16 as potenciais quebras para $Fs^{(E_A)}$ e $Fs^{(E_P)}$ ocorreram, respectivamente, em 29/03/2010 e 01/10/2010, quando foram implementados pacotes de in-

vestimentos em ER, mas teve maior investimento no final do ano quanto comparado no início. Também aumentam o número de países que executaram mais políticas de ajuda ao setor de ER [45]. As quebras de $PreC^{(E_A)}$ e $PreC^{(E_P)}$ aconteceram meados de 2007 e estas datas refletem os bom momentos da industria petroleira com altos lucros, quando os investimentos também foram altos no setor energético renovável. Olhando nos preços de S&P, ele apresentou crescimento paulatino [38,45]. Estas potenciais quebras ocorreram em datas onde os preços de S&P corresponde a registros originais, isto é, os registros não são sintéticos [191]. As quebras $CSP^{(E_A)}$ e $CSP^{(E_P)}$ aconteceram em meados de 2009, depois da CEG onde observa-se que os preços de S&P e do petróleo tiveram uma forte recuperação.

| $E_P(t; v = 252)$ | | | | | | | | |
|--|----------------------------|------------|------------|------------|------------|--|--|--|
| Intervalos ${}^{1}Fs$ ${}^{2}PreC$ ${}^{3}CSP$ ${}^{4}CE$ ${}^{5}PosC$ | | | | | | | | |
| ⁶ Estatísticos | -4.0228 | -10.7041 | -5.9407 | -4.2856 | -17.6226 | | | |
| Pot. quebra | 23/03/2010 | 20/06/2007 | 02/07/2009 | 05/01/2011 | 18/07/2014 | | | |
| | $E_A(t; \mathbf{v} = 252)$ | | | | | | | |
| ⁷ Estatísticos | -2.3406 | -3.7368 | -2.1765 | -3.8247 | -2.9920 | | | |
| Pot. quebra | 27/09/2010 | 16/07/2007 | 29/04/2009 | 09/11/2010 | 15/02/2013 | | | |

Tabela B.16 T's-ZA analisando $E_P(t; v = 252)$ e $E_A(t; v = 252)$ (ver Fig. B.11). ^{1,2,3,4,5}Foram contabilizadas 2002, 144, 594, 602 e 662 observações nos 5 períodos indicados. ^{6,7}Os valores de 0.01 = -5.57; 0.05 = -5.08 e 0.1 = -4.82 correspondem aos valores críticos do T's-ZA.

No caso do intervalo da *CE* as quebras de $CE^{(E_A)}$ e $CE^{(E_P)}$ aconteceram aproximadamente no final de 2010 e começo de 2011, durante este período os investimentos realizados em ER caíram no primeiro trimestre de 2011 em relação ao quarto trimestre de 2010 [38, 45]. Para último intervalo analisado a quebra de $PosC^{(E_A)}$ foi em 15/02/2013 quando os preços de S&P estavam em aumentos. Mas, no caso de $PosC^{(E_P)}$ a potencial quebra ocorre em 06/2014 sendo um pouco antes do grande colapso dos preços do petróleo. Vemos que nesse intervalo houve pouca influência sobre os preços de S&P.

(e) S. WIND

Mostramos a evolução temporal dos expoentes na Figura B.12. A memória global foi forte e longamente persistente com excepção em 04-05/2008, caracterizando-se por ser antipersistente. O WIND exibe boas chances de obter ganho porém são de curta duração [53,54,111,112, 168,169], dado que as estimativas de $\widehat{DM}(t; v = 252)$ fortemente persistente. Porém, também incrementa o risco de perdas [46, 111]. O mercado durante a CEG teve um período fortemente persistente, logo apos diminui as autocorrelações atingindo valores próximos de 0.5 (descorrelacionado) até apresentar novamente forte persistência em meados de 2010, também no intervalo de 06/2012 a 06/2013. Entretanto, apresenta um intervalo antipersistente entre 04-05/2008. Contudo, os dois intervalos em que surgem a persistência global são momentos diferentes, um deles durante a CEG quando esta agudiza-se e, o outro no começo da crise europeia. Esta persistência pode indicar que esteja ligada a evolução da queda de preços de WIND. Possivelmente a queda dos preços de WIND estiveram ligados à competição do setor, aos preços do petróleo (se ele diminui seu valor as industria optam por petróleo ao invés de ER) [44, 191, 192]. Para o caso onde exibe memória antipersistência também há presença de memória local persistente, o que pode ser interpretado como uma reversão à média [48, 54, 194, 195].



Figura B.12 Evolução temporal no painel superior da S. WIND, no intermediário da $\widehat{D}_{HW}(t; v = 252)$, $\widehat{D}_{RG}(t; v = 252)$ e no inferior do $\widehat{\alpha}(t; v = 252)$ e $\widehat{DM}(t; v = 252)$.

A estatística das séries temporais dos expoentes pode ser acompanhada na Tabela B.17. As estimativas de $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ em média foi 98.09% das vezes persistente portanto possuem memória de longo prazo, e antipersistente 1.91% nos outros casos. Para as estimativas da dimensão fractal via HW e RG vemos que, respectivamente, 91.97% e 96.76% apresentam persistência local. Então, implica que os processos antipersistentes tomaram os valores 8.03% e 3.24%. No caso $\widehat{DM}(t; v = 252) < 1.5$ foi 95.83% das vezes, e no caso da antipersistentes ela foi 4.17%. Os valores médios dos expoentes mostram fracos processos de persistência tanto global quanto local o que indica que em média ao mercado WIND ter altas característica de um mercado ineficiente.

| Método | Resultados | ¹ Resultados dinâmicos (t ; $v = 252$) | | | | | |
|--------------------|------------|---|--------|--------|--------|--|--|
| | Estáticos | Média | Máx. | Mín. | SD | | |
| $\widehat{D_{HW}}$ | 1.4151 | 1.4384 | 1.6044 | 1.3038 | 0.0464 | | |
| $\widehat{D_{RG}}$ | 1.4203 | 1.4377 | 1.5391 | 1.3635 | 0.0304 | | |
| \widehat{DM} | 1.4177 | 1.4381 | 1.5620 | 1.3387 | 0.0353 | | |
| â | 0.6151 | 0.5870 | 0.6870 | 0.4595 | 0.0508 | | |
| IE | 0.1414 | 0.1138 | 0.2311 | 0.0235 | 0.0478 | | |

Tabela B.17 Estatística descritiva da dimensão fractal via estimadores *HW* e *RG*, $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ e *IE*(*t*; *v* = 252) para a série WIND. ¹Com 2253 observações.

Na Tabela B.18 vemos os resultados dos T's-ZA para o IE(t; v = 252) os quais apresentam processos estacionários (rejeição do teste uni-raiz). Nesses intervalos os efeitos dos choques e/ou eventos críticos não são permanentes com exceção *CE* onde o teste é aceito. Para os intervalos *Fs* e *PosC* as potenciais quebras acontecem em 26/09/2013 e 11/09/2013, respectivamente. A partir dessas datas por um pequeno período o IE(t; v = 252) apresenta ineficiência moderada uma vez os valores são < 0.10. Os preços de WIND experimentam tendência de alta até o final do ano. Nesse tempo houve redução do 8% em relação ao 2012 nos investimentos em ER [38]. Por outro lado, em *PreC* a quebra deu-se em 26/03/2007, ou seja, o IE(t; v = 252) reagiu ao bom momento pelo qual passava o WIND, houve grande inversão em ER pelo tanto os retornos neste setor foram bons [45, 118, 164].

B.1 ÍNDICE EFICIÊNCIA DINÂMICO

| IE(t; v = 252) | | | | | | | |
|--------------------------|------------|-------------------|------------|------------|-------------------|--|--|
| Intervalos | ^{1}Fs | ² PreC | ^{3}CSP | ^{4}CE | ⁵ PosC | | |
| ⁶ Estatístico | -5.6271 | -5.9878 | -5.6285 | -4.3196 | -4.8559 | | |
| Pot. quebra | 26/09/2013 | 26/03/2007 | 24/06/2008 | 27/04/2011 | 11/09/2013 | | |

Tabela B.18 T's-ZA para o IE(t; v = 252) correspondente à série WIND. ^{1,2,3,4,5}Foram contabilizadas 2002, 144, 594, 602 e 662 observações nos 5 períodos indicados. ⁶Os valores de 0.01 = -5.57; 0.05 = -5.08 e 0.1 = -4.82 correspondem aos valores críticos do T's-ZA.

Para o subintervalo CPS a quebra estrutural aconteceu em 24/06/2008 bem no início da CEG [164] quando os preços do petróleo começam a colapsar, isto é, a potencial quebra identifica o impacto da crise sobre WIND. Nesse ano houve baixo investimento em ER e a crise afetou os preços de WIND. Por último, em *CE* a quebra ocorreu em 27/04/2011, data em que os preços do WIND apresentavam queda devido a desaceleração econômica [191]. Além disso, o costo de produção de energia eólica continuavam sendo altos em relação ao 2017 [190]. Acompanhe na Figura 5.9 do Capítulo 5 as potenciais quebras indicadas pelas setas.

Nos painéis intermediário e inferior da Figura B.13 apresentamos a análise local da rugosidade da série IE(t; v = 252) através de $E_A(t; v = 252)$ e $E_P(t; v = 252)$. A série da $E_A(t; v = 252)$ também apresenta grandes nível de irregularidades em quase todo o intervalo de estudo. Inicialmente entre 02/2008-2011 teve forte queda da entropia dentro do tempo CEG e no começo da CE onde ela variando entre $E_A(t; v = 252) > 0.3$. Essas quedas identificam, no primeiro caso, em 12/2009, o final da CEG e para o segundo, antes de começar a CE e toma o menor valor aproximadamente em 07/2010. Destes forma, pode-se ver nos resultados que eles estão possibilitando capturar os sinais desses dois choques.



Figura B.13 Dependência temporal, no painel superior, a série WIND no intermediário o índice eficiência e no painel inferior, da análise local usando entropia aproximada e de permutação para o IE(t; v = 252).

Observa-se outra região com forte redução da entropia entre 06/2012 e 2014 identificando-se assim o final da CE antes dos preços do petróleo experimentarem queda. Isso permite mais uma vez capturar os efeitos negativos da mesma CE e dos ocasionados pela a Shale Revolution nos EUA. Por outro lado, a $E_P(t; v = 252)$ apresenta comportamentos de queda que assemelhamse com aqueles que são apresentadas por $E_A(t; v = 252)$. Ou seja, a dinâmica exibida pela $E_P(t; v = 252)$ também captura esse tipo de sinal de "alerta" de eventos anormais, ou seja, possibilita certificar os resultados obtidos por $E_A(t; v = 252)$. Além disso, $E_P(t; v = 252)$ em média, durante todo o período de análise, teve valores próximos a um, este resultado sugere que o IE(t; v = 252) pode ser considerado um processo aleatório não gaussiano.

| $E_P(t; \mathbf{v} = 252)$ | | | | | | | |
|----------------------------|------------|----------------------|------------|------------|-------------------|--|--|
| Intervalos | ^{1}Fs | $^{2}PreC$ | ^{3}CSP | ^{4}CE | ⁵ PosC | | |
| ⁶ Estatísticos | -4.0931 | -5.9745 | -7.1456 | -6.9046 | -3.5163 | | |
| Pot. quebra | 03/11/2010 | 18/06/2007 | 04/06/2009 | 18/11/2010 | 26/04/2013 | | |
| | | $E_A(t; \mathbf{v})$ | = 252) | | | | |
| ⁷ Estatísticos | -3.7164 | -2.8876 | -2.2245 | -5.9756 | -2.4320 | | |
| Pot. quebra | 27/09/2010 | 15/02/2007 | 11/03/2008 | 28/10/2010 | 23/04/2013 | | |

Tabela B.19 T's-ZA analisando $E_P(t; v = 252)$ e $E_A(t; v = 252)$ (ver a Fig. B.13). ^{1,2,3,4,5}Foram contabilizadas 2002, 144, 594, 602 e 662 observações nos 5 períodos indicados. ^{6,7}Os valores de 0.01 = -5.57; 0.05 = -5.08 e 0.1 = -4.82 correspondem aos valores críticos do T's-ZA.

Conforme observa-se na Tabela B.19 as potenciais quebras para $Fs^{(E_A)} e Fs^{(E_P)}$ ocorreram, respectivamente, em 09/11/2010 e 27/09/2010, e as quebras de $CE^{(E_A)} e CE^{(E_P)}$ em 18/11/2010 e 28/10/2010 acontecem justo no trimestre em que houve o menor investimentos em pesquisas sobre ER [38, 45]. Porém, aumentam o número de países que procuravam implementar políticas sobre ajudas ao setor de ER [45]. As quebras de $PreC^{(E_A)} e PreC^{(E_P)}$ aconteceram em 18/06/2007 e 15/02/2007, as datas refletem os bom momentos da industria petroleira com altos lucros, os investimentos também foram altos no setor energético renovável, e o WIND apresentou crescimento paulatino [38,45]. A potencial quebra de $CSP^{(E_A)}$ aconteceu em 11/03/2008 no trimestre que o investimento em ER foi bem menor em relação aos outros trimestres. Quanto aos preços de WIND e do petróleo, o primeiro estava num intervalo estável e no segundo a tendência continuava de alta. Além disso, o IE(t; v = 252) flutuou em um intervalo eficiente com valores menores do que 0.05. A potencial quebra de $CSP^{(E_P)}$ em 04/06/2009, ocorre depois da CEG e onde observa-se que os preços de WIND e do petróleo tiveram uma forte recuperação. No intervalo analisado *PosC* as quebra acontecem na mesma semana de 04/2013 para ambas as duas metodologias quando os preços de WIND estavam em aumentos.

(f) S. SOLAR

As variações dos expoentes ligadas a este mercado são apresentadas na Figura B.14. A memória global teve um intervalo forte e longamente persistente embora em outros diminuiu a intensidade dela. Também há regiões com fraca antipersistentes. No caso de $\widehat{DM}(t; v = 252)$ também têm fortes processos de autocorrelação. Isso faz com que o SOLAR fica na última colocação da lista por ser o mais ineficiente. Por outro lado, observa-se que antes da CEG teve um período fortemente persistente (12/2007 e no 01/2008). Esta persistência global pode estar ligada nos bons momentos dos preços de SOLAR antes do 2008. Curiosamente, a seguir apresenta acentuada diminuição na persistência que estende-se até o 07/2008, porém num lapso temporal bem pequeno expõe valores descorrelacionados. O mercado brevemente foi eficiente [53, 54] mesmo que os preços de SOLAR flutuem entre quedas e altas (surgem novas empresas no entanto, outras somem [38]), possivelmente, que os bons momentos deixaram de serem persistentes. Em seguida, as correlações de longo alcance surgem na medida que a CEG agudiza-se, ou seja, evidencia a persistência da queda dos preços.



Figura B.14 Evolução temporal da S. SOLAR no painel superior e no inferior, da $\widehat{D_{HW}}(t; v = 252)$, $\widehat{D_{RG}}(t; v = 252)) \in \widehat{\alpha}(t; v = 252)$).

No primeiro trimestre de 2010 há fortes processos de autocorrelação onde $\hat{\alpha}(t; v = 252) \sim$ 0.734. Nesse intervalo, os preços de SOLAR apresentam uma faixa de tranquilidade, coincidindo com diferente choque da época como o início da CE, Guerra da Líbia, a conhecida Primavera Árabe, etc. Além disso, houve aumento da demanda de petróleo [45, 52, 164] e investimento no setor de ER [38]. No entanto, novamente evolui por um breve tempo a um intervalo sem presença de memória de longo alcance em aproximadamente em setembro de 2010. Desde 2011 até o final da amostragem $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ apresenta aumentos da persistência global, alcancando o máximo valor no primeiro trimestre de 2013 $\hat{\alpha}(t; v = 252) \sim 0.747$, e logo diminui suavemente até meados de 2014. Observamos durante o final de 2012 que os precos de SOLAR tiveram tendência de queda. Possivelmente fatores como deterioramento da CE, aumento dos preços da prata [196] usada para geração energia solar fotovoltaica, redução em 2012 dos investimento em ER [38], etc. Neste intervalo identifica-se persistência global, o que está em acordo com [46, 119] onde queda nos preços tendem a serem mais persistentes. Porém, os preços de SOLAR voltam com tendência de alta tendo o maior aumento em 06/2015. Talvez, este efeito pode ser atribuído à diminuição no valor da prata [196] como dos custe da produção de energia SOLAR [190], fim da crise europeia [45, 52, 164], etc.

| Método | Resultados | ¹ Resul | ¹ Resultados dinâmicos (t ; $v = 252$) | | | | | | |
|--------------------|------------|--------------------|---|--------|--------|--|--|--|--|
| | Estáticos | Média | Máx. | Mín. | SD | | | | |
| $\widehat{D_{HW}}$ | 1.4071 | 1.4247 | 1.5734 | 1.3102 | 0.0432 | | | | |
| $\widehat{D_{RG}}$ | 1.4300 | 1.4270 | 1.5379 | 1.3494 | 0.0404 | | | | |
| \widehat{DM} | 1.4185 | 1.4259 | 1.5486 | 1.3368 | 0.0391 | | | | |
| â | 0.6122 | 0.5996 | 0.7472 | 0.4698 | 0.0637 | | | | |
| IE | 0.1386 | 0.1309 | 0.2792 | 0.0030 | 0.0623 | | | | |

Tabela B.20 Estatística descritiva da dimensão fractal via estimadores *HW* e *RG*, $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ e IE(t; v = 252) para a série SOLAR. ¹Com 2253 observações.

Um resumo da estatística das séries temporais dos expoentes pode ser acompanhada na Tabela B.20. A estimativa de $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ em média foi 92.99% das vezes persistente portanto possuem memória de longo prazo, e antipersistente 7.01% nos outros casos. Para as estimativas da dimensão fractal via HW e RG vemos que, respectivamente, 95.56% e 95.65% apresentam persistência local. Então, implica que os processos antipersistentes tomaram os valores 4.44% e 4.35%. No caso $\widehat{DM}(t; v = 252) < 1.5$ foi 95.83% das vezes, e no caso da antipersistentes ela foi 4.17%. Os valores médios dos expoentes mostram fracos processos de persistência tanto global quanto local o que indica que em média ao mercado SOLAR foi aquele que apresentou a pior estimativa de eficiência, portanto, é o mercado mais ineficiente.

| IE(t; v = 252) | | | | | | |
|---------------------------|------------|------------|------------|-----------------|-------------------|--|
| Intervalos | ^{1}Fs | $^{2}PreC$ | ^{3}CSP | ⁴ CE | ⁵ PosC | |
| ⁶ Estatísticos | -5.2481 | -7.4397 | -5.1217 | -6.0958 | -3.3736 | |
| Pot. quebra | 08/08/2013 | 13/11/2006 | 23/04/2009 | 18/02/2011 | 12/07/2013 | |

Tabela B.21 T's-ZA para o IE(t; v = 252) correspondente à série SOLAR. ^{1,2,3,4,5}Foram contabilizadas 2002, 144, 594, 602 e 662 observações nos 5 períodos indicados. ⁶Os valores de 0.01 = -5.57; 0.05 = -5.08 e 0.1 = -4.82 correspondem aos valores críticos do T's-ZA.

Na Tabela B.21 vemos os resultados dos T's-ZA para o IE(t; v = 252) os quais apresentam processos estacionários (rejeição do teste uni-raiz). Nesses intervalos efeitos dos choques e/ou eventos críticos não são permanentes com exceção PosC que aceita o teste uni-raiz. Para os intervalos Fs e PosC as potenciais quebras acontecem em 08/08/2013 e 12/07/2013, respectivamente (ver na Figura 5.10 do Capítulo 5). A partir dessas datas vemos que o IE(t; v = 252)a tendência foi de eficiência, pois passou de forte ineficiência (< 0.3) para valores (< 0.05), mas em 06/2014 deixa de ser eficiente. Vemos que os preços de SOLAR experimentam tendência de alta até 04/2015. Semelhante aos outros setores os efeitos da redução em investimento em ER e as variações de preço do petróleo desse ano, também afetaram o setor energético SO-LAR [38,44,190]. No intervalo *PreC* a quebra deu-se em 13/11/2006, ou seja, o IE(t; v = 252)reagiu ao bom momento pelo qual passava o SOLAR, houve grande inversão em ER, e os retornos neste setor foram significativos [45, 118, 164]. Para o subintervalo CPS a quebra estrutural aconteceu em 23/04/2009 logo após da CEG [164] quando os precos do petróleo tinham-se recuperado, isto é, a potencial quebra localiza-se no tempo que os preços de SOLAR também estavam em alta. Mesmo que nesse ano tenham sidos reduzidos os investimento em ER os precos da prata ficam estável [196] significando para SOLAR estabilidade. Por último, no intervalo CE a quebra ocorreu na data 18/02/2011 quando os preços de SOLAR apresentam queda que chegou até 06/2012. Por outro lado, nesse ano aconteceram diferentes choques afetando os preços do petróleo (em [44] os resultados mostram que SOLAR apresentou forte ligação com os preços do petróleo), e o preço da prata que exibiu um alto valor [196]. Nesta data, também, identifica-se o custo de produção de energia solar que continuava sendo alto em relação ao 2017 [190].

Nos painéis intermediário e inferior da Figura B.15 apresentamos a análise local da rugosidade da série IE(t; v = 252) através de $E_A(t; v = 252)$ e $E_P(t; v = 252)$. A série da $E_A(t; v = 252)$ também apresenta grandes nível de irregularidades em certas regiões do intervalo de estudo. Entretanto, nos intervalos 2007-04/2008, 2009-06/2010 e 03/2012 até o final da amostragem esta grandeza exibe fortes quedas. No primeiro caso, vemos que ocorre antes e durante a CEG tendo o menor valor em 06/2007. No segundo intervalos, olhando os preços de SOLAR este foi um período tranquilo mas com moderada queda entre 01-06/2010 no começo da CE. No último intervalo, a queda da entropia ocorre logo após do fim da CE e o menor valor atingido por ela foi aproximadamente em 06/2013. E, em seguida, ela volta a aumentar tomando valores (< 0.9) porém por pouco tempo, dado que mais uma vez a entropia sofre queda. Assim, estes resultados

da entropia possibilitam capturar sinais tipo "alerta" pouco antes esses choques acontecerem. Ou seja, o comportamento desta grandeza de novo proporciona algum indício prévio a eventos como a CEG, CE e da Shale Revolution nos EUA, efeitos negativos que impactaram os preços do petróleo como os do setor de ER.



Figura B.15 Dependência temporal, no painel superior, a série SOLAR no intermediário o índice eficiência e no painel inferior, da análise local usando entropia aproximada e de permutação para o IE(t; v = 252).

Por outro lado, a queda de $E_P(t; v = 252)$ assemelha-se um pouco aos que são apresentadas por $E_A(t; v = 252)$. Ou seja, a dinâmica exibida pela $E_P(t; v = 252)$ também captura esse tipo de sinal de "alerta" de eventos anormais, possibilitando certificar os resultados obtidos por $E_A(t; v = 252)$. Além disso, $E_P(t; v = 252)$ como em média, durante todo o período de análise os valores foram aproximados a um, este resultado sugere que o IE(t; v = 252) pode ser considerado um processo aleatório não gaussiano.

| | $E_P(t; \mathbf{v} = 252)$ | | | | | | | | |
|---------------------------|----------------------------|----------------------|------------------|-----------------|-------------------|--|--|--|--|
| Intervalos | ^{1}Fs | ² PreC | ³ CSP | ⁴ CE | ⁵ PosC | | | | |
| ⁶ Estatísticos | -13.0658 | -3.4748 | -10.0788 | -8.7078 | -6.8402 | | | | |
| Pot. quebra | 11/06/2007 | 25/06/2007 | 17/09/2009 | 09/03/2010 | 03/04/2013 | | | | |
| | | $E_A(t; \mathbf{v})$ | = 252) | | | | | | |
| ⁷ Estatísticos | -2.6926 | -5.8574 | -3.6205 | -4.2061 | -3.7139 | | | | |
| Pot. quebra | 03/05/2012 | 24/01/2007 | 06/03/2008 | 23/08/2010 | 17/05/2012 | | | | |

Tabela B.22 T's-ZA analisando $E_P(t; v = 252)$ e $E_A(t; v = 252)$ (ver Fig. B.15). ^{1,2,3,4,5}Foram contabilizadas 2002, 144, 594, 602 e 662 observações nos 5 períodos indicados. ⁶Os valores de 0.01 = -5.57; 0.05 = -5.08 e 0.1 = -4.82 correspondem aos valores críticos do T's-ZA.

Na Tabela B.22 vemos que as potenciais quebras de $Fs^{(E_P)}$ e $PreC^{(E_P)}$ ocorreram em 11 e 25 de 07/2007. Essas quebras acontecem na região em que o IE(t; v = 252) atingiu o menor valor da análise. As séries $\hat{\alpha}(t; v = 252)$ e $\hat{D}(t; v = 252)$ (ver Fig. B.14) desde fevereiro até julho de 2007 exibiram valores que oscilam em torno de 0.5, processo de descorrelação, portanto o mercado foi eficiente. Este subperíodo ainda pertence ao BEPE onde os preços petróleo ficavam em alta [48, 164]. A potencial quebra de $CSP^{(E_P)}$ aconteceu em 17/09/2009, data onde se localiza-se o deterioramento da CFG e onde ela chega ao nível mais baixo, e os preços de SOLAR refletem esse mesmo comportamento de queda [44, 45, 118, 164, 191, 193]. Razoavelmente, os investimento em ER foram reduzidos [38,45], apesar dos preços da prata terem caído e a produção de energia solar era custosa [190, 196]. A quebra de $CE^{(E_P)}$ foi em 09/03/2010

pouco depois do início da CE. Neste subperíodo, mesmo flutuando os preços do petróleo, houve investimento no setor renovável [38,45], aumentou o número de países que procuravam implementar políticas em pró setor de ER [45]. Por último, a potencial quebra de $PosC^{(E_P)}$ ocorre em 03/04/2013, quando os preços de SOLAR estavam na alta como os da prata [196]. Porém, o custo de produção foi reduzido consideravelmente em relação a anos anteriores [190]. Uma possível causa deste aumento em SOLAR pode ser associado a que o setor de energia solar recebeu aproximadamente 50.81% dos recursos segundo o relatório de tendências globais do ano 2017 [38].

No caso de $E_A(t; v = 252)$ as potenciais quebras $Fs^{(E_A)}$ e $PosC^{(E_A)}$ ocorreram em 03/05/2012 e 17/05/2012 justo após de ter concluído a CE (ver na Tab. B.22). Olhando a série de precos de SOLAR, ela apresenta tendência de queda no começo do ano. Como dito acima, a produção de energia solar era mais custosa com respeito ao 2013. Nessa época, diversos choques afetaram os preços do petróleo, que sofrem forte queda de acordo com [196]. Possivelmente, isso leva a venda massiva de prata, o que aliviaria os custo de produção no setor solar. Além disso, o setor solar recebe maior investimento em relação aos outro setores (wind, biofuels, etc). Estes fatores provavelmente impediram o deterioramento dos preços de SOLAR. Para $PreC^{(E_A)}$ a quebra acontece em 24/01/2007, o que reflete também os bons momentos de SOLAR, como acontecido com os resultados da entropia de permutação. O setor de ER começava o ano com grandes perspectivas dado que ano anterior, o investimento tinha sido incrementado em 55% repeito ao 2006 [38]. No caso de $CSP^{(E_A)}$ a quebra acontece em 06/03/2008, nessa época os preços de SOLAR exibem queda, o investimento em ER foi bem menor em relação ao segundo trimestre [45]. Finalmente, a quebra de $CE^{(E_A)}$ foi em 23/08/2010 no segundo semestre de ter começado a CE, como comentado acima, ano de forte investimento no setor de ER levando possivelmente à estabilidade dos preços de SOLAR.

B.1.2 Índice eficiência local tipo IE(t, v)

Nesta subseção vamos realizar o estudo do índice de eficiência local ao longo do tempo usando a janela ou caixa móvel de comprimento variável, v. Para isto, é necessário que os comprimentos de v estejam num intervalo bem menor quanto comparado com o tamanho da série temporal (ST) estudada, e desta maneira, quantificar os valores do IE(t, v) na série de interesse. O procedimento é simples. Por exemplo, seja a ST $\{x(i)_{i=1,2,3,...,N}\}$ com N = 2048e $v = \{64, 65, 66, ..., 256\}$. Então, para t = 0 (aqui t possui unidade arbitrária) e começando com v = 64, calcula-se o valor do índice de eficiência $IE'_1(t = 0, v = 64)$ fazendo uso dos pontos da variável no intervalo i = 1, 2, 3, ..., 64 (ou $\{x(1), x(2), ..., x(64)\}$). Em seguida, para t = 1 desloca-se v um ponto para a frente, considerando o subconjunto $\{x(2), x(3), ..., x(65)\}$ e com eles consegue-se computar um novo valor de $IE'_1(t = 1, v = 64)$. Este procedimento repete-se até t = 2, 3, 4, ..., N - v (ié, a série de tamanho N seja percorrida) conseguindo-se estimar assim a evolução temporal do $IE'_1(t, v)$, ou seja, uma ST do índice de eficiência quando v = 64. Em seguida, incrementa-se um ponto na janela (v = 65) e, computa-se uma nova série $IE'_2(t, v = 65)$ levando em conta o anterior processo. Desta forma, o procedimento continua com a mesma lógica porém fazendo uso de outros valores de v = 66, 67, ..., 256. Assim é gerado um conjunto de séries $IE'_i(t, v)$ (com i = 1, 2, 3, ..., 192) que contem as informações do índice de eficiência em função da janela v e do tempo t, ou seja, IE(t, v). Em seguida, é possível criar um mapa de cores no qual pode-se a localização do valor do índice de eficiência correspondente a cada tamanho de escala v e a cada instante de tempo t.

B.1.2.1 Análise da função Weierstrass-Mandelbrot. A seguir será avaliado o IE(t, v) na $W_{\alpha^{ref}}(t) \operatorname{com} \alpha^{ref} = \{0.25, 0.50, 0.75\}$ e t = 1, 2, 3, ..., 4096. Além disso, o comprimento da janela está limitado em $v = \{42, 43, ..., 256\}$. Entretanto, como acontecido na Seção 5.2 do Capítulo 5 para estimar os expoentes, foram testados três grupos de pontos nos ajustes lineares (ver na Fig. B.16). No entanto, devido que para o menor valor de v = 42 a quantidade de pontos a utilizar nos ajustes lineares dos expoentes é inferior a este valor, o parâmetro M possui apenas (M = 35 < v). esta pouca quantidade de dados introduzem maiores erros no ajuste linear diminuem.

Na Tabela B.23 apresentam-se cada grupo em conjunto com o número de pontos e, as Figuras B.16(a-c) ilustram um exemplo onde são representados esses pontos pela linha vermelha. Observa-se na estimativa de $\hat{\alpha}(t = 0; v = 42)$ via DFA que aqui também não tem-se restrição na quantidade de pontos a ser usado no ajuste. Porém, nas estimativas da dimensão fractal via HW e RG verifica-se que a proporção destes diminuíram quando comparado aos do DFA. Também, a maior dispersão acontece para o estimador HW, portanto, menor fração para ser implementados no ajuste. Finalmente podemos dizer que mesmo usando v = 42 são obtidas as propriedades de escala, e desta forma é possível quantificar o nível de memória de longo prazo (global) como a de curto prazo (local) dentro desse trecho de dados.

| G_i^\dagger | $an_p^{\widehat{\alpha}}$ | $b n_p^{\widehat{D}}$ |
|---------------|---------------------------|-----------------------|
| 1 | 75% M | 2 |
| 2 | 95% M | 7 |
| 3 | 100% M | 34 |

Tabela B.23 Quantidade de pontos usados para realizar os ajustes lineares de \widehat{D}_{HW} , \widehat{D}_{RG} e $\widehat{\alpha}$. ^{*a*}Como $F_{DFA}(s) \sim s^H$ para as escalas implementamos incrementos gradativos onde o fator multiplicativo é igual a 1.05. Implica que o menor e maior valor das escalas correspondem a $s_{min} = 4$ e $s_{max} = \{38, 39, ..., 225\}$, respectivamente, isso implica que $M = \{35, 36, ..., 77\}$, devido que $v = \{42, 43, ..., 256\}$. ^{*b*}Tomados de forma arbitrária.

Observe na Tabela B.24 um resumo dos resultados após ser implementada as diferentes metodologias para a $W_{\alpha^{ref}}(t)$. Vemos os cálculos dos valores médios dos expoentes, uma vez que foram variados o grupo de pontos do ajuste (ver Tab. B.23). Como era esperado, os resultados a depender do grupo têm maior flutuações em relação os valores referências ($D^{ref} = 1.5$ e $\alpha^{ref} = 0.5$). Portanto, quanto maior for desvio maior será o erro induzido no cálculo do IE(t, v), pois como foi discutido na Secção 5.2.2 do Capítulo 5, o resultado previsto do índice de eficiência deve ser próximo de zero (ou $\langle IE(t, v) \rangle = 0$). No entanto, vemos nos três casos

B.1 ÍNDICE EFICIÊNCIA DINÂMICO

que isso não ocorre, ou seja, $\langle IE(t, \mathbf{v}) \rangle \neq 0$. Assim, para $\widehat{DM}(t, \mathbf{v})$ os grupos $G_1^{\dagger} \in G_2^{\dagger}$ exibem melhor desempenho em relação a G_3^{\dagger} , como pode ser observado nos estreitos desvios padrões. Caso contrário ocorre com $\widehat{\alpha}(t, \mathbf{v})$, dado quem apresentou melhor resultado foi o G_3^{\dagger} seguido de G_2^{\dagger} e sendo o pior G_1^{\dagger} . No entanto, os resultado de G_3^{\dagger} são os piores com relação ao computo do $\langle IE(t, \mathbf{v}) \rangle$ portanto eles serão descartados.



Figura B.16 Ilustração da regressão log-log para os estimadores HW, RG e o F_{DFA} em a), b) e c), respectivamente. As linhas vermelhas representa os pontos tomados para o ajuste linear implementando G_2^{\dagger} .

Entretanto, a diferença dos valores do índice de eficiência obtidos pelo $G_1^{\dagger} \in G_2^{\dagger}$ são muito próxima. Então, a escolha do grupo foi feita em relação ao valor médio do índice de eficiência e, neste caso, quem exibem melhores resultados são aqueles ligados ao G_2^{\dagger} . Além disso, levamos em consideração as estimativas feitas de $IE \in \langle IE(t; v = 252) \rangle$. Em ambos os caso, temos que os pontos do ajuste linear para $\hat{D}(t, v)$ foram 7 (ver Seções 5.2 e Sub-seções 5.4 do Capítulo 5). Finalmente, mostramos nesses casos a amplitude de variação dos métodos, sendo que as estimativas do $\langle IE(t, v) \rangle$ tendem aos resultados esperados para $G_1^{\dagger} \in G_2^{\dagger}$ dado que obteve-se apenas um erro menor do que 18.0% em relação ao estado de mercado eficiente. Porém, G_3^{\dagger} tomou maior valor em relação aos outros (~ 24.49%), possivelmente estes resultados devem-se que o número de pontos no ajuste para as primeiras janelas ficou no intervalo de dispersão (ver na Fig. B.16).

| | | Resultados dinâmicos tipo (t ; v = 256) | | | | | | | | | |
|-----------------|---------------|--|------------------------------------|--------------------------------|----------------------------------|------------------------------------|----------------------------------|---|--|----------------------|------------------------|
| G_i^{\dagger} | Série | $\langle \widehat{D_{HW}} \rangle$ | $\langle \widehat{D_{RG}} \rangle$ | $\langle \widehat{DM} \rangle$ | $SD\langle \widehat{DM} \rangle$ | $\langle \widehat{\alpha} \rangle$ | $SD\langle \hat{\alpha} \rangle$ | $\langle C^{\delta \widehat{DM}} \% angle$ | $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}} \% \rangle$ | $\langle IE \rangle$ | $SD\langle IE \rangle$ |
| | $W_{0.25}(t)$ | 1.6328 | 1.6428 | 1.6378 | 0.0524 | 0.2833 | 0.0249 | 85.32 | 14.68 | 0.1232 | 0.0435 |
| 1 | $W_{0.50}(t)$ | 1.4661 | 1.4599 | 1.4630 | 0.0381 | 0.5218 | 0.0335 | 64.85 | 35.15 | 0.0586 | 0.0313 |
| | $W_{0.75}(t)$ | 1.2595 | 1.2462 | 1.2528 | 0.0433 | 0.7615 | 0.0497 | 49.00 | 51.00 | 0.0541 | 0.0395 |
| | $W_{0.25}(t)$ | 1.8015 | 1.7615 | 1.7815 | 0.0373 | 0.2723 | 0.0316 | 53.56 | 46.44 | 0.0517 | 0.0348 |
| 2 | $W_{0.50}(t)$ | 1.5382 | 1.4993 | 1.5188 | 0.0394 | 0.5121 | 0.0547 | 36.08 | 63.92 | 0.0593 | 0.0391 |
| | $W_{0.75}(t)$ | 1.2934 | 1.2587 | 1.2760 | 0.0567 | 0.7518 | 0.0818 | 40.89 | 59.11 | 0.0885 | 0.0525 |
| | $W_{0.25}(t)$ | 1.9652 | 1.7585 | 1.8619 | 0.1120 | 0.2695 | 0.0344 | 78.02 | 21.98 | 0.1252 | 0.1046 |
| 3 | $W_{0.50}(t)$ | 1.7070 | 1.5202 | 1.6136 | 0.1384 | 0.5092 | 0.0616 | 67.90 | 32.10 | 0.1448 | 0.1224 |
| | $W_{0.75}(t)$ | 1.4606 | 1.2928 | 1.3767 | 0.1484 | 0.7483 | 0.0917 | 63.55 | 36.45 | 0.1732 | 0.1285 |

Tabela B.24 Valores médios de $\widehat{D_{HW}}(t, v)$, $\widehat{D_{RG}}(t, v)$, $\widehat{DM}(t, v)$, $\widehat{\alpha}(t, v)$ e o IE(t, v) para $W_{\alpha^{ref}}(t)$ onde $\alpha^{ref} = \{0.25, 0.50, 0.75\}$. G_i^{\dagger} , conjuntos dos pontos usados nos ajustes lineares. $C^{\delta X}$ %, Contribuição média de $\delta \widehat{DM}(t, v)$ e $\delta \widehat{\alpha}(t, v)$ à quantificação $\langle IE(t, v) \rangle$. Em todos os casos o total de dados são 821760.

Após de ter escolhido o G_2^{\dagger} foram feitas as análises usando $W_{0.50}(t)$, uma vez os resultados de $\widehat{\alpha}(t, v)$, $\widehat{DM}(t, v)$ e IE(t, v) validam os mercados eficientes. Também incluímos as estimativas obtidas dos casos estático e os de janela móvel fixa para efeitos de comparação.

| Método | Estáticos | Dinâmicos onde | Dinâmicos onde $42 \le v \le 252$ | | | 252 |
|--------------------|-----------|----------------|-----------------------------------|--------|--------|--------|
| $\widehat{D_{HW}}$ | 1.4941 | 1.5138 | 1.5382 | 2.3498 | 1.2997 | 0.0625 |
| $\widehat{D_{RG}}$ | 1.4981 | 1.4981 | 1.4993 | 1.7361 | 1.3245 | 0.0282 |
| \widehat{DM} | 1.4961 | 1.5060 | 1.5187 | 1.9375 | 1.3363 | 0.0394 |
| â | 0.5077 | 0.5147 | 0.5121 | 0.8135 | 0.2634 | 0.0548 |
| IE | 0.0086 | 0.0222 | 0.0593 | 0.4781 | 0.0000 | 0.0391 |

Tabela B.25 Estatística descritiva da dimensão fractal, $\hat{\alpha}(t, v)$ e o IE(t, v). Para realizar as médias em (*) e (**) foram usados 3841 e 821760 dados, respectivamente. Em todos os casos usada a $W_{0.5}(t)$ e utilizando G_2^{\dagger} .

Na Tabela B.25 apresentam-se a estatística dos expoentes e o índice de eficiência. Vemos que as estimativas dos expoentes foram superestimados ou subestimado em relação aos valores referência, ou seja, durante as análises locais não foram reproduzidos exatamente $D^{ref} = 1.5$ e $\alpha^{ref} = 0.5$. Note que, entre os estimadores HW e RG, quem evidencia maior amplitude de variação dos métodos, ou seja, maior erro na estimativa, é o HW onde sua média fica $\langle \widehat{D}_{HW}(t, v) \rangle = 1.538$ com um desvio padrão 0.00625. Além disso, o máximo valor desta estimativa foi 2.350 com mínimo em 1.300. O $\langle \widehat{DM}(t, v) \rangle$ como esperado, tem menor flutuação caindo para 1.519 e SD foi para 0.0394. Na estimativa de $\widehat{\alpha}(t, v)$ sua média está dentro dos resultados esperados com um máximo de 0.813 e um mínimo em 0.263 e um SD de 0.127. Comparamos os resultados dos expoentes e o índice de eficiência tanto no caso estático como os valores médios destas quantidades para os casos dinâmicos local tipo: A) $(t; v = 252) \in B$) (t, v) (ver as três primeiras colunas da Tabela B.25). Observamos que em todas as estimativas de $\widehat{D_{HW}}$, $\widehat{D_{RG}}$ e $\widehat{\alpha}$ são próximas aos valores referências, apenas o $\widehat{D_{HW}}$ obteve uma maior estimativa. Olhando para os valores do índice de eficiência, quem atingiu a menor magnitude foi *IE* estático seguido de IE(t; v = 252) e a última colocação foi IE(t, v). Estes resultados podem estar associados, como discutido acima, aos erros inerentes de cada metodologia como também a quantidade de pontos usados no ajuste linear quando são calculados os expoentes.

Na Figura B.17 observamos a amplitude de variação dos métodos, ou seja, os desvios $\delta D(t, v)$ e $\delta \hat{\alpha}(t, v)$ introduzidos para no cálculo de IE(t, v), onde a escala vertical quantifica o desvio dos expoentes como função da janela v. Os valores positivos do desvio indicam que a estimativas dos expoentes, por exemplo $\hat{\alpha}(t, v)$, foi superestimado em relação ao valor referência $\alpha^{ref} = 0.5$ de $W_{0.5}(t)$, isto é, $\delta \hat{\alpha} = \hat{\alpha}(t, v) - 0.5 > 0$, portanto $\hat{\alpha}(t, v) > \alpha^{ref}$. Caso contrário, as estimativas do expoente foram subestimadas resultando na medida do desvio negativa ($\delta \hat{\alpha} < 0$). Salientamos que as contribuições dos desvios, independentes de serem positivas ou negativas, no que diz respeito ao computo do índice de eficiência, contribuem de igual forma para o valor do IE(t, v), que é a raiz quadrada da soma dos quadrados de $(\delta X)/R$ onde R é o intervalo de controle da medida. Entretanto, no painel intermediário da mesma figura as faixas com maior aporte são devidos aos processos persistentes globais ($\hat{\alpha}(t, v) > 0.5$) devido que $\delta \hat{\alpha} > 0$, porém fica intercaladas com finas faixas significativamente antipersistentes, ou seja, $\delta \hat{\alpha} < 0$. Em

ambos os casos, a amplitude de variação do método apareceram para todos os comprimentos v, mesmo que existam tênues faixas dominadas por forte persistência em especial para v < 128.



Figura B.17 Diagrama de cores mostrando a dependência da amplitude de variação dos métodos ou do desvio tanto no painel intermediário como no inferior, respectivamente, de $\delta \hat{\alpha}(t, v) \in \delta \widehat{DM}(t, v)$ como função do tempo e do tamanho da janela *v* para de $W_{0.5}(t)$ (painel superior). O conjunto de ajuste linear usado é G_{2}^{\dagger} .

As estimativas indicam que $\delta \hat{\alpha} > 0.0$ em aproximadamente 59.08% das vezes implicando assim que, nos outros casos $\delta \hat{\alpha} < 0.0$ em ~ 40.92%, ou seja, o expoente foi superestimado. Para os desvios da dimensão fractal (ver painel inferior da Figura B.17) estes ficam dominados por grandes regiões onde $\delta \widehat{DM} < 0$, ou seja, a memória local foi persistentes. Porém, certas regiões em que se encontram valores do desvio positivos ($\delta \widehat{DM} > 0$) corresponde a processos antipersistentes. Assim, a memória antipersistente para os casos em que ocorreu foi aproximadamente 68.67% das vezes ($\widehat{DM} > 1.5$). Já para de persistência local aconteceu ~ 31.33% portanto $\widehat{DM} < 1.5$, ou seja, na maioria das vezes as estimativas foram sobrestimadas (ver Tabela B.26).

| Desvio | ¹ Média | Máx. | Mín. | SD |
|--|--------------------|--------|---------|--------|
| $\delta \widehat{\alpha}(t, \mathbf{v})$ | 0.0121 | 0.3135 | -0.2367 | 0.0547 |
| $\delta \widehat{DM}(t, \mathbf{v})$ | 0.0187 | 0.4375 | -0.1637 | 0.0394 |

Tabela B.26 Estatística descritiva para os resultados da amplitude de variação dos métodos, ou seja, do desvio dos expoentes médios com respeito a α^{ref} e D^{ref} para a $W_{0.5}(t)$ avaliando o G_2^{\dagger} . ¹As estimativas foram feitas com 821760 observações.

Na Figura B.18 são apresentadas as estimativas da dimensão fractal via HW, RG e a média aritméticas delas. Observam-se nestas estimativas de $\widehat{D}(t, v)$ o que pior desempenho é dado para $\widehat{D}_{HW}(t, v)$ atingindo em média 1.538. Os resultados de RG foram menor quanto comparado com HW, $\langle \widehat{D}_{RG}(t, v) \rangle = 1.504$. No entanto, no computo de IE(t, v) é usado o valor de $\langle \widehat{DM}(t, v) \rangle = 1.519$. Está última estimativa, mostra antipersistência local aproximadamente 68.67% das vezes para todos os tamanhos das janelas. Além disso, têm-se alguns intervalos temporais nos que apresenta forte antipersistência para escalas entre $42 \le v \le 128$ (regiões tipo montanhas). Por outro lado, processos localmente persistentes ($\widehat{DM}(t, v) < 1.5$) ocorrem em o 31.33%, e estes valores podem ser vistos em algumas faixas para certos intervalos temporais e quase em todas escalas adotada de v.



Figura B.18 Diagramas de cores que mostra em (a) dependência da dimensão fractal como função do tempo e do tamanho da janela v para a série $W_{0.5}(t)$ onde o conjunto de ajuste é G_2^{\dagger} .

No painel inferior da Figura B.19 mostram-se a estimativa de $\hat{\alpha}(t, v)$, que indicam que a memória de longo prazo fica intercalada com a de curto prazo, comportamento observado para todas as escalas de v. Esses valores fortemente persistente ficam entre ($0.65 \le \hat{\alpha} \le 0.81$) e os de antipersistente em $0.26 \le \hat{\alpha} \le 0.45$ apresentando formatos de finas colunas.Para v < 128, isso acontece em vários intervalos de tempo. No entanto, mesmo que tenha apresentados esses padrões em média o expoente atingiu $\langle \hat{\alpha}(t, v) \rangle = 0.512$ próximo ao valor referência. Esses padrões podem estar associados possivelmente, como discutido anteriormente, pelos erros inerentes dos dados de $W_{0.5}(t)$, pelo tamanho da amostra usada para os cálculos e pelos erros introduzidos nas metodologias.



Figura B.19 Diagrama de cores que mostra a dependência de $\hat{\alpha}(t, v)$ como função do tempo e do tamanho da janela v para a série $W_{0.5}(t)$ onde o conjunto de ajuste é G_2^{\dagger} .

No caso do índice de eficiência (ver painel inferior da Fig. B.20) as variações nas estimativas tanto $\widehat{DM}(t, v) \in \widehat{\alpha}(t, v)$ fazem com que se geram os desvios, portanto, levam a que o IE(t, v) para a $W_{0.5}(t)$ exiba características de ineficiência (ou IE(t, v) > 0) no intervalo de análise em todos os tamanhos de v. Observamos que os padrões exibidos pelas estimativas dos expoentes também estão presentes na evolução do IE(t, v). Isso é evidenciando novamente para as escalas entre $42 \le v \le 128$ onde são dominados pelos altos valores de ineficiência ($0.35 \le IE(t, v) < 0.48$) em grande parte do intervalo t. No entanto, a partir de v > 128 torna-se eficiente posto que os valores caem para IE(t, v) < 0.10. Finalmente, nos painéis intermediários da mesma figura são observadas as contribuições da amplitude de variação dos métodos para a quantificação do

IE(t, v) onde $\langle C^{\widehat{\delta DM}}(t, v, \mathscr{H}) \rangle = 36.08\%$ e $\langle C^{\widehat{\delta \alpha}}(t, v, \mathscr{H}) \rangle = 63.92\%$, claramente indicando que os desvios $\widehat{\delta \alpha}(t, v)$ dominam sobre $\widehat{\delta DM}(t, v)$.



Figura B.20 Diagrama de cores mostrando a dependência da contribuição $C^{\delta X}(t, v, \%)$ da amplitude de variação dos métodos como função do tempo e do tamanho da janela v à medida total do IE(t). Resultados obtidos da série $W_{0.5}(t)$ onde o conjunto de ajuste é G_2^{\dagger} . Com $\langle IE(t, v) \rangle = 0.0593$ e onde $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t, v, \%) \rangle = 36.08\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{\alpha}}(t, v, \%) \rangle = 63.92\%$.

Os testes feitos acimas para os algoritmos uma vez mais apresentam resultados confiáveis e consistentes embora tenham apresentado algumas limitações relacionada ao tamanho da janela usada para a análise. Portanto, eles são válidos para implementar nas séries de preços ligadas as energias com o intuito de capturar as variações locais do índice de eficiência.

B.1.2.2 Séries de preços: Análise estatística

A seguir será discutimos alguns detalhes específicos dos resultados de cada série de preços começando pela do WTI e das ER dado que estas foram listadas da mais a menos eficiente. A janela móvel foi de comprimento variável entre $42 \le v \le 252$ pontos (ou dias úteis) [173, 174, 179, 180], de modo a investigar e capturar a medida da dinâmica da eficiência das séries. Por outro lado, nas Tabelas (B.27-B.32) serão apresentadas além da estimativas de $\langle \widehat{D}_{HW}(t,v) \rangle$, $\langle \widehat{DR}_G(t,v) \rangle$, $\langle \widehat{DM}(t,v) \rangle$, $\langle \widehat{\alpha}(t,v) \rangle$ e $\langle IE(t,v) \rangle$ para $42 \le v \le 252$, também os valores do caso estático e local tipo (t;v=252) para efeitos de comparação. Para realizar as médias de IE(t;v=252) e IE(t,v) foram usados 2253 e 472920 dados, respectivamente. Lembrando, para os ajustes lineares dos expoentes foi utilizada o grupo G_2^{\dagger} .

(a) S. WTI

A estatística dos expoentes é apresentada na Tabela (B.27), onde observa-se que $\langle \widehat{DM}(t, v) \rangle$ exibe fraco processo de memória local antipersistente, enquanto nos casos estático (\widehat{DM}) e $\langle \widehat{DM}(t; v = 252) \rangle$ elas são próximas de processos aleatório (sem memória). No caso do expoente α para os três caso, eles expõem, em média, fraca persistência global. Isto evidencia que a série de preços do WTI apresenta característica de ser um mercado eficiente devido que os resultados do índice de eficiência para todo o intervalo temporal e comprimentos v, corresponderam a valores menores de $IE(t,v) < 0.071^{10}$ durante a análise, aproximadamente 48.15%

¹⁰Lembrando, a medida máxima de ineficiência é dado por $\sqrt{n}/2$ onde *n* o número de estimativas [53], isto

das vezes. Por outro lado, é razoável ver que as estimativas para a abordagem estática tenham resultados melhores quanto comparado com a análise local (ambos os casos), dado que seu comprimento de escala (v = 3632) é muito maior com relação a estes últimas abordagens. Então, a medida do ajuste linear possui menor erro.

| Método | Estáticos | Dinâmicos onde | Dinâmicos onde $42 \le v \le 252$ | | | 252 |
|--------------------|-----------|----------------|-----------------------------------|--------|--------|--------|
| | | v = 252 = cte | Média | Máx. | Mín. | SD |
| $\widehat{D_{HW}}$ | 1.4996 | 1.5082 | 1.5392 | 2.4328 | 1.2037 | 0.0778 |
| $\widehat{D_{RG}}$ | 1.5148 | 1.5105 | 1.5109 | 1.9476 | 1.2319 | 0.0525 |
| \widehat{DM} | 1.5072 | 1.5094 | 1.5251 | 2.1168 | 1.2565 | 0.0586 |
| â | 0.5091 | 0.5099 | 0.5123 | 1.0787 | 0.1740 | 0.0815 |
| IE | 0.0116 | 0.0529 | 0.0861 | 0.6709 | 0.0000 | 0.0587 |

Tabela B.27 Estatística descritiva dos expoentes e o IE(t, v). Em $\widehat{D}_{HW}(t, v)$ tiveram $\widehat{DM}(t, v)$ e 0.071% e 0.007% dos dados (> 2.0), respectivamente. Em $\widehat{\alpha}(t, v)$ tem 0.014% dos dados (> 1.0).



Figura B.21 Diagramas de cores que mostra em (a) dependência da dimensão fractal, em (b) de $\hat{\alpha}(t, v)$ como função do tempo e do tamanho da janela *v* para a série WTI.

Na Figura B.21a são mostrados os diagramas para a dimensão fractal. Quem obteve mais presença de forte antipersistência foi a estimativa do HW em comparação a RG aproximadamente para v < 84. No entanto, como esperado, há uma queda desta forte antipersistência em $\widehat{DM}(t, v)$ observado para escalas entre $42 \le v < 60$ em pequenos intervalos temporais. No

é, para $\hat{\alpha} \in DM$, tem-se que n = 2, portanto, $IE \in [0, 0.71]$. Se $IE \sim 0$ o mercado é considerado eficiente, caso contrário, começa a ser ineficiente. Assim, 0.071 será 10%.

caso de DM(t, v) < 1.45 somente pode ser observado um padrão fortemente antipersistente para v < 200 entre finais de 2010 e começo de 2011. Neste intervalo houve recuperação dos preços do petróleo devido a diminuição da produção por parte da OPEP, mas em contrapartida existiam os efeitos negativos da crise europeia, Guerra de Líbia, etc. O $\hat{\alpha}(t, v)$ inicialmente apresenta padrões tipo finas montanhas com forte persistência global antes da CEG e após dela, estende-se em todo o período para escalas v < 126. Durante a CEG observa-se que os padrões formados são antipersistente.

(b) S. ERIX

Na Tabela (B.28) apresentamos a estatística dos expoentes e observamos que os resultados de $\langle \widehat{D}_{HW}(t, v) \rangle$ e $\langle \widehat{D}_{RG}(t, v) \rangle$ foram fracamente antipersistente e persistente, respectivamente, mas no caso de $\langle \widehat{DM}(t, v) \rangle$ exibiu características próximas de processos aleatório (sem memória). Nas abordagens estática (\widehat{D}_i) e $\langle \widehat{D}_i(t; v = 252) \rangle$ todas as estimativas são fracamente persistentes. No caso do expoente α , os três casos expõem persistência global. Estes resultados evidenciam que a série de preços do ERIX apresenta características de ser um mercado de menor eficiência quanto comparada com a eficiência média de WTI, ou seja, o acréscimo da ineficiência foi $\langle IE^{ERIX}(t, v) \rangle = 1.2091 \langle IE^{WTI}(t, v) \rangle$. As expoentes $\widehat{\alpha}(t, v) > 0.5$ e $\widehat{DM}(t, v) < 1.5$ foram 63.10% e 52.06%, respectivamente. Durante a análise, os valores do IE(t, v) < 0.071 correspondem a $\sim 31.12\%$ das vezes em todo o intervalo temporal quando $v \leq 252$. Por outro lado, a análise estática do índice de eficiência apresentou melhores resultados em relação as abordagens locais.

| Método | Estáticos | Dinâmicos onde | Dinâmicos onde $42 \le v \le 252$ | | | 252 |
|--------------------|-----------|----------------|-----------------------------------|--------|--------|--------|
| | | v = 252 = cte | Média | Máx. | Mín. | SD |
| $\widehat{D_{HW}}$ | 1.4707 | 1.4809 | 1.5145 | 2.2050 | 1.2351 | 0.0822 |
| $\widehat{D_{RG}}$ | 1.4832 | 1.4820 | 1.4876 | 1.9004 | 1.2590 | 0.0537 |
| \widehat{DM} | 1.4770 | 1.4814 | 1.5011 | 1.9965 | 1.2714 | 0.0626 |
| â | 0.5384 | 0.5420 | 0.5279 | 1.0303 | 0.1630 | 0.0983 |
| IE | 0.0448 | 0.0786 | 0.1041 | 0.5534 | 0.0002 | 0.0593 |

Tabela B.28 Estatística descritiva dos expoentes e o IE(t, v). Em $\widehat{D_{HW}}(t, v)$ com 0.0429% dados (> 2.0) e em $\widehat{\alpha}(t, v)$ tem 0.0025% dos dados (> 1.0).

Os diagramas das estimativas da dimensão fractal via HW, RG e como a DM podem ser vistos nas Figuras. B.22(a-c). A metodologia HW para v < 84 obteve maior comportamento antipersistente em comparação as estimativas de RG para todo o intervalo temporal. Assim temos que $\widehat{D_{HW}}(t,v) > 1.5$ em 70.59% e $\widehat{D_{RG}}(t,v) > 1.5$ em 43.31%. Por outro lado, para os processos de persistência local, ambos os casos apresentam padrões algo semelhantes na região compreendida no intervalo $t \in (1600, 2016)$. Os casos de persistência estimados por $\widehat{D_{RG}}(t,v)$ foram menores quanto comparados com as vezes que ocorreu para $\widehat{D_{HW}}(t,v)$, respectivamente, 53.43% e 46.64% para todo o período examinado e para $v \le 252$. No entanto, como esperado, há uma diminuição tanto dos processos persistentes quanto antipersistência uma vez computada $\widehat{DM}(t,v)$. O intervalo que mostrou um padrão destacado para a memória de longa persistência foi entre $t \in (1600, 2100)$, sendo um período de recuperação dos preços de ERIX dado que houve investimento neste setor [38], os preços do petróleo também estavam estáveis, a crise europeia tinha acabado, etc. O $\hat{\alpha}(t, v)$ inicialmente está formado por padrões tipo finas montanhas com forte persistência global entre 2010-06/2011 e 06/2012-2015. Para o primeiro intervalo isto aconteceu para escalas v < 126 e no último, vemos que as escalas aumentaram para v < 210. Durante a CE, observa-se que os padrões de persistência podem ser devido possivelmente a que os preços de ERIX ficam em queda [46, 119]. No entanto, o segundo período exibe padrões semelhantes mesmo que agora o mercado esteja em alta. Contudo, a persistência é o reflexo dos diversos acontecimentos tais como descritos anteriormente.



Figura B.22 Diagramas de cores que mostra em (a) dependência da dimensão fractal, em (b) de $\hat{\alpha}(t, v)$ como função do tempo e do tamanho da janela *v* para a série ERIX.

(c) S. TECH

Na Tabela (B.29) apresentamos a estatística dos expoentes onde observa-se que as estimativas de $\langle \widehat{D}_{HW}(t, \mathbf{v}) \rangle$, $\langle \widehat{D}_{RG}(t, \mathbf{v}) \rangle$ e $\langle \widehat{DM}(t, \mathbf{v}) \rangle$ foram persistentes. Resultados semelhantes foram obtidos nas abordagens tanto estática (\widehat{D}_i) como dinâmica tipo $\langle \widehat{D}_i(t; \mathbf{v} = 252) \rangle$, ou seja, todas as estimativas também foram persistentes. No caso do expoente *H*, os três casos as estimativas apresentaram persistência global. Estes resultados evidenciam que a série de preços do TECH exibe características de ser um mercado mais ineficiente quanto comparada com a eficiência média de WTI, ou seja, o acréscimo da ineficiência foi $\langle IE^{TECH}(t, \mathbf{v}) \rangle = 1.2706 \langle IE^{WTI}(t, \mathbf{v}) \rangle$. Portanto, TECH, em média, as estimativas dos expoentes $\widehat{\alpha}(t, \mathbf{v}) > 0.5$ e $\widehat{DM}(t, \mathbf{v}) < 1.5$ corresponderam a 72.67% e 84.77%, respectivamente, para todo o intervalo temporal e todos comprimentos de \mathbf{v} . Além disso, as medidas do índice de eficiência foram menores a $IE(t, \mathbf{v}) < 0.071$ durante a análise aproximadamente o 28.92% das vezes para $t \leq 0$ e $42 \leq \mathbf{v} \leq 252$.

| Método | Estáticos | Dinâmicos onde | Dinâmicos onde $42 \le v \le 252$ | | | ≤ 252 |
|--------------------|-----------|----------------|-----------------------------------|--------|--------|---------|
| | | v = 252 = cte | Média | Máx. | Mín. | SD |
| $\widehat{D_{HW}}$ | 1.4383 | 1.4385 | 1.4696 | 2.0553 | 1.2393 | 0.06516 |
| $\widehat{D_{RG}}$ | 1.4379 | 1.4450 | 1.4485 | 1.6911 | 1.2394 | 0.04373 |
| \widehat{DM} | 1.4381 | 1.4417 | 1.4590 | 1.8199 | 1.2708 | 0.04752 |
| â | 0.5668 | 0.5550 | 0.5466 | 1.0640 | 0.1608 | 0.09805 |
| IE | 0.0911 | 0.0978 | 0.1094 | 0.5858 | 0.0001 | 0.06131 |

Tabela B.29 Estatística descritiva dos expoentes e o IE(t, v). Em $\widehat{D_{HW}}(t, v)$ com 0.0023% dos dados (> 2.0) e em $\widehat{\alpha}(t, v)$ tem 0.0116% dos dados (> 1.0).

Por último, as três abordagens tiveram resultados muito próximos para a medida do índice de eficiência, mesmo assim, o primeiro colocado foi o local tipo IE(tv = 252), em seguida o caso estático e por último o IE(t, v).



Figura B.23 Diagramas de cores que mostra em (a) dependência da dimensão fractal e em (b) de $\hat{\alpha}(t, v)$ como função do tempo e do tamanho da janela *v* para a série TECH.

Na Figura B.23a são mostrados os diagramas de cores para as estimativas da dimensão fractal via HW, RG e DM. Nos três casos, observamos que os processos de autocorrelação estiveram dominados pela memória longa para todos os tamanhos de v. Porém, existem algumas regiões de forte persistência (gerando algum tipo de padrão). No caso das estimativas de $\widehat{D}_{RG}(t, v)$, antes e durante da CEG como também nos intervalos $t \in (1600, 1900)$ e no quase final do período de amostragem em $t \in (2200, 2350)$. Para $\widehat{D}_{HW}(t, v)$ a persistência ocorre aproximadamente nos mesmos intervalos temporais, mas não exibe padrões bem definido como acontecido para

as estimativas RG. Assim temos que, $\widehat{D_{DR}}(t, v) < 1.5$ atingiu 89.93% e $\widehat{D_{HW}}(t, v) < 1.5$ o 74.85% do total para janelas $42 \le v \le 252$. Por outro lado, para os processos de antipersistência local, nenhum dos casos apresentam formato característico, pelo contrário, as estimativas ficam espalhadas por quase todo o intervalo temporal como para todos os comprimentos de v. No entanto, como esperado, há uma diminuição tanto dos processos persistentes quanto antipersistência uma vez computada $\widehat{DM}(t, v)$. Porém, nos intervalos anteriormente discutidos os padrões quase desaparecem, sendo que esses pequenos formatos correspondem a forte persistência local. O $\widehat{\alpha}(t, v)$ inicialmente está formada por padrões tipo "dedo" correspondente a forte persistência global durante os intervalos entre $t \in (800, 1100), t \in (1700, 1900)$ e o intervalo $t \in (2100, 2250)$ para $v \le 126$. A forte persistência coincide com os bons momentos que apresentou os preços do TECH posto que em cada intervalo nota-se que eles ficam em alta. Por um lado temos que é um índice setorial, portanto, obtém constante investimento relacionado ao setor tecnológico, por outro lado, possui pouca ligação a políticas governamentais e aos choques devido as variações dos preços do petróleo [44, 45, 190].

(d) S. S&P

A estatística dos expoentes pode ser observada na Tabela (B.30). Assim, todas as estimativas de $\langle \widehat{D}_{HW}(t, \mathbf{v}) \rangle$, $\langle \widehat{D}_{RG}(t, \mathbf{v}) \rangle$ e $\langle \widehat{DM}(t, \mathbf{v}) \rangle$ foram persistentes. Resultados semelhantes observamos nas abordagens estática (\widehat{D}_i) e $\langle \widehat{D}_i(t; \mathbf{v} = 252) \rangle$, que também foram persistentes. As estimativas tanto para o valor estático quanto dinâmico para *H* têm persistência global. Desta forma, os resultados podem evidenciar que S&P apresenta características de ser um mercado de menor eficiência quanto comparada com a eficiência média de WTI, isto é, o acréscimo da ineficiência corresponde a $\langle IE^{S&P}(t, \mathbf{v}) \rangle = 1.2997 \langle IE^{WTI}(t, \mathbf{v}) \rangle$. Portanto, S&P, em média, as estimativas dos expoentes $\widehat{\alpha}(t, \mathbf{v}) > 0.5$ e $\widehat{DM}(t, \mathbf{v}) < 1.5$ em 75.80% e 78.45% das análises, respectivamente. Isso implica que durante a análise, as estimativas do $IE(t, \mathbf{v}) < 0.071$ foram aproximadamente a 30.35% das vezes em todo o intervalo temporal e em todos os comprimentos de \mathbf{v} . Por último, nas três abordagens, os resultados tanto estáticos quanto locais foram muito próximos em relação a medida do índice de eficiência, mesmo assim, o primeiro colocado foi o local tipo $IE(t\mathbf{v} = 252)$, em seguida o caso estático e por último o $IE(t, \mathbf{v})$.

| Método | Estáticos | Dinâmicos onde | Dinâmicos onde $42 \le v \le 252$ | | | |
|--------------------|-----------|----------------|-----------------------------------|--------|--------|--------|
| | | v = 252 = cte | Média | Máx. | Mín. | SD |
| $\widehat{D_{HW}}$ | 1.4277 | 1.4426 | 1.4759 | 2.2625 | 1.2007 | 0.0766 |
| $\widehat{D_{RG}}$ | 1.4545 | 1.4492 | 1.4542 | 1.7884 | 1.1944 | 0.0513 |
| \widehat{DM} | 1.4412 | 1.4459 | 1.4651 | 1.9684 | 1.2170 | 0.0578 |
| â | 0.5671 | 0.5669 | 0.5592 | 1.0114 | 0.1328 | 0.0937 |
| IE | 0.0893 | 0.0998 | 0.1119 | 0.5432 | 0.0002 | 0.0659 |

Tabela B.30 Estatística descritiva dos expoentes e o IE(t, v). Em $\widehat{D_{HW}}(t, v)$ com 0.012% dos dados (> 2.0) e em $\widehat{\alpha}(t, v)$ tem 0.014% dos dados (> 1.0).

Na Figura B.24a são mostrados os diagramas de cores para as estimativas da dimensão fractal via HW, RG como DM. Nos três diagramas observamos que os processos de autocorrelação estiveram dominados pela memória longa para todos os tamanhos das janelas v. Porém, algumas

regiões apresentam forte persistência, por exemplo, nas estimativas de $\widehat{D}_{RG}(t, v)$ temos três pequenos padrões distribuídos em t < 1000 como também em $t \in (1500, 1600), t \in (1800, 1900)$ e $t \in (2100, 2200)$. No caso de $\widehat{D}_{HW}(t, v)$ essa forte persistência ocorre aproximadamente para os dois últimos intervalos temporais, mas não exibe padrões bem definido como acontecido para $\widehat{D}_{RG}(t, v)$. Assim temos que, $\widehat{D}_{HW}(t, v) < 1.5$ em 69.55% e $\widehat{D}_{RG}(t, v) < 1.5$ em 85.51%. Entretanto, os processos de antipersistência local para $\widehat{D}_{RG}(t, v)$ não apresentam nenhum formato característico, pelo contrário, as estimativas ficam espalhadas por quase todo o intervalo temporal como para todos os comprimentos de v. Em $\widehat{D}_{HW}(t, v)$, notam-se apenas uns pequenos formatos tipo "montanha" que surgem em quase todo o período de amostragem quando $v \leq 70$. Finalmente, têm-se diminuição (aumento) tanto dos processos persistentes quanto antipersistente para algumas regiões, uma vez computada $\widehat{DM}(t, v)$. Porém, para os padrões discutidos anteriormente, vemos que em t < 1500 a tendência deles foi a desaparecer. No caso em que t > 1500 destacam-se aqueles formatos corresponderam a forte persistência local.



Figura B.24 Diagramas de cores que mostra em (a) dependência da dimensão fractal e em (b) de $\hat{\alpha}(t, v)$ como função do tempo e do tamanho da janela *v* para a série S&P.

 $\hat{\alpha}(t, v)$ inicialmente está formado por padrões tipo "dedo". Por exemplo, em t < 252 nota-se um padrão correspondente a uma forte antepersistência global quando v < 126. com respeito a memória de longo prazo, vemos a existência desses tipo de padrões apresentando forte persistência ($\hat{\alpha}(t, v) > 0.8$) aproximadamente em t > 252 e v < 126. No entanto, para v > 126, mesmo que não exiba formatos bens definidos, a persistência foi caracterizada na maior parte pelos processos correlacionados onde os valores variam entre $0.5 < \hat{\alpha}(t, v) < 1.0$ em cerca de 75.80% das vezes. Razoavelmente, tem-se que 24.20% das vezes $\hat{\alpha}(t, v)$ foi antipersis-

tente. Contudo, naqueles intervalos temporais em que houve forte persistência global também apresentou forte persistência local e, essa correspondência evidencia-se para quase todos os tamanhos das janelas, sugerindo que houve oportunidades de obter bons lucros mas de curta duração. É interessante notar que, durante o período entre 2008/13 (ou $t \in (500, 1800)$), os preços de S&P tiveram tendência de queda e mesmo assim $\hat{\alpha}(t, v) > 0.5$, o que está em acordo com [46, 119]. Por outro lado, mesmo que este setor energético seja de carácter global os diferentes fatores tais como épocas de pouco investimento por parte dos setores públicos como privativos, competição com outros setores de ER, CEG, crise europeia, os efeitos da Shale Revolution dos EUA entre outros que afetaram de forma direta a dinâmica dos preços do petróleo, de tal formas que esses fatores influenciaram tanto a queda quanto o aumento dos preços de S&P.

(e) S. WIND

Na Tabela (B.31) mostramos a estatística dos expoentes e do IE(t, v) onde vemos que nos casos de $\langle \widehat{D}_{HW}(t, v) \rangle$, $\langle \widehat{D}_{RG}(t, v) \rangle$ e $\langle \widehat{DM}(t, v) \rangle$ as estimativa foram persistente. De maneira semelhante, os resultados das abordagens estática (\widehat{D}_i) e $\langle \widehat{D}_i(t; v = 252) \rangle$ também foram persistentes. Nos três casos das estimativas do expoente α , estes expõem persistência global, sendo que no caso estático ele apresentou maior valor. Evidencia-se nestes resultados que WIND apresenta características de mercado de menor eficiente quanto comparada com a eficiência média de WTI, e desta forma tem-se que o aumento da ineficiência corresponde a $\langle IE^{WIND}(t, v) \rangle = 1.4053 \langle IE^{WTI}(t, v) \rangle$. Portanto, WIND, em média, é um mercado que apresentou estimativas dos expoentes $\widehat{\alpha}(t, v) > 0.5$ e $\widehat{DM}(t, v) < 1.5$ em 80.85% e 80.26% das análises, respectivamente. A dinâmica do índice mostrou que suas estimativas tomaram valores do IE(t, v) < 0.071 aproximadamente em 23.17%. Por outro lado, nas três abordagens, os resultados tanto estáticos quanto locais forma muito próximos em relação a medida do índice de eficiência, mesmo assim, o primeiro colocado corresponde o local tipo IE(tv = 252), em seguida o caso IE(t, v) e por último o estático.

| Método | Estáticos | Dinâmicos onde | Dinâmicos onde $42 \le v \le 252$ | | | |
|--------------------|-----------|----------------|-----------------------------------|--------|--------|--------|
| | | v = 252 = cte | Média | Máx. | Mín. | SD |
| $\widehat{D_{HW}}$ | 1.4151 | 1.4384 | 1.4724 | 2.3052 | 1.1509 | 0.0812 |
| $\widehat{D_{RG}}$ | 1.4203 | 1.4377 | 1.4446 | 1.8907 | 1.1842 | 0.0509 |
| \widehat{DM} | 1.4177 | 1.4381 | 1.4585 | 2.0195 | 1.1791 | 0.0607 |
| â | 0.6038 | 0.5870 | 0.5756 | 1.0910 | 0.1711 | 0.0884 |
| IE | 0.1325 | 0.1138 | 0.1210 | 0.6498 | 0.0002 | 0.0656 |

Tabela B.31 Estatística descritiva dos expoentes e o IE(t, v). Em $\widehat{D}_{HW}(t, v)$ e $\widehat{DM}(t, v)$ com 3.00E-2% e 8.46E-4% dos dados (> 2.0), respectivamente. Em $\widehat{\alpha}(t, v)$ tem 8.45E-4% dos dados (> 1.0).

Na Figura B.25 ilustram-se os diagramas das estimativas da dimensão fractal via HW, RG como de DM. Observamos neles que os processos de autocorrelação estiveram dominados pela memória longa em todos os tamanhos de v. Porém, algumas regiões apresentam fortes persistências, por exemplo, para $\widehat{D_{RG}}(t, v)$ temos diversos padrões distribuídos por todo o intervalo temporal mas a maior parte deles situam-se em v < 126. Mas para t < 800 observam-se três grandes padrões estendendo-se para $42 \le v \le 252$. Em $\widehat{D_{HW}}(t, v)$ diminui a persistência em relação às estimativas de RG, isto pode ser percebido devido que não foram gerados padrões com exceção para t < 300, exibindo semelhanças ao caso anterior. Assim temos que, $\widehat{D_{HW}}(t, v) < 1.5$ atingiu 69.78% e $\widehat{D_{RG}}(t, v) < 1.5$ em 87.51% do total de análises para $42 \le v \le 252$. Por outro lado, os processos de antipersistência local para $\widehat{D_{RG}}(t, v)$ não apresentam nenhum formato característico, pelo contrário, as estimativas ficam espalhadas por todo o intervalo temporal como nos comprimentos de v. No caso de $\widehat{D_{HW}}(t, v)$, notam-se apenas uns pequenos formato tipo "montanha" que surgem na maior parte da amostragem para $v \le 65$ onde exibe forte $\widehat{D_{HW}}(t, v) > 1.8$. Finalmente, tem-se diminuição (aumento) tanto dos processos persistentes quanto antipersistente em algumas regiões, uma vez computada $\widehat{DM}(t, v)$. Porém, os padrões discutidos anteriormente, vemos que em $t \le 300$ foram mantidos e inclusive torna-se maiores. Mas para t > 300 alguns dos formatos a tendência deles foi a desaparecer, especialmente aquele localizado durante a CFG (em torno de $t \in (630, 800)$). Isso também aconteceu para os formatos correspondentes à antipersistência local.



Figura B.25 Diagramas de cores que mostra em (a) dependência da dimensão fractal e em (b) de $\hat{\alpha}(t, v)$ como função do tempo e do tamanho da janela *v* para a série WIND.

 $\hat{\alpha}(t, v)$ inicialmente está formado por padrões tipo "dedo" e têm forte persistência global, em certas regiões alternados com formatos antipersistentes. Na maioria deles ficam abaixo de $v \le 84$, no entanto, para $t \in (1000, 1900)$ vemos que esses formatos estendem-se até $v \le 150$. Para tamanhos de v > 126, mesmo que não exiba formatos bens definidos, $\hat{\alpha}(t, v)$ ficou caracterizado na maior parte pelos processos correlacionados, ou seja, variam entre $0.5 < \hat{\alpha}(t, v) \le 1.0$ em cerca de 80.86% das vezes. Consequentemente, tem-se que 19.14% das vezes o $\hat{\alpha}(t, v)$ foi

antipersistente. Finalmente, observa-se um padrão curioso tipo ilha surgindo durante a CFG (em $t \in (630, 800)$) que exibe forte persistência para os comprimentos de 84 < v < 252.

Naqueles intervalos temporais em que houve forte persistência global também foi apresentada forte persistência local e, essa correspondência foi evidenciada para quase todos os comprimentos de v para o período entre 2008-06/2013 (ou $t \in (500, 1600)$) os preços de WIND a tendência foi à queda e mesmo assim $\hat{\alpha}(t, v) > 0.5$, o que está em acordo com [46, 119]. Nossos resultados evidenciam este comportamento de persistência, mas notamos em especial o intervalo da CFG que exibe forte persistência em todos os comprimentos de v. Por outro lado, este setor energético é de carácter setorial, portanto diferentes fatores tais como redução de investimento por parte dos setores governamentais como privativos, competição com outros setores de ER, CEG, CE, os efeitos da Shale Revolution dos EUA entre outros que afetaram de forma direta a dinâmica econômica dos preços de WIND.

(f) S. SOLAR

A estatística dos expoentes é apresentada na Tabela (B.32), onde observa-se que $\langle \widehat{D}_{HW}(t, \mathbf{v}) \rangle$, $\langle \widehat{DR}(t, \mathbf{v}) \rangle$, $\langle \widehat{DM}(t, \mathbf{v}) \rangle$ como das abordagens estática (\widehat{D}_i) e $\langle \widehat{D}_i(t; \mathbf{v} = 252) \rangle$ foram persistentes. O expoente *H* exibe persistência global nos três casos, sendo que a estimativa estática exibiu maior valor. Estes resultados listam o mercado SOLAR como aquele com maior grau de ineficiência com relação aos outros mercados analisados, ou seja, fica em evidência seu carácter setorial. Desta forma, quando comparado com a eficiência média de WTI, o SOLAR aumentou a sua ineficiência $\langle IE^{SOLAR}(t, \mathbf{v}) \rangle = 1.5749 \langle IE^{WTI}(t, \mathbf{v}) \rangle$. Portanto, SOLAR, em média, é um mercado que apresentou estimativas dos expoentes $0.5 < \widehat{\alpha}(t, \mathbf{v}) \le 1.0$ e $1.10 \le \widehat{DM}(t, \mathbf{v}) < 1.50$ em 82.83% e 84.40% das análises, respectivamente. As variações desta grandeza levou o $IE(t, \mathbf{v})$ a tomar valores < 0.071 durante a análise aproximadamente 21.78% para $t \le 0$ e $42 \le \mathbf{v} \le 252$, isto evidencia quanto o ineficiente foi este índice. Entretanto, nas três abordagens, os resultados tanto estáticos quanto locais forma muito próximos em relação a medida do índice de eficiência, mesmo assim, o primeiro colocado foi o local tipo $IE(t\mathbf{v} = 252)$, em seguida o $IE(t, \mathbf{v})$ e por último o caso estático.

| Método | Estáticos | Dinâmicos onde | Dinâmicos onde $42 \le v \le 252$ | | | |
|--------------------|-----------|----------------|-----------------------------------|--------|--------|--------|
| | | v = 252 = cte | Média | Máx. | Mín. | SD |
| $\widehat{D_{HW}}$ | 1.4071 | 1.4247 | 1.4561 | 2.1870 | 1.1956 | 0.0745 |
| $\widehat{D_{RG}}$ | 1.4300 | 1.4270 | 1.4306 | 1.8111 | 1.1938 | 0.0565 |
| \widehat{DM} | 1.4185 | 1.4259 | 1.4434 | 1.9334 | 1.1966 | 0.0596 |
| â | 0.6026 | 0.5996 | 0.5932 | 1.0753 | 0.1740 | 0.0938 |
| IE | 0.1310 | 0.1309 | 0.1356 | 0.5977 | 0.0001 | 0.0765 |

Tabela B.32 Estatística descritiva dos expoentes e o IE(t, v). Em $\widehat{D_{HW}}(t, v)$ com 0.008% dos dados (> 2.0) e em $\widehat{\alpha}(t, v)$ tem 0.010% dos dados (> 1.0).

Na Figura B.26 são mostrados os diagramas das estimativas da dimensão fractal via HW, RG como DM, onde observamos que os processos de autocorrelação estiveram dominados pela memória longa para todos os tamanhos de v. Porém, são evidenciadas algumas regiões em
B.1 ÍNDICE EFICIÊNCIA DINÂMICO

t > 800 forte persistência. Por exemplo, para $D_{RG}(t, v)$ os padrões gerados são tipo triângulos (de cabeça para baixo) distribuídos em $t \in (800, 1100), t \in (1300, 1900)$ e t > 2100. De maneira semelhante estes intervalos para $D_{HW}(t, v)$ exibem quase esses mesmos padrões mas com a particularidade que eles são menos expressos "ralos", isto é, diminuiu a persistência em relação às estimativas de RG. Portanto temos que $D_{HW}(t, v) < 1.5$ atingiu 77.25%, e $\widehat{D_{RG}}(t, v) < 1.5$ em 87.86% das análises respectivamente, para $42 \le v \le 252$. Por outro lado, para os processos de antipersistência locais nos dois estimadores não apresentam nenhum formato característico, pelo contrário, os valores obtidos ficam espalhados por quase todo o intervalo temporal e para $v \le 252$. Neste último caso, alguns valores foram fortemente antipersistentes, ié, $\widehat{D_{HW}}(t, v) > 1.8$. Finalmente, tem-se diminuição (aumento) tanto dos processos persistentes quanto antipersistente para algumas regiões, uma vez computada $\widehat{DM}(t, v)$.



Figura B.26 Diagramas de cores que mostra em (a) dependência da dimensão fractal e em (b) de $\hat{\alpha}(t, v)$ como função do tempo e do tamanho de *v* para a série SOLAR.

 $\widehat{\alpha}(t, v)$ inicialmente este está formado por padrões tipo "dedo" expõem a forte persistência global, em certas regiões alternados com padrões antipersistentes. Na maioria deles ficam abaixo de $v \leq 84$, no entanto, o intervalo para $t \in (500, 600)$ vemos que esses formatos estendem-se em todos os comprimentos de v. Alguns padrões coincidem em certos intervalos temporais como os discutidos para $\widehat{DM}(t, v)$. Os intervalos destacados são $t \in (800, 1100), t \in (1600, 1900)$ e t > 2100. Nas outras regiões mesmo que não exibam formatos bens definidos, $\widehat{\alpha}(t, v)$ ficou caracterizado na maior parte pelos processos correlacionados, ou seja, em cerca de 82.84% das vezes. Naqueles intervalos temporais em que houve forte persistência global também foi apresentada forte persistência local e, essa correspondência foi evidenciada para quase todos os tamanhos de janelas. É interessante notar que entre 03/2009 e 06/2010 (ou $t \in (800, 1100)$) os preços de SOLAR exibem um certo equilíbrio (ver no painel superior da Fig. 5.16a) e mesmo assim resultou em aumento da persistência ($\hat{\alpha}(t, v) > 0.7$). Provavelmente estes resultados devem-se a que, nessa época, houve alto investimento no setor [38], redução dos custos de produção [190], aumentos nos preços do petróleo (isso leva a optar uso de ER), mas em contrapartida os preços da prata foram de alta [196], teve início crise europeia, entre outros. Estes fatores levariam a que SOLAR apresentou essa certa tendência de equilíbrio dos preços. No entanto, para os outros intervalos de tempo, sucederam diversos fatores que induziram os preços de SOLAR a queda ou à alta resultando em processo de autocorrelação. Entre as principais causas estão aumento (redução) de investimento por parte dos setores governamentais como privativos, aumentos (redução) dos preços da prata, competição com outros setores de ER, CEG, crise europeia, os efeitos da Shale Revolution dos EUA entre outros que afetaram de forma direta a dinâmica dos preços do petróleo.

Independência das métricas de medida de eficiência

C.1 SÉRIES: FUNÇÃO WEIERSTRASS

Neste Apêndice avaliamos a independência das métricas de medida de eficiência através de uma abordagem simples que permite estimar se existe ou não correlação entre $\widehat{DM}(t; v = 256)$ e $\widehat{H}(t; v = 256)$. Para isto faremos uso dos resultados obtidos da função Weierstrass (ver Eq. 5.1) $W_{H^{ref}}(t)$ para avaliar os expoentes referência $H^{ref} = \{0.25, 0.50, 0.75\}$ com t = 1, 2, 3, ..., 4096 pontos. Para processos Auto-Afins, especificamente série univariantes, a dimensão fractal pode-se conectar à dependência de longo prazo através da relação $D_{ref} = 2 - H_{ref}$, ou seja, $D^{ref} = \{1.75, 1.50, 1.25\}$.



Figura C.1 Ilustração da evolução de $W_{0.25}(t)$, $W_{0.50}(t)$ e $W_{0.75}(t)$ e em todos os casos b = 2.1.

C.2 COEFICIENTE DE DETERMINAÇÃO $R^2 \in R^2$ AJUSTADO (R_a^2)

O coeficiente de determinação R^2 para regressão linear simples permite verificar o grau do ajuste de um modelo. O R^2 pode ser obtido também a partir do coeficiente de correlação de Pearson:

$$\rho_{x,y} = \sqrt{\frac{\sigma_{x,y}}{\sigma_x \sigma_y}} \tag{C.1}$$

onde $\sigma_{x,y}$ é a covariância de (x,y), $\sigma_x^2 \in \sigma_y^2$ são as variâncias de *x* e *y*, respectivamente. Então, tem-se que

$$R^2 \sim \rho_{x,y}^2 \tag{C.2}$$

Por outro lado, o R_a^2 é dado pela relação

$$R_a^2 = 1 - \frac{n-1}{n-(k+1)} (1 - R^2)$$
(C.3)

onde *n* e *k* representam o número de dados e variáveis independentes, respectivamente. Além disso, $R^2 e R_a^2$ também foram obtidos pelo método de "variance function based" (Zhang, 2016), e mostraram resultados próximos aos conseguidos pelas Equações (C.2) e (C.3). Portanto eles não são mostrados aqui.

C.3 EXPOENTES LOCAIS COM JANELA MÓVEL FIXA

Para analisar a dinâmica local dos expoentes nesta seção vamos a usar uma janela que tem um comprimento v = 256, ou seja vamos calcular $\widehat{D_{HW}}(t; v = 256)$, $\widehat{D_{RG}}(t; v = 256)$ e $\widehat{H}(t; v = 256)$. Além disso, aqui vamos implementar os mesmos resultados obtidos dos expoentes que foram apresentados na Subsecção B.1.1 do Apêndice B. Lembrando, os pontos usados nos ajustes lineares para estimativas destes expoentes temos que $n_p^{\widehat{D}_{HW}} = n_p^{\widehat{D}_{RG}} = 7 \text{ e } n_p^{\widehat{H}} = 57$.

C.3.1 Resultados

Na Tabela C.1 mostramos a estatística dos expoentes para a $W_{H^{ref}}(t)$ onde o expoente toma valores $H^{ref} = \{0.25, 0.50, 0.75\}$ e $t = \{1, 2, 3, ..., 4096\}$ e incluímos os resultados do IE(t; v = 256). Assim, vemos que estes resultados apresentados estão dentro do esperado dado que são próximos aos valores referências.

| Resultados dinâmicos tipo (t ; $v = 256$) | | | | |
|---|---------------|--------|--------------|--------|
| | $W_{0.25}(t)$ | | | |
| Método | Média | Máx. | Mín. | SD |
| $\widehat{D_{HW}}$ | 1.7755 | 1.8894 | 1.6850 | 0.0284 |
| $\widehat{D_{RG}}$ | 1.7613 | 1.7908 | 1.7367 | 0.0085 |
| \widehat{DM} | 1.7684 | 1.8274 | 1.7169 | 0.0162 |
| \widehat{H} | 0.2730 | 0.2961 | 0.2424 | 0.0105 |
| IE | 0.0337 | 0.0817 | 0.0025 0.010 | |
| | $W_{0.50}(t)$ | | | |
| $\widehat{D_{HW}}$ | 1.5138 | 1.6237 | 1.4272 | 0.0258 |
| $\widehat{D_{RG}}$ | 1.4981 | 1.5331 | 1.4647 | 0.0124 |
| \widehat{DM} | 1.5060 | 1.5737 | 1.4606 | 0.0165 |
| \widehat{H} | 0.5147 | 0.5366 | 0.4883 | 0.0078 |
| IE | 0.0222 | 0.0750 | 0.0007 | 0.0096 |
| | $W_{0.75}(t)$ | | | |
| $\widehat{D_{HW}}$ | 1.2676 | 1.3728 | 1.1373 | 0.0376 |
| $\widehat{D_{RG}}$ | 1.2533 | 1.3194 | 1.1627 | 0.0312 |
| \widehat{DM} | 1.2605 | 1.3397 | 1.1534 | 0.0332 |
| Ĥ | 0.7579 | 0.7921 | 0.7123 | 0.0129 |
| IE | 0.0336 | 0.0968 | 0.0006 | 0.0176 |

Tabela C.1 Estatística descritiva dos expoentes e IE(t; v = 256). As médias feitas com 3841 dados.

Dinâmica dos expoentes, C. de determinação R^2 e R_a^2 :

As regressões lineares simples são obtidas utilizando os dados de DM(t; v256) vs $\hat{H}(t; v256)$. Assim, nas Figuras (C.2a), (C.2c) e (C.2e) mostramos a evolução temporal dos expoentes. Em alguns intervalos as estimativas são superestimadas e outros subestimados, mas têm-se valores que ficam bem próximos aos referências ($D_{ref} = 2 - H_{ref}$ e $H_{ref} = \{0.25, 0.50, 0.75\}$). Por outro lado, nas Figuras (C.2b), (C.2d) e (C.2f) mostramos os resultados do coeficiente de determinação R^2 e R_a^2 para as $W_{H^{ref}}(t)$, onde claramente vemos que as medidas tanto da dimensão fractal e de H são independentes. Além disso, as estimativas das regressões lineares afastam-se da relação $D^{ref} = 2 - H^{ref}$. Estes resultados podem estar ligados às pequenas variações nas medidas, como já discutido, mas também podem estar associada a erros inerentes dos dados (Weierstrass), aos métodos usado no computo e como também à quantidade de pontos tomados no ajuste linear para computar os expoentes.



Figura C.2 Ilustração da evolução de $W_{H^{ref}}(t)$, $\widehat{D_{HW}}(t; v = 256)$, $\widehat{D_{RG}}(t; v = 256)$, $\widehat{D_{DM}}(t; v = 256)$ e $\widehat{H}(t; v = 256)$ em (a, c, e) com $H_{ref} = \{0.25, 0.50, 0.75\}$, b = 2.1 e $t = \{1, 2, 3, ..., 4096\}$ pontos. Em (b), (d) e (f) R^2 e R_a^2 obtidos através de *DM* vs *H* usando os dados de (a), (c) e (e). As linhas verdes e vermelhas em (b), (d) e (f) ilustram, respectivamente, as regressões linear simples e a relação D = 2 - H.

Finalmente na Figura C.3 mostramos os resultados do coeficiente de determinação R^2 e R_a^2 como também a dinâmica dos expoentes para a série temporal WTI. Os parâmetros usados como v e pontos dos ajustes lineares foram discutidos na Subseção B.1.1 do Apêndice B. Estes resultados evidênciam que os valores esperados de $\widehat{D_{DM}}(t; v = 256)$ e $\widehat{H}(t; v = 256)$ não exibem nenhum tipo de correlação, ou seja, são medidas independentes.

Série WTI

Aqui a janela móvel é fixa v = 256 portanto os expoentes foram computados com esse com-

primento, ou seja, $\widehat{DM}(t; v = 252)$ vs $\widehat{H}(t; v = 252)$. Logo em seguida foram usados para o cômputo das regressões lineares simples. Os resultado da Figura C.3 mostram claramente que as estimativas dos expoentes são medidas independentes dado que os valores de R^2 e R_a^2 são aproximadamente zero.



Figura C.3 Evolução dos expoentes em (a). Em (b) regressão linear de DM vs H usando dados de (a).

Não mostramos os gráficos dos resultados de R^2 e R_a^2 para as séries temporais das energias renováveis, uma vez que estes coeficientes exibem valores entre $0.06 < R^2 = R_a^2 \le 0.40$, indicando que as medidas dos expoentes são independentes. No entanto, deste grupo a série ERIX foi quem tomou o maior valor nos coeficientes $R^2 = R_a^2 \sim 0.40$.

C.4 EXPOENTES LOCAIS COM JANELA MÓVEL VARIÁVEL

Aqui a dinâmica local dos expoentes são analisadoas através do procedimento de janela móvel variável portanto têm-se que $\widehat{D_{HW}}(t, v)$, $\widehat{D_{RG}}(t, v) \in \widehat{H}(t, v)$. Além disso, também implementaremos os mesmos resultados obtidos dos expoentes que foram apresentados na Subsecção B.1.2 do Apêndice B. Lembrando, os pontos usados nos ajustes lineares para estimativas destes expoentes temos que $n_p^{\widehat{D}_{HW}} = n_p^{\widehat{D}_{RG}} = 7 \text{ e } n_p^{\widehat{H}} = \{33, 34, ..., 73\}$ devido que $v = \{42, 43, ..., 256\}$.

C.4.1 Resultados

De maneira semelhante à secção anterior, mostramos a estatística dos expoentes para a $W_{H^{ref}}(t)$ com $H^{ref} = \{0.25, 0.50, 0.75\}$ e também incluímos os resultados do IE(t; v = 256), acompanhe na Tabela C.2. Os resultados apresentados estão dentro do esperado uma vez que são próximos aos valores referências.

| Resultados dinâmicos tipo (t ; $v = 256$) | | | | |
|---|---------------|--------|--------|--------|
| | $W_{0.25}(t)$ | | | |
| Método | Média | Máx. | Mín. | SD |
| $\widehat{D_{HW}}$ | 1.8015 | 2.4557 | 1.5254 | 0.0683 |
| $\widehat{D_{RG}}$ | 1.7615 | 1.9364 | 1.6460 | 0.0174 |
| \widehat{DM} | 1.7815 | 2.1400 | 1.6014 | 0.0373 |
| Ĥ | 0.2723 | 0.4868 | 0.1278 | 0.0316 |
| IE | 0.0517 | 0.4006 | 0.0000 | 0.0348 |
| | $W_{0.50}(t)$ | | | |
| $\widehat{D_{HW}}$ | 1.5382 | 2.3498 | 1.2997 | 0.0625 |
| $\widehat{D_{RG}}$ | 1.4993 | 1.7361 | 1.3245 | 0.0282 |
| \widehat{DM} | 1.5187 | 1.9375 | 1.3363 | 0.0394 |
| Ĥ | 0.5121 | 0.8135 | 0.2634 | 0.0548 |
| IE | 0.0593 | 0.4781 | 0.0000 | 0.0391 |
| | $W_{0.75}(t)$ | | | |
| $\widehat{D_{HW}}$ | 1.2934 | 1.9242 | 1.0547 | 0.0723 |
| $\widehat{D_{RG}}$ | 1.2587 | 1.5925 | 1.0607 | 0.0486 |
| \widehat{DM} | 1.2760 | 1.7157 | 1.0612 | 0.0567 |
| Ĥ | 0.7518 | 1.1646 | 0.3359 | 0.0818 |
| IE | 0.0885 | 0.5751 | 0.0001 | 0.0525 |

C.4 EXPOENTES LOCAIS COM JANELA MÓVEL VARIÁVEL

Tabela C.2 Estatística descritiva dos expoentes e IE(t; v = 256). As médias feitas com 821760 dados.

Dinâmica dos expoentes e coeficiente de determinação R^2 e R_a^2 :

Como dito anteriormente, a janela móvel varia entre $v = \{42, 43, ..., 256\}$ para as estimativas de $\widehat{DM}(t, v)$ vs $\widehat{H}(t, v)$. Desta forma, foi possível obter a regressão linear simples de cada uma delas. Portanto, obtêm-se os parâmetros que caracterizam a melhor reta para cada v, ou seja, a interseção com o eixo vertical, a inclinação e os coeficientes R^2 e R_a^2 . No entanto, como estamos interessados em determinar se os expoentes são estimativas independentes, aqui serão mostrados unicamente os resultados de R^2 e R_a^2 .

Nas Figuras (C.4a), (C.4c) e (C.4e) observamos a evolução temporal dos expoentes e em alguns intervalos as estimativas são superestimadas e outros ficam bem próximos aos valores referência, $D_{ref} = 2 - H_{ref}$ e $H_{ref} = \{0.25, 0.50, 0.75\}$. Assim, como acontecido no caso do IE(t; v = 256) aqui quem apresenta baixo performance são os resultados obtidos através da $W_{0.75}(t)$. Isto também pode ser observado na Tabela C.2 onde estão resumidos os valores médios dos expoentes como do IE(t, v). Nas Figuras (C.4b), (C.4d) e (C.4f) mostramos os resultados de R^2 e R_a^2 uma vez avaliadas $W_{H^{ref}}(t)$, indicando claramente que as medidas dos expoentes podem ser consideradas independentes.



Figura C.4 Evolução dos expoentes como função do tempo e de v para (a), (c) e (e). Coeficiente de determinação R^2 e R_a^2 em (b, d, f) obtidos através de $\widehat{DM}(t, v)$ vs $\widehat{H}(t, v)$. Os dados usados para obtenção das regressões lineares simples correspondem aos das Fig. (a), (c), (e). Em (a), (b) e (c), respectivamente, $W_{H^{ref}}(t) \operatorname{com} H_{ref} = \{0.25, 0.50, 0.75\}, b = 2.1$ e $t = \{1, 2, 3, ..., 4096\}$ pontos.

Valores máximos, mínimos e médio do expoente $\hat{H}(t, v)$.

Na Figura C.5 apresentamos unicamente os resultados dos valor máximo, mínimo e médio das estimativas do expoente $\hat{H}(t, v)$, para $W_{0.75}(t)$, uma vez que nas outras funções não houve resultados onde as estimativas foram $\hat{H}(t, v) > 0.989$. Em seguida, foi avaliado o índice de eficiência que é apresentado na Figura C.6 e além também são exibidas as contribuições dos desvios à quantificação de IE(t, v).

Na Figura (C.5a) mostramos a evolução temporal do máximo, mínimo e valor médios do expoente $\hat{H}(v)$ como função da janela (v). Desta forma, pode-se descriminar quais são as janelas em que $\hat{H}(v)$ foram superestimados e subestimado, sendo que neste exemplo temos que isso acontece quando v < 70. No entanto, o valor médio deste esteve bem próximo ao referência. Na Figura (C.5b) ilustram-se a frequência, f, de quantas vezes $H(t) \ge 0.989$ por janela sendo que para $42 \le v \le 60$ identifica-se a frequência mais significativa (> 42). E, (C.5c) exibe-se a localização temporal destas estimativas.



Figura C.5 Ilustração da evolução dos valor máximo, mínimo e médio do expoente $\hat{H}(v)$ em função de v em (a). Frequência para valores de $H(v) \ge 0.989$ em (b). Evolução temporal de $\hat{H}(t)$ no tempo em (c).

Finalmente, na Figura C.6 tem-se a dependência da contribuição $C^{\delta X}(t, v, \%)$ ao índice de eficiência e IE(t, v) como função do tempo e de v. Claramente vemos que nas regiões em que os expoentes foram superestimados (subestimados) ficam destacados pela faixa de cores verdes, amarelos e vermelhos, aproximadamente entre $0.10 \le IE \le 0.59$.



Figura C.6 Diagramas de cores que mostra de acima para abaixo, respectivamente, a Função Weiestrass, dependência da contribuição $C^{\delta X}(t, v, \%)$ e IE(t, v) como função do tempo e de v. Assim, $\langle IE(t, v) \rangle = 0.0856$ onde $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t, v, \%) \rangle = 40.89\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{H}}(t, v, \%) \rangle = 59.11\%$.

Série S&P

Mostramos uma aplicação do procedimento descrito anteriormente para o caso da série de energia renovável S&P. O tamanho da janela varia entre $42 \le v \le 252$ portanto mostramos a relação de $\widehat{DM}(t, v)$ e $\widehat{H}(t, v)$. Logo em seguida a estimativas dos expoentes foram usados para o cômputo das regressões lineares simples ver na Figura C.7.

Na Figura C.7a observa-se a dinâmica dos expoentes como função do tempo e de v. Para algumas regiões eles foram superestimados e em outras, subestimados. A partir desses dados obtemos as regressões lineares simples e portanto os valores dos coeficientes por janela, $R^2(v)$ e $R_a^2(v)$. Estes resultados evidenciam que os expoentes são medidas independentes para todos os tamanhos de v. Portanto, as estimativas deles refletem as características globais e locais da série

S&P as quais são usadas para o computo do índice de eficiência. Nas Figura C.7(c) ilustramos o valor máximo, mínimo e médio de $\hat{H}(v)$ por janela, e como esperado, para primeiras janelas o expoente foi superestimado ou subestimado, mas $\hat{H}_{max}(v)$ e $\hat{H}_{min}(v)$ diminuem à medida que v vai aumentando. Note que, mesmo tendo essas magnitudes, os valores médios por janela (ou $\hat{H}_{media}(v)$) flutuaram em torno de 0.559 ± 0.0021 devido a que a quantidade de dados altamente persistente ($\hat{H}(v) > 0.8$) ou antipersistentes ($\hat{H}(v) < 0.2$), conforme mostrado no painel superior da Figura C.7a. A frequência do número total de dados em que $\hat{H}(v) \ge 0.989$ pode ser observada na Figura C.7d e acontece apenas para $42 \le v \le 44$. Essas estimativas refletem no caso de $\hat{H} = 1.0$ as autocorrelações associadas ao ruido rosa (1/f). Para H = 0.5 corresponde ao ruido Browniano e, se 1.0 < H < 1.5 refletem passeio aleatório (random walk) [122, 123, 211]. Contudo, vemos que aqueles valores (ver Fig. C.7e) foram identificado no intervalo que marca o início e final da crise europeia (CE) [08/12/2009 - 27/04/2012] de acordo à classificação feita em [50].



Figura C.7 Ilustração da evolução dos expoentes em (a), coeficiente de determinação ajustado $R^2(v)$ e $R_a^2(v)$ em (b). Evolução do máximo, mínimo e médio de $\hat{H}(v)$ em função de v em (c), frequência para valores de $\hat{H}(v) \ge 0.989$ em (d) e evolução temporal de $\hat{H}(t)$ em (e).

Não mostramos os gráficos dos resultados de: (a) $R^2(v)$ e $R_a^2(v)$, (b) $\hat{H}_{max}(v)$, $\hat{H}_{min}(v)$ e $\hat{H}_{media}(v)$ e (c) $\hat{H}(v) \ge 0.989$ para as outras séries temporais das energias renováveis e WTI. Para o item (a) os coeficientes exibem valores entre $0.25 < R^2(v) = R_a^2(v) \le 0.40$, indicando que as medidas dos expoentes são independentes. No entanto, deste grupo as séries WTI e SOLAR foram as que tomaram maior valor onde $R^2(v) = R_a^2(v) \le 0.40$. No caso dos itens (b) e (c) os resultados associados para todas as séries exibiram um padrão semelhante ao discutido no parágrafo anterior, sendo que as estimativas de $\hat{H}_{max}(v)$ e $\hat{H}_{min}(v)$ melhoram com o incremento da janela. E, para valores de $\hat{H}(v) \ge 0.989$ observa-se que a frequência varia entre 7 e 21 para $42 \le v \le 61$.

Na Figura C.8 apresentamos os resultados da dinâmica de $\hat{H}(t)$ para diferentes os tamanhos de janelas em que pode-se identificar no tempo os valores de $\hat{H}(v) \ge 0.989$. É interessante ressaltar que em todos os casos observa-se que esses valores ocorrem justamente bem no inicio da CE, como acontecido no caso de S&P. Esses resultados sugerem que os efeitos negativos desta crise afetaram todos os setores tanto globais quanto setoriais. Porém, como dito acima, isso acontece para um pequeno número de estimativas do expoente e as menores janelas.



Figura C.8 Ilustração da evolução temporal de $\hat{H}(t)$ no tempo para diferentes tamanhos de v ligadas à S. WTI e das energias renováveis.

IE para S. de preços e retorno acumulado de ERIX

seguir apresentam-se os resultados que envolvem uma comparação entre as séries temporais de preços e a de log-retornos (ou retornos) acumulado para o período de análise. Será discutido sucintamente a obtenção do retorno como a adição do mesmo no tempo.

D.1 RETORNOS E RETORNOS ACUMULADOS DE UM ATIVO

As variações de preço de um ativo indicam quanto este aumento, diminui ou se mantém constante em relação a um preço inicial durante o intervalo entre $t e t + \Delta t$. Essas variações podem ser medidas por meio dos retornos logarítmicos (log-retornos) dos preços ou simplesmente retornos. Estes últimos possibilitam caracterizar e avaliar o risco de uma carteira [96]. Além disso, a principal vantagem são livre de escala, ou seja, atendem à uma unidade de tempo, por exemplo, a flutuação do preço de um ativo para um período de tempo t.

Seja P_{t-1} o preço de um ativo para o tempo t-1 e, P_t o incremento/diminuição do preço para o tempo t. Então, a variação de preços será definida como $\Delta P_t = P_t - P_{t-1}$. O Retorno arimético ou retorno líquido simples é definido como $R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}} = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1$ sendo que, o retorno bruto simples como $R_t + 1 = \frac{P_t}{P_{t-1}}$ onde R_t pode ser com relação a um dia, uma semana, um ano, etc. a depender do intervalo δt . Por outro lado, o Retorno logarítmico (log-retorno) ou simplesmente retorno é definido como

$$r_t = \ln(\frac{P_t}{P_{t-1}}) = \ln(1+R_t) \simeq P_t - P_{t-1}.$$
 (D.1)

Agora, para retorno durante *k* períodos de tempos $(r_{t,k})$, este é obtido pela soma dos retornos em cada *k* como: $r_{t,k} = \ln(1+R_{t,k}) = \ln((1+R_t).(1+R_{t-1})...(1+R_{t-(k+1)}))$, então por propriedades temos $r_{t,k} = \ln(1+R_t) + \ln(1+R_{t-1}) + ... + \ln(1+R_{t-(k+1)}))$, assim

$$r_{t,k} = r_t + r_{t-1} + \dots + r_{t-(k+1)}$$
(D.2)

Onde a Equação D.2 demostra que os retornos são aditivos.

A Figura D.1 são apresentadas as ST de preços de ERIX e dos retornos acumulados. Para efeitos de notação vamos a abreviar a Equação. D.2 como (r_t^{Ac}) .



Figura D.1 Ilustração da evolução temporal da ST de preços ERIX e como da r_r^{Ac} .

D.2 COMPARAÇÕES ENTRE RETORNOS E RETORNOS ACUMULADOS

Índice eficiência estático

Na tabela D.1 são exibidos os resultados do índice de eficiência estáticos utilizando as ST de preços como o r_t^{Ac} para ERIX.

| $IE_{Est.}$ preços ERIX | | | | |
|---------------------------------|--------------------|----------------|--------|--------|
| $\widehat{D_{HW}}$ | $\widehat{D_{RG}}$ | \widehat{DM} | Ĥ | IE |
| 1.4707 | 1.4832 | 1.4770 | 0.5384 | 0.0448 |
| $IE_{Est.}$ retornos acumulados | | | | |
| 1.4802 | 1.4842 | 1.4822 | 0.5387 | 0.0426 |

Tabela D.1 Estimativa da dimensão fractal e sua média, Expoente *Hurst* e $IE_{Est.}$ para as ST de preços e como da r_t^{Ac} para ERIX.

índice de eficiência local (IE(t; v = 252))

Na Tabela D.2 e Figura D.2 são mostrados os resultados da dimensão fractal, expoente *Hurst* e o índice de eficiência local com janela de comprimento fixo ST de preços ERIX e r_t^{Ac} . Nela observamos que as estimativas de cada uma das metodologias implementadas para ambas as séries. Ou seja, os valores obtidos são muito aproximados havendo apenas uma diferença ($\leq 5\%$) quando comparados entre eles. No caso local de cumprimento de janela variável para o IE(t, v) os resultados (não são mostrados aqui) também mostraram valores similares como o acontecido no caso anterior. Finalmente, pode dizer que resultados no caso dos retornos acumulados validam aqueles conseguidos diretamente das séries de preços.

As estimativas conseguidas para índice de eficiência usando nossos os algoritmos uma vez mais apresentam resultados confiáveis e consistentes, para ambos os casos discutidos acima.

| Métod | o IE _{Est} | ${}^{1}IE(t; v = 252)$ S. de preços ERIX | | | |
|--------------------|---------------------|--|--------|--------|--------|
| | | Média | Máx. | Mín. | SD |
| $\widehat{D_{HW}}$ | 1.4707 | 1.4809 | 1.6413 | 1.3533 | 0.0524 |
| $\widehat{D_{RG}}$ | 1.4832 | 1.4820 | 1.5939 | 1.3991 | 0.0356 |
| \widehat{DM} | 1.4770 | 1.4814 | 1.5907 | 1.3795 | 0.0413 |
| \widehat{H} | 0.5384 | 0.5420 | 0.6653 | 0.4154 | 0.0647 |
| IE | 0.0448 | 0.0786 | 0.1766 | 0.0028 | 0.0427 |
| | | $^{-1}IE(t; v = 252)$ S. retornos acumulados de ERIX | | | |
| $\widehat{D_{HW}}$ | 1.4802 | 1.4812 | 1.6411 | 1.3519 | 0.0529 |
| $\widehat{D_{RG}}$ | 1.4842 | 1.4824 | 1.5939 | 1.4003 | 0.0358 |
| \widehat{DM} | 1.4822 | 1.4818 | 1.5888 | 1.3797 | 0.0416 |
| Ĥ | 0.5387 | 0.5415 | 0.6649 | 0.4147 | 0.0654 |
| IE | 0.0426 | 0.0789 | 0.1749 | 0.0021 | 0.0428 |

D.2 COMPARAÇÕES ENTRE RETORNOS E RETORNOS ACUMULADOS

Tabela D.2 Estatística descritiva da dimensão fractal via estimadores *HW* e *RG*, Expoente \hat{H} e *IE*(*t*; v = 252) tanto para a série ERIX como do $r_t^{Ac \ 1}$ com 2252 observações.



(a) Serie preços com $\langle IE(tv = 252) \rangle = 0.0786$ onde $\langle C^{0DM}(t; v = 252, \%) \rangle = 31.88\%$ e $\langle C^{\delta \hat{H}}(t; v = 252, \%) \rangle = 68.12\%$.



(b) Série de $r_t^{Ac} \operatorname{com} \langle IE(tv = 252) \rangle = 0.0789$ onde $\langle C^{\delta \widehat{DM}}(t; v = 252, \%) \rangle = 31.89\%$ e $\langle C^{\delta \widehat{H}}(t; v = 252, \%) \rangle = 68.11\%$.

Figura D.2 Dependência temporal, de acima para abaixo, tanto em a) quanto em b) das séries analisadas (Preços e r_t^{Ac}), índice eficiência, contribuição de $C^{\delta X}(t; v = 252, \%)$ à medida do IE(t; v = 252), respectivamente. O ajuste linear foi feito usando G_2^{\star} .

Scripts FDU: Modelos de injeção dependentes do tempo

Como discutido nas Sub-seção 2.5, a Função Definida pelo Usuário (FDU) permite incorporar um arquivo que contém informações adicionais do modelo estudo através do software DFC Solver. Além disso, o arquivo é feito em linguagem C.

E.1 MODELO DE TAXA DE INJEÇÃO DECRESCENTE (DR)

```
1
2
    #include "udf.h"
3
4
    DEFINE_PROFILE (inlet_y_velocity, thread, position)
5
6
    {
7
8
         face_t f;
9
         real t = CURRENT_TIME;
10
         real vd0 = -0.0144; /* Velocidade inicial v^d_0 */
         double e = 0.333 ; /* Expoente */
11
12
         real a = 6.20; /* Parâmetro alfa */
         begin_f_loop (f, thread)
13
14
15
         {
16
           F_PROFILE (f, thread, position) = v0/(1 + a*pow(t,e));
17
         }
18
         end_f_loop (f, thread)
19
    }
```

```
E.2 MODELO DE TAXA DE INJEÇÃO LINEAR (LI)
```

```
#include "udf.h"
1
2
3
    DEFINE_PROFILE (inlet_y_velocity, thread, position)
4
5
    {
6
7
        face_t f;
8
        real t = CURRENT_TIME;
9
        real vl0 = -3.1111E-04; /*velocidade inicial v^1_0 */
10
        real b = 1.5556; /*Parâmetro beta */
        begin_f_loop (f, thread)
11
12
13
         {
         F_PROFILE (f, thread, position) = vl0*(1 + b*t);
14
15
        }
16
        end_f_loop (f, thread)
17
     }
```

```
E.3 MODELO DE TAXA DE INJEÇÃO MISTA (MM)
```

```
#include "udf.h"
1
2
3
    DEFINE_PROFILE (inlet_y_velocity, thread, position)
4
5
    {
6
7
    face_t f;
8
     real t = CURRENT_TIME;
9
    /*velocidades iniciais */
10
    real vd0 = -0.0144;
    real vl0 = -3.1111E-4;
11
     double e = 0.333 ; /* expoente */
12
13
        /* Parâmetros */
14
     real a = 6.20; /* Alfa ótimo */
     real b = 1.5556; /* Beta ótimo */
15
16
     real tc = 2.5128; /* Tempo crossover */
17
     begin_f_loop (f, thread)
18
19
     {
20
         if ( t <= tc)</pre>
21
          {
          F_PROFILE (f, thread, position) = vd0/(1 + a*pow(t,e));
22
23
          }
24
         else
25
          {
          F_PROFILE (f, thread, position) = vl0*(1 + b*t);
26
27
          }
28
    }
29
        end_f_loop (f, thread)
30
    }
```

Referências Bibliográficas

- [1] HELE-SHAW, H. S. The flow of water. Nature, v. 58, p. 34–36, 1898.
- [2] AHMADIKHAMSI, S. et al. Impact of surfactant addition on non-newtonian fluid behavior during viscous fingering in hele-shaw cell. *Physics of Fluids*, v. 32, n. 1, p. 012103, 2020.
- [3] BRACKBILL, J.; KOTHE, D. B.; ZEMACH, C. A continuum method for modeling surface tension. *Journal of computational physics*, Elsevier, v. 100, n. 2, p. 335–354, 1992.
- [4] OLIVEIRA, R. S.; ANDRADE, J. S.; ANDRADE, R. F. S. Fluid flow through packings of rotating obstacles. *Phys. Rev. E*, American Physical Society, v. 91, p. 033002, Mar 2015.
- [5] MITCHELL, M. Complex systems: Network thinking. *Artificial Intelligence*, Elsevier, v. 170, n. 18, p. 1194–1212, 2006.
- [6] ECONOMIDES, M. J. et al. *Petroleum production systems*. [S.l.]: Pearson Education, 2013.
- [7] SAFFMAN, P. G.; TAYLOR, G. The penetration of a fluid into a porous medium or heleshaw cell containing a more viscous liquid. v. 245, n. 1242, p. 312–329, 1958.
- [8] GLICKSMAN, M. E. *Principles of solidification: an introduction to modern casting and crystal growth concepts.* [S.1.]: Springer Science & Business Media, 2010.
- [9] BEN-JACOB, E. From snowflake formation to growth of bacterial colonies ii: Cooperative formation of complex colonial patterns. *Contemporary Physics*, Taylor & Francis, v. 38, n. 3, p. 205–241, 1997.
- [10] GORIELY, A.; TABOR, M. Self-similar tip growth in filamentary organisms. *Physical review letters*, APS, v. 90, n. 10, p. 108101, 2003.
- [11] HE, S.; KAHANDA, G. L. M. K. S.; WONG, P.-z. Roughness of wetting fluid invasion fronts in porous media. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 69, p. 3731–3734, Dec 1992.
- [12] PATERSON, A. et al. Wetting on heterogeneous surfaces: Experiments in an imperfect hele-shaw cell. *Phys. Rev. E*, American Physical Society, v. 51, p. 1291–1298, Feb 1995.

- [13] CASADEMUNT, J. Viscous fingering as a paradigm of interfacial pattern formation: Recent results and new challenges. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, AIP Publishing, v. 14, n. 3, p. 809–824, 2004.
- [14] PRAUD, O.; SWINNEY, H. L. Fractal dimension and unscreened angles measured for radial viscous fingering. *Physical Review E*, APS, v. 72, n. 1, p. 011406, 2005.
- [15] LI, S. et al. Control of viscous fingering patterns in a radial hele-shaw cell. *Physical review letters*, APS, v. 102, n. 17, p. 174501, 2009.
- [16] LESHCHINER, A. et al. Harmonic moment dynamics in laplacian growth. *Physical Review E*, APS, v. 81, n. 1, p. 016206, 2010.
- [17] SCHWARTZ, L. Stability of hele-shaw flows: The wetting-layer effect. *Physics of Fluids* (1958-1988), AIP Publishing, v. 29, n. 9, p. 3086–3088, 1986.
- [18] RISTROPH, L. et al. Fjords in viscous fingering: Selection of width and opening angle. *Phys. Rev. E*, American Physical Society, v. 74, p. 015201, Jul 2006.
- [19] DIAS, E. O.; MIRANDA, J. A. Control of radial fingering patterns: A weakly nonlinear approach. *Phys. Rev. E*, American Physical Society, v. 81, p. 016312, Jan 2010.
- [20] KONDIC, L.; SHELLEY, M. J.; PALFFY-MUHORAY, P. Non-newtonian hele-shaw flow and the saffman-taylor instability. *Physical Review Letters*, APS, v. 80, n. 7, p. 1433, 1998.
- [21] FLUENT, A. 13.0: Theory guide, ansys. Inc., Canonsburg, PA, 2013.
- [22] AHMED, T. Working guide to reservoir rock properties and fluid flow. [S.1.]: Gulf Professional Publishing, 2009.
- [23] DIAS, E. O. et al. Minimization of viscous fluid fingering: A variational scheme for optimal flow rates. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 109, p. 144502, Oct 2012.
- [24] BATAILLE, J. Stabilité d'un écoulement radial non miscible. v. 23, p. 1349, 1968.
- [25] MIRANDA, J.; WIDOM, M. Radial fingering in a hele-shaw cell: a weakly nonlinear analysis. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Elsevier, v. 120, n. 3, p. 315–328, 1998.
- [26] GUSTAFSSON, B.; VASIL'EV, A. Conformal and potential analysis in Hele-Shaw cells.[S.I.]: Springer Science & Business Media, 2006.
- [27] KUNDU, P. K.; COHEN. I. Fluid *Mechanics* (Second Edi-Elsevier Science, 2001. **ISBN** 9780080545585. Disponível tion). em: <https://books.google.com.br/books?id=AFVnbQqCJSQC>.
- [28] PAUNÉ, E. Interface dynamics in two-dimensional viscous flows. Tese (Doutorado) PhD thesis, University of Barcelona, 2002.
- [29] CUETO-FELGUEROSO, L.; JUANES, R. A phase-field model of two-phase hele-shaw flow. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge Univ Press, v. 758, p. 522–552, 2014.

- [30] RIVERA, M. A. C. F. Análise de Switching points em flutuações finaceiras-aplicações no mercado de energia. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal da Bahia, Centro Interdisciplinar de Enegia e Ambiente., Salvador Bahia. Pages 4 - 11, 2011.
- [31] EPE, E. d. P. E. Resenha Energética Brasileiraexercício de 2020. 2020.
- [32] ANUÁRIO ESTATÍSTICO BRASILEIRO DO PETRÓLEO, GáS NATURAL E BIOCOMBUSTÍVEIS 2020. http://www.anp.gov.br/arquivos/ central-conteudos/anuario-estatistico/2020/anuario-2020.pdf/. Acessado em 27/09/2020.
- [33] PEDRA, D. P. et al. Metodologia adotada pela agência nacional do petróleo, gás natural e biocombustíveis para a detecção de cartéis. *ANP, Rio de Janeiro*, 2010.
- [34] CUIABANO, S. M. et al. Filtrando cartéis: a contribuição da literatura econômica na identificação de comportamentos colusivos. *Revista de Defesa da Concorrência*, v. 2, n. 2, p. 43–63, 2014.
- [35] CUIABANO, S. Competition policy evaluation through damage estimation in fuel retail cartel. TSE Working Paper, 2017.
- [36] FILHO, A. N. et al. Cross-correlation analysis on brazilian gasoline retail market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 508, p. 550–557, 2018.
- [37] SILVEIRA, D. et al. Cartel screening in the brazilian fuel retail market. *EconomiA*, Elsevier, v. 22, n. 1, p. 53–70, 2021.
- [38] GLOBAL trends in sustainable energy investment. Https://www.fs-unep-centre.org/global-trends-in-renewable-energy-investment-2020/.
- [39] KIM, B.; KIM, J.; KIM, J. Evaluation model for investment in solar photovoltaic power generation using fuzzy analytic hierarchy process. *Sustainability*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 11, n. 10, p. 2905, 2019.
- [40] FUENTES, F.; HERRERA, R. Dynamics of connectedness in clean energy stocks. *Energies*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 13, n. 14, p. 3705, 2020.
- [41] WEYANT, J. P. Accelerating the development and diffusion of new energy technologies: Beyond the "valley of death". *Energy Economics*, Elsevier, v. 33, n. 4, p. 674–682, 2011.
- [42] YANG, K. et al. Geopolitical risk and renewable energy stock markets: An insight from multiscale dynamic risk spillover. *Journal of Cleaner Production*, Elsevier, v. 279, p. 123429, 2021.
- [43] FERRER, R. et al. Time and frequency dynamics of connectedness between renewable energy stocks and crude oil prices. *Energy Economics*, Elsevier, v. 76, p. 1–20, 2018.
- [44] REBOREDO, J. C. Is there dependence and systemic risk between oil and renewable energy stock prices? *Energy Economics*, Elsevier, v. 48, p. 32–45, 2015.

- [45] INCHAUSPE, J.; RIPPLE, R. D.; TRÜCK, S. The dynamics of returns on renewable energy companies: A state-space approach. *Energy Economics*, Elsevier, v. 48, p. 325–335, 2015.
- [46] SHAHZAD, S. J. H. et al. Are clean energy stocks efficient? asymmetric multifractal scaling behaviour. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 550, p. 124519, 2020.
- [47] MAGHYEREH, A.; ABDOH, H. The impact of extreme structural oil-price shocks on clean energy and oil stocks. *Energy*, Elsevier, v. 225, p. 120209, 2021.
- [48] GU, R.; ZHANG, B. Is efficiency of crude oil market affected by multifractality? evidence from the wti crude oil market. *Energy Economics*, v. 53, p. 151–158, 2016. ISSN 0140-9883. Energy Markets.
- [49] MALKIEL, B. G.; FAMA, E. F. Efficient capital markets: A review of theory and empirical work*. *The Journal of Finance*, v. 25, n. 2, p. 383–417, 1970.
- [50] LEE, M. et al. Asymmetric market efficiency using the index-based asymmetric-mfdfa. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications.*
- [51] FERNANDES, L. H.; ARAÚJO, F. H. de; SILVA, I. E. The (in) efficiency of nymex energy futures: A multifractal analysis. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applicati*ons, Elsevier, v. 556, p. 124783, 2020.
- [52] BOGDAN, D.; DIMA, Ş. M.; ROXANA, I. Remarks on the behaviour of financial market efficiency during the covid-19 pandemic. the case of vix. *Finance Research Letters*, p. 101967, 2021. ISSN 1544-6123.
- [53] KRISTOUFEK, L.; VOSVRDA, M. Measuring capital market efficiency: Global and local correlations structure. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 392, n. 1, p. 184–193, 2013. ISSN 0378-4371.
- [54] KRISTOUFEK, L.; VOSVRDA, M. Commodity futures and market efficiency. *Energy Economics*, v. 42, p. 50–57, 2014. ISSN 0140-9883.
- [55] BRUNETTI, F. Mecânica dos fluidos. rev. [S.l.]: São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.
- [56] SOUZA, A. S. P. Escoamento de fluidos bifásicos em empacotamentos geométricos. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal da Bahia, Instituto de Física, curso de Pós-Graduação em Física, Salvador Bahia. Pages 4 - 11, 2014.
- [57] KARNIADAKIS, G. E.; BESKOK, A.; ALURU, N. *Microflows and nanoflows: fundamentals and simulation.* [S.1.]: Springer Science & Business Media, 2006. v. 29.
- [58] MUNSON, B. R.; YOUNG, D. F.; OKIISHI, T. H. Fundamentos da Mecânica dos Fluidos. [S.l.]: Tradução da 4ª edição norte-americana. Edgard Blucher, 2004.
- [59] OLIVEIRA, R. S. d. Propriedades de escala no escoamento de fluido em meio poroso modelado por empacotamento Apoloniano. 88f. Dissertação (Mestrado) Universidade

Federal da Bahia, Instituto de Física, Curso de Pós-Graduação em Física, Salvador Bahia. Pages 7 - 11, 2009.

- [60] WHITE, F. M. Fluid mechanics (Sevenht Edition). [S.1.]: ed: McGraw-Hill, Boston, 2009.
- [61] CENGEL, Y. A.; CIMBALA, J. M. *Mecánica de fluidos: Fundamentos y aplicaciones*. [S.1.]: Interamericana Editora, 2015.
- [62] ANDERSON, J. D.; WENDT, J. Computational fluid dynamics. [S.I.]: Springer Science & Business Media, 1995. v. 206.
- [63] ROJAS, L. F. R. Estudo sobre um mecanismo de control e medida dos dedos viscosos em célula de Hele-Shaw radial por fluido-dinâmica computacional. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal da Bahia, Instituto de Física, Curso de Pós-Graduação em Física, Salvador Bahia. Pages 4 - 16, 2016.
- [64] TIAB, D.; DONALDSON, E. C. *Petrophysics: theory and practice of measuring reservoir rock and fluid transport properties.* [S.1.]: Gulf Professional Pub., 2004.
- [65] SANTOS, R. G. Avaliação da molhabilidade de superfécies de oleodutos através de medidas de ângulo de contato: Efeito de asfaltenos e de ácidos naftênicos. SA59a. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campina, Faculdade de Engenharia Química, Curso de Pós-Graduação em Engenharia química, Campinas, São Paulo, 2003. Pages 34, 35.
- [66] SCHRADER, M. E. Young-dupre revisited. *Langmuir*, ACS Publications, v. 11, n. 9, p. 3585–3589, 1995.
- [67] TABELING, P. *Introduction to microfluidics*. [S.l.]: Oxford University Press on Demand, 2005.
- [68] GENNES, P.-G. D.; BROCHARD-WYART, F.; QUÉRÉ, D. Capillarity and wetting phenomena: drops, bubbles, pearls, waves. [S.1.]: Springer Science & Business Media, 2013.
- [69] WANG, J. Y.; BETELU, S.; LAW, B. M. Line tension approaching a first-order wetting transition: Experimental results from contact angle measurements. *Phys. Rev. E*, American Physical Society, v. 63, p. 031601, Feb 2001.
- [70] LUZ, A.; RIBEIRO, S.; PANDOLFELLI, V. Artigo revisão: Uso da molhabilidade na investigação do comportamento de corrosão de materiais refratários. *Cerâmica*, v. 54, n. 330, p. 174–183, 2008.
- [71] ADAM, N. K. *The physics and chemistry of surfaces*. London: Oxford University Press: Humphrey Milford: Third Edition, 1941.
- [72] BRACKBILL, J.; KOTHE, D. B.; ZEMACH, C. A continuum method for modeling surface tension. *Journal of computational physics*, Elsevier, v. 100, n. 2, p. 335–354, 1992.
- [73] LANGLOIS, W. E.; DEVILLE, M. O. Slow viscous flow. [S.l.]: Springer, 1964.

- [74] SORIANO, J.; ORTÍN, J.; HERNÁNDEZ-MACHADO, A. Experiments of interfacial roughening in hele-shaw flows with weak quenched disorder. *Phys. Rev. E*, American Physical Society, v. 66, p. 031603, Sep 2002.
- [75] RISTROPH, L. et al. Fjords in viscous fingering: Selection of width and opening angle. *Phys. Rev. E*, American Physical Society, v. 74, p. 015201, Jul 2006.
- [76] CHEN, J.-D. Radial viscous fingering patterns in hele-shaw cells. *Experiments in fluids*, Springer, v. 5, n. 6, p. 363–371, 1987.
- [77] DIAS, E. O.; MIRANDA, J. A. Taper-induced control of viscous fingering in variable-gap hele-shaw flows. *Physical Review E*, APS, v. 87, n. 5, p. 053015, 2013.
- [78] AL-HOUSSEINY, T. T.; TSAI, P. A.; STONE, H. A. Control of interfacial instabilities using flow geometry. *Nature Physics*, Nature Publishing Group, v. 8, n. 10, p. 747–750, 2012.
- [79] ROCERO, L. F. R.; PAIVA, A. S. S.; ANDRADE, R. F. Optimal control of fiscous fingers in radial hele-shaw cell. *International Journal of Modern Physics C (IJMPC)*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., v. 31, n. 12, p. 1–19, Oct 2020.
- [80] DREYFUS, R.; TABELING, P.; WILLAIME, H. Ordered and disordered patterns in twophase flows in microchannels. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 90, p. 144505, Apr 2003.
- [81] SHIKHMURZAEV, Y. D. Capillary flows with forming interfaces. [S.l.]: CRC Press, 2007.
- [82] TU, J.; YEOH, G. H.; LIU, C. Computational fluid dynamics: A practical approach. Butterworth-Heinemann, 2007.
- [83] MAITELLI, C. W. S. d. P. Simulação do escoamento monofásico em um estágio de uma bomba centrífuga utilizando técnicas de fluidodinâmica computacional. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2010.
- [84] SOUZA, A. S. P. Análise de sistemas complexos não lineares por equações diferenciais parciais e séries temporais. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal da Bahia, Instituto de Física, curso de Pós-Graduação em Física, Salvador Bahia., 2018.
- [85] FLUENT, A. I. Ansys fluent 12.0 udf manual. Ansys Inc, 2009.
- [86] NEWMAN, M. E. J. *Networks: An Introduction*. USA: Oxford University Press, Inc., 2010.
- [87] ALBERT, R.; BARABÁSI, A.-L. Statistical mechanics of complex networks. *Reviews of modern physics*, APS, v. 74, n. 1, p. 47, 2002.
- [88] BOLLOBÁS, B. *Modern graph theory*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 1998. v. 184.

- [89] AMARAL, L. A.; OTTINO, J. M. Complex networks. *The European Physical Journal B*, Springer, v. 38, n. 2, p. 147–162, 2004.
- [90] SILVA, R. d. R. Sincronização por Motif: Uma proposta para análise de redes cerebrais variante no tempo. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal da Bahia, Instituto de Física, Curso de Pós-Graduação em Física, Salvador Bahia., 2013.
- [91] BARABÁSI, A.-L. Linked: a nova ciência das redes. São Paulo: Leopardo, 2009.
- [92] ARAúJO, M. L. V. et al. Nonlocal dispersal of dengue in the state of bahia.
- [93] SERRANO, A. B. Análises Das Dinâmicas de Difusão em Redes Complexas Para o Modelo Multiplex de duas Camadas Mediante o uso do método de Monte Carlo. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal da Bahia, Instituto de Física, Curso de Pós-Graduação em Física, Salvador Bahia., 2016.
- [94] CASTEIGTS, A. et al. Time-varying graphs and dynamic networks. *International Journal of Parallel, Emergent and Distributed Systems*, Taylor & Francis, v. 27, n. 5, p. 387–408, 2012. Disponível em: https://doi.org/10.1080/17445760.2012.668546>.
- [95] SOUSA, R. d. A. Redes de Interação Preferencial: um modelo de redes complexas com dinâmica de arestas ponderadas. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal da Bahia, Instituto de Física, Curso de Pós-Graduação em Física, Salvador Bahia., 2016.
- [96] MOTETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. *Análise de séries temporais*. [S.1.]: ABE- Projeto Fisher & Blucher LTDA., 2006. v. 1.
- [97] POLASEK, W. Raquel Prado and Mike West: Time series: modelling, computation and inference. [S.1.]: Springer Science & Business Media, 2013.
- [98] STANDARD and poor global clean energy index (S&PGCE). http://www.portugues.spindices.com/indices/equity/ sp-global-clean-energy-index/. Acessado em 04/28/2017.
- [99] NYSE Bloomberg Global Wind Energy Index (WIND). https://www.bloomberg. com/quote/WINDG:IND/. Acessado em 04/28/2017.
- [100] NYSE Bloomberg Global Solar Energy Index (SOLAR). https://www. bloomberg.com/quote/SOLAR:IND/. Acessado em 04/28/2017.
- [101] NYSE Bloomberg Global Energy Smart Technologies Index (TECH). https://www. bloomberg.com/quote/EST:IND./. Acessado em 04/28/2017.
- [102] EUROPEAN Renewable Energy index (ERIX). http://www.sg-zertifikate. de/en/product.html?isin=DE000SG1ERX7./. Acessado em 04/28/2017.
- [103] WEST Texas Itermediate offshore, inc. (WTI). https://www.nyse.com/quote/ XNYS:WTI/. Acessado em 04/28/2017.
- [104] AGêNCIA Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP). http: //www.anp.gov.br/conteudo-do-menu-superior/31-dados-abertos/

```
5542-serie-historica-de-precos-de-combustiveis/. Acessado em 08/07/2017.
```

- [105] ROSÁRIO, R. et al. Motif-synchronization: A new method for analysis of dynamic brain networks with EEG. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 439, p. 7 – 19, 2015. ISSN 0378-4371.
- [106] OLOFSEN, E.; SLEIGH, J. W.; DAHAN, A. Permutation entropy of the electroencephalogram: a measure of anaesthetic drug effect. *BJA: British Journal of Anaesthesia*, Institute of Mathematical Statistics, v. 101, n. 6, p. 810–821, 2008. ISSN 0007-0912.
- [107] BEAVER, W. H. The information content of annual earnings announcements. *Journal of Accounting Research*, [Accounting Research Center, Booth School of Business, University of Chicago, Wiley], v. 6, p. 67–92, 1968. ISSN 00218456, 1475679X.
- [108] PETERS, E. E. A chaotic attractor for the s&p 500. *Financial Analysts Journal*, Routledge, v. 47, n. 2, p. 55–62, 1991.
- [109] PETERS, E. E. Fractal market analysis: applying chaos theory to investment and economics. [S.1.]: John Wiley & Sons, 1994. v. 24.
- [110] KRISTOUFEK, L. Fractal markets hypothesis and the global financial crisis: Scaling, investment horizons and liquidity. *Advances in Complex Systems*, v. 15, n. 06, p. 1250065, 2012.
- [111] ASSAF, A. et al. Market efficiency in the art markets using a combination of long memory, fractal dimension, and approximate entropy measures. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, v. 71, p. 101312, 2021. ISSN 1042-4431.
- [112] KRISTOUFEK, L. On bitcoin markets (in)efficiency and its evolution.
- [113] HALL, P.; WOOD, A. On the performance of box-counting estimators of fractal dimension. *Biometrika*, v. 80, n. 1, p. 246–251, 03 1993. ISSN 0006-3444.
- [114] GNEITING, T.; SCHLATHER, M. Stochastic models that separate fractal dimension and the hurst effect. *SIAM Review*, v. 46, n. 2, p. 269–282, 2004.
- [115] GNEITING, T.; ŠEVČÍKOVÁ, H.; PERCIVAL, D. B. Estimators of fractal dimension: Assessing the roughness of time series and spatial data. *Statistical Science*, Institute of Mathematical Statistics-JSTOR, v. 27, n. 2, p. 247–277, 2012. ISSN 08834237.
- [116] GENTON, M. G. Highly robust variogram estimation. *Mathematical Geology*, Springer, v. 30, n. 2, p. 213–221, 1998. ISSN 1573-8868.
- [117] PENG, C.-K. et al. Mosaic organization of dna nucleotides. *Phys. Rev. E*, American Physical Society, v. 49, p. 1685–1689, Feb 1994.
- [118] DAVID, S. et al. Measuring the brazilian ethanol and gasoline market efficiency using dfa-hurst and fractal dimension. *Energy Economics*, v. 85, p. 104614, 2020. ISSN 0140-9883.

- [119] CAO, G.; CAO, J.; XU, L. Asymmetric multifractal scaling behavior in the chinese stock market: Based on asymmetric mf-dfa. *Physica A: statistical mechanics and its applications*, Elsevier, v. 392, n. 4, p. 797–807, 2013.
- [120] GU, G.-F.; ZHOU, W.-X. Detrended fluctuation analysis for fractals and multifractals in higher dimensions. *Physical Review E*, APS, v. 74, n. 6, p. 061104, 2006.
- [121] GOMES, L. M. et al. Long-term memory in euronext stock indexes returns: An econophysics approach. *Business and Economic Horizons (BEH)*, v. 14, n. 1232-2019-875, p. 862–881, 2018.
- [122] DING, L. et al. Optimal setting for hurst index estimation and its application in chinese stock market. *IEEE Access*, IEEE, v. 9, p. 93315–93330, 2021.
- [123] SILVA, A. S. Alves da et al. Trends and persistence of dry-wet conditions in northeast brazil. *Atmosphere*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 11, n. 10, p. 1134, 2020.
- [124] MIELNICZUK, J.; WOJDYLLO, P. Estimation of hurst exponent revisited. *Computatio-nal Statistics & Data Analysis*, v. 51, n. 9, p. 4510–4525, 2007. ISSN 0167-9473. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167947306002337.
- [125] ALVAREZ-RAMIREZ, J.; ECHEVERRIA, J. C.; RODRIGUEZ, E. Performance of a high-dimensional r/s method for hurst exponent estimation. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 387, n. 26, p. 6452–6462, 2008. ISSN 0378-4371. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437108007140>.
- [126] HURST, H. E. Long-term storage capacity of reservoirs. *Transactions of the American society of civil engineers*, American Society of Civil Engineers, v. 116, n. 1, p. 770–799, 1951.
- [127] FEDER, J. Fractals. [S.I.]: Springer US, 1988. v. 1. ISBN 9780306428517.
- [128] THEILER, J. Estimating fractal dimension. *Journal of The Optical Society of America A-optics Image Science and Vision*, v. 7, p. 1055–1073, 1990.
- [129] BUNDE, A.; HAVLIN, S. Fractals in science. [S.l.]: Springer, Berlin, Heidelberg, 1994. ISBN 978-3-642-77953-4.
- [130] MANDELBROT, B. B. *The fractal geometry of nature*. [S.l.]: W. H. Freeman Press, 1982. v. 1.
- [131] VIVAS, J. M. Análise fractal de reescalonamento temporal para chuvas. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal da Bahia, Instituto de Física, Curso de Pós-Graduação em Física, Salvador Bahia., 1997.
- [132] FERREIRA, C. d. S. Caracterização multifractal de Superficies Rugosas de Catalizadores usando Técnica de Ondaletas. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal da Bahia, Instituto de Física, Curso de Pós-Graduação em Física, Salvador Bahia., 2002.
- [133] ROUSSEEUW, P. J.; CROUX, C. Alternatives to the median absolute deviation. *Journal* of the American Statistical Association, Taylor & Francis, v. 88, n. 424, p. 1273–1283, 1993.

- [134] DAVIES, S.; HALL, P. Fractal analysis of surface roughness by using spatial data. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, v. 61, n. 1, p. 3–37, 1999.
- [135] ZHU, Z.; STEIN, M. L. Parameter estimation for fractional brownian surfaces. *Statistica Sinica*, Institute of Statistical Science, Academia Sinica, v. 12, n. 3, p. 863–883, 2002. ISSN 10170405, 19968507.
- [136] FERREIRA, D. F. Estatística básica. [S.l.]: UFLA, 2005.
- [137] PIANA, C. F. de B.; MACHADO, A. de A.; SELAU, L. P. R. Estatística Básica. [S.l.]: Pelotas, 2009.
- [138] GRAÑA, C. R.; DÍAZ, M. R. *Introducción a la Estadística Descriptiva*. [S.l.]: Netbiblo, 2007.
- [139] ZIVOT, E.; ANDREWS, D. W. K. Further evidence on the great crash, the oil-price shock, and the unit-root hypothesis. *Journal of business & economic statistics*, Taylor & Francis, v. 20, n. 1, p. 25–44, 1992.
- [140] JIANG, Q.; KHATTAK, S. I.; RAHMAN, Z. U. Measuring the simultaneous effects of electricity consumption and production on carbon dioxide emissions (co2e) in china: New evidence from an ekc-based assessment. *Energy*, Elsevier, v. 229, p. 120616, 2021.
- [141] USMAN, O.; ELSALIH, O. M. Testing the effects of real exchange rate pass-through to unemployment in brazil. *Economies*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 6, n. 3, p. 49, 2018.
- [142] GREGORY, A. W.; HANSEN, B. E. Practitioners corner: tests for cointegration in models with regime and trend shifts. *Oxford bulletin of Economics and Statistics*, Wiley Online Library, v. 58, n. 3, p. 555–560, 1996.
- [143] BANDT, C.; POMPE, B. Permutation entropy: a natural complexity measure for time series. *Physical review letters*, APS, v. 88, n. 17, p. 174102, 2002.
- [144] BRISSAUD, J.-B. The meanings of entropy. *Entropy*, Molecular Diversity Preservation International, v. 7, n. 1, p. 68–96, 2005.
- [145] MATEOS, D. et al. Measures of entropy and complexity in altered states of consciousness. *Cognitive neurodynamics*, Springer, v. 12, n. 1, p. 73–84, 2018.
- [146] TRAVERSARO, F. et al. Bandt-pompe symbolization dynamics for time series with tied values: A data-driven approach. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, AIP Publishing LLC, v. 28, n. 7, p. 075502, 2018.
- [147] PINCUS, S. M. Approximate entropy as a measure of system complexity. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, National Acad Sciences, v. 88, n. 6, p. 2297–2301, 1991.

- [148] PINCUS, S.; KALMAN, R. E. Irregularity, volatility, risk, and financial market time series. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, National Acad Sciences, v. 101, n. 38, p. 13709–13714, 2004.
- [149] PINCUS, S. Approximate entropy as an irregularity measure for financial data. *Econometric Reviews*, Taylor & Francis, v. 27, n. 4-6, p. 329–362, 2008.
- [150] GENÇAY, R.; GRADOJEVIC, N. The tale of two financial crises: An entropic perspective. *Entropy*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 19, n. 6, p. 244, 2017.
- [151] DELGADO-BONAL, A.; MARSHAK, A. Approximate entropy and sample entropy: A comprehensive tutorial. *Entropy*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 21, n. 6, p. 541, 2019.
- [152] MYERS, R. L. The basics of physics. [S.l.]: Greenwood Publishing Group, 2006.
- [153] MCLEAN, J.; SAFFMAN, P. The effect of surface tension on the shape of fingers in a hele shaw cell. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge University Press, v. 102, p. 455–469, 1981.
- [154] DIAS, E. O. R. Mecanismos de controle em célula de Hele-Shaw radial. 532.05. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco, Departamento de Física CCNE, Curso de Pós-Graduação em Física, Recife -EP, 2010.
- [155] DIAS, E. O. et al. Minimization of viscous fluid fingering: A variational scheme for optimal flow rates. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 109, p. 144502, Oct 2012.
- [156] PAIVA, A. S. S.; OLIVEIRA, R. S.; ANDRADE, R. F. S. Two-phase fluid flow in geometric packing. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, The Royal Society, v. 373, n. 2056, 2015. ISSN 1364-503X.
- [157] PFAHLER, J. et al. Gas and liquid flow in small channels. *Micromechanical sensors, Actuators, and Ssystems*, ASME, v. 32, p. 49–60, 1991.
- [158] CHEVALIER, C. et al. Inertial effects on saffman-taylor viscous fingering. *Journal of fluid mechanics*, Cambridge University Press, v. 552, p. 83, 2006.
- [159] ZHAO, H. et al. Perturbing hele-shaw flow with a small gap gradient. *Phys. Rev. A*, American Physical Society, v. 45, p. 2455–2460, Feb 1992.
- [160] DIAS, E. O.; MIRANDA, J. A. Influence of inertia on viscous fingering patterns: Rectangular and radial flows. *Phys. Rev. E*, American Physical Society, v. 83, p. 066312, Jun 2011.
- [161] RUYER-QUIL, C. Inertial corrections to the darcy law in a hele-shaw cell. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences-Series IIB-Mechanics, Elsevier, v. 329, n. 5, p. 337– 342, 2001.

- [162] MIRANDA, J. A.; WIDOM, M. Weakly nonlinear investigation of the saffman-taylor problem in a rectangular hele-shaw cell. *International Journal of Modern Physics B*, World Scientific, v. 12, n. 09, p. 931–949, 1998.
- [163] MIRANDA, J. A.; ALVAREZ-LACALLE, E. Viscosity contrast effects on fingering formation in rotating hele-shaw flows. *Phys. Rev. E*, American Physical Society, v. 72, p. 026306, Aug 2005.
- [164] YAO, C.-Z.; KUANG, P.-C. A study of lead–lag structure between international crude oil price and several financial markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 531, p. 121755, 2019. ISSN 0378-4371.
- [165] LI, J.; LI, P. Empirical analysis of the dynamic dependence between wti oil and chinese energy stocks. *Energy Economics*, Elsevier, p. 104299, 2019.
- [166] COX, T. F. Ch. 16. multidimensional scaling in process control. *Handbook of Statistics*, Elsevier, v. 22, p. 609–623, 2003.
- [167] JIANG, Z.-Q.; XIE, W.-J.; ZHOU, W.-X. Testing the weak-form efficiency of the wti crude oil futures market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 405, p. 235–244, 2014. ISSN 0378-4371.
- [168] KRISTOUFEK, L.; VOSVRDA, M. Measuring capital market efficiency: long-term memory, fractal dimension and approximate entropy. *The European Physical Journal B*, Springer, v. 87, n. 7, p. 1–9, 2014.
- [169] KRISTOUFEK, L.; VOSVRDA, M. Gold, currencies and market efficiency. *Physica A: statistical mechanics and its applications*, Elsevier, v. 449, p. 27–34, 2016.
- [170] ZHANG, L. et al. Medium-term and long-term volatility forecasts for eua futures with country-specific economic policy uncertainty indices. *Resources Policy*, Elsevier, v. 77, p. 102644, 2022.
- [171] AUER, B. R. On time-varying predictability of emerging stock market returns. *Emerging Markets Review*, Elsevier, v. 27, p. 1–13, 2016.
- [172] ALVAREZ-RAMIREZ, J. et al. Time-varying hurst exponent for us stock markets. *Physica A: statistical mechanics and its applications*, Elsevier, v. 387, n. 24, p. 6159–6169, 2008.
- [173] SHAO, Y. Does Crude Oil Market Efficiency Improve After the Lift of the U.S. Export Ban? Evidence From Time-Varying Hurst Exponent. *Frontiers in Physics*, v. 8, p. 405, out. 2020.
- [174] GHAZANI, M. M.; EBRAHIMI, S. B. Testing the adaptive market hypothesis as an evolutionary perspective on market efficiency: Evidence from the crude oil prices. *Finance Research Letters*, v. 30, p. 60–68, 2019. ISSN 1544-6123.

- [175] TABAK, B. M.; CAJUEIRO, D. O. Are the crude oil markets becoming weakly efficient over time? a test for time-varying long-range dependence in prices and volatility. *Energy Economics*, v. 29, n. 1, p. 28–36, 2007. ISSN 0140-9883.
- [176] FAN, X.; LI, X.; YIN, J. Dynamic relationship between carbon price and coal price: perspective based on detrended cross-correlation analysis. *Energy Procedia*, v. 158, p. 3470– 3475, 2019. ISSN 1876-6102. Innovative Solutions for Energy Transitions.
- [177] LIN, M.; QIN, J.; WANG, G. Multi-scale cross-correlation analysis of temporal and spatial seismic data. *The European Physical Journal B*, Springer, v. 93, n. 3, p. 1–7, 2020.
- [178] YUAN, N. et al. A novel way to detect correlations on multi-time scales, with temporal evolution and for multi-variables. *Scientific reports*, Nature Publishing Group, v. 6, n. 1, p. 1–11, 2016.
- [179] DUAN, K. et al. Dynamic efficiency and arbitrage potential in bitcoin: A long-memory approach. *International Review of Financial Analysis*, v. 75, p. 101725, 2021. ISSN 1057-5219.
- [180] GRECH, D.; MAZUR, Z. Can one make any crash prediction in finance using the local hurst exponent idea? *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 336, n. 1-2, p. 133–145, 2004.
- [181] FAN, Y.; XU, J.-H. What has driven oil prices since 2000? a structural change perspective. *Energy Economics*, Elsevier, v. 33, n. 6, p. 1082–1094, 2011.
- [182] CIFARELLI, G.; PALADINO, G. Oil price dynamics and speculation: A multivariate financial approach. *Energy Economics*, Elsevier, v. 32, n. 2, p. 363–372, 2010.
- [183] KHAN, K. et al. Do crude oil price bubbles occur? *Resources Policy*, Elsevier, v. 71, p. 101936, 2021.
- [184] YANG, L. Connectedness of economic policy uncertainty and oil price shocks in a time domain perspective. *Energy Economics*, Elsevier, v. 80, p. 219–233, 2019.
- [185] KILIAN, L. Not all oil price shocks are alike: Disentangling demand and supply shocks in the crude oil market. *American Economic Review*, v. 99, n. 3, p. 1053–69, 2009.
- [186] JI, Q.; FAN, Y. How does oil price volatility affect non-energy commodity markets? *Applied Energy*, v. 89, n. 1, p. 273–280, 2012. ISSN 0306-2619. Special issue on Thermal Energy Management in the Process Industries.
- [187] RATTI, R. A.; VESPIGNANI, J. L. Why are crude oil prices high when global activity is weak? *Economics Letters*, Elsevier, v. 121, n. 1, p. 133–136, 2013.
- [188] FANTAZZINI, D. The oil price crash in 2014/15: Was there a (negative) financial bubble? *Energy Policy*, Elsevier, v. 96, p. 383–396, 2016.
- [189] PERIFANIS, T. Detecting west texas intermediate (wti) prices bubble periods. *Energies*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 12, n. 14, p. 2649, 2019.

- [190] DOMINIONI, G.; ROMANO, A.; SOTIS, C. A quantitative study of the interactions between oil price and renewable energy sources stock prices. *Energies*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 12, n. 9, p. 1693, 2019.
- [191] UDDIN, G. S. et al. Cross-quantilogram-based correlation and dependence between renewable energy stock and other asset classes. *Energy Economics*, Elsevier, v. 80, p. 743–759, 2019.
- [192] REBOREDO, J. C.; RIVERA-CASTRO, M. A.; UGOLINI, A. Wavelet-based test of comovement and causality between oil and renewable energy stock prices. *Energy Economics*, v. 61, p. 241–252, 2017. ISSN 0140-9883.
- [193] HORTA, P.; LAGOA, S.; MARTINS, L. The impact of the 2008 and 2010 financial crises on the hurst exponents of international stock markets: Implications for efficiency and contagion. *International Review of Financial Analysis*, Elsevier, v. 35, p. 140–153, 2014.
- [194] CERQUETI, R.; FANELLI, V. Long memory and crude oil's price predictability. *Annals* of *Operations Research*, Springer, p. 1–12, 2019.
- [195] ALVAREZ-RAMIREZ, J.; ALVAREZ, J.; RODRIGUEZ, E. Short-term predictability of crude oil markets: a detrended fluctuation analysis approach. *Energy Economics*, Elsevier, v. 30, n. 5, p. 2645–2656, 2008.
- [196] APERGIS, I.; APERGIS, N. Silver prices and solar energy production. *Environmental science and pollution research*, Springer, v. 26, n. 9, p. 8525–8532, 2019.
- [197] DUTTA, A. Impact of silver price uncertainty on solar energy firms. *Journal of Cleaner Production*, Elsevier, v. 225, p. 1044–1051, 2019.
- [198] PAIVA, A. S. S.; RIVERA-CASTRO, M. A.; ANDRADE, R. F. S. Dcca analysis of renewable and conventional energy prices. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 490, p. 1408–1414, 2018.
- [199] NAN, Z.; KAIZOJI, T. Market efficiency of the bitcoin exchange rate: Weak and semistrong form tests with the spot, futures and forward foreign exchange rates. *International Review of Financial Analysis*, Elsevier, v. 64, p. 273–281, 2019.
- [200] SHERAZ, M.; NASIR, I. Information-theoretic measures and modeling stock market volatility: A comparative approach. *Risks*, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 9, n. 5, p. 89, 2021.
- [201] BENEDETTO, F.; GIUNTA, G.; MASTROENI, L. On the predictability of energy commodity markets by an entropy-based computational method. *Energy Economics*, Elsevier, v. 54, p. 302–312, 2016.
- [202] SOLOVIEV, V. N.; BIELINSKYI, A.; SOLOVIEVA, V. Entropy analysis of crisis phenomena for djia index. p. 434–449, 2019.
- [203] ORTIZ-CRUZ, A. et al. Efficiency of crude oil markets: Evidences from informational entropy analysis. *Energy Policy*, Elsevier, v. 41, p. 365–373, 2012.

- [204] PFAFF, B. Analysis of Integrated and Cointegrated Time Series with R. Second. New York: Springer, 2008. ISBN 0-387-27960-1.
- [205] CHAUDHURI, K.; WU, Y. Random walk versus breaking trend in stock prices: Evidence from emerging markets. *Journal of Banking & Finance*, Elsevier, v. 27, n. 4, p. 575– 592, 2003.
- [206] MEZGHANI, T.; BOUJELBÈNE, M. The contagion effect between the oil market, and the islamic and conventional stock markets of the gcc country. *International Journal of Islamic and Middle Eastern Finance and Management*, Emerald Publishing Limited, 2018.
- [207] FTITI, Z.; GUESMI, K.; ABID, I. Oil price and stock market co-movement: What can we learn from time-scale approaches? *International review of financial analysis*, Elsevier, v. 46, p. 266–280, 2016.
- [208] UMAR, M. et al. Driven by fundamentals or exploded by emotions: Detecting bubbles in oil prices. *Energy*, Elsevier, v. 231, p. 120873, 2021.
- [209] LYU, Y. et al. Time-varying effects of global economic policy uncertainty shocks on crude oil price volatility: New evidence. *Resources Policy*, Elsevier, v. 70, p. 101943, 2021.
- [210] ZHOU, L.; GENG, J.-B. Dynamic effect of structural oil price shocks on new energy stock markets. *Frontiers in Environmental Science*, Frontiers, v. 9, p. 20, 2021.
- [211] IHLEN, E. A. F. E. Introduction to multifractal detrended fluctuation analysis in matlab. *Frontiers in physiology*, Frontiers, v. 3, p. 141, 2012.
- [212] WILDER Hill Clean Energy Index (ECO). https://wildershares.com/ stock.php/. Acessado em 04/28/2017.
- [213] FERNADES, M. d. S. Uma Proposta para Difusão do Conhecimento em Correlações Cruzadas de Séries Temporais Econômicas, Ano de obtenção. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal da Bahia, Instituto de Física, Curso de Pós-Graduação em Física, Salvador Bahia., 2016.
- [214] SAYLOR, J.; BOUNDS, G. D. et al. Experimental study of the role of the weber and capillary numbers on mesler entrainment. *AIChE Journal*, Wiley Online Library, v. 58, n. 12, p. 3841–3851, 2012.
- [215] NICOSIA, V. et al. Components in time-varying graphs. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, v. 22, n. 2, p. 023101, 2012.
- [216] TRAPLETTI, A.; HORNIK, K. tseries: Time Series Analysis and Computational Finance. [S.1.], 2020. R package version 0.10-48.
- [217] KWIATKOWSKI, D. et al. Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root?
- [218] JARQUE, C. M.; BERA, A. K. Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals. *Economics letters*, Elsevier, v. 6, n. 3, p. 255–259, 1980.

- [219] GEL, Y. R.; GASTWIRTH, J. L. A robust modification of the jarque-bera test of normality. *Economics Letters*, Elsevier, v. 99, n. 1, p. 30–32, 2008.
- [220] SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika*, JSTOR, v. 52, n. 3/4, p. 591–611, 1965.
- [221] LILLIEFORS, H. W. On the kolmogorov-smirnov test for normality with mean and variance unknown. *Journal of the American statistical Association*, Taylor & Francis, v. 62, n. 318, p. 399–402, 1967.
- [222] LUCAMBIO, F. Diferentes testes para verificar normalidade de uma amostra aleatória. *Statistic Research of Paraná. e*, v. 1, p. 1–12, 2008.