



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Antonio Lafayette Lins Freire Vasconcellos

Estudo dos Estados Exóticos no setor de Bottomonium via Teorias de Campos Efetivas

Salvador
Maio de 2017

Antonio Lafayette Lins Freire Vasconcellos

Estudo dos Estados Exóticos no setor de Bottomonium via Teorias de Campos Efetivas

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Física, Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Física.

Universidade Federal da Bahia – UFBA

Instituto de Física

Programa de Pós-Graduação em Física

Orientador: Luciano Melo Abreu

Salvador

Maio de 2017

Antonio Lafayette Lins Freire Vasconcellos

Estudo dos Estados Exóticos no setor de Bottomonium via Teorias de Campos Efetivas/ Antonio Lafayette Lins Freire Vasconcellos. – Salvador, Maio de 2017-
127 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Luciano Melo Abreu

Tese de Doutorado – Universidade Federal da Bahia – UFBA

Instituto de Física

Programa de Pós-Graduação em Física, Maio de 2017.

1. W. 2. F. I. V. II. Universidade Federal da Bahia. III. Instituto de Física. IV. A

CDU 530.145

Antonio Lafayette Lins Freire Vasconcellos

Estudo dos Estados Exóticos no setor de Bottomonium via Teorias de Campos Efetivas

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Física, Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Física.

Aprovado em 26 de maio de 2017:

Luciano Melo Abreu
Orientador – IF-UFBA

Alexandre Leite Gadelha
IF-UFBA

Jorge Mário Carvalho Malbouisson
IF-UFBA

Fernando Silveira Navarra
IF-USP

Emerson Gustavo de Souza Luna
IF- UFRGS

Salvador

*Dedico esta tese a todos que com ela contribuíram, em especial aos amigos, aos familiares
e a Fernanda Rocha.*

Agradecimentos

Três palavras centrais estão no plano de fundo desse trabalho: amor, confiança e superação. Amor ao objeto estudado. Confiança depositada em mim pelo meu orientador, professor e amigo, Luciano Melo Abreu. E, por fim, superação, pois superar os desafios diários da vida e da física é uma tarefa sempre presente. Certamente, muitas pessoas contribuíram para realização deste trabalho, contribuição que pode ter sido presente de maneira superposta na minha formação intelectual, acadêmica e humana. A todos vocês, só tenho a agradecer. Sei que em poucas linhas não é possível preencher o espaço que essas pessoas verdadeiramente possuem nessa longa caminhada. Como o esquecimento sempre foi um traço característico de minha personalidade, peço desculpa àqueles cujos nomes não estejam escritos nessa página.

Agradeço ao orientador Luciano Melo Abreu, por sempre acreditar no que eu sempre descredito. Muito obrigado.

Aos amigos João Humberto Aires Pedroza Júnior, Wallas Santos (nosso representante estudantil revolucionário), Sérgio Floquet, Eric Pinto, Mabele de Jesus, Yuri Hamayano, Érico Gonçalves, Daniel Abreu, Elenilson Nery, Elvis Santos, Miralvo, Vinícios Conceição, Marcos Almeida, Valdencastró, Jorge Bocão, Augusto Alves.

Aos amigos e professores Frederico Vasconcellos Prudente, Raimundo Muniz, Juarez Caetano, Arthur Matos Neto, Humberto Borges, Jorge Mário, Ricardo Miranda, Alexandre Gadelha, Mário Bertin pelas diversas lições de física, espero tê-las aprendido.

Aos amigos do doutorado do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF) Célio Marques, Gustavo Pazzini, Luís Rodolfo pelo suporte nos tempo de estadia no Rio de Janeiro. Aos professores Helayel e Sebastião Alves pela acolhida no CBPF.

Aos funcionários do Instituto de Física Marcos Paulo (MP), João Paulo (JP), Lúcia Helena, Marli Cabral, Nelson Dumienne, Conceição. Muito obrigado.

Aos amigos que me tiram do circuito de física: tio Villi, tio Índio, João Schleu, Kicos, Dola, Daniel Santana, Drica, Felipe (MAG), Thiago Bagdeve, Augusto Souza, Caio Matos, Manoel Bomfim, Antônio Lago, Geovane Peixoto, Bernardo Lima, Renata Fabiana, Angelo Tourinho (por fazer-me rir bastante), Patrícia Carvalho, Uriel Wesley, Manuela Brasil, Flávia Leal, Érica Adorno, Matheus Oliveira, Bruno Silva, Raiane Layse, Fernanda Tedgue, Luiz Leal.

Por fim, agradeço aos meus irmãos, Emanuel Lins e Luciana Vasconcellos; ao meu cunhado e a minha cunhada, Luiz Paulo e Carolina Mendonça; aos meus sobrinhos que tanto me alegram e me perturbam, Clarinha e Toinho; ao amigo Diego Bahiense; a minha

mãe, a meu pai (*In memoriam*) e a minha amada e pequena, Fernanda Rocha.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro.

“Eu sou eu e a minha circunstância e se não a salvo, não salvo a mim mesmo.”

José Ortega y Gasset

Resumo

Neste trabalho, no primeiro momento, investigamos a produção dos estados $Z_b(10610)$ e $Z'_b(10650)$ em um meio hadrônico, através dos processos $\bar{B}^{(*)}B^{(*)} \rightarrow \pi Z_b^{(\prime)}$ usando a Teoria Efetiva dos Mésons pesados, com a lagrangiana efetiva respeitando as simetrias quirais $SU(3)_L \times SU(3)_R$ e de quarks pesados. No segundo momento, investigamos a produção e absorção desses estados em um meio hadrônico, através dos processos $\bar{B}^{(*)}B^{(*)} \rightarrow \pi Z_b^{(\prime)}$ e as correspondentes reações inversas. Utilizamos lagrangianas efetivas de campos baseadas em uma extensão de $SU(4)$ do formalismo de gauge escondida para explicar os acoplamentos entre mésons leves e pesados, e uma lagrangiana fenomenológica envolvendo os vértices $B^*B^{(*)}Z_b^{(\prime)}$. Em ambos os casos, assumindo que $Z_b(10610)$ se acopla com as componentes $(\bar{B}^0B^{*+} + B^+\bar{B}^{*0})$, enquanto $Z'_b(10650)$ apenas se acopla com o canal $(B^{*+}\bar{B}^{*0})$, as amplitudes e seções de choque na ordem principal são determinadas.

Palavras-chaves: Teoria efetiva de mésons pesados. Estados ligados méson-méson. Estados exóticos. Estados $Z_b^{(\prime)}$.

Abstract

In this work, in the first moment, we investigate the production of $Z_b(10610)$ and $Z'_b(10650)$ states in a hadronic medium, via the processes $\bar{B}^{(*)}B^{(*)} \rightarrow \pi Z_b^{(\prime)}$ making use of Heavy-Meson Effective Theory, with the effective Lagrangian respecting chiral $SU(3)_L \times SU(3)_R$ and heavy quark symmetries. In the second moment, we investigate the production and absorption of $Z_b(10610)$ and $Z'_b(10650)$ states in a hadronic medium, via the processes $\bar{B}^{(*)}B^{(*)} \rightarrow \pi Z_b^{(\prime)}$ and the corresponding inverses reactions. We use effective field Lagrangians based on an $SU(4)$ -extension of the hidden gauge formalism to account for the couplings between light and heavy mesons, and a phenomenological Lagrangian involving the $B^*B^{(*)}Z_b^{(\prime)}$ vertices. In both cases assuming that $Z_b(10610)$ couples to the components $(\bar{B}^0 B^{*+} + B^+ \bar{B}^{*0})$, while $Z'_b(10650)$ only couples to the channel $(B^{*+} \bar{B}^{*0})$, the amplitudes and cross sections at leading order are determined.

Keywords: Heavy-meson effective theory. Meson-meson bound states. Exotic states. $Z_b^{(\prime)}$ states.

Sumário

	Sumário	10
	Lista de Figuras	12
	Lista de tabelas	15
1	INTRODUÇÃO	16
2	MODELO PADRÃO DA FÍSICA DE PARTÍCULAS	20
2.1	As partículas elementares e suas interações	21
2.2	Dos quarks aos Hádrons	27
2.2.1	Os Hádrons Convencionais	27
2.2.2	Os Hádrons Exóticos e os estados $Z_b^{(\prime)}$	30
3	TEORIAS DE CAMPOS EFETIVAS	36
3.1	A Cromodinâmica Quântica	37
3.2	Teoria de Perturbação Quiral	41
3.2.1	Simetria Quiral	42
3.2.2	Lagrangiana Efetiva Quiral em ordem mais baixa	45
3.3	A Física dos Quarks Pesados	48
3.3.1	Lagrangiana Efetiva dos Quarks Pesados	49
3.3.2	Lagrangiana Efetiva dos Mésons Pesados	54
4	PRODUÇÃO DOS ESTADOS $Z_b^{(\prime)}$ VIA TEORIA EFETIVA DOS MÉSONS PESADOS	61
4.1	Lagrangiana Efetiva dos Estados $Z_b^{(\prime)}$	62
4.2	Amplitudes de transição de produção dos estados $Z_b^{(\prime)+}$ via teoria efetiva de mésons pesados	64
4.2.1	Esquema de contagem de potência	67
4.2.2	Seções de choque de produção dos estados $Z_b^{(\prime)+}$	70
4.3	Resultados	71
5	PRODUÇÃO E ABSORÇÃO DOS ESTADOS EXÓTICOS $Z_b^{(\prime)}$ VIA TEORIA EFETIVA DE GAUGE ESCONDIDA	75
5.1	A Simetria de Gauge Escondida	76
5.2	Lagrangianas da simetria de gauge escondida	78

5.3	Amplitudes de transição de produção e absorção dos Estados Exóticos $Z_b^{(\prime)+}$	81
5.4	Resultados	86
5.4.1	Inclusão dos fatores de forma	89
6	CONCLUSÕES	92
	APÊNDICE A – ESPECTROSCOPIA HADRÔNICA	94
A.1	Momento angular total J	94
A.2	Invariância rotacional	96
A.2.1	Conservação do momento angular	97
A.2.2	Momento angular dos hádrons em geral	100
A.2.3	Momento angular dos hádrons pesados	101
A.3	Paridade	102
A.3.1	Paridade dos quarks e dos hádrons	105
A.4	Conjugação de Carga	106
	APÊNDICE B – PROPRIEDADES DE TRANSFORMAÇÃO DOS BÓSONS DE GOLDSTONE E SUA APLICAÇÃO NO CENÁRIO DA QCD	108
B.1	Considerações Gerais	108
B.2	Aplicação na QCD	110
	APÊNDICE C – SEÇÕES DE CHOQUE	115
C.1	Estado final de duas partículas	118
	REFERÊNCIAS	121

Lista de Figuras

Figura 1 – Modelo Padrão da Física de Partículas.	26
Figura 2 – Interação das partículas elementares no Modelo Padrão.	26
Figura 3 – Representação no $SU(3)$ de sabor dos mésons pseudoscalares mais usuais. No lado esquerdo: u, d, s representam o tripleto de quarks (representação 3) e antiquarks \bar{u}, \bar{d} e \bar{s} representam o antitripleto de quarks (representação 3^* ou $\bar{3}$). No lado direito: mésons pseudoscalares, na representação octeto e singleto (η').	27
Figura 4 – Representação no $SU(3)$ de sabor de alguns bárions leves. No lado esquerdo temos um octuplete de bárions. No lado direito temos um decuplete de bárions.	28
Figura 5 – Estados hadrônicos convencionais e exóticos de cor global neutra.	32
Figura 6 – Resumo dos estados exóticos do tipo quarkonium.	33
Figura 7 – continuação da fig. 6.	34
Figura 8 – Descrição da ruptura da simetria quiral pelo condensado de quarks.	45
Figura 9 – diagrama de peso do grupo $SU(3)$ de sabor (sabores leves) para os mésons pseudoscalares e vetoriais charmosos (D, \bar{D}, D^* e \bar{D}^*) e para os mésons pseudoescalares e vetoriais bottomizados (B, \bar{B}, B^* e \bar{B}^*). O eixo x é o eixo da terceira componente do isospin (que, nessa figura estamos denotando por I), e o eixo y é o eixo que representa a estranheza (S) dos mésons. No limite $m_Q \rightarrow \infty$, todos eles formam um multiplete degenerado $SU(2)_S \times SU(2)_F \times SU(3)_V$	54
Figura 10 – Possíveis diagramas de um laço contribuindo para os processos $B^{(*)}B^{(*)} \rightarrow \pi Z_b^{(\prime)}$. As linhas sólidas, tracejadas, duplas representam, respectivamente, os mésons $B^{(*)}$, os píons e os estados $Z_b^{(\prime)}$	69
Figura 11 – Seções de choque, dadas pela eq. (4.23), para os processos $\bar{B}B \rightarrow \pi Z_b$ (painel superior), $\bar{B}^*B \rightarrow \pi Z_b$ (painel intermediário) e $\bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b$ (painel inferior) como funções da energia de colisão. As linhas sólidas são os valores centrais, e as regiões sombreadas representam os resultados considerando as incertezas. As seções de choque da primeira coluna foram obtidas com o ajuste das constantes de acoplamento pelo fator $\sqrt{8m_1m_2m_Z}$, enquanto que as seções de choque da segunda coluna foram obtidas com o ajuste das constantes de acoplamento pelo fator $\sqrt{m_1m_2m_Z}$	73

Figura 12 – Seções de choque, dadas pela eq. (4.23), para os processos $\bar{B}^*B \rightarrow \pi Z'_b$ (painel superior) e $\bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z'_b$ (painel inferior) como funções da energia de colisão. As linhas sólidas são os valores centrais, e as regiões sombreadas representam os resultados considerando as incertezas. As seções de choque da primeira coluna foram obtidas com o ajuste das constantes de acoplamento pelo fator $\sqrt{8m_1m_2m_{Z'}}$, enquanto que as seções de choque da segunda coluna foram obtidas com o ajuste das constantes de acoplamento pelo fator $\sqrt{m_1m_2m_{Z'}}$	74
Figura 13 – Diagramas contribuindo para os processos $\bar{B}B \rightarrow \pi Z_b$	82
Figura 14 – Diagramas contribuindo para os processos $\bar{B}^*B \rightarrow \pi Z_b$	82
Figura 15 – Diagramas contribuindo para os processos $\bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b$	82
Figura 16 – Diagramas contribuindo para os processos $\bar{B}^*B \rightarrow \pi Z'_b$	83
Figura 17 – Diagramas contribuindo para os processos $\bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z'_b$	83
Figura 18 – Seções de choque dos processos $\bar{B}B \rightarrow \pi Z_b$ (região sombreada escura), $\bar{B}^*B \rightarrow \pi Z_b$ (região sombreada média) e $\bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b$ (região sombreada clara), como funções da energia do centro de massa, \sqrt{s}	87
Figura 19 – Seções de choque dos processos $\bar{B}^*B \rightarrow \pi Z'_b$ (região sombreada escura) e $\bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z'_b$ (região sombreada clara), como funções da energia do centro de massa, \sqrt{s}	87
Figura 20 – As seções de choque do processo $\pi Z_b \rightarrow \bar{B}B$ (região sombreada escura), $\pi Z_b \rightarrow \bar{B}^*B$ (região sombreada média) $\pi Z_b \rightarrow \bar{B}^*B^*$ (região sombreada clara), como funções da energia do centro de massa, \sqrt{s}	88
Figura 21 – Seções de choque dos processos $\pi Z'_b \rightarrow \bar{B}^*B$ (região sombreada escura) e $\pi Z'_b \rightarrow \bar{B}^*B^*$ (região sombreada clara), como funções da energia do centro de massa, \sqrt{s}	89
Figura 22 – Seções de choque, com a inclusão do fator de forma , dos processos $\bar{B}B \rightarrow \pi Z_b$ (região sombreada escura), $\bar{B}^*B \rightarrow \pi Z_b$ (região sombreada média) e $\bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b$ (região sombreada clara), como funções da energia do centro de massa, \sqrt{s}	89
Figura 23 – Seções de choque, com a inclusão do fator de forma , dos processos $\bar{B}^*B \rightarrow \pi Z'_b$ (região sombreada escura) e $\bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z'_b$ (região sombreada clara), como funções da energia do centro de massa, \sqrt{s}	90
Figura 24 – As seções de choque, com a inclusão do fator de forma , do processo $\pi Z_b \rightarrow \bar{B}B$ (região sombreada escura), $\pi Z_b \rightarrow \bar{B}^*B$ (região sombreada média) $\pi Z_b \rightarrow \bar{B}^*B^*$ (região sombreada clara), como funções da energia do centro de massa, \sqrt{s}	90
Figura 25 – Seções de choque, com a inclusão do fator de forma , dos processos $\pi Z'_b \rightarrow \bar{B}^*B$ (região sombreada escura) e $\pi Z'_b \rightarrow \bar{B}^*B^*$ (região sombreada clara), como funções da energia do centro de massa, \sqrt{s}	91

Figura 26 – Momento angular orbital total de um sistema de três quarks ligados . . 101

Lista de tabelas

Tabela 1 –	Números Quânticos dos quarks.	24
Tabela 2 –	Alguns mésons convencionais, junto com seus quarks constituintes, massas aproximadas, e número quântico J^P ou J^{PC}	30
Tabela 3 –	Possíveis estados que podem ser encontrados livres na natureza.	31
Tabela 4 –	Propriedades de transformação dos supercampos introduzidos acima sob as simetrias relevantes: simetrias quirais $SU(3)_L \times SU(3)_R$, de spin dos quarks pesados (HQSS), de Lorentz, de paridade e de conjugação de carga. U é a matriz que atua no grupo $SU(3)_V$; $S^{(Q)}$ é a matriz de rotação atuando no spin do quark pesado (HQSS); $S^{(\bar{Q})}$ é a matriz de rotação atuando no spin do antiquark pesado; $D = D(\Lambda)$ é a representação espinorial da transformação de Lorentz, Λ ; e $C = i\gamma^2\gamma^0$ é matriz usual de conjugação de carga.	58
Tabela 5 –	Propriedades de transformação dos supercampos dos estados exóticos, introduzidos acima, sob as simetrias relevantes: simetrias quirais $SU(3)_L \times SU(3)_R$, de spin dos quarks pesados (HQSS), de Lorentz, de paridade e de conjugação de carga. U é a matriz que atua no grupo $SU(3)_V$; $S^{(Q)}$ é a matriz de rotação atuando no spin do quark pesado (HQSS); $S^{(\bar{Q})}$ é a matriz de rotação atuando no spin do antiquark pesado; $D = D(\Lambda)$ é a representação espinorial da transformação de Lorentz, Λ ; e $C = i\gamma^2\gamma^0$ é matriz usual de conjugação de carga. A conjugação de carga negativa para os campos \mathcal{Z} é válida para as componentes neutras.	63
Tabela 6 –	Coefficientes de isospin $A_{(rp)}$ ($r = 1, \dots, 5; p = a, b, \dots$) que aparecem nas eqs. (4.7) e (4.8), de acordo com os diagramas das figs. 13-17 e os processos associados a cada diagrama.	66
Tabela 7 –	Coefficientes de $T_r^{(Q_{1i}, Q_{2i})}$ e $U_r^{(Q_{1f}, Q_{2f})}$ ($r = 1, \dots, 5$) que aparecem nas Eqs. (5.15) e (5.16).	85

1 Introdução

Nos anos recentes têm havido um grande número de descobertas de novos e controversos estados de hádrons que não conseguem ser interpretados a partir dos hádrons convencionais, isto é, dos bárions e mésons com estruturas quarkônicas qqq e $q\bar{q}$, respectivamente. Podemos dizer que essa nova era da espectroscopia hadrônica teve seu início com a descoberta do estado exótico $X(3872)$, pela colaboração BELLE, em 2003 [1]. Desde então, mais de vinte outros estados que não se enquadram na estrutura dos hádrons convencionais têm sido observados por várias colaborações. Para uma revisão, recomendamos as refs. [2–7]. Essas descobertas são enriquecedoras e também um desafio ao nosso conhecimento de espectroscopia hadrônica e da teoria fundamental das interações fortes, que é descrita pela teoria quântica de campos denominada de cromodinâmica quântica [do inglês, Quantum ChromoDynamics (QCD)].

Dentre esses estados exóticos, muitos estão no setor do charme e são reportados pelas colaborações BABAR, CLEO, LHCb, BELLE, BES. Este conjunto de estados de mésons e bárions charmosos encontrados por estas colaborações tem estimulado muito o trabalho teórico. Por exemplo, várias dessas colaborações descobriram novos estados exóticos com massas em torno de 4000 MeV que não parecem ter uma estrutura do tipo charmônio $c\bar{c}$. Esses estados têm sido denominados de estados ou partículas X , Y e Z . No setor do bottom, também foram encontradas ressonâncias exóticas, como, por exemplo, os estados hadrônicos $Z_b(10610)$ e $Z'_b(10650)$, os quais foram descobertos pela colaboração BELLE em 2011 [8, 9]. A descoberta desses estados exóticos $Z_b^{(\prime)}$ foi muito importante para se realizar uma investigação mais completa sobre o espectro hadrônico, da escala do charmonium à escala do bottomonium, porque eles são os primeiros estados exóticos encontrados no setor de energia do bottomonium. Além disso, esses estados acenam para uma descrição além do modelo de quarks convencional, pois, devido ao fato deles possuírem números quânticos $I = 1$, $J^P = 1^+$ e serem carregados, eles não são compatíveis com o espectro regular dos estados tipo bottomonium. Neste contexto, é necessária uma estrutura quarkônica mais complexa que $\bar{b}b$. Deve-se adicionar ao seu conteúdo quarkônico $\bar{b}b$ os sabores leves u e d , tornando-se uma estrutura quarkônica do tipo $b\bar{d}\bar{b}u$, para o caso dos estados exóticos carregados positivamente. Acontece que a introdução dos graus de liberdade leves traz dificuldades adicionais, além das dificuldades de se vencer as controvérsias sobre a melhor estrutura teórica desses estados hadrônicos com quatro quarks e dos estados hadrônicos não-convencionais em geral, passando por diferentes interpretações teóricas, dentre as quais destacamos os estados glueballs [10–12], os estados híbridos [10, 12], os tetraquarks [13] e as moléculas hadrônicas, interpretação que usaremos neste trabalho.

Dentro deste horizonte da física hadrônica com sabores pesados, existem algumas razões que simplificam a descrição das interações fortes para hádrons contendo apenas quarks pesados em relação a hádrons contendo quarks pesados e leves. O primeiro motivo é a respeito da escala de energia dos fenômenos relacionados à física hadrônica: é fato que a constante de acoplamento efetiva da QCD, $\alpha_s(\mu)$, torna-se fraca em processos com uma grande transferência de momento, correspondendo a interações em escalas de curta distância (alta energia) [14, 15]. Em grande distância (baixa energia), por outro lado, o acoplamento se torna forte, levando a fenômenos não-perturbativos como o confinamento de quarks e glúons [16] com uma escala de comprimento $R_{\text{had}} \sim 1/\Lambda_{\text{QCD}} \sim 1$ fm, que determina o tamanho dos hádrons. A escala não-perturbativa da QCD, Λ_{QCD} , é uma medida experimental extraída da constante de acoplamento $\alpha_s(\mu)$, da ordem de $0,2 - 0,3$ GeV, e é uma escala de energia que nos permite estabelecer as regiões em que a constante de acoplamento da QCD é grande ou pequena e também permite classificar um quark como leve ou pesado. Quando a massa de um quark Q é muito maior do que esta escala não-perturbativa, $m_Q \gg \Lambda_{\text{QCD}}$, esse quark é chamado de quark pesado. Além disso, na escala de energia da região do confinamento da QCD, uma estrutura teórica promissora que será utilizada nesse trabalho para a descrição dos estados hadrônicos é a teoria de campos efetiva, cujos graus de liberdade passam a ser os hádrons, e não os quarks e glúons, devido aos efeitos do confinamento.

No cenário da física com quarks pesados, a constante de acoplamento efetiva $\alpha_s(m_Q)$ é pequena, indicando que em escalas de comprimento comparáveis ao comprimento de onda de Compton $\lambda_Q \sim 1/m_Q$ as interações fortes são perturbativas e podemos usar muito do que conhecemos das interações eletromagnéticas. De fato, o sistema tipo quarkonium ($\bar{Q}Q$), cujo tamanho é da ordem de $\frac{\lambda_Q}{\alpha_s(m_Q)} \sim \frac{\ln(m_Q/\Lambda_{\text{QCD}})}{m_Q/\Lambda_{\text{QCD}}} \frac{1}{\Lambda_{\text{QCD}}} \ll R_{\text{had}}$, é semelhante ao átomo de hidrogênio.

Um sistema contendo quark pesado e sabores leves tem sua dimensão espacial determinada pelo R_{had} e os momentos típicos trocados entre os constituintes pesado e leves são da ordem da constante não-perturbativa da QCD, Λ_{QCD} . Os graus de liberdade leves interagem com o quark pesado de uma maneira muito complicada. O quark pesado é cercado por uma espécie de nuvem virtual, que faz o quark pesado interagir fortemente com os quarks (antiquarks) leves de valência, os pares virtuais quark-antiquark e os glúons virtuais. Neste caso, é o fato de que $\lambda_Q \ll R_{\text{had}}$ que leva a simplificações, dentre as quais destacamos a independência das transformações dos spins desses quarks pesados bem como a irrelevância do sabor dos quarks pesados para determinar a interação com os graus de liberdade leves (quark de valência, pares virtuais de quark-antiquark e glúons virtuais). Esta simplificação é exata quando estamos no limite em que a massa dos quarks pesados pode ser considerada como infinita, emergindo desse fato a simetria dos quarks pesados e, neste cenário, os números quânticos associados aos graus de liberdade leves devem ser os

mesmos que o do quark (antiquark) de valência.

Dentro da perspectiva das recentes descobertas desses estados exóticos e do quadro teórico das simetrias dos quarks pesados e da simetria quirial associada aos sabores leves, esta tese de doutorado possui como objetivo a investigação da produção e absorção dos estados exóticos $Z_b^+(10610)$ e $Z_b^+(10650)$ em um meio hadrônico, no contexto de uma interpretação teórica de que esses estados exóticos são estados ligados de mésons pesados $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ [17–34], através do arsenal teórico das teorias de campos efetivas, que serão construídas com base na simetria quirial e na simetria de quarks pesados. A razão pela qual interpretamos as partículas $Z_b^{(\prime)}$ como estados ligados de mésons $B^{(*)}$ é a proximidade entre as massas destes estados exóticos com a soma das massas dos mésons $B^{(*)}\bar{B}^*$ e o fato desses estados não poderem ser interpretados simplesmente como um estado do tipo bottomonium, em uma profunda analogia ao que foi feito com o estado exótico que já foi muito investigado, o estado $X(3872)$ [35–40], apesar de ainda existir um intenso debate na comunidade científica acerca da interpretação mais adequada da partícula X [41].

Para alcançar o êxito na proposta de investigação deste trabalho, esta tese está estruturada da seguinte forma: no capítulo 2, será apresentada uma breve introdução à física das partículas elementares e suas interações. Posteriormente, serão discutidos alguns aspectos da física dos hádrons convencionais e exóticos, discutindo os motivos que nos levam a entender a limitação do modelo de quarks convencionais como modelo final de classificação dos hádrons.

No capítulo 3, objetivando a construção de uma teoria de campo efetiva consistente para tratar os estados exóticos $Z_b^{(\prime)}$ via teoria efetiva dos quarks pesados, vamos apresentar as ideias teóricas básicas dos aspectos fundamentais sobre os hádrons pesados, começando da lagrangiana da cromodinâmica quântica. Posteriormente, vamos estabelecer de forma resumida a teoria de perturbação quirial. Por fim, no cenário dos sabores pesados, iremos abordar os aspectos importantes da simetria de spin dos quarks pesados (*heavy-quark spin symmetry*) e a simetria de sabor dos quarks pesados (*heavy-quark flavor symmetry*) [5, 42–52].

No capítulo 4, vamos analisar a produção dos estados $Z_b^{(\prime)}$ utilizando a lagrangiana efetiva dos mésons pesados. Para alcançarmos esse objetivo, além da lagrangiana efetiva que estabelece o acoplamento entre os campos dos mésons leves e os campos dos mésons pesados, precisamos introduzir uma lagrangiana efetiva que acople os estados exóticos $Z_b^{(\prime)}$ com os campos dos mésons $B^{(*)}$. Feito isso, computamos as amplitudes de transição e as seções de choque associadas aos canais de reação de produção dos estados $Z_b^{(\prime)}$. [18, 30, 34, 40, 42, 43, 45, 53].

No capítulo 5, usamos as lagrangianas efetivas com base em uma extensão $SU(4)$ da simetria de gauge escondida [*Hidden Gauge Symmetry* (HGS)] para explicar os acoplamentos entre os mésons leves e pesados, e uma lagrangiana fenomenológica envol-

vendo os vértices $B^*B^{(*)}Z_b^{(\prime)}$ para obtermos a produção e absorção dos estados Z_b^+ e $Z_b^{+'}$ [32, 35, 54–60].

No capítulo 6, finalizamos este trabalho apresentando nossas conclusões e perspectivas.

Este trabalho também contém três apêndices que objetivam dar um suporte ao texto principal e estão estruturados da maneira que segue: No apêndice A, são discutidos aspectos básicos sobre os números quânticos J^{PC} necessários para compreensão do espectro hadrônico. No apêndice B, discutimos as propriedades de transformações dos pseudo-bósons de Goldstone e sua aplicação no cenário da QCD. Por fim, no apêndice C, obtemos a fórmula da seção de choque no referencial do centro de massa da colisão de duas partículas que resulta, como estado final, outras duas partículas.

2 Modelo Padrão da Física de Partículas

O Modelo Padrão da física de partículas é sem dúvida um dos grandes triunfos da física moderna. É um modelo que foi construído gradativamente unindo um conjunto de belas e profundas ideias teóricas a fim de explicar como os blocos básicos da matéria interagem sob a presença das quatro forças fundamentais que conhecemos até o presente momento, observando-se que a interação gravitacional (uma das interações fundamentais da natureza) não está incluída no arcabouço teórico do Modelo Padrão. Este modelo foi desenvolvido no início dos anos 1970 e vem explicando e prevendo com sucesso muitos resultados experimentais [4].

No processo de construção do Modelo Padrão, vários ingredientes teóricos foram sendo incorporados ao modelo, dentre os quais destacamos: a teoria de Dirac, que fornece uma descrição consistente da dinâmica dos campos fermiônicos; a teoria quântica de campos, que é a teoria que fornece uma descrição fundamental das partículas e suas interações, cuja origem pode ser considerada a partir do trabalho publicado por Dirac, em 1927, na tentativa de quantizar o campo eletromagnético [61]; a invariância de gauge, que é um dos principais mecanismos de determinação da natureza exata dessas interações, tendo sua origem no artigo publicado por Chen Ning Yang e Robert Mills, em 1954 [62]; a quebra espontânea de simetria, que estabelece que a simetria fundamental da lagrangiana não implica na simetria do estado de vácuo da teoria, culminando no aparecimento das partículas sem massa, os chamados bósons de Nambu-Goldstone (ou, simplesmente, bósons de Goldstone) [63–66]; a quebra espontânea da simetria de gauge, que, ao incorporar o mecanismo de quebra espontânea de simetria e a invariância de gauge, exhibe fenômenos bem diferentes: não há partículas de Goldstone, e alguns (ou todos) os campos de gauge se tornam massivos [67–69]. No contexto das interações fraca e eletromagnética, o mecanismo de quebra espontânea de simetria de gauge foi um ingrediente crucial para a construção do modelo de Weinberg-Glashow-Salam da unificação dessas interações [70–72]. Além da importância no contexto da unificação e da geração de massa dos bósons de gauge, a quebra espontânea de simetria de gauge foi fundamental como mecanismo de geração de massa das partículas fundamentais e para construção das teorias de Yang-Mills renormalizáveis [73, 74]. Todos esses ingredientes teóricos são corroborados com o vasto corpo de resultados experimentais que orientam a maneira como o Modelo Padrão é construído. Para uma discussão detalhada sobre os aspectos formais da teoria quântica de campos e do Modelo Padrão, recomendamos as referências [49, 75–79]. Essa lista de referências não é exaustiva, muitos outros excelentes livros textos existem e podem ser consultados.

Os testes de precisão recentes do Modelo Padrão e a descoberta do bóson de Higgs estabeleceram firmemente a validade do Modelo Padrão em energias até a escala da energia

eletrofraca. Apesar do seu grande triunfo teórico, há muitas perguntas não respondidas pelo Modelo Padrão, tais como a massa dos neutrinos, a existência da matéria escura, dentre outras. Ademais, embora enseje muita atividade de pesquisa na fronteira da física, essas questões que nos levam à limitação do Modelo Padrão da física de partículas como uma teoria final não será objeto de nossa investigação.

Por fim, a despeito do Modelo Padrão exibir uma sofisticação teórica, fenomenológica e experimental, vamos apresentar uma introdução de caráter pouco formal a este modelo. Dentro dessa perspectiva, o presente capítulo está estruturado da seguinte forma: na seção 2.1, será apresentada uma breve introdução à física das partículas elementares e suas interações. Na seção 2.2, apresentamos uma discussão sobre os hádrons convencionais acenando para as novas possibilidades de interpretação das estruturas hadrônicas que não conseguem ser enquadradas como hádrons convencionais, os chamados hádrons exóticos [7, 79–81].

2.1 As partículas elementares e suas interações

O Modelo Padrão da física de partículas é o principal modelo teórico da nossa compreensão das leis da natureza. Este modelo abrange os constituintes fundamentais do Universo, as partículas elementares, e as interações entre elas. Nosso entendimento atual é incorporado no Modelo Padrão da física de partículas, o qual fornece uma imagem unificada em que as interações entre as partículas são descritas pela troca de bósons mediadores das interações. Notavelmente, o Modelo Padrão fornece uma descrição bem-sucedida de muitos dados experimentais atuais e representa um dos maiores triunfos da física moderna.

Em nosso entendimento atual, existem quatro interações fundamentais na natureza, a saber: a interação forte, a interação eletromagnética, a interação fraca e a interação gravitacional. Além disso, toda matéria é composta de três espécies de partículas elementares: seis léptons e seis quarks, que são férmions, e as partículas mediadoras, que são bósons. As partículas interagem uma com a outra através das quatro interações fundamentais da natureza. Cada uma das interações é descrita por uma teoria física e mediada pela troca de partículas mediadoras (bósons mediadores) e para cada tipo de quark e lépton existem suas respectivas antipartículas. Uma ilustração esquemática do Modelo Padrão é mostrada na fig. 1.

Existem seis números quânticos responsáveis por distinguir os seis tipos de quarks conhecidos, esses números quânticos são denominados de *números quânticos de sabor*, quais sejam: os quarks up (u), down (d), strange (s), charm (c), bottom (b) e top (t), do mais leve ao mais pesado, respectivamente. As antipartículas dos quarks são rotuladas por \bar{u} , \bar{d} , \bar{s} , \bar{c} , \bar{b} , \bar{t} . Por exemplo, o quark bottom é frequentemente referido apenas como quark b e sua antipartícula é referida como antiquark \bar{b} . Quarks e antiquarks genéricos,

com seus sabores não especificados, são geralmente denotados por q e \bar{q} . No entanto, no contexto desta tese, vamos nos referir por q e \bar{q} aos quarks e antiquarks mais leves, quais sejam, os quarks u , d e s e os antiquarks \bar{u} , \bar{d} e \bar{s} . Quando estivermos nos referindo aos quarks pesados c e b , vamos utilizar a letra Q , e, para os seus respectivos antiquarks, vamos utilizar \bar{Q} .

De maneira mais precisa, levando em conta os quarks e os antiquarks presentes num determinado sistema físico, podemos definir os números quânticos N_u , N_d , S (estranheza), \tilde{B} (beleza), C (charme) e T (top), associados aos seis *sabores* de quarks definidos acima, da seguinte forma:

$$N_u = N(u) - N(\bar{u}) \quad (2.1)$$

$$N_d = N(d) - N(\bar{d}) \quad (2.2)$$

$$S \equiv -N_s \equiv -[N(s) - N(\bar{s})]; \quad (2.3)$$

$$\tilde{B} \equiv -N_b \equiv -[N(b) - N(\bar{b})]; \quad (2.4)$$

$$C \equiv N_c \equiv [N(c) - N(\bar{c})]; \quad (2.5)$$

$$T \equiv N_t \equiv [N(t) - N(\bar{t})]; \quad (2.6)$$

onde $N(q)$ e $N(\bar{q})$ são os números de quarks q e antiquarks \bar{q} .

A partir dos sabores dos quarks, dados pelas expressões (2.1) - (2.6), as cargas elétricas dos quarks podem ser definidas da maneira abaixo:

$$\begin{aligned} Q_{el} &= \frac{2}{3} [N_u + N_c + N_t] - \frac{1}{3} [N_d + N_s + N_b] \\ &= \frac{2}{3} [N_u + C + T] - \frac{1}{3} [N_d - S - \tilde{B}]. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Todos esses números quânticos, conservados na interação forte, são chamados de números quânticos internos, pois eles não estão associados com o movimento nem com as propriedades espaciais das funções de estado. As antipartículas dos quarks correspondentes possuem valores opostos destes mesmos números quânticos.

Na origem da física nuclear, percebeu-se que o próton e o nêutron são muito similares e que a força nuclear é aproximadamente independente da carga. Em outras

palavras, no contexto da interação nuclear forte, os potenciais de interação entre dois prótons, dois nêutrons ou um nêutron e um próton são aproximadamente os mesmos, isto é,

$$V_{pp} \approx V_{np} \approx V_{nn}. \quad (2.8)$$

em que p representa o próton e n representa o nêutron. A equação (2.8) levou Heisenberg [82] a sugerir (se idealmente pudermos desconsiderar a carga do próton p) que, do ponto de vista da interação forte, não podemos distinguir prótons e nêutrons. Dessa forma, podemos considerar que o próton e o nêutron são estados distintos de uma mesma entidade, o núcleon, definido por alguma nova simetria. Essa nova simetria é chamada simetria de isospin forte, I . A ideia da simetria de isospin entre os prótons e nêutrons pode ser estendida aos quarks constituintes dos prótons e nêutrons, os quarks u e d . Sem adentrarmos nos pormenores da estrutura algébrica da simetria de isospin, estrutura algébrica análoga a álgebra das partículas de spin $1/2$, podemos definir I pela expressão

$$I \equiv (I_3)_{max}, \quad (2.9)$$

sendo I_3 , denominada de terceira componente do isospin, definida por:

$$I_3 = \frac{1}{2}[N_u - N_d], \quad (2.10)$$

em que N_u e N_d são os números quânticos definidos pelas expressões (2.1) e (2.2), respectivamente.

Os seis tipos de quarks são divididos em três famílias ou gerações. Nós denotamos as três famílias como (u, d) , (c, s) e (t, b) . Os quarks u , c e t possuem carga elétrica $+\frac{2}{3}$, os quarks d , s e b possuem carga elétrica $-\frac{1}{3}$ e seus antiquarks possuem, respectivamente, cargas elétricas $-\frac{2}{3}(\bar{u}, \bar{c}, \bar{t})$ e $+\frac{1}{3}(\bar{d}, \bar{s}, \bar{b})$. A tabela 1 disponibiliza os números quânticos de sabor e as cargas elétricas dos quarks, discutidos acima, bem como os valores aproximados de suas massas¹.

Existem seis espécies de léptons, divididas em três famílias ou gerações, a saber: o elétron, e^- , e o neutrino do elétron, ν_e , representando a primeira geração dos léptons; o múon, μ^- , e o neutrino do múon, ν_μ , representando a segunda geração dos léptons; e, finalmente, o tau, τ^- , e o seu neutrino, ν_τ , representando a terceira geração. O elétron, o múon e o tau possuem carga elétrica -1 e seus respectivos neutrinos possuem carga elétrica 0 (zero). Em adição aos léptons, existem suas seis antipartículas correspondentes, os antiléptons, quais sejam: o anti-elétron, e^+ , conhecido como pósitron; o antimúon, μ^+ ; o antitau, τ^+ , todos eles com carga elétrica $+1$; e os seus respectivos antineutrinos $\bar{\nu}_e$, $\bar{\nu}_\mu$ e $\bar{\nu}_\tau$,

¹ Nesta tese, serão utilizadas as unidades naturais que são comumente empregadas na física de partículas. Neste sistema de unidades $\hbar = c = 1$, onde c é a velocidade de propagação da luz no vácuo e \hbar é a constante de Planck h dividida por 2π .

Números Quânticos dos Quarks										
Geração	Quark	Massa	Q_{el}	N_u	N_d	I	S	C	\tilde{B}	T
primeira geração	u	2,4 MeV	+2/3	1	0	1/2	0	0	0	0
	d	4,8 MeV	-1/3	0	1	1/2	0	0	0	0
segunda geração	c	1,27 GeV	+2/3	0	0	0	0	1	0	0
	s	104 MeV	-1/3	0	0	0	-1	0	0	0
terceira geração	t	172 GeV	+2/3	0	0	0	0	0	0	1
	b	4,2 GeV	-1/3	0	0	0	0	0	-1	0

Tabela 1 – Números Quânticos dos quarks.

todos com carga elétrica nula. Os léptons carregados interagem via força eletromagnética e a força fraca, enquanto que os léptons neutros, os neutrinos, são observados apenas por interação fraca. Essa é uma das razões que torna a detecção de neutrinos uma tarefa de considerável dificuldade.

Os seis tipos distintos de léptons são classificados de acordo com sua carga elétrica, Q_{el} , e seus números quânticos, chamados números leptônicos: número eletrônico (L_e), número muônico (L_μ) e o número tauônico (L_τ). O número eletrônico é definido, para qualquer estado, por

$$L_e \equiv [N(e^-) - N(e^+)] + [N(\nu_e) - N(\bar{\nu}_e)] \quad (2.11)$$

onde $N(e^-)$, $N(e^+)$, $N(\nu_e)$, $N(\bar{\nu}_e)$ são, respectivamente, o número de elétrons, o número de pósitrons, o número de neutrinos do elétron e o número de antineutrinos do elétron. Para estados de uma única partícula, $L_e = 1$ para e^- e ν_e ; $L_e = -1$ para e^+ e $\bar{\nu}_e$ e $L_e = 0$ para todas as outras partículas. Analogamente ao que foi feito para o elétron, é possível definir o número muônico e o número tauônico:

$$L_\mu \equiv [N(\mu^-) - N(\mu^+)] + [N(\nu_\mu) - N(\bar{\nu}_\mu)] \quad (2.12)$$

e

$$L_\tau \equiv [N(\tau^-) - N(\tau^+)] + [N(\nu_\tau) - N(\bar{\nu}_\tau)]. \quad (2.13)$$

Tanto no caso dos quarks como dos léptons, cada nova geração tende a ser mais pesada que a anterior. Toda matéria visível no universo é feita da primeira geração de partículas de matéria (quarks up, quarks down e elétrons). Isso porque todas as partículas da segunda e terceira gerações de partículas são instáveis e decaem, tornando-se partículas de primeira geração, a única geração estável.

Cada uma das interações fundamentais é mediada pela troca de partículas, as partículas mediadoras. A partícula mediadora da interação gravitacional seria o gráviton, porém sua existência é, ainda, puramente especulativa, pois o gráviton ainda não foi

detectado. Seria uma partícula sem massa, com spin 2. Mas, até agora, não há sequer uma teoria quântica da gravidade, quer dizer, uma teoria que faça uso do gráviton para calcular forças gravitacionais, razão pela qual o Modelo Padrão da física de partículas não abarca a interação gravitacional.

A força eletromagnética é mediada por uma partícula sem massa, de spin-1, chamada fóton (γ). A interação fraca é mediada por três partículas massivas, de spin-1, conhecidas como bósons vetoriais W^+ , W^- e Z_0 . Por fim, no caso da interação forte, a partícula mediadora é o glúon (g), partícula sem massa de spin-1. Há oito tipos de glúons. São os glúons que mediam a força forte, a força que mantém os quarks e glúons ligados e confinados nos hádrons, sendo o confinamento uma das principais propriedades da interação forte, dotando-a de uma dificuldade adicional em relação à interação eletromagnética. Alguns aspectos sobre o confinamento dos quarks e glúons na interação forte serão discutidos no final da seção 3.1. Uma importante propriedade da matéria que deve ser definida para caracterizar a interação forte entre os quarks (e antiquarks) é o que chamamos de carga de cor (em analogia com a carga elétrica), mas diferente da carga elétrica, que existe em apenas um tipo, podendo ser positiva (+) ou negativa (-), a carga de cor existe em três tipos, geralmente chamadas de *vermelho*, *azul* e *verde*. Dessa forma, podemos batizar a carga de cor dos antiquarks como *antivermelho*, *antiazul* e *antiverde*. Um quark carrega qualquer uma das três cargas de cor enquanto um antiquark carrega qualquer uma das três cargas de anticor.

A interação forte é geralmente muito mais complicada que a interação eletromagnética, pois os glúons possuem carga de cor (diferentemente dos fótons, que não possuem carga elétrica), podendo interagir entre eles, mesmo na ausência de quarks. Assim, os glúons também interagem via interação forte.

As propriedades dos doze férmions fundamentais são categorizadas pelos tipos de interação que experimentam. Todas as doze partículas fundamentais (os seis quarks e os seis léptons) interagem via a força fraca e sentem a interação fraca. Com exceção dos neutrinos, que são eletricamente neutros, as outras nove partículas são eletricamente carregadas e participam da interação eletromagnética. Conforme mencionamos anteriormente, somente os quarks (das partículas do setor de matéria), carregam a carga de cor. Consequentemente, somente os quarks sentem a força forte. Devido à natureza da interação forte, os quarks nunca são observados como partículas livres, mas são sempre confinados a estados ligados chamados hádrons, como o próton e o nêutron.

O Modelo Padrão da física de partículas é o modelo que descreve as interações forte, fraca e eletromagnética entre os quarks e léptons. Na interação forte, estamos no setor da cromodinâmica quântica (do inglês, *Quantum Chromodynamics (QCD)*). Na interação fraca e eletromagnética, encontramos-nos no setor da teoria eletrofraca, em que essas duas interações são apresentadas como manifestações diferentes de uma única força, a força

eletrofraca. A teoria da gravitação, conforme mencionado anteriormente, não faz parte do Modelo Padrão da física de partículas. A fig. 1 apresenta o esquema que sumariza o conhecimento atual acerca das partículas elementares segundo o Modelo Padrão e a fig. 2 ilustra como se dão as interações entre as partículas fundamentais neste modelo^{2,3}.

STANDARD MODEL OF ELEMENTARY PARTICLES

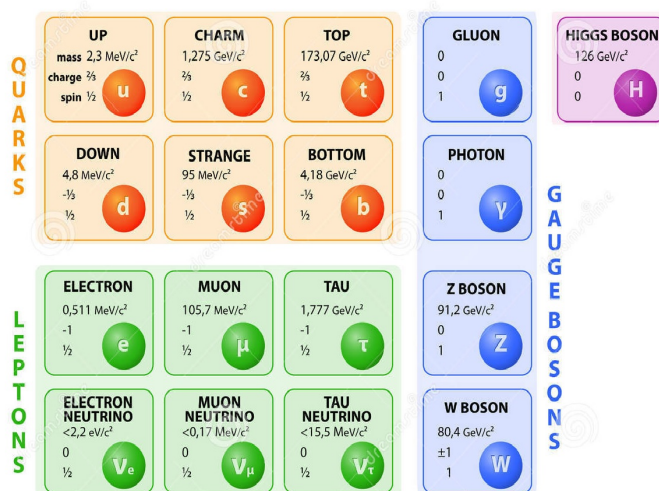


Figura 1 – Modelo Padrão da Física de Partículas.

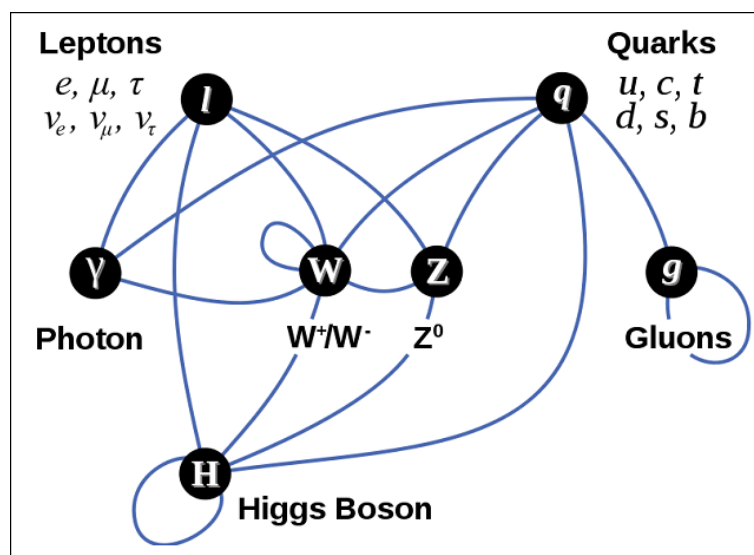


Figura 2 – Interação das partículas elementares no Modelo Padrão.

² Figura retirada do endereço eletrônico <https://www.dreamstime.com/royalty-free-stock-photography-standard-model-elementary-particles-diagram-particle-physics-fundamental-make-up-matter-fundamental-force-carriers-image36590417>.

³ Figura retirada do sítio eletrônico <http://www.seabl.net/wp-content/uploads/2012/07/Elementary-particle-interactions.png>.

2.2 Dos quarks aos Hádrons

2.2.1 Os Hádrons Convencionais

O modelo dos quarks foi introduzido por Gell-Mann e Zweig independentemente para explicar as partículas novas encontradas por volta dos anos de 1960, além dos núcleons (prótons e nêutrons) e píons. Em 1964, Gell-Mann [83] mostrou que os hádrons são classificados sistematicamente por um número menor de partículas constituintes, denominadas quarks q . Bárions e mésons são compostos de três quarks qqq e um par quark-antiquark $q\bar{q}$, respectivamente, e os hádrons leves são explicados por multipletes na simetria de sabor $SU(3)$ para os quarks u , d e s . As figs. 3 e 4 fornecem algumas representações, no espaço $SU(3)$ de sabor, dos mésons pseudoscalares leves e bárions leves, respectivamente⁴.

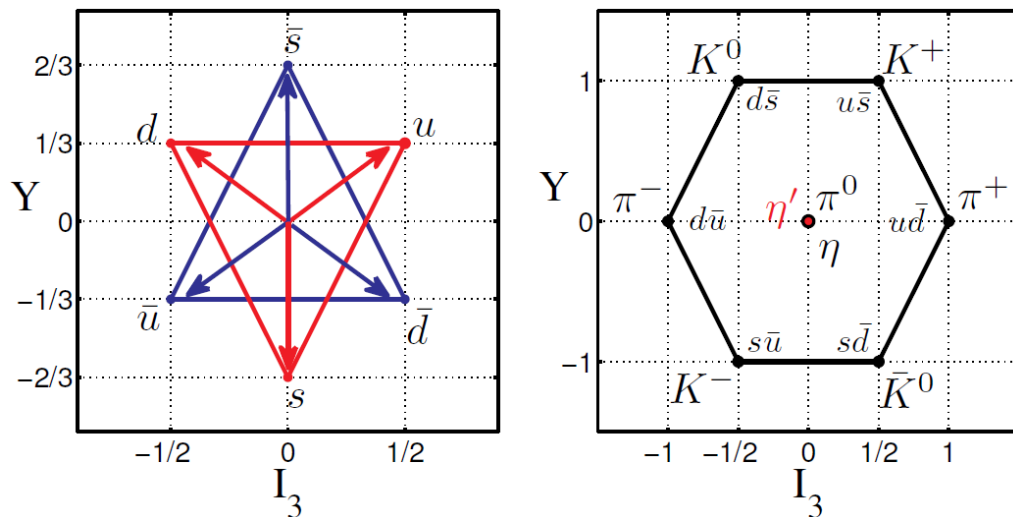


Figura 3 – Representação no $SU(3)$ de sabor dos mésons pseudoscalares mais usuais. No lado esquerdo: u , d , s representam o triplete de quarks (representação 3) e antiquarks \bar{u} , \bar{d} e \bar{s} representam o antitriplete de quarks (representação 3^* ou $\bar{3}$). No lado direito: mésons pseudoscalares, na representação octeto e singlet (η').

No contexto da QCD, apenas estados de cor global neutra podem ser formados, e a razão desse fato reside no confinamento de cor da QCD. Os principais estados hadrônicos de cor global neutra (estados incolores) que se pode formar são os mésons convencionais (par $q\bar{q}$) e os bárions convencionais (três estados de quarks qqq), e suas respectivas antipartículas. No caso dos mésons $q\bar{q}$ o antiquark tem a anticor correspondente à cor do quark; para os bárions, os três quarks têm cores diferentes tendo, no espaço das cores, uma função de estado completamente antissimétrica. Em ambos os casos, isso resulta em um objeto de cor global neutra (objeto incolor). Este cenário é bastante simples. Em uma descrição mais completa e elaborada dos hádrons, além dos seus quarks constituintes também

⁴ As figs. 3 e 4 foram retiradas da ref. [84].

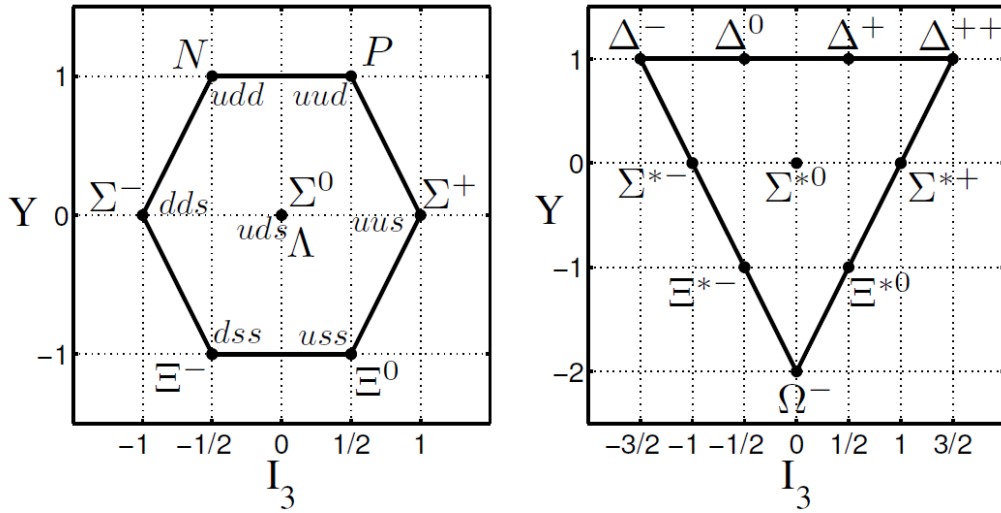


Figura 4 – Representação no $SU(3)$ de sabor de alguns bárions leves. No lado esquerdo temos um octupeto de bárions. No lado direito temos um decupeto de bárions.

é necessário considerar o mar de quarks, que são os pares quark-antiquark criados e aniquilados virtualmente, e os glúons virtuais que se unem aos quarks. No entanto, para a nossa discussão, vamos nos referir apenas aos quarks de valência $q\bar{q}$, no caso de mésons convencionais, e qqq , no caso dos bárions convencionais⁵.

Os bárions e os mésons são os dois tipos de hádrons bem estabelecidos no Modelo Padrão da física de partículas. Por exemplo, o próton p e o nêutron n são bárions, sendo constituídos, respectivamente, por quarks uud e udd . Assim, o antipróton, \bar{p} , e o antinêutron, \bar{n} , são antibárions compostos pelos antiquarks $\bar{u}\bar{u}\bar{d}$ e $\bar{u}\bar{d}\bar{d}$, respectivamente. Já os píons π^+ e π^- são mésons compostos pelos seguintes pares de quark-antiquark: $u\bar{d}$ e $\bar{u}d$, respectivamente.

Mésons contendo um quark s (ou um antiquark \bar{s}) e um antiquark (ou um quark) mais leve são chamados de mésons estranhos ou mésons K . Mésons contendo um quark c (ou um antiquark \bar{c}) e um antiquark (ou um quark) leve são chamados de mésons charmosos ou, simplesmente, mésons D . Finalmente, mésons contendo um quark b (ou um antiquark \bar{b}) e um antiquark (ou um quark) leve são chamados de mésons bottom ou mésons B .

Para maior clareza, serão listados na tabela 2 alguns mésons convencionais com o conteúdo de seus quarks de valência, suas massas aproximadas e os números quânticos \mathbf{J}^{PC} , em que \mathbf{J} é o momento angular total, P é a paridade e C é a conjugação de carga [4] e uma discussão sobre esses números quânticos pode ser encontrada no apêndice A.

⁵ É comum, no contexto da física de partículas, a referência aos mésons convencionais e aos bárions convencionais simplesmente como mésons e bárions, respectivamente. Conforme será discutido na subseção 2.2.2, todos os estados hadrônicos cujo conteúdo de quarks não se enquadre numa estrutura do tipo $q\bar{q}$ ou qqq , serão chamados de estados hadrônicos exóticos.

Méson	Quarks constituintes	Massa(MeV)	J^{PC}
Mésons ordinários			
π^+	$u\bar{d}$	140	0^-
π^-	$\bar{u}d$	140	0^-
π^0	$(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	135	0^{-+}
ρ^+	$u\bar{d}$	776	1^{--}
ρ^-	$\bar{u}d$	776	1^{--}
ρ^0	$(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	776	1^{--}
ω	$(\bar{u}u + \bar{d}d)/\sqrt{2}$	783	1^{--}
Mésons Estranhos			
K^+	$\bar{s}u$	494	0^-
K^-	$s\bar{u}$	494	0^-
K^0	$\bar{s}d$	498	0^-
\bar{K}^0	$s\bar{d}$	498	0^-
K^{*+}	$\bar{s}u$	892	1^-
K^{*-}	$s\bar{u}$	892	1^-
K^{*0}	$\bar{s}d$	896	1^-
\bar{K}^{*0}	$s\bar{d}$	896	1^-
Mésons Charmosos			
D^+	$c\bar{d}$	1869	0^-
D^-	$\bar{c}d$	1869	0^-
D^0	$c\bar{u}$	1865	0^-
\bar{D}^0	$\bar{c}u$	1865	0^-
D^{*+}	$c\bar{d}$	2010	1^-
D^{*-}	$\bar{c}d$	2010	1^-
D^{*0}	$c\bar{u}$	2007	1^-
\bar{D}^{*0}	$\bar{c}u$	2007	1^-
Mésons Bottom			
B^+	$\bar{b}u$	5279	0^-
B^-	$b\bar{u}$	5279	0^-
B^0	$\bar{b}d$	5279	0^-
\bar{B}^0	$b\bar{d}$	5279	0^-
B^{*+}	$\bar{b}u$	5325	1^-
B^{*-}	$b\bar{u}$	5325	1^-
B^{*0}	$\bar{b}d$	5325	1^-
\bar{B}^{*0}	$b\bar{d}$	5325	1^-
Charmonium			
J/ψ	$\bar{c}c$	3097	1^{--}

$\psi(2S)$	$\bar{c}c$	3686	1^{--}
X_{cl}	$\bar{c}c$	3511	1^{++}
Bottomonium			
$\Upsilon(1S)$	$\bar{b}b$	9460	1^{--}
$\Upsilon(2S)$	$\bar{b}b$	10023	1^{--}
$\Upsilon(3S)$	$\bar{b}b$	10355	1^{--}
$\Upsilon(4S)$	$\bar{b}b$	10579	1^{--}
$\Upsilon(5S)$	$\bar{b}b$	10876	1^{--}
$h_b(1P)$	$\bar{b}b$	9899	1^{+-}
$h_b(2P)$	$\bar{b}b$	10259	1^{+-}

Tabela 2 – Alguns mésons convencionais, junto com seus quarks constituintes, massas aproximadas, e número quântico J^P ou J^{PC} .

2.2.2 Os Hádrons Exóticos e os estados $Z_b^{(\prime)}$

Foi observado, na subseção 2.2.1, que na estrutura teórica da QCD apenas partículas com carga de cor global neutra podem ser encontradas livres na natureza. Esse fato está intimamente relacionado ao problema do confinamento de cor da QCD, que proíbe a existência de estados livres coloridos⁶. O grupo de gauge da QCD é o $SU(3)$ de cor, assim, as representações do $SU(3)$ de cor para as quais as partículas realmente podem ser encontradas livres são apenas aquelas que podem ser divididas em uma soma de representações que incluam a representação trivial, que denotaremos de 1, ao menos do ponto de vista cinemático. Este é o caso, por exemplo, dos mésons $q\bar{q}$, dos bárions qqq , dos estados $qq\bar{q}\bar{q}$, pois são estados que possuem a representação trivial. A tabela 3 fornece alguns exemplos de estados (não é uma tabela exaustiva) construídos a partir do produto tensorial da representação fundamental ($\mathbf{3}$) e/ou antifundamental ($\mathbf{3}^*$) do grupo de cor $SU(3)$. Se do produto dessas representações resultar a ocorrência da representação trivial, a ocorrência desses estados é, a priori, permitida pela QCD.

Além disso, de acordo com o modelo convencional de quarks, a paridade e a conjugação de carga dos mésons convencionais são dadas, respectivamente, por $P = (-1)^{l+1}$ e $C = (-1)^{l+s}$, em que l é o momento angular orbital e s é o spin (ver apêndice A). Portanto, nesse simples modelo de quarks, os mésons $q\bar{q}$ são classificados a partir dos seus números quânticos J^{PC} permitidos, quais sejam: 0^{-+} , 0^{++} , 1^{--} , 1^{+-} , 1^{++} , 2^{++} , etc. Os estados com $l = 0$ são os pseudoscalares (0^{-+}) e os vetores (1^{--}). Os estados com excitações orbitais $l = 1$ são os escalares (0^{++}), os pseudovetores (1^{+-} e 1^{++}) e o tensor (2^{++}). Se olharmos

⁶ A discussão sobre alguns aspectos do confinamento é realizada na seção 3.1.

Conteúdo de quark/antiquark	representação do $SU(3)$	nome do objeto	observação
q	3	quark	não existe livre
\bar{q}	3^*	antiquark	não existe livre
$q\bar{q}$	$3 \otimes 3^* = 1 \oplus 8$	méson	existe livre
qq	$3 \otimes 3 = 3^* \oplus 6$	diquark	não existe livre
qqq	$3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10$	bárion	existe livre
$qq\bar{q}$	$3 \otimes 3 \otimes 3^* = 3 \oplus 3 \oplus 6^* \oplus 15$	-	não existe
$qq\bar{q}\bar{q}$	$3 \otimes 3 \otimes 3^* \otimes 3^* = 1 \oplus 8 \oplus \dots$	exótico	existe livre
$qqqq$	$3 \otimes 3 \otimes 3 \otimes 3 = 3 \oplus 3 \oplus 3 \oplus 6^* \oplus 6^* \dots$	-	não existe

Tabela 3 – Possíveis estados que podem ser encontrados livres na natureza.

atentamente para estes números quânticos J^{PC} , encontramos que há uma sequência de outros valores para J^{PC} que não são permitidos para um sistema dos mésons convencionais $\bar{q}q$, como, por exemplo: $J^{PC} = 0^{--}, 0^{+-}, 1^{-+}, 2^{+-}$, etc. Os estados de mésons com estes números quânticos J^{PC} estão além do modelo convencional de quarks e, de fato, o espectro experimental observado é mais complexo do que o esperado pelo modelo convencional de quarks, o que dá uma forte sugestão para uma nova física.

Com base no modelo de quarks proposto por Gell-Mann, em 1964, podemos pensar os bárions e os mésons dentro de uma perspectiva mais abrangente. Ou seja, podemos pensar os bárions não apenas como estados com uma estrutura quarkiônica do tipo qqq , mas também com uma estrutura interna de quarks do tipo $qqq\bar{q}\bar{q}$, etc., com spin total semi-inteiro. No mesmo sentido, podemos pensar os mésons não apenas como estados com estrutura quarkiônica $\bar{q}q$, mas com uma estrutura quarkiônica do tipo $qq\bar{q}\bar{q}$, etc., com spin total inteiro. Isto é, com essa resignificação dos bárions e mésons, os bárions são todos os estados hadrônicos cuja estrutura de quarks de valência possua spin total semi-inteiro, enquanto que mésons são todos os estados hadrônicos cuja estrutura dos quarks de valência possua spin inteiro. Convém observar que, em ambos os casos, as estruturas quarkiônicas dos mésons e bárions resignificados devem permitir a ocorrência da representação trivial do grupo $SU(3)$ no espaço das cores, estando, pois, em consonância com a QCD. Neste contexto, apesar de muitos hádrons conhecidos serem identificados definitivamente como bárions do tipo qqq , bárions convencionais ou simplesmente bárions, e mésons do tipo $\bar{q}q$, mésons convencionais ou simplesmente mésons, outros tipos de hádrons são permitidos pela QCD e tem sido observados pela espectroscopia hadrônica.

Diante disso, precisamos pensar os estados hadrônicos sob uma nova perspectiva. Explicamos: uma vez que a função de onda dos hádrons é a soma de todos os estados

possíveis com os mesmos números quânticos, a função de onda dos hádrons deve envolver aqueles estados descritos no modelo convencional de quarks, mas também pode incluir alguns outros estados, que são os hádrons que batizamos como exóticos. Estes hádrons exóticos podem ser glueballs (composto por glúons, sem massa, de valência) [10–12]; estados híbridos (contendo tanto quarks de valência como glúons de valência) [10, 12]; tetraquarks, que são estados compactos com dois quarks e dois antiquarks [13] e as moléculas hadrônicas, que são quaisquer objetos formados de dois hádrons [17–34]. Uma imagem pictórica dos estados de hádrons convencionais e exóticos pode ser dada pela figura 5⁷. Entre as moléculas hadrônicas, podemos destacar as moléculas mesônicas, para mésons exóticos com dois quarks e dois antiquarks, as quais consistem em dois estados de $\bar{q}q$ que estão ligados pela força forte, e as moléculas bariônicas cujos constituintes são bárions, isto é, moléculas que consistem em dois estados do tipo qqq que estão ligados pela força forte. Um importante exemplo de molécula bariônica estável é o dêuteron, que consiste num estado ligado pela interação forte de um próton e um nêutron. De maneira mais geral, os núcleos mais pesados, que são estados ligados com um número maior de prótons e nêutrons, também podem ser interpretados como moléculas bariônicas.

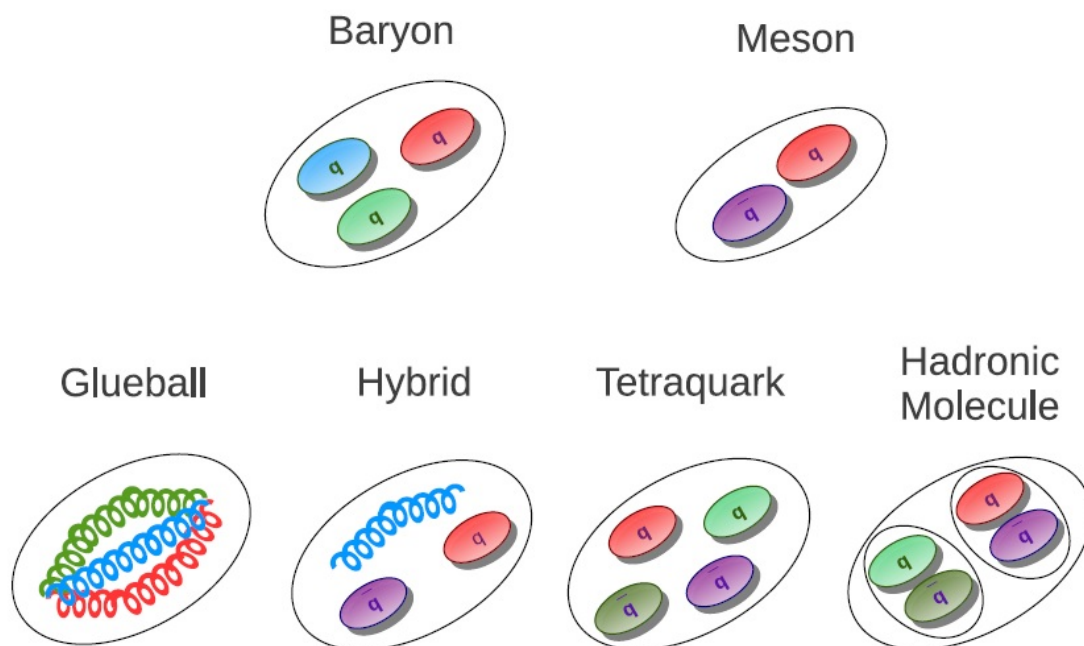


Figura 5 – Estados hadrônicos convencionais e exóticos de cor global neutra.

A referência nesta nova era da espectroscopia hadrônica exótica foi a descoberta do estado $X(3872)$, em 2003, pela Colaboração Belle [1]. Desde então, muitos outros estados que não se enquadram na estrutura dos hádrons convencionais têm sido observados por

⁷ Figura retirada da referência [42].

várias colaborações. Para se ter uma dimensão do número de estados descobertos e que ainda não possuem uma compreensão teórica bem delimitada, as figs. 6 e 7, ambas retiradas da referência [2], nos fornecem um sumário de alguns estados exóticos descobertos, com os seus respectivos números quânticos. Uma revisão e um maior aprofundamento sobre estes estados podem ser encontrados nas referências [2, 4–7].

State	M (MeV)	Γ (MeV)	J^{PC}	Process (mode)	Experiment ($\#\sigma$)
$X(3823)$	3823.1 ± 1.9	< 24	$?^{2-}$	$B \rightarrow K(\chi_{c1}\gamma)$	Belle ²³ (4.0)
$X(3872)$	3871.68 ± 0.17	< 1.2	1^{++}	$B \rightarrow K(\pi^+\pi^-J/\psi)$ $p\bar{p} \rightarrow (\pi^+\pi^-J/\psi) \dots$ $pp \rightarrow (\pi^+\pi^-J/\psi) \dots$ $B \rightarrow K(\pi^+\pi^-\pi^0J/\psi)$ $B \rightarrow K(\gamma J/\psi)$ $B \rightarrow K(\gamma\psi(2S))$ $B \rightarrow K(D\bar{D}^*)$	Belle ^{24,25} (>10), BABAR ²⁶ (8.6) CDF ^{27,28} (11.6), D0 ²⁹ (5.2) LHCb ^{30,31} (np) Belle ³² (4.3), BABAR ³³ (4.0) Belle ³⁴ (5.5), BABAR ³⁵ (3.5) LHCb ³⁶ (> 10) BABAR ³⁵ (3.6), Belle ³⁴ (0.2) LHCb ³⁶ (4.4) Belle ³⁷ (6.4), BABAR ³⁸ (4.9)
$Z_c(3900)^+$	3888.7 ± 3.4	35 ± 7	1^{+-}	$Y(4260) \rightarrow \pi^-(D\bar{D}^*)^+$ $Y(4260) \rightarrow \pi^-(\pi^+J/\psi)$	BES III ³⁹ (np) BES III ⁴⁰ (8), Belle ⁴¹ (5.2) CLEO data ⁴² (>5)
$Z_c(4020)^+$	4023.9 ± 2.4	10 ± 6	1^{+-}	$Y(4260) \rightarrow \pi^-(\pi^+h_c)$ $Y(4260) \rightarrow \pi^-(D^*\bar{D}^*)^+$	BES III ⁴³ (8.9) BES III ⁴⁴ (10)
$Y(3915)$	3918.4 ± 1.9	20 ± 5	0^{++}	$B \rightarrow K(\omega J/\psi)$ $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\omega J/\psi)$	Belle ⁴⁵ (8), BABAR ^{33,46} (19) Belle ⁴⁷ (7.7), BABAR ⁴⁸ (7.6)
$Z(3930)$	3927.2 ± 2.6	24 ± 6	2^{++}	$e^+e^- \rightarrow e^+e^-(D\bar{D})$	Belle ⁴⁹ (5.3), BABAR ⁵⁰ (5.8)
$X(3940)$	3942^{+9}_{-8}	37^{+27}_{-17}	$?^{?+}$	$e^+e^- \rightarrow J/\psi(D\bar{D}^*)$	Belle ^{51,52} (6)
$Y(4008)$	3891 ± 42	255 ± 42	1^{--}	$e^+e^- \rightarrow (\pi^+\pi^-J/\psi)$	Belle ^{41,53} (7.4)
$Z(4050)^+$	4051^{+24}_{-43}	82^{+51}_{-55}	$?^{?+}$	$\bar{B}^0 \rightarrow K^-(\pi^+\chi_{c1})$	Belle ⁵⁴ (5.0), BABAR ⁵⁵ (1.1)
$Y(4140)$	4145.6 ± 3.6	14.3 ± 5.9	$?^{?+}$	$B^+ \rightarrow K^+(\phi J/\psi)$	CDF ^{56,57} (5.0), Belle ⁵⁸ (1.9), LHCb ⁵⁹ (1.4), CMS ⁶⁰ (>5) D0 ⁶¹ (3.1)
$X(4160)$	4156^{+29}_{-25}	139^{+113}_{-65}	$?^{?+}$	$e^+e^- \rightarrow J/\psi(D^*\bar{D}^*)$	Belle ⁵² (5.5)
$Z(4200)^+$	4196^{+35}_{-30}	370^{+99}_{-110}	1^{+-}	$\bar{B}^0 \rightarrow K^-(\pi^+J/\psi)$	Belle ⁶² (7.2)

Figura 6 – Resumo dos estados exóticos do tipo quarkonium.

Entre os hádrons exóticos, estamos interessados, neste trabalho, nos estados exóticos $Z_b(10610)$ e $Z'_b(10650)$. Estes dois estados foram observadas ao mesmo tempo pela colaboração Belle, em 2011 [8]. Eles são muito importantes no espectro hadrônico, porque eles são os primeiros estados exóticos encontrados no setor do bottom, com número quântico de isospin $I = 1$ e $J^P = 1^+$. Em razão da natureza carregada desses estados e isospin $I = 1$, eles não são compatíveis com o espectro regular dos estados bottomonium, isto é, estados do tipo $b\bar{b}$, exigindo, assim, uma interpretação exótica. As massas de $Z_b(10610)$ e de $Z'_b(10650)$ situam-se perto do limiar de massa de $B\bar{B}^*$ e $B^*\bar{B}^*$, respectivamente. Devido a essa proximidade entre as massas desses estados com $B\bar{B}^*$ e $B^*\bar{B}^*$, $Z_b(10610)$ e $Z'_b(10650)$ são largamente interpretados como moléculas hadrônicas, isto é, estados que são gerados pela interação entre dois hádrons [17–34, 42].

State	M (MeV)	Γ (MeV)	J^{PC}	Process (mode)	Experiment ($\#\sigma$)
$Y(4220)$	4196_{-30}^{+35}	39 ± 32	1^{--}	$e^+e^- \rightarrow (\pi^+\pi^-h_c)$	BES III data ^{63,64} (4.5)
$Y(4230)$	4230 ± 8	38 ± 12	1^{--}	$e^+e^- \rightarrow (\chi_{c0}\omega)$	BES III ⁶⁵ (>9)
$Z(4250)^+$	4248_{-45}^{+185}	177_{-72}^{+321}	$?^{?+}$	$\bar{B}^0 \rightarrow K^-(\pi^+\chi_{c1})$	Belle ⁵⁴ (5.0), BABAR ⁵⁵ (2.0)
$Y(4260)$	4250 ± 9	108 ± 12	1^{--}	$e^+e^- \rightarrow (\pi\pi J/\psi)$	BABAR ^{66,67} (8), CLEO ^{68,69} (11)
				$e^+e^- \rightarrow (f_0(980)J/\psi)$	Belle ^{41,53} (15), BES III ⁴⁰ (np)
				$e^+e^- \rightarrow (\pi^-Z_c(3900)^+)$	BABAR ⁶⁷ (np), Belle ⁴¹ (np)
				$e^+e^- \rightarrow (\gamma X(3872))$	BES III ⁴⁰ (8), Belle ⁴¹ (5.2)
$Y(4290)$	4293 ± 9	222 ± 67	1^{--}	$e^+e^- \rightarrow (\pi^+\pi^-h_c)$	BES III ⁷⁰ (5.3)
$X(4350)$	$4350.6_{-5.1}^{+4.6}$	13_{-10}^{+18}	$0/2^{?+}$	$e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\phi J/\psi)$	BES III data ^{63,64} (np)
$Y(4360)$	4354 ± 11	78 ± 16	1^{--}	$e^+e^- \rightarrow (\pi^+\pi^-\psi(2S))$	Belle ⁵⁸ (3.2)
$Z(4430)^+$	4478 ± 17	180 ± 31	1^{+-}	$\bar{B}^0 \rightarrow K^-(\pi^+\psi(2S))$	Belle ⁷¹ (8), BABAR ⁷² (np)
				$\bar{B}^0 \rightarrow K^-(\pi^+J/\psi)$	Belle ^{73,74} (6.4), BABAR ⁷⁵ (2.4)
$Y(4630)$	4634_{-11}^{+9}	92_{-32}^{+41}	1^{--}	$e^+e^- \rightarrow (\Lambda_c^+\bar{\Lambda}_c^-)$	LHCb ⁷⁶ (13.9)
$Y(4660)$	4665 ± 10	53 ± 14	1^{--}	$e^+e^- \rightarrow (\pi^+\pi^-\psi(2S))$	Belle ⁶² (4.0)
$Z_b(10610)^+$	10607.2 ± 2.0	18.4 ± 2.4	1^{+-}	$\Upsilon(5S) \rightarrow \pi(\pi\Upsilon(nS))$	Belle ⁷⁷ (8.2)
				$\Upsilon(5S) \rightarrow \pi^-(\pi^+h_b(nP))$	Belle ⁷¹ (5.8), BABAR ⁷² (5)
				$\Upsilon(5S) \rightarrow \pi^-(B\bar{B}^*)^+$	Belle ^{78,79} (>10)
$Z_b(10650)^+$	10652.2 ± 1.5	11.5 ± 2.2	1^{+-}	$\Upsilon(5S) \rightarrow \pi^-(\pi^+\Upsilon(nS))$	Belle ⁷⁸ (16)
				$\Upsilon(5S) \rightarrow \pi^-(\pi^+h_b(nP))$	Belle ⁸⁰ (8)
				$\Upsilon(5S) \rightarrow \pi^-(B^*\bar{B}^*)^+$	Belle ⁷⁸ (>10)
					Belle ⁷⁸ (16)
					Belle ⁸⁰ (6.8)

Figura 7 – continuação da fig. 6.

As moléculas hadrônicas podem ser estados ligados, ressonâncias ou estados virtuais, a depender da posição dos pólos da matriz de espalhamento, S . Um pólo de um estado ligado de dois hádrons, h_1 e h_2 , está localizado na primeira folha de Riemann abaixo do limiar aberto, $m_{h_1} + m_{h_2}$, por uma energia de ligação, E . Se o estado está localizado acima do limiar aberto na segunda folha de Riemann, é chamado de ressonância no sistema $h_1 - h_2$. Um estado virtual também está localizado acima do limiar, na segunda folha de Riemann, mas no eixo imaginário, com $\text{Im } p < 0$, em que p é o momento. Todos os três estados, estados ligados, ressonâncias e estados virtuais são chamados de moléculas hadrônicas.

No estudo realizado na ref. [42], é mostrado que é possível obter concordância com os resultados experimentais assumindo que os estados exóticos $Z_b^{(\prime)}$ estão localizados abaixo dos limiares correspondentes e, portanto, podem ser estados ligados de $B^{(*)}B^{(*)}$ ao invés de ressonâncias. Apesar disso, os dados experimentais realizados pela colaboração Belle [8, 9] indicam que Z_b e Z_b' predominantemente decaem em seus constituintes e, portanto, devem ser vistos como ressonâncias. No entanto, uma posição abaixo do limiar ainda não deve ser descartada. Seguindo a mesma linha de interpretação dos estados $Z_b^{(\prime)}$ considerada na referência [42], vamos considerar que os estados exóticos $Z_b^{(\prime)}$ são estados ligados de mésons $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$.

Para entender a dinâmica desses estados exóticos pesados, vamos prosseguir com

uma abordagem que tenta classificar esses estados usando as simetrias de sabor e de spin dos quarks pesados [do inglês, *Heavy Quark Spin Symmetry* (HQSS) e *Heavy Quark Flavor Symmetry* (HQFS)]. O apelo à utilização dos argumentos de simetria se mostra conveniente, pois as simetrias são frequentemente úteis para fornecer certos aspectos da interação de vários sistemas físicos. Para um sistema que envolve um quark pesado, Q , cuja massa, m_Q , é muito maior do que a constante não perturbativa da QCD, Λ_{QCD} , as simetrias de sabor e de spin dos quarks pesados emergem, e são centrais para estabelecer a interação entre os mésons pesados e os mésons leves, por exemplo. Outra simetria extremamente importante, responsável pelo conteúdo de interação dos mésons leves, é a simetria quiral. Em razão da importância da utilização de simetria para desenvolver teorias dinâmicas dos sistemas físicos, em escalas de energias específicas, o próximo capítulo é dedicado ao estudo das teorias de campos efetivas.

3 Teorias de Campos Efetivas

Uma teoria de campos efetiva (EFT, do inglês *Effective Field Theory*) consiste numa aproximação de baixa energia de uma teoria mais fundamental, ou seja, é uma aproximação válida para as energias que são pequenas em comparação com alguma escala, digamos, Λ , de uma teoria fundamental. Naturalmente, a maioria dos sistemas tem várias escalas características, mas podemos considerar uma escala de cada vez. Neste contexto, a ideia básica de uma teoria de campos efetiva é que não é preciso conhecer detalhes da teoria fundamental a energias maiores do que Λ se queremos encontrar uma útil descrição da física no domínio de energia de interesse [40, 46, 51]. Dessa forma, uma teoria de campos efetiva se torna uma ferramenta adequada para situações em que a descrição em termos da dinâmica dos graus de liberdade da teoria fundamental é impraticável por qualquer motivo. Por exemplo, para processos hadrônicos de baixa energia uma descrição em termos dos estados assintóticos hadrônicos se torna mais adequada, uma vez que a cromodinâmica quântica (QCD) não é factível em termos dos seus graus de liberdade fundamentais (os quarks e os glúons), devido ao confinamento de cor [14–16].

Atualmente, o principal mecanismo de construção das teorias de interação está alicerçado em argumentos de simetria da lagrangiana e no uso das técnicas das teorias de Yang-Mills. Isto é, de maneira geral, as lagrangianas de interação são construídas a partir da verificação de uma simetria global da lagrangiana e, posteriormente, tornando essa dada simetria global em local, somos levados a definir as derivadas covariantes que carregarão os termos responsáveis pela interação. Podemos estender esse mecanismo para estabelecermos as teorias de campos efetivas. Nessa estratégica extensão, as teorias de campos efetivas devem respeitar as simetrias da teoria fundamental, mas ao mesmo tempo podem estabelecer outras simetrias que sejam relevantes para construção da teoria física de interesse, na escala de energia do sistema físico investigado. Isto quer dizer que a depender da escala típica do sistema e das energias trocadas pelos graus de liberdades dinâmicos, muitas simetrias relevantes que não são, em regra, simetrias da teoria fundamental podem surgir. Neste trabalho, por exemplo, estamos interessados na dinâmica dos mésons pesados $B^{(*)}$ e além da simetria quiral, as simetrias de spin e de sabor dos quarks pesados devem ser incluídas para construirmos uma teoria consistente com a física que queremos tratar [5, 40, 42–50].

Com o intuito de construirmos uma teoria de campo consistente no setor dos mésons pesados, neste capítulo, vamos apresentar as ideias teóricas básicas para o estudo dos hádrons pesados, começando, na seção 3.1, da lagrangiana da cromodinâmica quântica (QCD), a teoria quântica dos campos que descreve a dinâmica dos quarks e glúons, constituintes fundamentais dos hádrons. Posteriormente, na seção 3.2, discutimos a teoria

de perturbação quiral, que é importante para a dinâmica dos quarks leves. E, finalmente, na seção 3.3, retomamos a discussão sobre a dinâmica dos quarks pesados, estabelecendo alguns aspectos importantes da simetria de spin dos quarks pesados (*heavy-quark spin symmetry*) e a simetria de sabor dos quarks pesados (*heavy-quark flavor symmetry*).

3.1 A Cromodinâmica Quântica

A cromodinâmica quântica é a teoria de gauge das interações fortes e o $SU(3)$ de cor, $SU(3)_c$, é o seu grupo de gauge fundamental. Os campos de matéria da QCD são os campos quarkônicos, cujos quanta são os quarks, com seis sabores diferentes e suas três cores possíveis, e os campos de gauge são os campos gluônicos, os campos mediadores da interação forte, cujos quanta são os glúons.

A lagrangiana da QCD pode ser obtida a partir da lagrangiana dos quarks livres, através da aplicação do princípio de gauge com respeito ao seu grupo de gauge fundamental, o grupo $SU(3)_c$. Denotando os campos dos quarks como $q_{\alpha,f,A}$ - com $\alpha = 1, 2, 3, 4$ sendo o índice espinorial de Dirac, $f = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ o índice de sabor e $A = 1, 2, 3$ o índice de cor -, a lagrangiana dos quarks na ausência de interação é dada pela soma de $6 \times 3 = 18$ férmions sem interação (6 sabores multiplicado pelas 3 cores que cada sabor de quark pode ter), como nos indica a expressão abaixo

$$\mathcal{L}_{\text{quarks livres}} = \sum_{A=1}^3 \sum_{f=1}^6 \sum_{\alpha,\alpha'=1}^4 \bar{q}_{\alpha,f,A} (\gamma_{\alpha\alpha'}^\mu i\partial_\mu - m_f \delta_{\alpha\alpha'}) q_{\alpha',f,A}. \quad (3.1)$$

Por economia de notação, suprimindo o índice de espinor de Dirac, nós introduzimos, para cada sabor, f , o tripleto de cores

$$q_f = \begin{pmatrix} q_{f,1} \\ q_{f,2} \\ q_{f,3} \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

O princípio de gauge é aplicado com respeito ao grupo $SU(3)_c$. Portanto, as transformações são independentes do sabor dos quarks e todos os campos quarkônicos, q_f , estão sujeitos à mesma transformação local $SU(3)_c$:

$$q_f(x) \xrightarrow{SU(3)_{\text{local}}} q'_f(x) = \exp \left[\Theta_a(x) \frac{\lambda_a^c}{2} \right] q_f(x), \equiv U(x) q_f(x) \quad (3.3)$$

em que λ_a^c ($a = 1, 2, \dots, 8$) denotam as matrizes Gell-Mann atuando no espaço das cores e os Θ_a são funções reais suaves no espaço de Minkowski. Tecnicamente falando, cada campo de quark q_f se transforma de acordo com a representação fundamental do $SU(3)_c$. Os campos de quarks adjuntos, $q_f^\dagger(x)$, transformam-se da seguinte maneira

$$q_f^\dagger(x) \xrightarrow{SU(3)_{\text{local}}} q'^\dagger_f(x) = q_f^\dagger(x) U^\dagger(x). \quad (3.4)$$

Devido às derivadas parciais que atuam nos campos dos quarks, a lagrangiana da equação (3.1) não é invariante sob as transformações das equações (3.3) e (3.4). Com o intuito de manter a invariância da lagrangiana sob as transformações de simetria local do $SU(3)_c$, introduzimos oito quadrivetores de gauge $A_{a\mu}$ na teoria, cada um dos quais transformando-se como

$$A_\mu \equiv A_{a\mu} \frac{\lambda_a^c}{2} \xrightarrow{SU(3)_{c,\text{local}}} A'_\mu = U A_\mu U^\dagger + \frac{i}{g_s} (\partial_\mu U) U^\dagger. \quad (3.5)$$

Utilizando a prescrição do acoplamento minimal, a derivada parcial ordinária, $\partial_\mu q_f$, é reescrita como a derivada covariante

$$D_\mu q_f \equiv (\partial_\mu + i g_s A_\mu) q_f, \quad (3.6)$$

que, por construção, transforma-se como o campo quarkiãoico q_f . Nas equações (3.5) e (3.6), g_s denota a constante de acoplamento forte. Podemos notar que a interação entre os quarks e glúons é independente do sabor dos quarks, que pode ser visto pelo fato de que apenas uma constante, a constante g_s , aparece na equação (3.6).

Até agora, consideramos apenas a parte matéria-campo na \mathcal{L}_{QCD} , incluindo a interação dos campos de matéria com os campos de gauge. A fim de tratar os campos de gauge, $A_{a\mu}$, como graus de liberdade dinâmicos, devemos incluir na lagrangiana os seguintes termos

$$G_{a\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_{a\nu} - \partial_\nu A_{a\mu} - g_s f_{abc} A_{b\mu} A_{c\nu}, \quad (3.7)$$

em que f_{abc} é a constante de estrutura do grupo $SU(3)$. Dada a equação (3.5), o tensor do campo de gauge não-abeliano, $G_{\mu\nu}$, transforma-se, sob uma transformação $SU(3)_c$, como

$$G_{\mu\nu} \equiv G_{a\mu\nu} \frac{\lambda_a^c}{2} \xrightarrow{SU(3)_c} U G_{\mu\nu} U^\dagger \quad (3.8)$$

Isto quer dizer que tensor $G_{\mu\nu}$ não é invariante de gauge.

A lagrangiana da QCD, obtida pela aplicação do princípio de gauge na lagrangiana dada pela equação (3.1) e com a inclusão do termo de puro gauge, isto é, com a inclusão do termo $-\frac{1}{2} \text{Tr}_c(G_{\mu\nu} G^{\mu\nu})$, é, finalmente,

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \sum_{f=u,d,s,c,b,t} \bar{q}_f (i \not{D} - m_f) q_f - \frac{1}{4} G_{a\mu\nu} G_a^{\mu\nu} \quad (3.9)$$

A parte gluônica $-\frac{1}{4} G_{a\mu\nu} G_a^{\mu\nu}$ (ou parte de puro gauge) pode ser escrita como

$$-\frac{1}{2} \text{Tr}_c(G_{\mu\nu} G^{\mu\nu}),$$

pois

$$\begin{aligned}
\text{Tr}_c(G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}) &= \text{Tr}_c(G_{a\mu\nu}\frac{\lambda_a^c}{2}G_b^{\mu\nu}\frac{\lambda_b^c}{2}) = G_{a\mu\nu}G_b^{\mu\nu}\frac{1}{4}\text{Tr}(\lambda_a\lambda_b) \\
&= G_{a\mu\nu}G_b^{\mu\nu}\frac{1}{4}(2\delta_{ab}) \\
&= \frac{1}{2}G_{a\mu\nu}G_a^{\mu\nu}
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Observe que $\text{Tr}_c(G_{\mu\nu}G^{\mu\nu})$ é invariante de Gauge. Isto pode ser mostrado utilizando-se a propriedade cíclica do traço, isto é, $\text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA)$, e o fato de que $UU^\dagger = 1$.

Em contraste com o caso abeliano da eletrodinâmica quântica, o quadrado do tensor $G_{a\mu\nu}$ dos campos de gauge A_μ , associados aos glúons, introduz termos de auto-interação envolvendo esses campos de glúons. Estes termos de auto-interação surgem do fato do comutador entre dois campos de gauge, A_μ e A_ν , ser, em geral, diferente de zero. A presença da auto-interação torna a teoria de gauge não abeliana muito mais complexa que a abeliana.

Em altas energias, com base nos termos de interação da lagrangiana da QCD¹, podemos realizar a expansão perturbativa e calcular os diagramas de Feynman da teoria ordem a ordem. Quando as regras de Feynman são aplicadas aos diagramas, aparecem nos cálculos resultados divergentes que podem ser removidos por meio da renormalização, para que se obtenha um resultado finito. O processo de renormalização introduz a escala de renormalização que está relacionada com o momento característico da interação. As transformações que levam de uma escala a outra compõem o grupo de renormalização. Com a variação da escala de renormalização, a constante de acoplamento vira um parâmetro de acoplamento que depende da escala e esta variação é determinada pela equação do grupo de renormalização (ver refs. [49, 52, 76])

$$\beta(g_R) = \mu \frac{dg_R}{d\mu}.$$

Calculando as contribuições de um laço para a auto-energia do glúon, a função beta se reduz a

$$\beta(g_R) = -\frac{g_R^3}{16\pi^2} \left(\frac{33 - 2N_f}{3} \right). \tag{3.11}$$

Se o número de sabores de quarks for $N_f \leq 16$, então $\beta < 0$ e g_R diminui quando se aumenta a escala de massa (momento) μ , situação na qual a teoria é assintoticamente livre, propriedade demonstrada por David Gross, Frank Wilczek e David Politzer, em 1973 [14, 15].

¹ Em verdade, para termos a lagrangiana completa da QCD devemos introduzir na lagrangiana (3.9) os termos de fixação de gauge e os termos associados aos campos de fantasmas de Faddeev-Popov. No entanto, para os propósitos desse trabalho, a lagrangiana dada pela eq. (3.9) será suficiente.

Podemos deduzir o parâmetro de acoplamento, $\alpha_s = g_R^2/4\pi$, escrevendo

$$\beta(g_R) = \frac{dg_R}{dt}, \quad (3.12)$$

em que $t = \ln \mu$. Dessa forma, pode-se reescrever a equação do grupo de renormalização, em um laço, como

$$\frac{dg_R}{dt} = -bg_R^3, \quad (3.13)$$

em que $b = \frac{1}{16\pi^2} \left(\frac{33 - 2N_f}{3} \right)$. Resolvendo a equação diferencial da eq. (3.13), obtemos

$$\alpha_s(t) = \frac{\alpha_0}{1 + 8\pi b t \alpha_0},$$

onde $\alpha_0 = g_R^2(0)/4\pi$, em que $g_R(0)$ é a constante de acoplamento dependente de uma energia arbitrariamente escolhida. Notando-se que $t = \ln \mu$ pode ser representada, no experimento do espalhamento inelástico profundo, como $\frac{1}{2} \ln(Q^2/\Lambda^2)$, temos que

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{1}{1/\alpha_0 + 4\pi b \ln Q^2/\Lambda^2}.$$

Como a constante de acoplamento α_0 é fixada, podemos remover o termo $1/\alpha_0$ no denominador da equação acima definindo $\ln \Lambda_1^2 = \ln \Lambda^2 - 1/(\alpha_0 4\pi b)$. Assim, sabendo-se que $b = \frac{1}{16\pi^2} \left(\frac{33 - 2N_f}{3} \right)$, obtemos

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2N_f) \ln \left(\frac{Q^2}{\Lambda_{\text{QCD}}^2} \right)} \quad (3.14)$$

em que $\Lambda_1 = \Lambda_{\text{QCD}}$, N_f é o número de sabores de quarks e Q a escala de energia (momento) do problema físico que estamos olhando. O surgimento de uma escala dimensional de energia traz uma estrutura extremamente rica ao vácuo da QCD. Fisicamente, devido à auto-interação dos glúons, as forças entre os quarks e glúons coloridos aumentam na medida em que suas distâncias aumentam (energias mais baixas). Isso provoca fenômenos não triviais como o confinamento de cor, geração das massas dos hádrons e a quebra espontânea da simetria quiral. Assim, na escala hadrônica, precisamos essencialmente de um método não-perturbativo. De outro modo, pode-se ver que esse acoplamento é pequeno para energias muito maiores que a constante Λ_{QCD} e, portanto, permite a utilização das técnicas de teoria de perturbação. Isso é conhecido como liberdade assintótica. Como resultado, o comportamento da interação forte em altas energias pode ser descrito pela Cromodinâmica quântica perturbativa com quarks e glúons como graus de liberdade.

Observamos que os seis tipos de sabores de quarks possuem massas (*bare masses*) muito diferentes. De acordo com as massas disponíveis na tabela 1, verifica-se que $m_u, m_d, m_s \ll \Lambda_{\text{QCD}} \ll m_c, m_b, m_t$. A massa do quark top é ainda muito maior do que m_c e m_b e, portanto, ainda mais adequada para uma expansão. No entanto, o quark top decai tão rápido que eles não formam estados ligados. Os parâmetros da expansão serão m_q/Λ_{QCD} para os quarks leves $q = u, d, s$ e Λ_{QCD}/m_Q para os quarks pesados $Q = c, b$.

3.2 Teoria de Perturbação Quiral

A cromodinâmica quântica é hoje a teoria fundamental das interações fortes. Devido à liberdade assintótica discutida de forma breve na seção anterior, a teoria de perturbações pode ser aplicada a distâncias curtas. As previsões resultantes do uso da técnica de perturbação explicaram muitos fenômenos com grandes transferências de momento [50]. No domínio de baixas energias, no entanto, ocorre o confinamento de cor dos graus de liberdade fundamentais da QCD, isto é, o confinamento dos quarks e dos glúons. O confinamento torna mais complexa a tarefa de realizar uma análise completa da dinâmica da QCD em termos destes graus de liberdade fundamentais. Em razão dessa dificuldade, uma descrição em termos dos estados assintóticos hadrônicos torna-se mais adequada e algumas alternativas surgem neste cenário não perturbativo da teoria, tais como: o método das regras de soma da QCD, originalmente proposto por Shifman, Vainshtein e Zakharov [85], que consiste no cálculo de funções de correlação de operadores locais em que cada operador é construído usando campos de quarks e/ou glúons, de forma que tenham os mesmos números quânticos do hádron que representam. O método se apóia fortemente no chamado princípio de dualidade, o qual assume que um hádron pode ser descrito de forma equivalente em termos de graus de liberdade da QCD ou em termos de graus de liberdade fenomenológicos, dependendo do caso [60]; o método da QCD na rede [do inglês, *Lattice QCD* (LQCD)], que consiste na ideia de formular a QCD em uma rede de pontos no espaço e no tempo. Quando o tamanho da rede é tomado infinitamente grande e seus pontos infinitesimalmente próximos uns dos outros, recupera-se a QCD no espaço e tempo contínuos [16, 86]. Uma outra abordagem que tem tido bastante êxito na predição das propriedades dos hádrons e na reprodução de certas propriedades da teoria fundamental é a abordagem via as teorias de campos efetivas, pois essas teorias devem respeitar as simetrias da teoria fundamental e estabelecer outras simetrias que sejam relevantes para construção da teoria física de interesse, no limite de energia do sistema físico investigado [5, 40, 42–50], que é a opção que iremos explorar neste trabalho.

Em energias muito baixas, ocorre uma grande simplificação da dinâmica da interação forte. Abaixo da região de ressonância ($E < 1$ GeV), o espectro hadrônico contém apenas um octeto de partículas pseudoescalares muito leves (π , η , K), cujas interações podem ser compreendidas com considerações de simetria global. A utilização de simetria global permitiu o desenvolvimento de um poderoso arsenal teórico, a Teoria de Perturbação Quiral [*Chiral Perturbation Theory* (ChPT)], proposta pela primeira vez por Weinberg [87] e elaborada em detalhe por Gasser e Leutwyler [88], para analisar sistematicamente as implicações em baixas energias das simetrias da QCD. Este formalismo se baseia em dois ingredientes chaves: a abordagem própria das teorias de campos efetivas e as propriedades de simetria quiral da QCD [46, 50].

3.2.1 Simetria Quiral

Queremos estudar as propriedades da QCD em baixas energias para os quarks leves. Vamos considerar o limite de massa nula ($m_l \rightarrow 0$) para os quarks up, down e strange ($l = u, d, s$). Neste contexto, estamos no chamado limite quiral da nossa teoria, e podemos reescrever a eq. (3.9) da seguinte forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{QCD}}^0 &= \sum_{c,c'=1}^3 \sum_{\alpha,\alpha'=1}^4 \sum_{l=u,d,s} \bar{q}_{\alpha,l,c} \gamma_{\alpha,\alpha'}^\mu D_\mu^{cc'} q_{\alpha',l,c'} - \frac{1}{4} G_{a\mu\nu} G_a^{\mu\nu} \\ &= \sum_{l=u,d,s} \bar{q}_l i \gamma^\mu D_\mu q_l - \frac{1}{4} G_{a\mu\nu} G_a^{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Com os operadores de projeção right, $P_R = \frac{1 + \gamma_5}{2}$, e left, $P_L = \frac{1 - \gamma_5}{2}$, podemos obter os férmions quirais *right* e *left* da forma abaixo

$$q_{Rl} = P_R q_l, \quad q_{Ll} = P_L q_l. \quad (3.16)$$

Assim, a lagrangiana da QCD, no limite quiral, pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{QCD}}^0 &= \sum_{c,c'=1}^3 \sum_{\alpha,\alpha'=1}^4 \sum_{l=u,d,s} \left(i \bar{q}_{R,\alpha,l,c} \gamma_{\alpha,\alpha'}^\mu D_\mu^{cc'} q_{R,\alpha',l,c'} + i \bar{q}_{L,\alpha,l,c} \gamma_{\alpha,\alpha'}^\mu D_\mu^{cc'} q_{L,\alpha',l,c'} \right) \\ &\quad - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} \\ &= \sum_{l=u,d,s} \left(\bar{q}_{R,l} i \not{D} q_{R,l} + \bar{q}_{L,l} i \not{D} q_{L,l} \right) - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Devido à independência de sabor da derivada covariante, $\mathcal{L}_{\text{QCD}}^0$ é invariante sob as transformações de simetria global, $G = SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R$, dos quarks *left* e *right* no espaço dos sabores²:

$$\begin{aligned} q_L &\xrightarrow{G} g_L q_L = \exp \left(-i \sum_{a=1}^{N_f^2-1} \Theta_{La} \frac{\lambda_a}{2} \right) q_L, \\ q_R &\xrightarrow{G} g_R q_R = \exp \left(-i \sum_{a=1}^{N_f^2-1} \Theta_{Ra} \frac{\lambda_a}{2} \right) q_R, \end{aligned} \quad (3.18)$$

em que $g_L \in SU(N_f)_L$ e $g_R \in SU(N_f)_R$. Note que as matrizes de Gell-Mann, λ_a , agem no espaço dos sabores. Nós vamos nos referir à invariância de $\mathcal{L}_{\text{QCD}}^0$ sob $SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R$ como simetria quiral quando $N_f = 2$ ou 3 ³.

² Observe que estamos utilizando a letra q para denotar os sabores dos quarks e seus espinores de Dirac respectivos. A partir da seção 3.3 será comum denotarmos a letra Q para representar os quarks de sabores pesados c e b (com exceção do quark t que não hadroniza) e os seus espinores de Dirac respectivos; enquanto a letra q será reservada para denotar os sabores leves (u, d e s) e os seus espinores de Dirac respectivos. Além disso, m_q e m_Q representarão as massas dos sabores leves ($q = u, d, s$) e pesados ($Q = c, b, t$), respectivamente.

³ Poderíamos ter inserido nas expressões da eq.(3.18) os fatores de fase $e^{-i\Theta_L}$ e $e^{-i\Theta_R}$ pertencentes, respectivamente, aos grupos $U(1)_L$ e $U(1)_R$. Com essa inclusão, a lagrangiana da teoria teria uma simetria em relação ao grupo $U(N_f)_L \times U(N_f)_R$.

As correntes de Noether associadas ao grupo quiral G são⁴

$$J_{La}^\mu = \bar{q}_L \gamma^\mu \frac{\lambda_a}{2} q_L, \quad J_{Ra}^\mu = \bar{q}_R \gamma^\mu \frac{\lambda_a}{2} q_R \quad (a = 1, 2, \dots, 8). \quad (3.19)$$

As cargas de Noether correspondentes a essas correntes

$$Q_{La} = \int d^3x J_{La}^0(x), \quad Q_{Ra} = \int d^3x J_{Ra}^0(x). \quad (3.20)$$

satisfazem a seguinte relação de comutação

$$[Q_{Xa}, Q_{Yb}] = i\delta_{XY} f_{abc} Q_{Xc}, \quad (X, Y = L, R; \quad a, b, c = 1, 2, \dots, 8). \quad (3.21)$$

Um fato importante é que a invariância de $\mathcal{L}_{\text{QCD}}^0$ sob uma transformação de simetria global $G = SU(3)_L \times SU(3)_R$ deve também implicar que o hamiltoniano da QCD no limite quiral, H_{QCD}^0 , exiba uma simetria global $G = SU(3)_L \times SU(3)_R$. Para as correntes de simetria conservadas, estes operadores de carga de Noether são independentes do tempo, isto é, eles comutam com o hamiltoniano quiral, assim

$$[Q_{Xa}, H_{\text{QCD}}^0] = 0, \quad (X = L, R). \quad (3.22)$$

Das considerações de simetria envolvendo apenas o operador hamiltoniano quiral, H_{QCD}^0 , esperaríamos, ainda que ingenuamente, que os hádrons fossem organizados de forma aproximada em multipletos degenerados, construídos a partir das representações irredutíveis do grupo G . Ocorre que a simetria quiral, que deve ser aproximadamente boa no setor de quarks leves (u, d, s), não é vista no espectro hadrônico. Para enfrentar esse problema, em vez das correntes quirais definidas na eq. (3.19), serão utilizadas as correntes J_{Va}^μ e J_{Aa}^μ , escritas como combinações lineares das correntes quirais da seguinte forma [46]

$$\begin{aligned} J_{Va}^\mu &= J_{Ra}^\mu + J_{La}^\mu = \bar{q} \gamma^\mu \frac{\lambda_a}{2} q, \\ J_{Aa}^\mu &= J_{Ra}^\mu - J_{La}^\mu = \bar{q} \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\lambda_a}{2} q, \end{aligned} \quad (3.23)$$

as quais se transformam, sob a operação de paridade P , como correntes vetoriais e correntes axiais, respectivamente,

$$\begin{aligned} P : J_{Va}^\mu(t, \vec{x}) &\rightarrow J_{\mu, Va}(t, -\vec{x}), \\ P : J_{Aa}^\mu(t, \vec{x}) &\rightarrow -J_{\mu, Aa}(t, -\vec{x}). \end{aligned} \quad (3.24)$$

Neste contexto, embora os hádrons possam ser bem classificados em representações de $SU(3)_V$, não existem multipletes degenerados com paridade oposta, isto é, os hádrons não podem ser bem representados pelas representações de $SU(3)_A$. Além disso, o octeto dos mésons pseudoescalares é muito mais leve do que todos os outros estados hadrônicos. Para

⁴ Aqui já estamos considerando $N_f = 3$, pois estamos no limite quiral da nossa teoria.

ser consistente com este fato experimental, o estado fundamental da teoria (o estado de vácuo) não deve ser simétrico sob o grupo quiral G . Temos, portanto, a quebra espontânea de simetria $SU(3)_L \times SU(3)_R \rightarrow SU(3)_{V=L+R}$ e, de acordo com o teorema de Goldstone (ver referência [46, 50]), um octeto de bósons pseudoscalares, sem massa, aparece na teoria. Mais especificamente, considere uma corrente de Noether, Q , e assumamos a existência de um operador, digamos O , tal que

$$\langle 0 | [Q, O] | 0 \rangle \neq 0; \quad (3.25)$$

isto é possível apenas se $Q | 0 \rangle \neq 0$. O teorema de Goldstone então afirma que existe um estado sem massa, $|G\rangle$, tal que

$$\langle 0 | J^0 | G \rangle \langle G | O | 0 \rangle \neq 0. \quad (3.26)$$

Como há oito geradores axiais responsáveis pela quebra espontânea da simetria quiral, $Q_{Aa} = Q_{Ra} - Q_{La}$, deve haver oito bósons de Goldstone pseudoscalares, $|G_a\rangle$, que podemos identificar com os oito estados hadrônicos mais leves (π^+ , π^- , π^0 , η , K^+ , K^- , K^0 e \bar{K}^0); sendo suas pequenas massas geradas pela matriz de massa de quarks, que quebra explicitamente a simetria quiral da lagrangiana da QCD. Os operadores O_a correspondentes devem ser operadores pseudoscalares. As possibilidades mais simples são $O_a = \bar{q}\gamma_5\lambda_a q$, que satisfazem

$$\langle 0 | [Q_{Aa}, \bar{q}\gamma_5\lambda_b q] | 0 \rangle = -\frac{1}{2} \langle 0 | \bar{q}\{\lambda_a, \lambda_b\}q | 0 \rangle = -\frac{2}{3}\delta_{ab} \langle 0 | \bar{q}q | 0 \rangle. \quad (3.27)$$

Portanto, o condensado de quarks

$$\langle 0 | \bar{u}u | 0 \rangle = \langle 0 | \bar{d}d | 0 \rangle = \langle 0 | \bar{s}s | 0 \rangle \neq 0 \quad (3.28)$$

é o parâmetro natural da quebra espontânea da simetria quiral. Este fato informa, portanto, que a simetria quiral é espontaneamente quebrada pelo valor esperado do operador bilinear

$$\langle 0 | \bar{q}_{Ra}q_{Lb} | 0 \rangle = \delta_{ab}BF_0^2 \quad (3.29)$$

para $F_0 \neq 0$. Pode-se identificar F_0 como a ordem dominante da constante de decaimento do pión, f_π , ou, simplesmente, f . Os índices a e b são os índices dos sabores dos quarks leves u , d e s . O resultado não nulo do valor esperado do estado de vácuo do operador $\bar{q}q$, no limite quiral, é uma condição suficiente (mas não necessária) para a quebra espontânea de simetria quiral da QCD, a temperatura zero. Um aumento da temperatura conduzirá, em última instância, a uma transição de fase para o regime em que a simetria quiral é restaurada. Uma figura ilustrativa da quebra espontânea de simetria quiral, devido à formação de um condensado de quarks, pode ser dada na figura 8, retirada da referência [84].

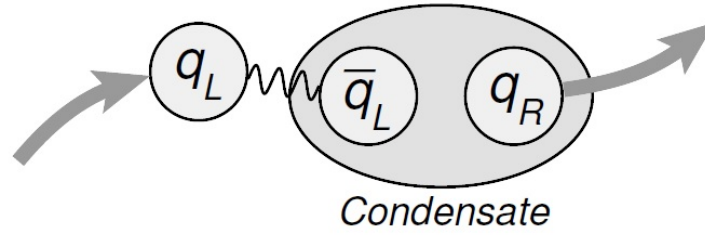


Figura 8 – Descrição da ruptura da simetria quiral pelo condensado de quarks.

3.2.2 Lagrangiana Efetiva Quiral em ordem mais baixa

A natureza de bósons de Goldstone (pseudo-bósons de Goldstone) dos mésons pseudoescalares implica fortes vínculos em suas interações, que podem ser mais facilmente analisadas com base em uma lagrangiana efetiva. Uma vez que há uma diferença de massa separando o octeto pseudoscalar do resto do espectro hadrônico, podemos construir uma teoria efetiva contendo apenas os modos de Goldstone. Nossa suposição básica será a quebra espontânea da simetria quiral [*Spontaneous Chiral Symmetry Breaking (SCSB)*], isto é,

$$G \equiv SU(3)_L \times SU(3)_R \xrightarrow{SCSB} H \equiv SU(3)_V \quad (3.30)$$

Estes bósons de Goldstone são representados por uma matriz unitária especial, Σ , 3×3 . Pode-se mostrar que $\Sigma(M) \equiv \tilde{L}\tilde{R}^\dagger$, em que $\tilde{R} \in SU(3)_R$, $\tilde{L} \in SU(3)_L$ e M é o campo associado aos campos dos pseudo-bósons de Goldstone (para uma discussão mais detalhada, veja o apêndice B). Σ se transforma, sob uma transformação do grupo $SU(3)_L \times SU(3)_R$, como

$$\Sigma \rightarrow L\Sigma R^\dagger, \quad (3.31)$$

que é exatamente a equação (B.7). Portanto, temos

$$\Sigma(M) \equiv \tilde{L}(M)\tilde{R}^\dagger(M), \quad \Sigma(M) \xrightarrow{G=SU(3)_L \times SU(3)_R} L\Sigma R^\dagger, \quad (3.32)$$

em que

$$\Sigma(M) = \exp\left(\frac{2iM}{f}\right) \quad (3.33)$$

em que

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\eta & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{1}{\sqrt{2}}\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\eta & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\frac{2}{\sqrt{6}}\eta \end{pmatrix}. \quad (3.34)$$

Tal parametrização é conveniente para os campos de Goldstone. Observe que $\Sigma(M)$ se transforma linearmente sob o grupo quiral [ver eq. (3.32)], mas a transformação induzida nos campos dos bósons de Goldstone, representados pela matriz M , é não-linear. A lagrangiana efetiva mais simples que podemos construir que seja invariante sob uma simetria global $SU(3)_L \times SU(3)_R$ é

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{f^2}{8} \text{Tr} \left(\partial^\mu \Sigma \partial_\mu \Sigma^\dagger \right). \quad (3.35)$$

Expandindo $\Sigma(M)$ em uma série de potências em M , obtemos os termos cinéticos dos campos dos pseudo-bósons de Goldstone mais um conjunto crescente de termos de interação envolvendo um número crescente de produtos entre esses campos. A exigência de que os termos cinéticos devem estar devidamente normalizados fixa o coeficiente global $f^2/8$ na eq. (3.35). Todas as interações entre os pseudo-bósons de Goldstones podem então ser previstas em termos do único acoplamento f .

Cumpre-nos observar que a simetria quiral não é uma simetria exata da QCD e, para traduzir corretamente o espectro físico, ela deve ser quebrada explicitamente com a introdução dos termos de massa dos quarks:

$$\mathcal{L}_m = -\bar{q}_R \hat{m} q_L - \bar{q}_L \hat{m} q_R, \quad \hat{m} = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_d & 0 \\ 0 & 0 & m_s \end{pmatrix}. \quad (3.36)$$

Nota-se que a lagrangiana \mathcal{L}_m da eq. (3.36) se transforma como um membro da representação $(3_L, 3_R^*) \oplus (3_L^*, 3_R)$. Para levar em conta as conseqüências da eq. (3.36) na lagrangiana efetiva quiral (3.35), podemos utilizar o seguinte argumento [46]: embora \hat{m} seja na realidade apenas uma matriz constante e não se transforme junto com os campos de quarks, a lagrangiana \mathcal{L}_m será invariante se \hat{m} se transformar, sob a ação do grupo quiral, como Σ :

$$\hat{m} \xrightarrow{G=SU(3)_L \times SU(3)_R} L \hat{m} R^\dagger. \quad (3.37)$$

Então, uma lagrangiana efetiva mais geral que podemos obter, em ordem mais baixa em \hat{m} , que seja invariante sob as eqs. (3.32) e (3.37) é dada por

$$\frac{f^2 B_0}{8} \text{Tr}(\hat{m} \Sigma^\dagger + \Sigma \hat{m}^\dagger). \quad (3.38)$$

em que B_0 é uma constante de ajuste conveniente para o cálculo das massas dos pseudo-bósons de Goldstone. Com a introdução desse termo na lagrangiana quiral (3.35), podemos determinar as massas dos pseudo-bósons de Goldstone identificando os termos de segunda ordem nos campos em \mathcal{L}_m :

$$\mathcal{L}_m = -\frac{B_0}{2} \text{Tr}(M^2 \hat{m}). \quad (3.39)$$

Deve-se salientar que com a eq. (3.35) temos condições de entender como ocorre a interação entre os campos dos pseudo-bósons de Goldstone. No entanto, muitas vezes

é conveniente a introdução de mais campos associados a outros tipos de hádrons em consonância com o espectro. Para introduzir os acoplamentos desses novos campos com os pseudo-bósons de Goldstone vamos promover a simetria global da lagrangiana efetiva para uma simetria local e introduzir na lagrangiana da QCD os campos externos v_μ (vetorial), a_μ (axial), s (escalar) e p (pseudoescalar) [46, 88, 89]. Para introduzir esses termos externos de interação, iremos descrever os princípios que norteiam a construção da lagrangiana efetiva que possua uma simetria local de $G = SU(3)_L \times SU(3)_R$. A matriz Σ se transforma como

$$\Sigma(x) \xrightarrow{SU(3)_L \times SU(3)_R} \Sigma'(x) = L(x)\Sigma(x)R^\dagger(x), \quad (3.40)$$

em que no contexto de simetria local da lagrangiana efetiva quiral $L(x)$ e $R(x)$ são matrizes do grupo $SU(3)$ dependentes do ponto do espaço-tempo, isto é,

$$\begin{aligned} L(x) &= \exp\left(-i \sum_{a=1}^8 \Theta_{La}(x) \frac{\lambda_a}{2}\right), \\ R(x) &= \exp\left(-i \sum_{a=1}^8 \Theta_{Ra}(x) \frac{\lambda_a}{2}\right). \end{aligned} \quad (3.41)$$

Como no caso das teorias de gauge, nós precisamos de campos externos $l^\mu(x) \equiv 1/2[V^\mu(x) + A^\mu(x)]$ e $r^\mu(x) \equiv 1/2[V^\mu(x) - A^\mu(x)]$ correspondentes aos parâmetros $\Theta_{La}(x)$ e $\Theta_{Ra}(x)$ de $L(x)$ e $R(x)$, respectivamente. Para qualquer objeto A que se transforme como $\Sigma(x)$, isto é, transforme-se da forma LAR^\dagger [ver eqs. (3.31) e (3.32)], definimos a derivada covariante $D_\mu A$ como

$$D_\mu A \equiv \partial_\mu A - il_\mu A + iAr_\mu. \quad (3.42)$$

Os campos externos l_μ e r_μ se transformam, sob uma transformação de simetria local do grupo $G = SU(3)_L \times SU(3)_R$, da seguinte forma

$$\begin{aligned} l_\mu &\xrightarrow{SU(3)_L \times SU(3)_R} l'_\mu = Ll_\mu L^\dagger + iL\partial_\mu L^\dagger = Ll_\mu L^\dagger - i\partial_\mu LL^\dagger, \\ r_\mu &\xrightarrow{SU(3)_L \times SU(3)_R} r'_\mu = Rr_\mu R^\dagger + iR\partial_\mu R^\dagger = Rr_\mu R^\dagger - i\partial_\mu RR^\dagger. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Devemos observar que, com base nas eqs. (3.42) e (3.43), a derivada covariante de A (e, portanto, a derivada covariante de Σ) se transforma, sob simetria local do grupo G , da seguinte forma:

$$D_\mu A \xrightarrow{G} L(D_\mu A)R^\dagger.$$

como deve ser, pois a propriedade definidora da derivada covariante é que ela deve se transformar da mesma forma que o objeto sobre o qual ela atua. Além disso, para dotar os campos r_μ e l_μ de dinâmica, introduzimos os tensores

$$F_{R\mu\nu} \equiv \partial_\mu r_\nu - \partial_\nu r_\mu - i[r_\mu, r_\nu], \quad (3.44)$$

$$F_{L\mu\nu} \equiv \partial_\mu l_\nu - \partial_\nu l_\mu - i[l_\mu, l_\nu], \quad (3.45)$$

tais que

$$\text{Tr}(F_{L\mu\nu}) = \text{Tr}(F_{R\mu\nu}) = 0. \quad (3.46)$$

Finalmente, seguindo a convenção de Gasser e Leutwyler [89], introduzimos a combinação linear, $\chi = 2B_0(s + ip)$, que parametriza a quebra explícita de simetria quiral [e, portanto, está associada ao termo de massa, o que pode ser inferido comparando-se as eqs. (3.38) e (3.47)] tal que a lagrangiana efetiva quiral mais geral, invariante local sob ação do grupo G , na mais baixa ordem, é dada por

$$\mathcal{L}_2 = \frac{f^2}{8} \text{Tr} [D_\mu \Sigma (D^\mu \Sigma)^\dagger] + \frac{f^2}{8} \text{Tr} (\chi \Sigma^\dagger + \Sigma \chi^\dagger). \quad (3.47)$$

Novamente, a exigência de que os termos cinéticos estejam devidamente normalizados fixa o coeficiente global $f^2/8$ no primeiro termo da eq.(3.47). O segundo termo desta equação é um termo que quebra explicitamente a simetria quiral da teoria, pois χ é um termo de massa.

3.3 A Física dos Quarks Pesados

Nesta seção, vamos explorar as consequências das massas dos quarks pesados serem muito maior do que a escala da QCD não perturbativa, $\Lambda_{\text{QCD}} \sim 200 - 300$ MeV. Existem apenas seis quarks, dentre os quais três são leves (u , d e s) e três são pesados (c , b e t). Comparando as massas desses seis quarks com a escala intrínseca da QCD, Λ_{QCD} , verificamos que as massas dos quarks leves, m_q , são tais que $m_q \ll \Lambda_{\text{QCD}}$. Os hádrons contendo apenas estes quarks, por exemplo, os píons, os káons e os mésons η , podem ser estudados expandindo-se em torno do limite $m_q \rightarrow 0$, o que foi realizado na seção 3.2. Os momentos típicos em baixas energias são pequenos em comparação com a escala Λ_{QCD} , e a expansão é tomada em potências de $\frac{p}{\Lambda_{\text{QCD}}}$.

No setor dos sabores pesados, o quark mais pesado, o quark t , não hadroniza. Como $m_t \gg \Lambda_{\text{QCD}}$, pode-se fazer previsões precisas sobre a física do quark top usando a teoria de perturbação em $\alpha_s(\mu)$ (que é pequena nas escalas $\mu \sim m_t$, ver eq. 3.14). Os outros dois quarks pesados, o quark charme e o quark bottom, com massas $m_c \sim 1275$ MeV e $m_b \sim 4180$ MeV, são instáveis, mas formam hádrons metaestáveis (tais como os mésons D e B). A física dos quarks charme e bottom pode ser estudada utilizando técnicas da teoria de perturbação se a expansão for realizada em potências de $\frac{\Lambda_{\text{QCD}}}{m_b}$ ou $\frac{\Lambda_{\text{QCD}}}{m_c}$. Experimentalmente,

$$\frac{\Lambda_{\text{QCD}}}{m_c} \sim 0,2 \quad \text{e} \quad \frac{\Lambda_{\text{QCD}}}{m_b} \sim 0,05 \quad (3.48)$$

o que justifica a expansão em torno de $\frac{\Lambda_{\text{QCD}}}{m_Q} \ll 1$ ($Q = c, b$). Este é o cenário da simetria dos quarks pesados [*Heavy-Quark Symmetry* (HQS)] e, neste contexto, a parte dos quarks

pesados da lagrangiana da QCD precisa ser reescrita em termos do parâmetro da expansão:

$$\mathcal{L}_{\text{HQET}} = \mathcal{L}_0 + \frac{\Lambda_{\text{QCD}}}{m_Q} \mathcal{L}_1 + \frac{\Lambda_{\text{QCD}}^2}{m_Q^2} \mathcal{L}_2 + \dots \quad (3.49)$$

que será discutida na subseção 3.3.1.

No contexto da simetria dos quarks pesados (HQS), emergem duas simetrias muito importantes, a simetria de spin dos quarks pesados [*Heavy-Quark Spin Symmetry* (HQSS)] e a simetria de sabor dos quarks pesados [*Heavy-Quark Flavor Symmetry* (HQFS)]. A simetria de spin dos quarks pesados (HQSS) nos diz que para a ordem dominante em Λ_{QCD}/m_Q , a dinâmica de um méson pesado, digamos, o méson B , é independente do spin, razão pela qual B e B^* são degenerados na ordem dominante. Enquanto que a simetria do sabor dos quarks pesados (HQFS) estabelece que no limite em que $m_Q \rightarrow \infty$, o quark pesado comporta-se como uma fonte externa estática que se transforma como um tripleto de cor, e a dinâmica do méson se reduz à dinâmica dos graus de liberdade do quark leve interagindo com esta fonte de cor proveniente do quark pesado. Vê-se, então, que a massa do quark pesado é completamente irrelevante no limite $m_Q \rightarrow \infty$, de modo que todos os quarks pesados interagem da mesma maneira dentro dos mésons pesados. Isto conduz à simetria de sabor dos quarks pesados: a dinâmica é inalterada sob a troca dos quarks de sabores pesados [48].

3.3.1 Lagrangiana Efetiva dos Quarks Pesados

Para derivar a lagrangiana efetiva dos quarks pesados, consideremos um sistema que contém um quark pesado, Q . No limite $m_Q \rightarrow \infty$, a perturbação da interação da QCD, da ordem de Λ_{QCD} , pode ser negligenciada, e, assim, o quark pesado pode permanecer quase *on-shell*, embora ele esteja confinado no hádron. Assim, introduzimos o momento *on-shell*, $m_Q v^\mu$, através da quadrivelocidade, v^μ , desde que $v^2 = 1$. Acontece que, na realidade, o quark pesado tem uma massa m_Q finita e é perturbado pela interação da QCD de forma tal que o seu momento é mudado de seu valor *on-shell* ($m_Q v^\mu$) para

$$p_Q^\mu = m_Q v^\mu + k^\mu \quad (3.50)$$

em que k^μ é o momento residual que parametriza o leve desvio do momento *on-shell* do quark pesado. Tipicamente, $k^\mu \sim \Lambda_{\text{QCD}}$ e, portanto, muito menor que m_Q . Em muitas aplicações práticas, a quadrivelocidade pode ser escolhida como $v^\mu = (1, \vec{0})$, no referencial de repouso do quark pesado. Vale salientar que a decomposição realizada na eq. (3.50) não é única, uma vez que podemos mudar $k^\mu \rightarrow k^\mu + \Delta k^\mu$ por uma pequena quantidade e $v^\mu \rightarrow v^\mu - \Delta k^\mu / m_Q$. No entanto, na ordem dominante em $\Lambda_{\text{QCD}}/m_Q \ll 1$, v^μ é única e esta decomposição está bem definida, pois $\frac{\Delta k^\mu}{m_Q} \rightarrow 0$ e a quadrivelocidade v^μ é um bom número quântico do quark pesado e deve ser conservada. Assim, é razoável que a

teoria efetiva dos quarks pesados [*Heavy-Quark Effective Theory* (HQET)] seja tal que o quark pesado carregue esse número quântico e a conservação da sua quadrivelocidade seja aparente ao nível da Lagrangiana.

Para obtermos a lagrangiana efetiva dos quarks pesados, vamos partir da lagrangiana dada pela eq. (3.9), mas vamos considerar apenas os sabores pesados $Q = c, b$ e desconsiderar a parte de puro gauge⁵:

$$\mathcal{L}_{c,b} = \sum_{c,b} \bar{Q}(i\not{D} - m_Q)Q. \quad (3.51)$$

e reescrever o campo de quark pesado como

$$Q(x) \rightarrow e^{-im_Q v \cdot x} [P_+ Q(x) + P_- Q(x)] = e^{-im_Q v \cdot x} [Q_{+,v}(x) + Q_{-,v}(x)] \quad (3.52)$$

em que

$$Q_{+,v}(x) = e^{im_Q v \cdot x} P_+ Q(x), \quad Q_{-,v}(x) = e^{im_Q v \cdot x} P_- Q(x) \quad (3.53)$$

em que $P_+ = (1 + \not{v})/2$ e $P_- = (1 - \not{v})/2$ são operadores de projeção e projetam $Q(x)$ em sua partícula, $Q_{+,v}(x)$, e antipartícula, $Q_{-,v}(x)$, respectivamente. É possível mostrar que $\not{v}P_{\pm} = \pm P_{\pm}$, logo

$$\not{v}Q_{+,v} = Q_{+,v}, \quad \text{e} \quad \not{v}Q_{-,v} = -Q_{-,v}. \quad (3.54)$$

Se inserirmos a eq. (3.52) na eq. (3.51), obtemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{c,b} = & \bar{Q}_{+,v} i\not{D} Q_{+,v} + \bar{Q}_{-,v} i\not{D} Q_{-,v} - 2m_Q \bar{Q}_{-,v} Q_{-,v} + \\ & + \bar{Q}_{+,v} i\not{D} Q_{-,v} + \bar{Q}_{-,v} i\not{D} Q_{+,v}. \end{aligned} \quad (3.55)$$

Observe que os campos $Q_{+,v}$ e $Q_{-,v}$ ainda estão presentes na teoria. Além disso, eles são misturados pelos últimos dois termos da lagrangiana (3.55). Agora, vamos usar a eq. (3.54) para eliminar as matrizes gamma dos dois primeiros termos da eq. (3.55). Como resultado, a lagrangiana pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{c,b} = & \bar{Q}_{+,v} i\nu \cdot D Q_{+,v} - \bar{Q}_{-,v} [i\nu \cdot D + 2m_Q] Q_{-,v} + \\ & + \bar{Q}_{+,v} i\not{D}_{\perp} Q_{-,v} + \bar{Q}_{-,v} i\not{D}_{\perp} Q_{+,v}, \end{aligned} \quad (3.56)$$

⁵ A partir daqui, vamos oficializar uma mudança de notação: vamos utilizar a letra Q para denotar o sabor dos quarks pesados c e b e para denotar o espinor de Dirac associado a esses sabores. Note que nas seções anteriores deste capítulo estávamos utilizando a letra q com o subscrito f , q_f , para denotar os espinores de Dirac associados aos sabores $f = u, d, s, c, b, t$, e, quando nos referíamos ao setor leve dos sabores, o espinor de Dirac era representado pela notação q_l , com $l = u, d, s$. A partir de agora, quando estivermos nos referindo ao setor leve da teoria, vamos denotar tanto o espinor de Dirac como os sabores dos quarks leves pela letra q , o que já havíamos feito, inclusive, desde a eq. (3.18). Quando estivermos no setor pesado, a letra utilizada para representar o espinor de Dirac e os sabores dos quarks pesados será a letra Q . Por exemplo, a referência [47], utiliza a letra Q para denotar o sabor dos quarks pesados e ψ_Q para denotar o espinor de Dirac associado ao sabor Q . Já as referências [5, 42, 48] utilizam a expressão que passaremos a adotar a partir de então, salvo menção expressa em sentido contrário.

em que introduzimos a componente perpendicular da derivada D , D_{\perp} . Esta notação é bastante útil. Para qualquer quadrivetor a^{μ} podemos definir uma componente perpendicular baseada na condição $a_{\perp} \cdot v = 0$, portanto,

$$a_{\perp}^{\mu} = a^{\mu} - (a \cdot v)v^{\mu}. \quad (3.57)$$

É possível mostrar que no referencial de repouso do quark pesado, isto é, no referencial onde $v^{\mu} = (1, \vec{0})$, a componente perpendicular a_{\perp}^{μ} do vetor a^{μ} é o vetor espacial tridimensional \vec{a} .

Com base na eq. (3.56), podemos pensar o campo $Q_{+,v}$ como descrevendo flutuações nas componentes do momento do quark pesado que deixam sua velocidade fixa. São excitações sem massa. O campo $Q_{-,v}$ aparentemente tem massa $2m_Q$. Ele descreve processos em que pares de quark-antiquark pesados são criados. Observe que no limite $m_Q \rightarrow \infty$, o campo $Q_{-,v}$ descreve partículas infinitamente pesadas. Assim, podemos integrar esse grau de liberdade da nossa teoria. Utilizando a eq. (3.52) e a equação de Dirac para $Q(x)$, é possível obter

$$Q_{-,v} = (2m_Q + iv \cdot D)^{-1} i\not{D}_{\perp} Q_{+,v}, \quad (3.58)$$

em que $(2m_Q + iv \cdot D)^{-1}$ é o operador inverso de $2m_Q + iv \cdot D$, que nós assumimos existir. Definindo o operador inverso em termos de séries de Taylor, temos

$$(2m_Q + iv \cdot D)^{-1} = \frac{1}{2m_Q} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{iv \cdot D}{2m_Q} \right)^n. \quad (3.59)$$

Na obtenção da eq. (3.59), foi usado que

$$\frac{1}{1 + \frac{iv \cdot D}{2m_Q}} = 1 - \frac{iv \cdot D}{2m_Q} + \left(\frac{iv \cdot D}{2m_Q} \right)^2 - \left(\frac{iv \cdot D}{2m_Q} \right)^3 + \dots$$

A eq. (3.59) é convergente e podemos usá-la para derivar lagrangianas efetivas de dimensões crescente no campo. Inserindo a eq. (3.58) na eq. (3.56), obtemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{c,b} &= \bar{Q}_{+,v} iv \cdot D Q_{+,v} - \bar{Q}_{-,v} \left[iv \cdot D + 2m_Q \right] \left[iv \cdot D + 2m_Q \right]^{-1} i\not{D}_{\perp} Q_{+,v} \\ &\quad + \bar{Q}_{+,v} i\not{D}_{\perp} \left[iv \cdot D + 2m_Q \right]^{-1} i\not{D}_{\perp} Q_{+,v} + \bar{Q}_{-,v} i\not{D}_{\perp} Q_{+,v} \\ &= \bar{Q}_{+,v} iv \cdot D Q_{+,v} + \bar{Q}_{+,v} i\not{D}_{\perp} \frac{1}{2m_Q + iv \cdot D} i\not{D}_{\perp} Q_{+,v}. \end{aligned}$$

Usando a eq. (3.59) na expressão da lagrangiana acima, obtemos

$$\mathcal{L}_{c,b} = \bar{Q}_{+,v} iv \cdot D Q_{+,v} + \frac{1}{2m_Q} \sum_{n=0}^{\infty} \bar{Q}_{+,v} i\not{D}_{\perp} \left(\frac{-iv \cdot D}{2m_Q} \right)^n i\not{D}_{\perp} Q_{+,v}. \quad (3.60)$$

Nota-se que

$$\bar{Q}_{+,v} \left(\not{D}_\perp \right)^2 Q_{+,v} = \bar{Q}_{+,v} \left[D_\perp^2 + \frac{g_s}{2} \sigma_{\mu\nu} G^{\mu\nu} \right] Q_{+,v}, \quad (3.61)$$

pois

$$\begin{aligned} \not{D}^2 &= D_\mu D_\nu \gamma^\mu \gamma^\nu = \left(\frac{\{D_\mu, D_\nu\}}{2} + \frac{[D_\mu, D_\nu]}{2} \right) \left(\frac{\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\}}{2} + \frac{[\gamma^\mu, \gamma^\nu]}{2} \right) \\ &= \frac{1}{4} \{D_\mu, D_\nu\} \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} + \frac{1}{4} \{D_\mu, D_\nu\} [\gamma^\mu, \gamma^\nu] + \frac{1}{4} [D_\mu, D_\nu] \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} + \\ &\quad + \frac{1}{4} [D_\mu, D_\nu] [\gamma^\mu, \gamma^\nu] \\ &= D^2 + \frac{g_s}{2} \sigma^{\mu\nu} G_{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (3.62)$$

em que usamos $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2\eta^{\mu\nu}$, $[D_\mu, D_\nu] = ig_s G_{\mu\nu}$ e $[\gamma^\mu, \gamma^\nu] = -2i\sigma^{\mu\nu}$. Utilizando-se as eqs. (3.60) e (3.61), obtemos finalmente a lagrangiana

$$\mathcal{L}_{c,b} = \bar{Q}_{+,v} i v \cdot D Q_{+,v} + \bar{Q}_{+,v} \frac{(iD_\perp)^2}{2m_Q} Q_{+,v} + \frac{g_s}{4m_Q} \bar{Q}_{+,v} \sigma_{\mu\nu} G^{\mu\nu} Q_{+,v} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{m_Q^2}\right). \quad (3.63)$$

Portanto, a lagrangiana da QCD, dada inicialmente pela eq. (3.9), pode ser reescrita como

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \mathcal{L}_{c,b} + \mathcal{L}_{u,d,s} = \mathcal{L}_{\text{sabores pesados}} + \mathcal{L}_{\text{sabores leves}}. \quad (3.64)$$

Dessa forma, a lagrangiana efetiva dos quarks pesados, $\mathcal{L}_{\text{HQET}}$, é dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{HQET}} &= \sum_{Q=c,b} \left[\bar{Q}_{+,v} i v \cdot D Q_{+,v} + \bar{Q}_{+,v} \frac{(iD_\perp)^2}{2m_Q} Q_{+,v} + \right. \\ &\quad \left. + c(\mu) \frac{g_s}{4m_Q} \bar{Q}_{+,v} \sigma_{\mu\nu} G^{\mu\nu} Q_{+,v} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{m_Q^2}\right) \right] + \mathcal{L}_{\text{sabores leves}}. \end{aligned} \quad (3.65)$$

O primeiro e o segundo termos não são afetados por flutuações quânticas (correções no *loop*), enquanto o terceiro termo é afetado. Para considerar esses efeitos de correção, introduzimos os coeficientes de Wilson, $c(\mu)$, em alguma escala de energia μ . O segundo termo, $\bar{Q}_{+,v} \frac{(iD_\perp)^2}{2m_Q} Q_{+,v}$, é a versão covariante da energia cinética não relativística do campo do quark pesado, porque D_\perp contém apenas componentes espaciais e é perpendicular a v . O termo $\frac{g_s}{4m_Q} \bar{Q}_{+,v} \sigma_{\mu\nu} G^{\mu\nu} Q_{+,v}$ é o termo de interação do momento cromomagnético. As únicas interações fortes do quark pesado, que são permitidas pela lagrangiana da QCD, são aquelas com os glúons. Essas interações permitidas pela QCD são separadas em interações através da carga cromoeétrica e através da carga cromomagnética. As interações através da carga cromoeétrica são independentes de spin e do sabor e ocorrem no limite em que $m_Q \rightarrow \infty$, pois $\bar{Q}_{+,v} i v \cdot D Q_{+,v}$ é o termo dominante da eq. (3.65) neste limite. De fato,

podemos perceber que o termo $\bar{Q}_{+,v} i v \cdot D Q_{+,v}$ não possui o operador que muda o spin do quark pesado e também não possui operadores que atuam no espaço dos sabores, o que equivale a dizer que podemos, por exemplo, trocar c com b que esse termo ($\bar{Q}_{+,v} i v \cdot D Q_{+,v}$) fica invariante. As interações através da carga cromomagnética, que são dependentes do spin, são, por outro lado, proporcionais ao momento cromomagnético do quark na ordem $1/m_Q$ e desaparecem no limite que estamos considerando, o limite de quarks pesados ($m_Q \rightarrow \infty$). Portanto, $m_Q \rightarrow \infty$ fornece duas importantes simetrias: a simetria de spin dos quarks pesados [*Heavy-Quark Spin Symmetry* (HQSS)] e a simetria de sabor dos quarks pesados [*Heavy-Quark Flavor Symmetry* (HQFS)].

Vamos aqui discutir algumas das consequências físicas das simetrias dos quarks pesados: a simetria de spin dos quarks pesados (HQSS) nos diz que no caso, por exemplo, dos mésons charmosos, os mésons pseudoescalares D e mésons vetoriais D^* formam um multiplete de spin $SU(2)_S$ degenerado. O mesmo se pode afirmar para os mésons pseudoescalares B e os mésons vetoriais B^* . Isto é, B e B^* também formam um multiplete de spin $SU(2)_S$ degenerado. As correções para a quebra da simetria de spin dos quarks pesados são proporcionais a $1/m_Q$, e, portanto, diferentes para cada sabor pesado dos quarks. Conforme já discutimos, no limite em que $m_Q \rightarrow \infty$, podemos trocar c por b . Logo, existe uma simetria de sabor $SU(2)_F$, associada ao limite dos quarks pesados.

Um fato importante que deve ser observado é que a simetria do quark pesado se mantém em qualquer escala de energia, isto é, vai da escala de baixas energias para a escala de altas energias, pois a expansão é feita em função de Λ_{QCD}/m_Q , em que Λ_{QCD} é uma escala intrínseca, determinada experimentalmente (da ordem de 200 – 300 MeV), e m_Q (da ordem de GeV) é sempre superior a Λ_{QCD} . Dessa forma, a simetria dos quarks pesados pode ser contrastada com a simetria quiral, que é quebrada dinamicamente no vácuo da QCD, com o aparecimento dos bósons de Goldstone (seção 3.2). Portanto, no limite $m_Q \rightarrow \infty$, além das simetrias $SU(2)_S \times SU(2)_F$, os mésons pesados também possuem a simetria $SU(3)_V$ dos sabores leves (ver figura 9), que será a representação fundamental, $\mathbf{3}$, de $SU(3)_V$, para o caso dos quarks leves u , d e s que se combinem com o antiquark pesado \bar{Q} para formar estados de mésons $\bar{Q}q$ (mais glúons e pares $q\bar{q}$); e a representação antifundamental, $\mathbf{3}^*$, para o caso dos antiquarks leves \bar{u} , \bar{d} e \bar{s} , que se combinam com o quark pesado Q para formar os mésons pesados do tipo $Q\bar{q}$ (mais glúons e pares $q\bar{q}$), que é o que nos informa a figura 9. Para o caso de um bárion pesado que contenha um quark pesado Q e dois quarks leves qq (mais glúons e pares $q\bar{q}$), o quark Q se combina com os quarks qq na representação $\mathbf{3}^*$ e $\mathbf{6}$ de $SU(3)_V$, em que $\mathbf{3}^*$ e $\mathbf{6}$ são as representações irredutíveis do grupo $SU(3)_V$ do produto tensorial $\mathbf{3} \otimes \mathbf{3}$ proveniente do par de quarks leves qq [5, 48]. Isto é, no limite $m_Q \rightarrow \infty$, os mésons pseudoescalares e os mésons vetoriais devem formar um multiplete degenerado $SU(2)_S \times SU(2)_F \times SU(3)_V$. Esta deve ser, pois, a simetria que devemos utilizar para construir a teoria efetiva dos hádrons pesados, teoria que será objeto de estudo na próxima subseção 3.3.2, mas restrita ao contexto dos mésons

pesados.

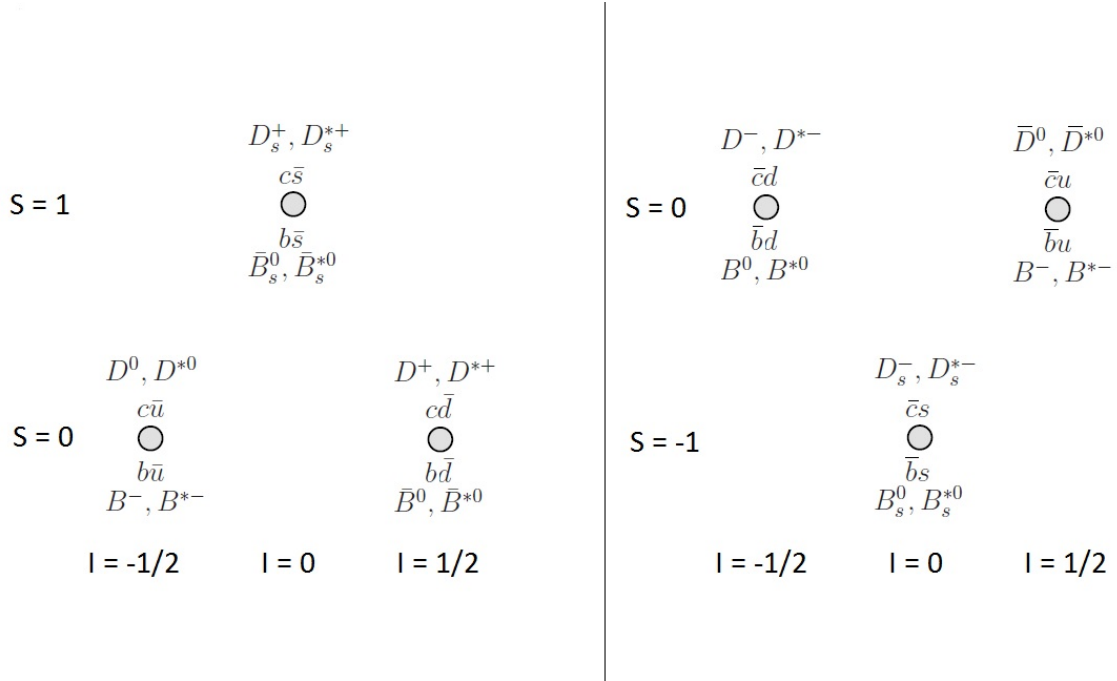


Figura 9 – diagrama de peso do grupo $SU(3)$ de sabor (sabores leves) para os mésons pseudoscalares e vetoriais charmosos (D , \bar{D} , D^* e \bar{D}^*) e para os mésons pseudoescalares e vetoriais bottomizados (B , \bar{B} , B^* e \bar{B}^*). O eixo x é o eixo da terceira componente do isospin (que, nessa figura estamos denotando por I), e o eixo y é o eixo que representa a estranheza (S) dos mésons. No limite $m_Q \rightarrow \infty$, todos eles formam um multiplete degenerado $SU(2)_S \times SU(2)_F \times SU(3)_V$.

3.3.2 Lagrangiana Efetiva dos Mésons Pesados

Para construção da lagrangiana efetiva dos mésons pesados, vamos discutir alguns aspectos da teoria efetiva dos hádrons pesados como uma teoria efetiva da QCD em baixa energia, isto é, na escala de energia de formação dos hádrons. Conforme discussão realizada na subseção 3.3.1, as simetrias relevantes no contexto dos mésons pesados são a simetria quiral e a simetria dos quarks pesados.

Como vimos na seção 3.2, as interações entre os bósons de Goldstone podem ser descritas pela teoria da perturbação quiral. Esta teoria descreve os bósons de Goldstone em termos da matriz $\Sigma(M) \in SU(3)$, que se transforma, sob ação do grupo $G = SU(3)_L \times SU(3)_R$ (ver apêndice B), como

$$\Sigma \xrightarrow{G} L\Sigma R^\dagger, \quad \Sigma = \tilde{L}\tilde{R}^\dagger. \quad (3.66)$$

Podemos introduzir as interações dos pseudo-bósons de Goldstone com os campos dos bárions, dos mésons vetoriais leves, dos mésons pesados a partir da teoria de representações não lineares [90, 91]. O principal ingrediente da teoria da representação não linear é o

campo coset, $\xi(M)$, que é definido no espaço coset $SU(3)_L \times SU(3)_R/SU(3)_V$. Neste contexto, fazendo $\tilde{L}(M) = \tilde{R}^\dagger(M) = \xi(M)$, o campo está simplesmente relacionado com Σ pela relação

$$\Sigma(M) = \xi^2(M) = \exp\left(\frac{2iM}{f}\right) \quad (3.67)$$

em que M é dada pela eq. (3.34). Seja $\xi(M) = (\tilde{L}(M), \tilde{R}(M))$. A transformação de ξ , sob ação de $g = (L, R) \in G = SU(3)_L \times SU(3)_R$ (transformação de simetria quirial), é dada por

$$\begin{aligned} \tilde{L} &\xrightarrow{G} L\tilde{L}U^\dagger(M, g) \\ \tilde{R} &\xrightarrow{G} R\tilde{R}U^\dagger(M, g) \end{aligned} \quad (3.68)$$

onde $U(M, g) \in SU(3)_V$. Como assumimos, por construção, $\xi(M) = \tilde{L}(M) = \tilde{R}^\dagger(M)$, temos

$$\xi(M) \xrightarrow{G} L\xi(M)U^\dagger(M, g) = U(M, g)\xi(M)R^\dagger \quad (3.69)$$

Esta é a maneira como o campo coset, $\xi(M)$, transforma-se sob a ação de uma transformação de simetria quirial. Deve-se notar que $U(M, g)$ é geralmente uma função não-linear complicada do próprio campo coset $\xi(M)$, e, como os campos M dependem do ponto do espaço-tempo, tanto $U(M, g)$ como o próprio campo coset $\xi(M)$ dependem do ponto do espaço-tempo. É comum, por economia de notação, usar $U(x)$ no lugar de $U(M, g)$; e $\xi(x)$ no lugar de $\xi(M)$. Os campos dos bárions, dos mésons pesados, dos mésons vetoriais leves possuem propriedades de transformação bem definidas sob a ação do grupo que mantém invariante o vácuo da QCD, isto é, sob a ação de $SU(3)_V$. Por exemplo, o campo de um méson pesado formado por um quark pesado, Q , e um antiquark leve \bar{q}_a ($a = u, d, s$), que iremos denotar por $H_a^{(Q)}$ (para um dado sabor pesado), transforma-se, sob uma transformação de simetria quirial, de acordo com a representação antifundamental, $\mathbf{3}^*$, de $SU(3)_V$, ou seja,

$$H_a^{(Q)} \rightarrow H_b^{(Q)}U_{ba}^\dagger(x), \quad (3.70)$$

enquanto que um méson pesado com quarks de valência $\bar{Q}q_a$, cujo campo será denotado por $H_a^{(\bar{Q})}$, transforma-se, sob a ação de uma simetria quirial, de acordo com a representação fundamental, $\mathbf{3}$, de $SU(3)_V$:

$$H^{(\bar{Q})a} \rightarrow U^{ab}(x)H^{(\bar{Q})b}. \quad (3.71)$$

Nas eqs. (3.70) e (3.71), U é a mesma matriz que aparece na eq. (3.69) e $a, b = u, d, s$. Tendo em vista as propriedades de transformação de $U(x)$ tem dependência local, isto é, com o ponto x do espaço-tempo, vamos precisar construir derivadas covariantes ou campos de gauge, a fim de que tenhamos uma teoria invariante sob as transformações quirais. Por

conta disso, por conveniência, vamos definir a corrente vetorial e a corrente axial, dadas em função do campo coset, $\xi(x)$, respectivamente, por:

$$\begin{aligned}\mathcal{V}_\mu &= \frac{1}{2} \left(\xi^\dagger \partial_\mu \xi + \xi \partial_\mu \xi^\dagger \right), \\ \mathcal{A}_\mu &= \frac{1}{2} \left(\xi^\dagger \partial_\mu \xi - \xi \partial_\mu \xi^\dagger \right).\end{aligned}\quad (3.72)$$

As quais se transformam, sob a ação de uma transformação de simetria quiral na eq.(3.69), como

$$\begin{aligned}\mathcal{V}_\mu &\xrightarrow{G} U \mathcal{V}_\mu U^\dagger + U \partial_\mu U^\dagger \\ \mathcal{A}_\mu &\xrightarrow{G} U \mathcal{A}_\mu U^\dagger\end{aligned}\quad (3.73)$$

Observe que a simetria quiral nos permite enquadrar os mésons pesados num (anti)triplete quiral pseudoescalar e no (anti)triplete quiral vetorial. Explicamos: para os mésons charmosos, considerando que a partícula pesada é o charme c , podemos formar o anti-triplete quiral pseudoescalar $P^{(c)} = (D^0, D^+, D_s^+) = (c\bar{u}, c\bar{d}, c\bar{s})$ que é um multiplete de spin do anti-triplete vetorial $P^{*(c)} = (D^{*0}, D^{*+}, D_s^{*+}) = (c\bar{u}, c\bar{d}, c\bar{s})^*$, em que explicitamos os seus conteúdos quarkiónicos. Pode-se perceber que em ambos os casos temos a combinação de c com os antiquarks leves \bar{u} , \bar{d} e \bar{s} , razão pela qual os denominamos anti-pletos pseudoescalar e vetorial, respectivamente. Para o caso dos mésons bottom, considerando que a partícula pesada seja, digamos, o antiquark \bar{b} , isso significa que o triplete quiral pseudoescalar $P^{(\bar{b})} = (B^+, B^0, B_s^0) = (\bar{b}u, \bar{b}d, \bar{b}s)$ forma um multiplete de spin com seu parceiro vetorial $P^{*(\bar{b})} = (B^{*+}, B^{*0}, B_s^{*0}) = (\bar{b}u, \bar{b}d, \bar{b}s)^*$. No caso dos mésons bottom com antiquark \bar{b} , seus parceiros leves são quarks u , d e s , e por esta razão os denominamos de triplete pseudoescalar e vetorial, respectivamente. De maneira inteiramente análoga poderíamos formar o triplete (anti-triplete) quiral dos mésons pseudoescalares e seu respectivo parceiro vetorial no caso em que os sabores pesados fossem os quark \bar{c} (b).

Em particular, a simetria de spin dos sabores pesados nos informa que o méson pseudoscalar D (B) é degenerado com o méson vetorial D^* (B^*), e, portanto, eles [$D(B)$ e $D^*(B^*)$] devem ser tratados em pé de igualdade. Dessa forma, os mésons pseudoscalar e vetorial devem fazer parte de um supercampo não relativístico usado na teoria de campo efetiva para explicar os graus de liberdade dos mésons pesados do tipo $Q\bar{q}$ ou $\bar{Q}q$. Esse cenário se realiza quando estamos no limite $m_Q \rightarrow \infty$, situação na qual emerge toda a glória da simetria dos quarks pesados. Neste contexto, definimos os supercampos:

$$\mathcal{H}_a^{(Q)} = \begin{pmatrix} H_a^{(c)} \\ H_a^{(b)} \end{pmatrix}; \quad \mathcal{H}^{(\bar{Q})a} = \begin{pmatrix} H^{(\bar{c})a} \\ H^{(\bar{b})a} \end{pmatrix}, \quad (3.74)$$

em que $Q = c, b$ é o índice com respeito ao grupo de sabor do quark pesado, $SU(2)_F$. Como neste trabalho estamos interessados apenas no setor dos quarks b , vai ser comum, em particular no capítulo 4, a restrição aos supercampos $H_a^{(b)}$ e $H^{(\bar{b})a}$, os quais denotaremos

simplesmente por $H_a^{(Q)}$ e $H^{(\bar{Q})a}$, respectivamente.⁶ Para cada setor dos sabores pesados, podemos definir os supercampos como:

$$\begin{aligned} H_a^{(Q)} &= \left(\frac{1 + v_\mu \gamma^\mu}{2} \right) \left(P_{a\mu}^{*(Q)} \gamma^\mu - P_a^{(Q)} \gamma^5 \right), \\ H^{(\bar{Q})a} &= \left(P_\mu^{*(\bar{Q})a} \gamma^\mu - P^{(\bar{Q})a} \gamma^5 \right) \left(\frac{1 - v_\mu \gamma^\mu}{2} \right), \end{aligned} \quad (3.75)$$

em que v é o parâmetro da velocidade; a é o índice do grupo $SU(3)_V$; e $P_a^{(Q/\bar{Q})}$ e $P_{a\mu}^{*(Q/\bar{Q})}$ são os campos pseudoescalares e vetoriais dos mésons pesados que formam a representação $\mathbf{3}^*$ do $SU(3)_V$, para os mésons $Q\bar{q}$, ou a representação $\mathbf{3}$ do $SU(3)_V$, para os mésons pesados $\bar{Q}q$. Podemos escrevê-los da forma abaixo,

$$\begin{aligned} P_a^{(b)} &= (B^-, \bar{B}^0, \bar{B}_s^0), \\ P_a^{(\bar{b})} &= (B^+, B^0, B_s^0), \end{aligned} \quad (3.76)$$

para o caso dos mésons pseudoescalares B e \bar{B} , com expressão análoga para os respectivos mésons vetoriais. Para o setor de charme, temos

$$\begin{aligned} P_a^{(c)} &= (D^0, D^+, D_s^+), \\ P_a^{(\bar{c})} &= (\bar{D}^0, D^-, D_s^-), \end{aligned} \quad (3.77)$$

com expressão análoga para os mésons charmosos vetoriais. Observe que os campos dos mésons vetoriais pesados obedecem às condições:

$$\begin{aligned} v \cdot P_a^{*(Q)} &= 0, \\ v \cdot P^{*(\bar{Q})a} &= 0. \end{aligned} \quad (3.78)$$

então, são definidas três polarizações diferentes para os mésons vetoriais pesados.

Conforme mencionamos, a definição dos supercampos $\mathcal{H}_a^{(Q)}$ e $\mathcal{H}^{(\bar{Q})a}$ era conveniente em razão da simetria dos quarks pesados e por acomodar numa única notação a simetria $SU(3)_V$ de sabor dos quarks leves. Dessa forma, devemos saber como esses campos se transformam sob a ação desses grupos de simetria. Os supercampos $\mathcal{H}_a^{(Q)}$ e $\mathcal{H}^{(\bar{Q})a}$ se transformam, sob as simetrias de spin dos quarks pesados e $SU(3)_V$ de sabor dos quarks leves como

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_a^{(Q)} &\rightarrow S^{(Q)} \mathcal{H}_b^{(Q)} U_{ba}^\dagger, \\ \mathcal{H}^{(\bar{Q})a} &\rightarrow U^{ab} \mathcal{H}^{(\bar{Q})b} S^{(\bar{Q})\dagger}, \end{aligned} \quad (3.79)$$

em que

$$S^{(Q)} = \begin{pmatrix} S^{(c)} & 0 \\ 0 & S^{(b)} \end{pmatrix}, \quad (3.80)$$

⁶ Observe que pela simetria dos sabores pesados podemos trocar b por c e proceder da mesma forma para o setor do charmônio.

Tabela 4 – Propriedades de transformação dos supercampos introduzidos acima sob as simetrias relevantes: simetrias quirais $SU(3)_L \times SU(3)_R$, de spin dos quarks pesados (HQSS), de Lorentz, de paridade e de conjugação de carga. U é a matriz que atua no grupo $SU(3)_V$; $S^{(Q)}$ é a matriz de rotação atuando no spin do quark pesado (HQSS); $S^{(\bar{Q})}$ é a matriz de rotação atuando no spin do antiquark pesado; $D = D(\Lambda)$ é a representação espinorial da transformação de Lorentz, Λ ; e $C = i\gamma^2\gamma^0$ é matriz usual de conjugação de carga.

Simetria	$H_a^{(Q)}$	$\bar{H}^{(Q)a}$	$H^{(\bar{Q})a}$	$\bar{H}_a^{(\bar{Q})}$
Quiral	$H_b^{(Q)}U_{ba}^\dagger$	$U^{ab}\bar{H}^{(Q)b}$	$U^{ab}H^{(\bar{Q})b}$	$\bar{H}_b^{(\bar{Q})}U_{ba}^\dagger$
HQSS	$S^{(Q)}H_a^{(Q)}$	$\bar{H}^{(Q)a}S^{(Q)\dagger}$	$H^{(\bar{Q})a}S^{(\bar{Q})\dagger}$	$S^{(\bar{Q})}\bar{H}_a^{(\bar{Q})}$
Lorentz	$DH_a^{(Q)}D^{-1}$	$D\bar{H}^{(Q)a}D^{-1}$	$DH^{(\bar{Q})a}D^{-1}$	$D\bar{H}_a^{(\bar{Q})}D^{-1}$
Paridade	$-H_a^{(Q)}$	$-\bar{H}^{(Q)a}$	$-H^{(\bar{Q})a}$	$-\bar{H}_a^{(\bar{Q})}$
Conjugação de Carga	$CH^{(\bar{Q})aT}C$	$C\bar{H}_a^{(\bar{Q})T}C$	$CH_a^{(Q)T}C$	$C\bar{H}^{(Q)aT}C$

com $S^{(c/b)}$ sendo a transformação de spin do quark pesado, e

$$U \in SU(3)_V. \quad (3.81)$$

Sob a simetria de sabor dos quarks pesados, os supercampos se transformam como

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_a^{(Q)} &\rightarrow U_F \mathcal{H}_a^{(Q)}, \\ \mathcal{H}^{(\bar{Q})a} &\rightarrow \mathcal{H}^{(\bar{Q})a} U_F^\dagger, \end{aligned} \quad (3.82)$$

em que

$$U_F \in SU(2)_F.$$

Para construir quantidades invariantes sob simetrias relevantes, os campos conjugados hermitianos devem ser definidos como:

$$\begin{aligned} \bar{\mathcal{H}}^{(Q)a} &= \gamma^0 \mathcal{H}_a^{(Q)\dagger} \gamma^0 = \left(\bar{H}^{(c)a}, \bar{H}^{(b)a} \right), \\ \bar{\mathcal{H}}_a^{(\bar{Q})} &= \gamma^0 \mathcal{H}^{(\bar{Q})a\dagger} \gamma^0 = \begin{pmatrix} \bar{H}_a^{(\bar{c})} \\ \bar{H}_a^{(\bar{b})} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.83)$$

Na Tabela 4, são estabelecidas as propriedades de transformação dos supercampos, para um dado sabor pesado (c ou b), sob as simetrias relevantes.

Neste ponto, podemos escrever a lagrangiana efetiva respeitando as simetrias quirais $SU(3)_L \times SU(3)_R$, de spin dos quarks pesados, de Lorentz, de paridade e de conjugação

de carga. A lagrangiana efetiva de ordem mais baixa que carrega os termos cinéticos e os acoplamentos entre campos de méson leve e pesado é dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_M = & -i \operatorname{Tr} \left[\bar{\mathcal{H}}^{(Q)b} v \cdot \mathcal{D}_b^a \mathcal{H}_a^{(Q)} \right] - i \operatorname{Tr} \left[\mathcal{H}^{(\bar{Q})b} v \cdot \mathcal{D}_b^a \bar{\mathcal{H}}_a^{(\bar{Q})} \right] \\ & + ig \operatorname{Tr} \left[\bar{\mathcal{H}}^{(Q)b} \mathcal{H}_a^{(Q)} \gamma^\mu \gamma^5 \right] (\mathcal{A}_\mu)_b^a + ig \operatorname{Tr} \left[\mathcal{H}^{(\bar{Q})b} \bar{\mathcal{H}}_a^{(\bar{Q})} \gamma^\mu \gamma^5 \right] (\mathcal{A}_\mu)_b^a, \end{aligned} \quad (3.84)$$

onde

$$\begin{aligned} (\mathcal{D}_\mu)_b^a &= \left[\partial_\mu + \frac{1}{2} (\xi^\dagger \partial_\mu \xi + \xi \partial_\mu \xi^\dagger) \right]_b^a, \\ (\mathcal{A}_\mu)_b^a &= \frac{1}{2} (\xi^\dagger \partial_\mu \xi - \xi \partial_\mu \xi^\dagger)_b^a, \\ \xi &= \sqrt{\Sigma} = \exp \left(\frac{iM}{f} \right), \\ M &= \begin{pmatrix} \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta}{\sqrt{6}} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta}{\sqrt{6}} & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\frac{2\eta}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.85)$$

em que, conforme vimos, M representa os campos dos mésons leves, com o campo coset, ξ , transformando-se como $L\xi U^\dagger = U\xi R^\dagger$ sob a ação de uma transformação de simetria quiral $G = SU(3)_L \times SU(3)_R$; g^7 é a constante de acoplamento e f é a constante de decaimento do pión.

A partir da eq.(3.84), percebe-se que o acoplamento entre os mésons pesados e leves é obtido expandindo-se os campos \mathcal{H} e ξ e tomando os traços das matrizes de Dirac. Em particular, a expansão da corrente axial \mathcal{A}_μ gera interações entre mésons pesados e um número ímpar de mésons leves. Sua ordem principal é $\mathcal{A}_\mu = i\partial_\mu M/f$, e, dessa forma, os vértices de interação PP^*M e P^*P^*M são construídos. Explicitamente, a lagrangiana desses vértices de interação é:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{MHH} = & \frac{2g}{f} \left[P^{*(Q)\dagger b\mu} P_a^{(Q)} - P^{(Q)\dagger b} P_a^{*(Q)\mu} \right] \partial_\mu M_b^a + \frac{2gi}{f} \varepsilon^{\alpha\beta\mu\gamma} P_\alpha^{*(Q)\dagger b} P_{a\beta}^{*(Q)} v_\gamma \partial_\mu M_b^a \\ & - \frac{2g}{f} \left[P^{*(\bar{Q})b\mu} P_a^{(\bar{Q})\dagger} - P^{(\bar{Q})b} P_a^{*(\bar{Q})\dagger\mu} \right] \partial_\mu M_b^a - \frac{2gi}{f} \varepsilon^{\alpha\beta\mu\gamma} P_\alpha^{(\bar{Q})b} P_{a\beta}^{*(\bar{Q})\dagger} v_\gamma \partial_\mu M_b^a. \end{aligned} \quad (3.86)$$

Na obtenção da eq.(3.86) acima, foram utilizadas a ordem principal da corrente axial, as propriedades dos traços das matrizes de Dirac, as expressões dos supercampos dadas pela

⁷ Note que no início desta subseção g foi tomado como um elemento do grupo $G = SU(3)_L \times SU(3)_R$ que atuava sobre o campo coset, ξ .

eq. (3.75) e as expressões dos seus conjugados hermitianos, os quais, com base na eq.(3.83), são

$$\begin{aligned}\bar{H}^{(Q)a} &= \left(P_{\mu}^{*(Q)\dagger a} \gamma^{\mu} + P^{(Q)a\dagger} \gamma^5 \right) \left(\frac{1 + v_{\mu} \gamma^{\mu}}{2} \right), \\ \bar{H}_a^{(\bar{Q})} &= \left(\frac{1 - v_{\mu} \gamma^{\mu}}{2} \right) \left(P_{a\mu}^{*(\bar{Q})\dagger} \gamma^{\mu} + P_a^{(\bar{Q})\dagger} \gamma^5 \right).\end{aligned}\quad (3.87)$$

Em resumo, neste capítulo construímos uma lagrangiana efetiva que acopla os campos dos mésons pesados com os campos dos pseudo-bósons de Goldstone, isto é, uma lagrangiana capaz de descrever os vértices de interação do tipo PP^*M e P^*P^*M . Além disso, para que possamos estudar os estados exóticos $Z_b^{(\prime)}$, precisaremos introduzir uma lagrangiana efetiva que acople os campos dos mésons exóticos $Z_b^{(\prime)}$ e os mésons $B^{(*)}$. Com a introdução desta lagrangiana e a eq. (3.86), temos material teórico suficiente para estudarmos as reações envolvendo a produção dos estados $Z_b^{(\prime)}$ em um meio hadrônico [45], o que será realizado no capítulo 4 deste trabalho.

4 Produção dos estados $Z_b^{(\prime)}$ via teoria efetiva dos mésons pesados

Nos últimos anos, várias colaborações experimentais relataram a observação de estados hadrônicos exóticos, tanto em espectros de charmonium como de bottomonium. Desde a descoberta da partícula $X(3872)$, observada pela primeira vez em 2003 pela colaboração Belle [1], muitos outros estados exóticos têm sido confirmados experimentalmente [4, 6]. Em particular, em anos ainda muito recentes, a colaboração Belle relatou a observação de dois estados tipo bottomonium, os estados $Z_b(10610)$ e $Z'_b(10650)$, em cinco canais de decaimento diferentes, quais sejam, $\Upsilon(5S) \rightarrow \Upsilon(nS)\pi^\pm$ ($n = 1, 2, 3$) e $\Upsilon(5S) \rightarrow \pi^\pm h_b(mP)$ ($m = 1, 2$) [8, 9]. As massas reportadas e as larguras médias de decaimento dos canais mencionados são $m_{Z_b^\pm} = 10607, 2 \pm 2, 0$ MeV, $\Gamma_{Z_b^\pm} = 18, 4 \pm 2, 4$ MeV e $m_{Z'_b^\pm} = 10652, 2 \pm 1, 5$ MeV, $\Gamma_{Z'_b^\pm} = 11, 5 \pm 2, 2$ MeV [4]. Devido à sua natureza carregada e números quânticos favorecidos, ($I^G(J^P) = 1^+(1^+)$), esses estados não podem ser estados cujos constituintes sejam apenas $b\bar{b}$ e devem conter pelo menos quatro quarks. Outra propriedade relevante é que, à semelhança de outros estados exóticos, eles estão perto de limiares de estados ligados de mésons pesados: Z_b e Z'_b estão perto dos limiares de $B\bar{B}^*$ e $B^*\bar{B}^*$, respectivamente. Assim, uma interpretação natural usada extensivamente é a suposição de que Z_b e Z'_b são moléculas de mésons $B^{(*)}$, de onda- S , tipo dêuteron [17–19, 22–34]. Por conseguinte, assumimos neste trabalho que as componentes de Z_b e Z'_b são estados moleculares de onda S $\frac{1}{\sqrt{2}}(B\bar{B}^* - B^*\bar{B})(^3S_1)$ e $B^*\bar{B}^*(^3S_1)$, respectivamente [26, 31]. No entanto, parece ser possível descrever as características mais importantes dos estados $Z_b^{(\prime)}$ como sendo tetraquarks $\bar{b}qb\bar{q}$ [28, 92]. Diante disso, apesar da interpretação dos estados exóticos Z_b e Z'_b como moléculas mesônicas ser natural e plausível, esta interpretação ainda não está firmemente estabelecida. Ainda há muita física a ser investigada e compreendida no cenário recente da espectroscopia hadrônica exótica, especialmente no setor pesado.

Para se chegar a uma descrição consistente desses estados, devemos aproveitar a informação experimental já existente e ainda a que pode ser obtida. Já temos dados sobre as massas Z_b e Z'_b e das suas larguras de decaimento obtidas das colisões e^+e^- . Muitas informações podem ser obtidas dos colisores de hádrons. No caso muito investigado, o caso da partícula $X(3872)$, a tentativa de explicar a seção de choque de produção desta partícula medida em colisões próton-próton levou à conclusão de que é muito difícil entender esse estado como uma molécula de mésons charmosos. De acordo com os cálculos apresentados em [41], a partícula X pode ser melhor entendida como uma mistura de um componente molecular e um componente $c\bar{c}$. Neste contexto, será interessante ver se a mesma conclusão

é válida para os Z_b e Z_b' .

Em razão disso, no presente capítulo, vamos investigar a produção dos estados $Z_b^{(\prime)}$ nos canais de reação $\bar{B}B \rightarrow \pi Z_b^{(\prime)}$, $\bar{B}^*B \rightarrow \pi Z_b^{(\prime)}$ e $\bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b^{(\prime)}$ assumindo que as componentes de Z_b e Z_b' são estados moleculares de onda S $\frac{1}{\sqrt{2}}(B\bar{B}^* - B^*\bar{B})(^3S_1)$ e $B^*\bar{B}^*(^3S_1)$. Para alcançarmos esse objetivo, além da lagrangiana efetiva que estabelece o acoplamento entre os campos dos mésons leves e os campos dos mésons pesados, obtida na subseção 3.3.2 [ver eq. (3.86)], precisamos introduzir uma lagrangiana efetiva que acople os estados exóticos $Z_b^{(\prime)}$ com os campos dos mésons $B^{(*)}$, o que será feito na seção 4.1. Na seção 4.2, computamos, na ordem principal, as amplitudes de transição e as seções de choque associadas aos canais de reação de produção dos estados $Z_b^{(\prime)}$ e discutimos, via o esquema de contagem de potências, as contribuições de um laço para a produção desses estados exóticos. Por fim, na seção 4.3, apresentamos e comentamos os nossos resultados [45].

4.1 Lagrangiana Efetiva dos Estados $Z_b^{(\prime)}$

Para construímos a lagrangiana efetiva dos estados $Z_b^{(\prime)}$ vamos supor que seus campos respectivos são graus de liberdade elementares, com números quânticos $J^P = 1^+$ e paridade negativa para os estados neutros. Vamos construir os campos $Z_b^{(\prime)}$ de acordo com a teoria estabelecida na subseção 3.3.2, ou seja, associando os estados $Z_b^{(\prime)}$ a supercampos com os mesmos números quânticos. Neste sentido, os estados $Z_b^{(\prime)}$ podem ser representados pelo supercampo [34, 43, 45, 53]:

$$\mathcal{Z}_\mu^{(\prime)} = \left(\frac{1 + v_\rho \gamma^\rho}{2} \right) Z_\mu^{(\prime)} \gamma^5 \left(\frac{1 - v_\sigma \gamma^\sigma}{2} \right), \quad (4.1)$$

em que $Z^{(\prime)\mu}$ é $Z_b^{+\prime}(10610)$ ou $Z_b^{+\prime}(10650)$. Analogamente ao que foi feito para os supercampos $H_a^{(Q)}$ e $H^{\bar{Q}a}$ para se construir quantidades invariantes sob simetrias relevantes [ver eq.(3.83)], o conjugado hermitiano do supercampo de $\mathcal{Z}_\mu^{(\prime)}$ deve ser definido como

$$\bar{\mathcal{Z}}_\mu^{(\prime)} = \gamma^0 \mathcal{Z}_\mu^{(\prime)\dagger} \gamma^0. \quad (4.2)$$

Assim, os conjugados hermitianos dos supercampos associados aos mésons pesados, no setor do bottomonium, e aos estados exóticos são

$$\begin{aligned} \bar{H}^{(Q)a} &= \gamma^0 H_a^{(Q)\dagger} \gamma^0, \\ \bar{H}_a^{(\bar{Q})} &= \gamma^0 H^{(\bar{Q})\dagger a} \gamma^0 \\ \bar{\mathcal{Z}}_\mu^{(\prime)} &= \gamma^0 \mathcal{Z}_\mu^{(\prime)\dagger} \gamma^0. \end{aligned} \quad (4.3)$$

A tabela 5 fornece as propriedades de transformação do supercampo dos estados exóticos, $Z_b^{(\prime)}$, sob as simetrias relevantes.

Tabela 5 – Propriedades de transformação dos supercampos dos estados exóticos, introduzidos acima, sob as simetrias relevantes: simetrias quirais $SU(3)_L \times SU(3)_R$, de spin dos quarks pesados (HQSS), de Lorentz, de paridade e de conjugação de carga. U é a matriz que atua no grupo $SU(3)_V$; $S^{(Q)}$ é a matriz de rotação atuando no spin do quark pesado (HQSS); $S^{(\bar{Q})}$ é a matriz de rotação atuando no spin do antiquark pesado; $D = D(\Lambda)$ é a representação espinorial da transformação de Lorentz, Λ ; e $C = i\gamma^2\gamma^0$ é matriz usual de conjugação de carga. A conjugação de carga negativa para os campos \mathcal{Z} é válida para as componentes neutras.

Simetria	$Z_{\mu ab}^{(\prime)}$	$\bar{Z}_{\mu ab}^{(\prime)}$
Quiral	$U_{ac} Z_{\mu cd}^{(\prime)} U_{db}^\dagger$	$U_{db} \bar{Z}_{\mu cd}^{(\prime)} U_{ac}^\dagger$
HQSS	$S^{(Q)} Z_{\mu ab}^{(\prime)} S^{(\bar{Q})\dagger}$	$S^{(\bar{Q})} \bar{Z}_{\mu ab}^{(\prime)} S^{(Q)\dagger}$
Lorentz	$\Lambda_\mu^\nu D Z_{\nu ab}^{(\prime)} D^{-1}$	$\Lambda_\mu^\nu D \bar{Z}_{\nu ab}^{(\prime)} D^{-1}$
Paridade	$-Z_{ab}^{(\prime)\mu}$	$-\bar{Z}_{ab}^{(\prime)\mu}$
Conjugação de Carga	$-C Z_{ab}^{(\prime)\mu} C = -Z_{ab}^{(\prime)\mu}$	$-C \bar{Z}_{ab}^{(\prime)\mu} C = -\bar{Z}_{ab}^{(\prime)\mu}$

Com os supercampos dos mésons pesados no setor do bottomonium e o supercampo dos estados $Z_b^{(\prime)}$, a lagrangiana em mais baixa ordem que acopla esses supercampos pode ser dada por:

$$\mathcal{L}_{Z^{(\prime)}} = -i \frac{z^{(\prime)}}{2} \text{Tr} \left[\mathcal{Z}_{b\mu}^{(\prime)a} \bar{H}_a^{(\bar{Q})} \gamma^\mu \bar{H}^{(Q)b} \right] + c.c., \quad (4.4)$$

em que $z^{(\prime)}$ é a constante de acoplamento e $\bar{H}_a^{(\bar{Q})}$ e $\bar{H}^{(Q)a}$ são os conjugados hermitianos dos supercampos associados aos mésons pesados $B^{(*)}$ e são dados pela eq. (3.87). Com base nas eqs. (4.3), (3.87) e nas propriedades dos traços das matrizes de Dirac, a eq. (4.4), pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Z^{(\prime)}} &= z^{(\prime)} \left[P_a^{*(\bar{Q})\dagger\mu} Z_{b\mu}^a P^{(Q)\dagger b} + P_a^{(\bar{Q})\dagger} Z_{b\mu}^a P^{*(Q)\dagger b\mu} \right] + z^{(\prime)} \varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu} v_\alpha P_{a\beta}^{*(\bar{Q})\dagger} Z_{b\mu}^{\prime a} P_\nu^{*(Q)\dagger b} \\ &+ c.c.. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Para os vértices de interação do tipo $P^* P^{(*)} Z_b^{(\prime)}$, é importante incorporar as observações experimentais de que Z_b se acopla apenas a $B\bar{B}^*$, e Z_b' apenas se acopla a $B^*\bar{B}^*$. Essa incorporação experimental ao conteúdo físico da nossa lagrangiana efetiva para os estados $Z_b^{(\prime)}$, nos leva à seguinte lagrangiana efetiva:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Z,Z'} &= z \left[P_a^{*(\bar{Q})\dagger\mu} Z_{b\mu}^a P^{(Q)\dagger b} + P_a^{(\bar{Q})\dagger} Z_{b\mu}^a P^{*(Q)\dagger b\mu} \right] + z' \varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu} v_\alpha P_{a\beta}^{*(\bar{Q})\dagger} Z_{b\mu}^{\prime a} P_\nu^{*(Q)\dagger b} \\ &+ c.c., \end{aligned} \quad (4.6)$$

em que valores de z e z' são determinados a partir de ajuste dos dados experimentais [30]. Conforme observado no início deste capítulo, para realizarmos a análise da produção dos

estados exóticos $Z_b^{(\prime)}$ em colisões de íons pesados, era necessário conhecer a lagrangiana efetiva de interação dos campos dos mésons pesados com os mésons leves, o que foi obtido com a eq.(3.84) e a lagrangiana de interação dos estados exóticos com os mésons pesados, tendo em conta que $Z_b'(10650)$ apenas se acopla a $B^*\bar{B}^*$ e $Z_b(10610)$ apenas se acopla a $B\bar{B}^*$, o que foi conseguido com a eq.(4.6). Já temos todos esses ingredientes em nossas mãos e, portanto, na próxima seção vamos computar as amplitudes de espalhamento e as seções de choque associadas aos relevantes processos de produção, na ordem dominante.

4.2 Amplitudes de transição de produção dos estados $Z_b^{(\prime)+}$ via teoria efetiva de mésons pesados

A partir de agora, vamos calcular as amplitudes de transição e as seções de choque de produção dos estados $Z_b^{(\prime)}$ na ordem dominante. Vamos computar as amplitudes e seções de choque nos mesmos canais de reação que utilizamos no capítulo 5, quais sejam, $\bar{B}B \rightarrow \pi Z_b^{(\prime)}$, $\bar{B}^*B \rightarrow \pi Z_b^{(\prime)}$ e $\bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b^{(\prime)}$. Portanto, os diagramas relativos aos processos de produção são exatamente os mesmos diagramas de produção que utilizamos via simetria de gauge escondida, no capítulo 5. São as figs. 13-17. Nas figs. 13, 14 e 15 são mostrados os diagramas, na ordem principal, que contribuem para os processos de produção $\bar{B}B, \bar{B}^*B, \bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b^+$, respectivamente. Enquanto que as figs. 16 e 17 fornecem os diagramas que contribuem para os processos $\bar{B}^*B, \bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b^+$. Cumpre-nos observar que não há diagramas associados aos processos $\bar{B}B \rightarrow \pi Z_b'$, uma vez que não temos vértices de interação do tipo $B\bar{B}^*Z_b'$. Uma outra observação é que estamos interessados apenas na produção dos estados exóticos carregados positivamente.

Com base na lagrangiana efetiva dos mésons pesados [eq.(3.84)] e na lagrangiana efetiva dos $Z_b^{(\prime)}$ obtida na seção anterior [eq.(4.6)], as amplitudes de transição para os diagramas mostrados nas figs. 13-15, associados aos processos $\bar{B}B, \bar{B}^*B, \bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b$, são, respectivamente,

$$\begin{aligned}
 i\mathcal{M}_{(1p)} &= A_{(1p)} \frac{g}{f} z D_{\mu\nu}(k) p_3^\mu \epsilon_4^{*\nu}, \\
 i\mathcal{M}_{(2p)} &= A_{(2p)} \frac{g}{f} z \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu} p_3^\mu v^\nu \epsilon_1^\alpha \epsilon_4^*{}_\rho D^{\beta\rho}(k), \\
 i\mathcal{M}_{(3p)} &= A_{(3p)} \frac{g}{f} z D(k) \begin{cases} (p_3 \cdot \epsilon_1)(\epsilon_2 \cdot \epsilon_4^*), \text{ para } p = a, c; \\ (p_3 \cdot \epsilon_2)(\epsilon_1 \cdot \epsilon_4^*), \text{ para } p = b, d; \end{cases}
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Para os diagramas mostrados nas figs. 16 e 17, relativos aos processos $\bar{B}^*B, \bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b'$,

as amplitudes são, respectivamente,

$$\begin{aligned}
 i\mathcal{M}_{(4p)} &= A_{(4p)} \frac{g}{f} z' \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu} p_3^\rho v^\alpha \epsilon_1^\beta \epsilon_4^{*\mu} D_{\rho\nu}(k), \\
 i\mathcal{M}_{(5p)} &= A_{(5p)} \frac{g}{f} z' \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu} \varepsilon_{\rho\sigma\gamma\delta} p_3^\mu v^\nu v^\rho \epsilon_4^{*\gamma} \\
 &\quad \times \begin{cases} \epsilon_1^\beta \epsilon_2^\delta D^{\alpha\sigma}(k), \text{ para } p = a, c; \\ \epsilon_1^\sigma \epsilon_2^\alpha D^{\beta\delta}(k), \text{ para } p = b, d. \end{cases} \quad (4.8)
 \end{aligned}$$

Nas eqs.(4.7) e (4.8), o índice p percorre todos os diagramas de cada processo respectivo ($p = a, b, c, d$ para os processos relacionados às figs. 13, 15 e 17; e $p = a, b$ para os processos nas figs. 14 e 16); $D(k)$ e $D_{\mu\nu}(k)$ são os propagadores dos mésons B no cenário da HMET:

$$\begin{aligned}
 D(k) &= \frac{i}{2(v \cdot k + i\eta)}, \\
 D_{\mu\nu}(k) &= \frac{-i(g_{\mu\nu} - v_\mu v_\nu)}{2(v \cdot k + i\eta)}, \quad (4.9)
 \end{aligned}$$

em que $v \cdot k = v \cdot q - m_{B^{(*)}}$, com $q = p_1 - p_3$ e $q = p_2 - p_3$ para os canais t e os canais u , respectivamente; p_i denota o momento da partícula i , com a convenção que estamos adotando, qual seja: as partículas 1 e 2 representam o estado inicial dos mésons $B^{(*)}$, enquanto as partículas 3 e 4 representam o estado final dos píons e os estados exóticos $Z_b^{(\prime)}$, respectivamente; $A_{(rp)}$ ($r = 1, \dots, 5$) são os coeficientes de isospin, definidos na tabela 6.

O momento do hádron pesado, com um quark pesado, Q , pode ser dado por

$$P_{\text{hádron}}^\mu = m_{\text{hádron}} v^\mu, \quad (4.10)$$

com $v^2 = 1$. Na situação em que a massa do quark pesado, m_Q , é grande o suficiente, podemos considerar, na ordem dominante,

$$m_Q \approx m_{\text{hádron}}. \quad (4.11)$$

Portanto, o quadrimomento do quark pesado, p_Q^μ , carrega a maior fração do quadrimomento do hádron, mas há um pequeno quadrimomento associado aos graus de liberdade leves, q_ℓ^μ . Assim, em consonância com o que vimos na eq. (3.50), o momento do quark pesado pode ser dado por

$$p_Q^\mu = m_Q v^\mu + k^\mu = P_{\text{hádron}}^\mu - q_\ell^\mu, \quad (4.12)$$

em que k^μ é da ordem da constante não perturbativa da QCD, Λ_{QCD} . Dessa forma, a velocidade do quark pesado, v_Q^μ , pode ser dada por:

$$v_Q^\mu = \frac{p_Q^\mu}{m_Q} = \frac{m_Q v^\mu + k^\mu}{m_Q} = v^\mu + \frac{k^\mu}{m_Q}, \quad (4.13)$$

em que no limite $m_Q \rightarrow \infty$ se reduz a

$$v_Q^\mu = v^\mu. \quad (4.14)$$

Tabela 6 – Coeficientes de isospin $A_{(rp)}$ ($r = 1, \dots, 5; p = a, b, \dots$) que aparecem nas eqs. (4.7) e (4.8), de acordo com os diagramas das figs. 13-17 e os processos associados a cada diagrama.

Diagrama	Processos	$A_{(rp)}$ ($r = 1, \dots, 5$)
(1a)	$B^- B^+ \rightarrow \pi^- Z_b^+$	1
(1b)	$\bar{B}^0 B^0 \rightarrow \pi^- Z_b^+$	-1
(1c)	$\bar{B}^0 B^+ \rightarrow \pi^0 Z_b^+$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
(1d)	$\bar{B}^0 B^+ \rightarrow \pi^0 Z_b^+$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
(2a)	$B^{*-} B^+ \rightarrow \pi^- Z_b^+$	-1
(2b)	$\bar{B}^{*0} B^+ \rightarrow \pi^0 Z_b^+$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
(3a)	$B^{*-} B^{*+} \rightarrow \pi^- Z_b^+$	-1
(3b)	$\bar{B}^{*0} B^{*0} \rightarrow \pi^- Z_b^+$	1
(3c)	$\bar{B}^{*0} B^{*+} \rightarrow \pi^0 Z_b^+$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
(3d)	$\bar{B}^{*0} B^{*+} \rightarrow \pi^0 Z_b^+$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
(4a)	$\bar{B}^{*0} B^0 \rightarrow \pi^- Z_b^{\prime+}$	1
(4b)	$\bar{B}^{*0} B^+ \rightarrow \pi^0 Z_b^{\prime+}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
(5a)	$B^{*-} B^{*+} \rightarrow \pi^- Z_b^{\prime+}$	-1
(5b)	$\bar{B}^{*0} B^{*0} \rightarrow \pi^- Z_b^{\prime+}$	1
(5c)	$\bar{B}^{*0} B^{*+} \rightarrow \pi^0 Z_b^{\prime+}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
(5d)	$\bar{B}^{*0} B^{*+} \rightarrow \pi^0 Z_b^{\prime+}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$

Para realizar a transição para uma abordagem não-relativística, no limite em que a massa do quark pesado pode ser tomada como infinita, situação na qual $k^\mu/m_Q \rightarrow 0$, pois $k^\mu \sim \Lambda_{QCD} \ll m_Q$, podemos fixar o parâmetro de velocidade como $v^\mu = (1, \vec{0})$, no referencial de repouso do quark pesado. Também, aproximamos a soma sobre as polarizações para

$$\sum \epsilon^i \epsilon^{*j} \sim \delta^{ij}. \quad (4.15)$$

Consequentemente, com estas suposições, as amplitudes de transição ao quadrado para as amplitudes mostradas na eq.(4.7), levando-se em conta os fatores de spin e de isospin das

partículas no estado inicial e final, podem ser escritas como

$$\begin{aligned}
 \overline{|\mathcal{M}_{(1)}^{(Z_b)}|^2} &= \frac{1}{4} \frac{g^2 z^2}{f^2} |\vec{p}_\pi|^2 \frac{1}{(\tilde{E}_{B^*} - E_\pi - \Delta)^2}, \\
 \overline{|\mathcal{M}_{(2)}^{(Z_b)}|^2} &= \frac{1}{16} \frac{g^2 z^2}{f^2} |\vec{p}_\pi|^2 \frac{1}{(\tilde{E}_{B^*} - E_\pi)^2}, \\
 \overline{|\mathcal{M}_{(3)}^{(Z_b)}|^2} &= \frac{5}{72} \frac{g^2 z^2}{f^2} |\vec{p}_\pi|^2 \frac{1}{(\tilde{E}_{B^*} - E_\pi + \Delta)^2};
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

e as amplitude de transição dos processos governados pela eq. (4.8) são

$$\begin{aligned}
 \overline{|\mathcal{M}_{(4)}^{(Z_b')}|^2} &= \frac{1}{16} \frac{g^2 z'^2}{f^2} |\vec{p}_\pi|^2 \frac{1}{(\tilde{E}_B - E_\pi - \Delta)^2}, \\
 \overline{|\mathcal{M}_{(5)}^{(Z_b')}|^2} &= \frac{7}{72} \frac{g^2 z'^2}{f^2} |\vec{p}_\pi|^2 \frac{1}{(\tilde{E}_{B^*} - E_\pi)^2}.
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

Nas eqs. (4.16) e (4.17), $\vec{p}_\pi \equiv \vec{p}_3$ e $E_\pi \equiv E_3 = \sqrt{m_\pi^2 + |\vec{p}_\pi|^2}$ são os momentos espaciais (tri-momentos) e a energia do pión; $\tilde{E}_{B^{(*)}} = p_{B^{(*)}}^2/2m_{B^{(*)}}$ é a energia cinética da partícula incidente 1 para cada reação respectiva e $\Delta = m_{B^*} - m_B$.

Um ponto de destaque é que as escalas relevantes para a teoria efetiva dos mésons pesados são a escala pesada, M (M sendo a massa do méson pesado), e a escala física $\Lambda_\chi = 4\pi f_\pi \sim 1$ GeV. Então, p_π deve ser muito menor que Λ_χ . Além disso, as eqs.(4.7) e (4.8) permanecem válidas no limite $k \ll M$. Nesse sentido, a amplitude do momento do pión pode ser estimada impondo $p_\pi \ll m_Z$ (m_Z sendo a massa dos estados $Z_b^{(\prime)}$). Assim, podemos usar de forma confiável o intervalo $p_\pi \lesssim 200$ MeV.

4.2.1 Esquema de contagem de potência

Nesta subseção, vamos tratar de um procedimento de extrema importância no contexto de teorias efetivas, o esquema de contagem de potências (do inglês, *power counting*). O esquema de contagem de potências é um dos ingredientes essenciais em uma teoria efetiva, pois ele permite afirmar até onde podemos ir com nossa teoria e qual o seu poder preditivo. Senão, vejamos: ao construirmos as lagrangianas efetivas verificamos que elas são diferentes das lagrangianas das teorias de campos renormalizáveis. No contexto da QED espinorial, por exemplo, existe apenas um vértice de interação que é responsável pelo acoplamento minimal do fóton com os elétrons e/ou pósitrons, e, portanto, apenas uma constante de acoplamento, α , em que $\alpha \ll 1$ no limite de baixas energias. Quando realizamos a expansão perturbativa da lagrangiana da QED, todos os vértices de interação dependem apenas da constante de acoplamento adimensional α . Ordem por ordem, quando aumentamos o número de vértices da QED, o que esperamos é que as correções em relação à ordem anterior e à ordem dominante sejam muito pequenas.

Conforme discutido no capítulo 3, no contexto das lagrangianas das teorias de campos efetivas, outras simetrias podem ser relevantes em determinados limites de energia e algumas possibilidades de interação podem emergir dessas simetrias. Dessa forma, diversas constantes de acoplamento podem estar envolvidas no nosso problema físico e podem ser ajustadas de acordo com os dados experimentais disponíveis. Sabemos que muitas teorias de interação são construídas com base em argumentos de simetria e com base nas poderosas técnicas que as teorias de Yang-Mills nos fornecem. Esse poderoso mecanismo de construção de teorias de interação consiste em construir lagrangianas invariantes globais sob transformações de simetrias locais. Isso é alcançado a partir das derivadas covariantes, que serão as responsáveis por carregarem os termos de interação. No contexto do nosso trabalho, por exemplo, construímos a ideia de supercampos $\mathcal{H}_a^{(Q)}$ através da simetria dos quarks pesados e os acoplamentos entre os mésons pesados e os mésons leves foram obtidos a partir da realização não linear da simetria quiral. Para que nossa lagrangiana efetiva fosse invariante global sob uma transformação de simetria quiral local, tivemos que definir uma derivada covariante que se transformasse como os supercampos construídos sob a ação da simetria quiral. Ao realizarmos isso, tivemos que incluir uma constante de acoplamento, a qual pode ser ajustável na medida da necessidade física. Buscamos também uma lagrangiana efetiva para acoplar os estados exóticos aos mésons pesados, isso foi realizado na seção anterior, duas constantes de acoplamento apareceram. Novamente, podendo ser ajustadas na medida da necessidade física.

Portanto, no cenário de lagrangianas efetivas, em princípio qualquer termo de interação contendo produtos entre campos e derivadas é permitindo, contanto que respeite as simetrias relevantes do problema em estudo. Todas as interações vêm com constantes de acoplamento diferentes que ainda têm dimensões diferentes. Assim, neste contexto é necessário encontrar uma maneira de classificar as lagrangianas e, em última instância, as amplitudes de transição, de tal forma que as amplitudes em uma dada ordem contribuam de forma semelhante, num dado limite de energia. O esquema capaz de realizar essa tarefa é referido como o esquema de contagem de potência. Outro aspecto importante do esquema de contagem de potência é que ele fornece uma maneira de estimar a incerteza teórica em nossas previsões a partir de diagramas de ordem superior, através da comparação entre a ordem principal e as contribuições além da ordem principal. Neste sentido, para avaliar a incerteza das nossas previsões, dentro do cenário da aproximação não relativística, vamos incluir possíveis diagramas de um laço contribuindo para o processo $B^{(*)}\bar{B}^{(*)} \rightarrow \pi Z_b^{(l)}$, num esquema diagramático disposto na fig. 10.

A contagem de potência é realizada em termos da velocidade típica, v , de alguma partícula dentro do laço. Estimamos a velocidade desta partícula, v , para um estado do tipo bottomonium, estado $\bar{b}b$, com massa, $m_{\bar{b}b}$, como sendo

$$v \sim \sqrt{\frac{|(m_{\bar{b}b} - 2\bar{m}_B)|}{\bar{m}_B}} \quad (4.18)$$

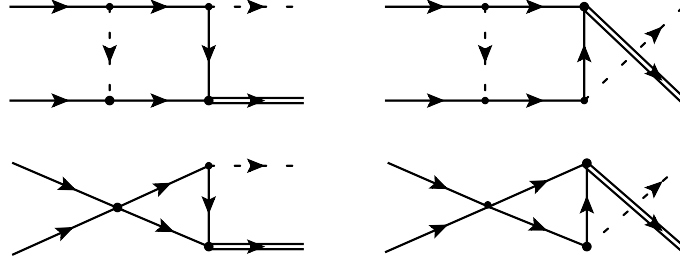


Figura 10 – Possíveis diagramas de um laço contribuindo para os processos $B^{(*)} B^{(*)} \rightarrow \pi Z_b^{(\prime)}$. As linhas sólidas, tracejadas, duplas representam, respectivamente, os mésons $B^{(*)}$, os píons e os estados $Z_b^{(\prime)}$.

em que $\bar{m}_B = (m_B + m_{B^*})$. O valor absoluto significa que esta expressão pode ser usada tanto para sistemas de estados ligados como para ressonâncias. No esquema de contagem de potência, o momento e energia das partículas contam como v e v^2 , respectivamente. O propagador do méson pesado é da ordem de v^{-2} , pois:

$$\frac{i}{p^2 - m^2 + i\eta} \rightarrow \frac{1}{2m} \frac{i}{p^0 - \frac{\vec{p}^2}{2m} - m + i\eta}. \quad (4.19)$$

Uma vez que $\frac{\vec{p}^2}{2m} \sim mv^2$ e p^0 é da mesma ordem, o propagador do méson pesado contribui com v^{-2} . Na expansão não relativística é útil realizar a integração sobre p^0 separadamente e a medida das escalas de integração de um laço contam como $\int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \sim \frac{v^5}{(4\pi)^2}$. No caso de mais de uma linha externa do méson pesado ligada a um laço, pode ser utilizada uma velocidade média. Além disso, cada vértice do pión conta como gp_π/f [42, 45], pois os vértices de acoplamento dos campos dos mésons leves (que no nosso caso foram os píons) com os campos dos mésons pesados [ver eq. (3.86)] carregam o termo $\frac{g}{f}$ e um termo de derivada em relação aos mésons leves, que conforme figs. 13-17 são os píons. Portanto, de acordo com estas regras, as amplitudes associadas aos diagramas nas figs. 13-17 têm escalas da ordem de

$$|\mathcal{M}_{(rp)}^{(OD)}| \sim \frac{1}{v^2} \left(\frac{gp_\pi}{f} \right) \quad (4.20)$$

em que o sobrescrito (OD) significa ordem dominante. Por isso, vamos agora estimar as contribuições dos diagramas de ordem superior e analisar sua relevância em relação às contribuições da ordem principal (ou ordem dominante). Os possíveis diagramas de um laço que contribuem para os processos $\bar{B}^{(*)} B^{(*)} \rightarrow \pi Z_b$ são dados na fig. 10. Em particular, as partículas virtuais internas também podem ser um pión, como se pode ver dos dois diagramas superiores da fig. 10 (lembre-se que as linhas tracejadas representam os píons). Como o pión tem uma pequena massa, e $m_B v$ é o maior momento dentro do laço, a maior contribuição de momento dos píons, dentro do laço, é $m_B v$. Portanto, o propagador do pión contribui com uma escala de $1/(m_B^2 v^2)$. Assim, para os diagramas de ordem superior

que possuem o pión como uma partícula interna virtual, percorrendo o laço, temos

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_{(rp)}^{(\text{caixa})}| &\sim \frac{1}{(v^2)^3} \frac{1}{m_B^2 v^2} \frac{v^5}{(4\pi)^2} \left(\frac{gp_\pi}{f}\right)^3 m_B^2 \\ &= \frac{1}{v^3} \frac{1}{(4\pi)^2} \left(\frac{gp_\pi}{f}\right)^3 \end{aligned} \quad (4.21)$$

Na primeira linha da eq.(4.21), temos que, na ordem da esquerda para direita, $1/(v^2)^3$ corresponde às escalas de contribuição dos três propagadores dos mésons pesados; $1/(m_B^2 v^2)$ corresponde à contribuição do propagador do pión; $v^5/(4\pi)^2$ é a contribuição de um laço (quadrado); $(gp_\pi/f)^3$ é contribuição dos três vértices que se acoplam ao pión; e, finalmente, m_B^2 é um fator que foi introduzido para tornar este tipo de diagrama dimensionalmente semelhante à estimativa para os diagramas da ordem dominante.

Já no caso dos dois diagramas inferiores da fig. 10, não existe a ocorrência de píons como partículas virtuais internas. O laço (triangular) contém apenas os mésons pesados como partículas internas. Este diagramas são os diagramas com o vértice de contato. Para tratá-los, nós empregamos acoplamentos de quatro corpos de mésons pesados discutidos nas refs. [38, 39, 44]. Estes vértices não contém nenhuma derivada e contribuem na escala de uma constante de acoplamento C , com esta constante de acoplamento tendo uma dimensão de E^{-2} . Deste modo, obtemos

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_{(rp)}^{(\text{contato})}| &\sim \frac{1}{(v^2)^3} \frac{v^5}{(4\pi)^2} \left(\frac{gp_\pi}{f}\right) C m_B^2 \\ &= \frac{1}{v} \frac{1}{(4\pi)^2} \left(\frac{gp_\pi}{f}\right) C m_B^2 \end{aligned} \quad (4.22)$$

em que $1/(v^2)^3$ corresponde às contribuições dos três propagadores dos mésons pesados; $v^5/(4\pi)^2$ é a contribuição de um laço (triangular); (gp_π/f) é contribuição do único vértice que se acopla ao pión; e $C m_B^2$ é um fator que foi introduzido para tornar este tipo de diagrama dimensionalmente semelhante à estimativa para os diagramas da ordem dominante.

Assim, usando os valores das massas e das constantes utilizadas no início da seção 4.3, e considerando também $v \approx 0,024$ [30], $p_\pi \approx |\vec{p}_\pi|$ e $C \approx 0,3 \text{ fm} \approx 7,510^{-6} \text{ MeV}^{-2}$ (ver ref. [39]), as contribuições de um laço nas eqs.(4.21) e (4.22) são suprimidas em comparação com as contribuições da ordem principal na eq.(4.20) pelos fatores $(gp_\pi)^2/[v(4\pi f)^2] \approx 0,067$ e $v C m_B^2/(4\pi f)^2 \approx 0,031$, respectivamente. Assim, vamos atribuir cuidadosamente uma incerteza de 15% para as amplitudes em nossos cálculos, devido à não inclusão de diagramas de ordem superior.

4.2.2 Seções de choque de produção dos estados $Z_b^{(l)+}$

Vamos concluir esta seção definindo a seção de choque, na média sobre os spins e isospins, dos processos de produção discutidos acima, que em relação a referencial do

centro de massa é dado por (ver apêndice C)

$$\sigma_r = \frac{1}{64\pi^2(E_1 + E_2)^2} \frac{|\vec{p}_\pi|}{|\vec{p}|} \int d\Omega \overline{|\mathcal{M}_r|^2}, \quad (4.23)$$

com $r = 1, \dots, 5$. Os quadrivetores associados com os mésons bottom incidentes são: $p_1 = (E_1, \vec{p})$, $p_2 = (E_2, -\vec{p})$; enquanto que os quadrivetores das partículas de saída são: $p_3 = (E_\pi, \vec{p}_\pi)$ e $p_4 = (E_Z, -\vec{p}_\pi)$. A energia total das partículas incidentes pode ser aproximada para $E_1 + E_2 \approx m_1 + m_2 + E_{CM}$, em que $E_{CM} = |\vec{p}|^2/2\mu_{12}$ é a energia de colisão, com μ_{12} sendo a massa reduzida dos mésons bottom incidentes. Observe que, a partir da conservação da energia, o momento do pión pode ser escrito como função da energia de colisão:

$$|\vec{p}_\pi| \approx \{[m_1 + m_2 - m_Z + E_{CM}]^2 - m_\pi^2\}^{\frac{1}{2}}. \quad (4.24)$$

Então, usando as definições de quantidades no referencial do centro de massa e as eqs.(4.16), (4.17) e (4.24) na eq.(4.23), as seções de choque para todas as reações podem ser dadas corretamente como função da energia do centro de massa, E_{CM} .

Além disso, mencionamos que considerando a discussão na subseção anterior relativa à contagem de potência, a incerteza de 15% para as amplitudes devido à não inclusão de contribuições de ordem superior corresponde a uma incerteza de 30% para as seções de choque. Para produzir essa estimativa da incerteza teórica em nossas previsões, levamos em consideração as incertezas decorrentes das constantes de acoplamento $z^{(\prime)}$, g , bem como a consideração sobre as contribuições além da ordem principal, as quais não estão incluídas em nossos cálculos. Essas incertezas foram adicionadas em quadratura.

4.3 Resultados

Agora vamos analisar as seções de choque de produção dos estados $Z_b^{(\prime)}$ dadas pela eq.(4.23) como função da energia de colisão, E_{CM} .

Usamos os seguintes valores para as constantes físicas e para as constantes de acoplamento [4, 30, 31]: $m_\pi = 137,3$ MeV; $m_B = 5279,45$ MeV; $m_{B^*} = 5324,83$ MeV; $m_Z = 10607,2$ MeV; $m_{Z'} = 10652,2$ MeV; $g = 0,5 \pm 0,05$; $f = 93$ MeV. As constantes de acoplamento z e z' são os obtidos na ref. [30] para constantes de acoplamento originais com dimensões de $E^{-\frac{1}{2}}$ dentro da abordagem da teoria dos mésons pesados: $0,79 \pm 0,05$ GeV $^{-\frac{1}{2}}$ e $0,62 \pm 0,07$ GeV $^{-\frac{1}{2}}$, respectivamente. O fator $\sqrt{8m_1m_2m_{Z^{(\prime)}}}$ incorporado à definição dos acoplamentos z e z' , produzindo valores com dimensão de E^1 . Este fator pode ser entendido a partir da análise da normalização dos campos pesados e precisa de alguma atenção. Para os campos relativísticos, a convenção geralmente utilizada é

$$\langle H(p') | H(p) \rangle = 2p^0 (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p} - \vec{p}'). \quad (4.25)$$

No contexto dos supercampos com os quais trabalhamos, vamos utilizar uma normalização conveniente para uma aproximação não relativística. Esta normalização pode ser dada por [49]:

$$\langle H(v', k') | H(v, k) \rangle = \delta_{vv'} (2\pi)^3 \delta^3(\vec{k} - \vec{k}') \quad (4.26)$$

em que $k = p_Q - m_Q v$, com p sendo o momento do quark pesado e k o momento residual. Essas duas normalizações diferem por um fator de $\sqrt{2m_H}$, isto é,

$$|H(p)\rangle = \sqrt{2m_H} \left[|H(v, k)\rangle + \mathcal{O}(1/m_Q) \right]. \quad (4.27)$$

Portanto, para os três campos pesados envolvidos, quais sejam, dois campos dos mésons $B^{(*)}$ e um campo do méson exótico $Z_b^{(\prime)}$, o fator incorporado à definição dos acoplamentos z e z' é $\sqrt{8m_1 m_2 m_{Z^{(\prime)}}}$. No entanto, uma normalização igualmente conveniente é [42, 48]:

$$\langle H(v', k') | H(v, k) \rangle = 2v^0 \delta_{vv'} (2\pi)^3 \delta^3(\vec{k} - \vec{k}'). \quad (4.28)$$

Neste caso, as normalizações (4.26) e (4.28) difeririam por um fator de $\sqrt{m_H}$. Com a normalização (4.28), o fator $\sqrt{m_1 m_2 m_{Z^{(\prime)}}}$ que é incorporado à definição dos acoplamentos z e z' , ao invés do fator $\sqrt{8m_1 m_2 m_{Z^{(\prime)}}}$, o que possibilita uma melhor comparação dos resultados deste capítulo com os resultados obtidos no capítulo 5.

Além disso, é importante delimitar a região de validade da abordagem que realizamos: tomando o limiar e o limite superior do momento do pión ($p_\pi \simeq 200$ MeV), podemos estimar os intervalos de validade permitidos para a energia de colisão dos processos de produção de Z_b : $185,6$ MeV $\leq E_{CM}^{(1)} \lesssim 300$ MeV; $140,2$ MeV $\leq E_{CM}^{(2)} \lesssim 250$ MeV; e $94,8$ MeV $\leq E_{CM}^{(3)} \lesssim 200$ MeV para cada reação respectiva; enquanto que para os processos de produção de Z_b' , temos: $185,2$ MeV $\leq E_{CM}^{(4)} \lesssim 300$ MeV; e $139,8$ MeV $\leq E_{CM}^{(5)} \lesssim 250$ MeV.

Na fig. 11 é plotada as seções de choque de produção de Z_b^+ , dadas pela eq.(4.23), como função da energia de colisão, E_{CM} , para o caso das duas normalizações utilizadas que incorporam à constante de acoplamento z os fatores $\sqrt{8m_1 m_2 m_Z}$ e $\sqrt{m_1 m_2 m_Z}$. Com base na análise da fig. 11, pode-se perceber que nos processos de produção de Z_b^+ através dos seus três canais de produção, quais sejam, $\bar{B}B \rightarrow \pi Z_b$ (painel superior), $\bar{B}^*B \rightarrow \pi Z_b$ (painel intermediário) e $\bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b$ (painel inferior), as seções de choque dos três canais de reação possuem a mesma ordem de magnitude no respectivo intervalo permitido de E_{CM} , quando algum dos dois fatores incorporados a z é fixado. No entanto, quando analisamos um específico canal de reação de produção de Z_b^+ (por exemplo, o painel superior da fig. 11 cujo canal de reação é $\bar{B}B \rightarrow \pi Z_b^+$) e comparamos as duas normalizações utilizadas, a seção de choque cujo fator incorporado à constante de acoplamento z é de $\sqrt{m_1 m_2 m_Z}$ é da ordem de 10^{-1} em relação à seção de choque do mesmo canal de reação, mas com fator incorporado a z de $\sqrt{8m_1 m_2 m_Z}$.

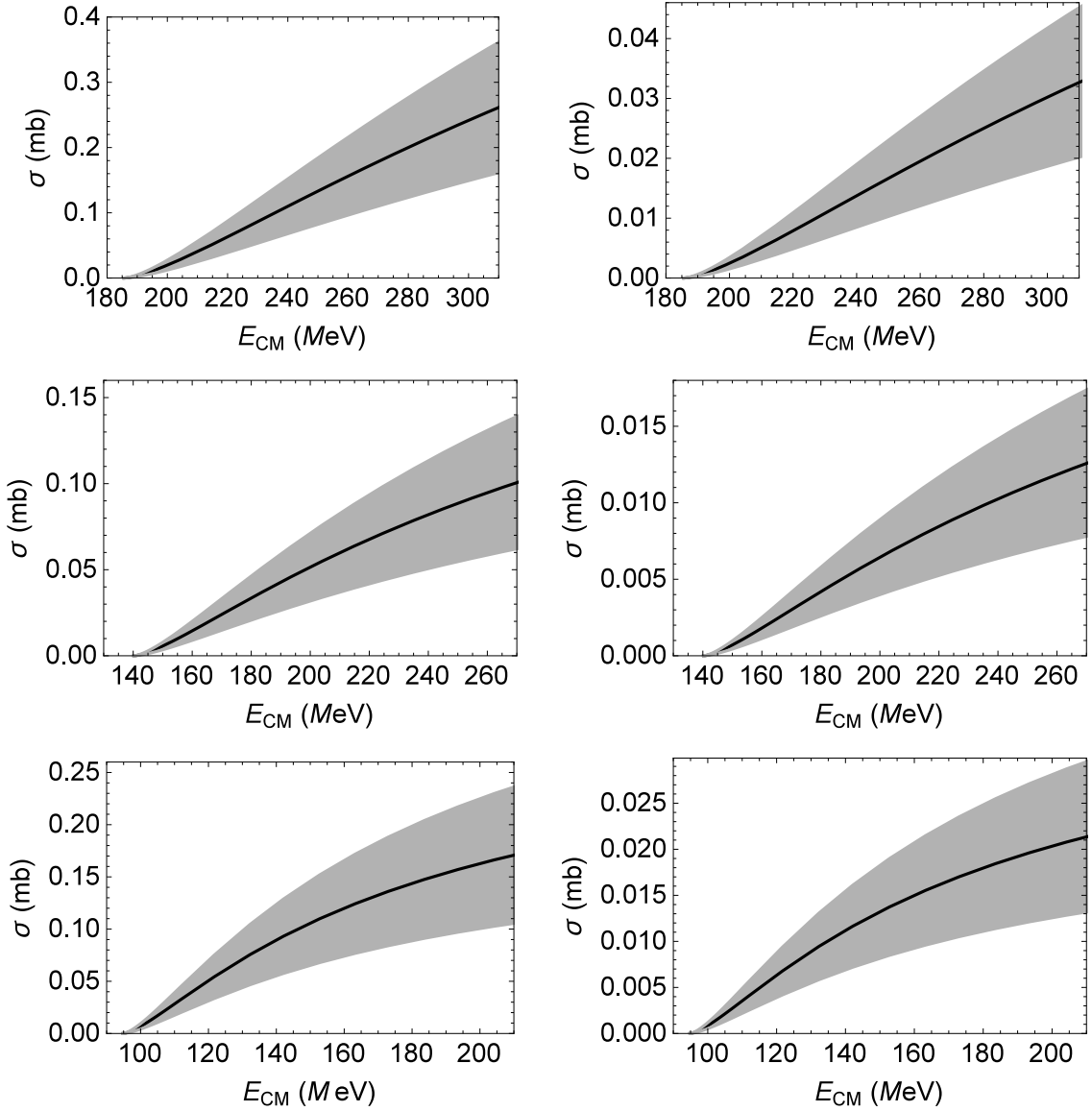


Figura 11 – Seções de choque, dadas pela eq. (4.23), para os processos $\bar{B}B \rightarrow \pi Z_b$ (painel superior), $\bar{B}^*B \rightarrow \pi Z_b$ (painel intermediário) e $\bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b$ (painel inferior) como funções da energia de colisão. As linhas sólidas são os valores centrais, e as regiões sombreadas representam os resultados considerando as incertezas. As seções de choque da primeira coluna foram obtidas com o ajuste das constantes de acoplamento pelo fator $\sqrt{8m_1m_2m_Z}$, enquanto que as seções de choque da segunda coluna foram obtidas com o ajuste das constantes de acoplamento pelo fator $\sqrt{m_1m_2m_Z}$.

As seções de choque de produção de $Z_b^{\prime+}$, com os dois fatores incorporados a z' , estão representadas na fig. 12. Lembrando que o processo $\bar{B}B \rightarrow \pi Z_b^{\prime+}$ tem seção de choque nula (uma vez que não consideramos o vértice $B\bar{B}Z_b^{\prime+}$). Neste caso, pode-se perceber que acontece algo semelhante ao que acontece no caso da produção de Z_b^+ . De fato, pode-se perceber que nos processos de produção de $Z_b^{\prime+}$ através dos seus dois canais de produção $\bar{B}^*B \rightarrow \pi Z_b^{\prime+}$ (painel superior) e $\bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b^{\prime+}$ (painel inferior), as seções de choque dos dois canais de reação possuem a mesma ordem de magnitude no respectivo intervalo permitido

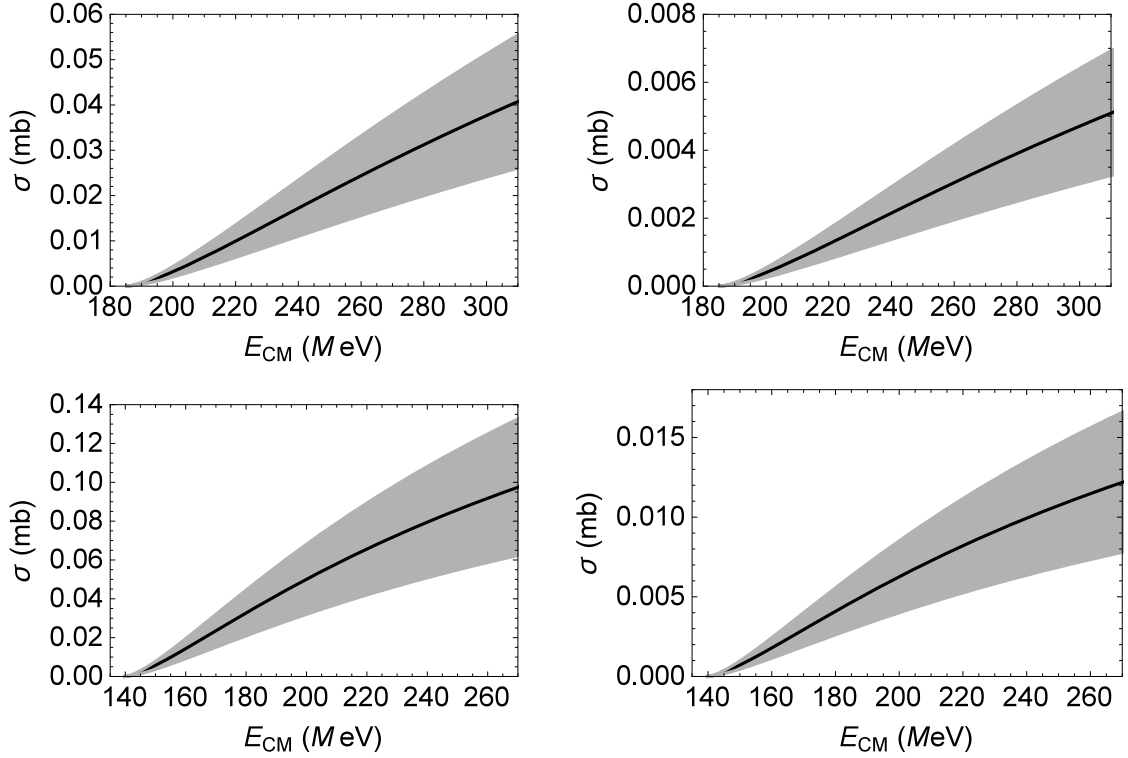


Figura 12 – Seções de choque, dadas pela eq. (4.23), para os processos $\bar{B}^*B \rightarrow \pi Z_b^{(\prime)}$ (painel superior) e $\bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b^{(\prime)}$ (painel inferior) como funções da energia de colisão. As linhas sólidas são os valores centrais, e as regiões sombreadas representam os resultados considerando as incertezas. As seções de choque da primeira coluna foram obtidas com o ajuste das constantes de acoplamento pelo fator $\sqrt{8m_1m_2m_{Z'}}$, enquanto que as seções de choque da segunda coluna foram obtidas com o ajuste das constantes de acoplamento pelo fator $\sqrt{m_1m_2m_{Z'}}$.

de E_{CM} , quando algum dos dois fatores incorporados a z' é fixado. Ao analisarmos um específico canal de reação de produção de $Z_b^{(\prime)}$ e compararmos as duas normalizações utilizadas, a seção de choque cujo fator incorporado à constante de acoplamento z' é de $\sqrt{m_1m_2m_Z}$ é da ordem de 10^{-1} em relação à seção de choque do mesmo canal de reação, mas com fator incorporado a z' de $\sqrt{8m_1m_2m_Z}$.

Para finalizar esse capítulo, acreditamos que este o estudo da produção de $Z_b^{(\prime)}$ pode ser útil no contexto de colisões hadrônicas. Em particular, a medida da multiplicidade desses estados ajudaria a inferir a relevância dos efeitos hadrônicos sobre suas propriedades e também sobre sua estrutura interna. Assim, a intensidade das seções de choque é uma característica importante na determinação da abundância de Z_b e $Z_b^{(\prime)}$, que é uma perspectiva de desenvolvimento posterior desta tese.

5 Produção e absorção dos estados exóticos $Z_b^{(\prime)}$ via Teoria Efetiva de Gauge Escondida

Ao relatarmos os dados relativos à descoberta dos estados exóticos $Z_b^{(\prime)}$ [8, 9], elucidamos a importante tarefa de se buscar uma descrição consistente desses estados num horizonte de cooperação entre a física experimental e teórica. Desse modo, é de fundamental importância aproveitar as informações experimentais existentes e as que ainda podem ser obtidas, em particular nos colisores de hádrons.

No contexto do presente trabalho, as razões que nos levam a investigar os estados Z_b e Z_b' como estados ligados dos mésons pesados $B\bar{B}^*$ e $B^*\bar{B}$, via teorias de campos efetivas, são razões completamente análogas às razões que levaram muitos físicos a investigarem a partícula X como um estado ligado dos mésons $D\bar{D}^*$, via teorias de campos efetivas [35, 36, 40], dentre as quais destacamos: a proximidade das massas dos mésons constituintes dos estados exóticos respectivos e o argumento de simetria dos quarks pesados, que emerge, neste momento, com toda sua glória e esplendor. Este é um ponto fundamental, no contexto das interações fortes e no limite em que $m_Q \rightarrow \infty$, c e b são apenas fontes de glúons e podemos trocar um pelo outro. No entanto, a simetria dos quarks pesados não é exata, pois as massas dos quarks c e b são finitas e m_b é cerca de três vezes m_c . Dessa forma, correções podem ser realizadas: a correção da simetria de sabor está associada à diferença entre a razão da massa dos quarks pesados, $\frac{1}{m_{Q_i}} - \frac{1}{m_{Q_j}}$, enquanto que a correção da simetria de spin está ligada à razão de sua massa, $\frac{1}{m_Q}$. No entanto, no presente momento, isso não será relevante, pois, considerando o limite em que $m_Q \rightarrow \infty$, é precisamente lícito proceder a troca do quark c pelo quark b e utilizar o mesmo ferramental teórico para os estados $Z_b^{(\prime)}$ que o utilizado no caso da partícula X . Neste contexto, uma pergunta necessita ser colocada: será que as conclusões obtidas para o caso da partícula X podem ser estendidas para o caso dos estados exóticos $Z_b^{(\prime)}$ no cenário do bottomonium? Ou melhor, será que a partir das investigações das seções de choque de $Z_b^{(\prime)}$ em um meio hadrônico vamos poder concluir que é difícil compreender $Z_b^{(\prime)}$ como moléculas dos mésons bottom e, além disso, que os estados $Z_b^{(\prime)}$ são melhor compreendidos como uma mistura de um componente molecular e um componente $b\bar{b}$? A investigação realizada nesse trabalho é o primeiro caminho da resposta a essa pergunta. Independente da resposta ser afirmativa, negativa ou um simples talvez, esse trabalho e, em particular, esse capítulo, é um estudo inédito e importante que realizamos na busca de compreender a estrutura quântica interna dos estados exóticos investigados [54].

Portanto, motivado pelos estudos realizados sobre a produção e a absorção do estado exótico $X(3872)$ em colisões de íons pesados [35,36], neste capítulo, nós investigamos a produção e absorção dos estados $Z_b(10610)$ e $Z_b'(10650)$ em um meio hadrônico, através dos processos $\bar{B}^{(*)}B^{(*)} \rightarrow \pi Z_b^{(\prime)}$ e as correspondentes reações inversas, com o objetivo de melhor compreender a estrutura interna desses estados e analisar se existe alguma probabilidade de sobrevivência significativa de $Z_b^{(\prime)}$ em colisões de íons pesados. Para realizarmos essa investigação, usamos lagrangianas efetivas com base em uma extensão $SU(4)$ da simetria de gauge escondida [*Hidden Gauge Symmetry* (HGS)] para explicar os acoplamentos entre os mésons leves e pesados, e uma lagrangiana fenomenológica envolvendo os vértices $B^*B^{(*)}Z_b^{(\prime)}$. Mais especificamente, consideramos a produção de Z_b^+ e $Z_b^{+'}$ pelos processos $\bar{B}B \rightarrow \pi Z_b^{(\prime)}$, $\bar{B}^*B \rightarrow \pi Z_b^{(\prime)}$ e $\bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b^{(\prime)}$ e absorção destes estados exóticos através dos processos inversos $\pi Z_b^{(\prime)} \rightarrow \bar{B}B$, $\pi Z_b^{(\prime)} \rightarrow \bar{B}^*B$ e $\pi Z_b^{(\prime)} \rightarrow \bar{B}^*B^*$. Obtemos as amplitudes e seções de choque relacionadas a esses processos para $Z_b^{(\prime)+}$ no esquema teórico de lagrangiana efetiva $SU(4)$, baseado na simetria de gauge escondida e na simetria dos quarks pesados, cenário no qual podemos utilizar o arsenal teórico da quebra de simetria quiral e realizar, devido à simetria dos quarks pesados, a troca do quark pesado c pelo quark pesado b [32,35]. Também assumimos, como no capítulo 4, que Z_b^+ se acopla às componentes $(\bar{B}^0 B^{*+} + B^+ \bar{B}^{*0})$, enquanto $Z_b^{+'}$ se acopla apenas a $(B^{*+} \bar{B}^{*0})$.

Para alcançar o objetivo deste capítulo, ele está estruturado da seguinte maneira: na seção 5.1, discutimos os aspectos relevantes sobre a simetria de gauge escondida e na seção 5.2 apresentamos as lagrangianas efetivas necessárias para descrição dos fenômenos físicos relevantes para o estudo da produção e absorção dos estados $Z_b^{(\prime)}$. Então, na seção 5.3, a partir das lagrangianas efetivas, calculamos as amplitudes de transição dos diagramas relacionados à produção e à absorção dos estados $Z_b^{(\prime)}$. Finalmente, na seção 5.4, apresentamos e discutimos nossos resultados.

5.1 A Simetria de Gauge Escondida

A simetria dos quarks pesados [*Heavy-Quark Symmetry* (HQS)] é uma das principais ferramentas teóricas da QCD para construção de lagrangianas efetivas dos hádrons pesados. Conforme já discutido neste trabalho, esta simetria se estabelece no cenário de duas outras simetrias, a simetria de spin dos quarks pesados (HQSS) e a simetria de sabor dos quarks pesados (HQFS), no limite em que podemos tomar a massa dos quarks pesados como sendo infinita. Pensando no contexto dos grupos de simetria, a simetria de sabor dos quarks pesados nos informa que c e b são indistinguíveis por uma transformação $SU(2)_F$, enquanto que a simetria de spin prediz que todas as interações de spin podem ser desprezadas, e, portanto, a dinâmica dos quarks infinitamente massivos é invariante sob transformações arbitrárias em seus spins. Esses dois argumentos são muito relevantes para realizarmos a troca dos quarks pesados e para colocar no mesmo nível D e D^* bem como B e B^* .

No entanto, convém ressaltar que as simetrias de spin e de sabor dos quarks pesados, no formalismo HGS, não foram utilizadas explicitamente, isto é, não são implementadas a partir da realização explícita das simetrias de sabor e de spin dos quarks pesados, no limite em que $m_Q \rightarrow \infty$, via introdução dos supercampos $\mathcal{H}^{(Q)}$, que tem propriedades bem definidas sob as transformações das simetrias de spin e de sabor dos quarks pesados e da transformação de simetria de sabor dos quarks leves, tal como é feito no contexto da teoria efetiva dos mésons pesados. Conforme exporemos mais abaixo, no formalismo do presente capítulo, os sabores pesados são incorporadas na teoria a partir da extensão $SU(4)$ da simetria de gauge escondida.

Apesar da sua extrema relevância, HQS não determina a interação, ela impõe, por assim dizer, restrições, vínculos. Portanto, é necessário apelar para os dados experimentais e a fenomenologia para estabelecermos lagrangianas de interação e, também, apelarmos para modelos, ainda com base em argumento de simetria, que sejam capazes de nos fornecer como a interação se dá. Neste sentido, o uso de modelos dinâmicos, vinculando a interação a partir dos dados experimentais é uma boa abordagem alternativa. Vimos que a lagrangiana quiral da QCD investiga as propriedades de sistemas contendo quarks leves, devendo, inclusive, ser utilizada para construção de teorias efetivas contendo quarks pesados. No nosso problema, queremos introduzir uma lagrangiana efetiva que permita a possibilidade de descrever consistentemente os acoplamentos dos mésons pesados (B, D) com os mésons leves (π, ρ, K^* , etc.). Para realizar este objetivo, neste capítulo, vamos utilizar o procedimento que evoca a simetria de gauge escondida, em consonância com os trabalhos [35, 55–60], referências onde os detalhes operacionais e teóricos podem ser encontrados.

A ideia central da simetria de gauge escondida reside na observação de que qualquer modelo σ não-linear, baseado no espaço quociente G/H^1 , é equivalente a um modelo linear com uma simetria maior, qual seja, $G \times H_{\text{local}}$, onde H_{local} é um grupo de simetria local isomórfico ao grupo H . No modelo linear, os campos tem valores no grupo G , em vez de em G/H , como ocorre na formulação não linear. Os graus de liberdade extras podem ser obtidos a partir de um princípio de gauge fixado com base na invariância local relacionada a H_{local} . Dessa forma, o aparecimento explícito de um grupo de invariância local dá espaço para a introdução de campos de gauge com valores na álgebra de Lie de H , que serão interpretados como os mésons vetoriais leves. Originalmente (ver ref. [55]), o méson ρ foi proposto como sendo o bóson de gauge dinâmico da simetria local escondida $H_{\text{local}} = SU(2)_V$ na lagrangiana quiral não linear $SU(2)_L \times SU(2)_R/SU(2)_V$, identificando $G = SU(2)_L \times SU(2)_R$ e $H = SU(2)_V$. A extensão para $SU(3)$ incorporou os mésons $\rho, K^*, \bar{K}^*, \phi$ e ω [43]. No trabalho de produção de $X(3872)$ em colisões de íons pesados [35], foi realizada uma extensão não tão natural para $SU(4)$, pois esta extensão incorpora

¹ G é o grupo de simetria e H é o subgrupo de G que deixa o vácuo da teoria invariante.

o quark pesado c na estrutura do grupo $SU(4)$. Aceitando-a como uma boa extensão, podemos incorporar à simetria local escondida, como bósons de gauge dinâmicos, os mésons vetoriais charmosos. No presente trabalho, evocando o bom argumento da simetria de sabor dos quarks pesados, realizamos uma extensão ainda menos natural e mais ousada, trocamos o quark c pelo quark b , que, como sabemos, é muito mais pesado que c . Vale observar que a extensão para $SU(4)$ deve ser uma aproximação, a priori, ruim já para o quark c . No entanto, utilizamos apenas um aspecto de $SU(4)$, que é a conexão entre as diferentes constantes de acoplamento, as quais podem ser manipuladas com base nos dados experimentais disponíveis. Retomaremos essa questão num momento posterior, quando formos discutir a constante de acoplamento do méson vetorial B^* com $B\pi$, g_{PPV} , ainda neste capítulo.

5.2 Lagrangianas da simetria de gauge escondida

Para estudar os processos envolvendo a produção e absorção $Z_b^{(\prime)}$, considerando que Z_b^+ se acopla com as componentes $(\bar{B}^0 B^{*+} + B^+ \bar{B}^{*0})$, enquanto que $Z_b^{\prime+}$ apenas se acopla com o canal $(B^{*+} \bar{B}^{*0})$, precisamos obter as amplitudes de espalhamento desses processos. Em ambos os casos, precisamos de lagrangianas responsáveis por determinar a contribuição dos vértices pseudoscalar-pseudoscalar-vetor (PPV) e vetor-vetor-pseudoscalar (VVP), para os vértices que não envolvem o estado de ressonância $Z_b^{(\prime)}$.

No formalismo HGS, os mésons vetoriais podem ser identificados como os bósons de gauge de uma simetria escondida local, os quais se transformam, no calibre unitário, de acordo com a realização não-linear da simetria quirial [90, 91]. Neste formalismo, a lagrangiana pode ser escrita como [93, 94]

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{f^2}{8} \text{Tr} [D_\mu \Sigma (D^\mu \Sigma)^\dagger] + \frac{f^2}{8} \text{Tr} (\chi \Sigma^\dagger + \Sigma \chi^\dagger) \\ & - \frac{1}{2} \text{Tr} (F_{\mu\nu}^L F^{L\mu\nu} + F_{\mu\nu}^R F^{R\mu\nu}) - m_0^2 \text{Tr} (l_\mu l^\mu + r_\mu r^\mu) \end{aligned} \quad (5.1)$$

em que $\Sigma = \exp\left(\frac{2iP}{f}\right)$; P é a matriz 4×4 que representa os campos dos mésons pseudoescalares, dados pela eq. (5.13); f é a constante de decaimento do pión; o último termo da eq. (5.1) é o termo de massa dos campos l_μ e r_μ . A derivada covariante, $D_\mu \Sigma$, é definida como

$$D_\mu \Sigma \equiv \partial_\mu \Sigma - ig l_\mu \Sigma + ig \Sigma r_\mu, \quad (5.2)$$

com l_μ e r_μ sendo os campos quirais left e right, respectivamente, e estão relacionados com os campos vetoriais axiais, $A_\mu = A_\mu^a \lambda^a / \sqrt{2}$, e com os campos vetoriais, $V_\mu = V_\mu^a \lambda^a / \sqrt{2}$, como segue:

$$r_\mu = \frac{1}{2}(V_\mu + A_\mu), \quad l_\mu = \frac{1}{2}(V_\mu - A_\mu), \quad (5.3)$$

em que V_μ são os campos dos mésons vetoriais dados pela eq. (5.9). $F_{\mu\nu}^{L,R}$ são os tensores

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu}^L &= \partial_\mu l_\nu - \partial_\nu l_\mu - ig[l_\mu, l_\nu], \\ F_{\mu\nu}^R &= \partial_\mu r_\nu - \partial_\nu r_\mu - ig[r_\mu, r_\nu]. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Conforme mencionamos, estamos interessados fisicamente nos acoplamentos dos campos dos mésons vetoriais com os campos pseudoescalares, e um dos acoplamentos relevantes para realizarmos o cálculo das reações de produção e absorção é o acoplamento PPV . Diante disso, não estaremos interessados no setor dos campos vetoriais axiais, A_μ , da lagrangiana dada pela eq. (5.1) e, com base na eq. (5.3), podemos simplificar a derivada covariante dada pela eq. (5.2) para a seguinte expressão:

$$\mathcal{D}_\mu \Sigma = \partial_\mu \Sigma - \frac{ig}{2} V_\mu \Sigma + \frac{ig}{2} \Sigma V_\mu. \quad (5.5)$$

Com base na eq. (5.1) e na simplificação obtida pela eq. (5.5), o termo de acoplamento PPV pode ser obtido da seguinte expressão:

$$\frac{f^2}{8} \text{Tr}(\mathcal{D}_\mu \Sigma \mathcal{D}^\mu \Sigma^\dagger). \quad (5.6)$$

Com efeito, ao expandirmos Σ até a primeira ordem na matriz dos campos dos mésons pseudoescalares (ou seja, considerarmos $\Sigma = 1 + (2i/f)P$) e considerarmos os termos trilineares até a ordem g , obtemos

$$\frac{f^2}{8} \text{Tr}(\mathcal{D}_\mu \Sigma \mathcal{D}^\mu \Sigma^\dagger) \sim \frac{-ig}{2} \text{Tr}\left(V^\mu [P, \partial_\mu P]\right) \equiv -ig_{PPV} \langle V^\mu [P, \partial_\mu P] \rangle, \quad (5.7)$$

em que $g_{PPV} = g/2$ representa o vértice de interação pseudoscalar-pseudoscalar-vetor e g está relacionada com a massa dos mésons vetoriais, m_V , e a constante de decaimento do pión, f , através da igualdade $g = m_V/f$ enquanto que o símbolo $\langle \dots \rangle$ representa o traço sobre as matrizes $SU(4)$.

O outro vértice de interação relevante para os processos de nosso interesse é o vértice VVP , que não está incluído na lagrangiana da eq. (5.1), mas pode ser dado, de acordo com as refs. [35, 93, 94], por:

$$\mathcal{L}_{VVP} = \frac{g_{VVP}}{\sqrt{2}} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \langle \partial_\mu V_\nu \partial_\alpha V_\beta P \rangle, \quad (5.8)$$

em que VVP representa o vértice de interação vetor-vetor-pseudoscalar. O símbolo $\langle \dots \rangle$ representa o traço sobre as matrizes $SU(4)$; V_μ representa uma matriz $SU(4)$, que é parametrizada por 16 campos vetoriais mesônicos, incluindo 15 – *plet* e o singlete de $SU(4)$,

$$V_\mu = \begin{pmatrix} \frac{\omega}{\sqrt{2}} + \frac{\rho^0}{\sqrt{2}} & \rho^+ & K^{*+} & \bar{B}^{*0} \\ \rho^- & \frac{\omega}{\sqrt{2}} - \frac{\rho^0}{\sqrt{2}} & K^{*0} & B^{*-} \\ K^{*-} & \bar{K}^{*0} & \phi & B_s^{*-} \\ B^{*0} & B^{*+} & B_s^{*+} & \Upsilon \end{pmatrix}_\mu; \quad (5.9)$$

e P é uma matriz contendo o 15 – *plet* dos campos mesônicos pseudoscalares, escritos na base física em que a mistura de estados η, η' é levada em consideração,

$$P = \begin{pmatrix} \frac{\eta}{\sqrt{3}} + \frac{\eta'}{\sqrt{6}} + \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} & \pi^+ & K^+ & \bar{B}^0 \\ \pi^- & \frac{\eta}{\sqrt{3}} + \frac{\eta'}{\sqrt{6}} - \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} & K^0 & B^- \\ K^{*-} & \bar{K}^{*0} & -\frac{\eta}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}}\eta' & B_s^- \\ B^0 & B^+ & B_s^+ & \eta_b \end{pmatrix}. \quad (5.10)$$

As constantes de acoplamento g_{PPV} e g_{VVP} são dadas por [35],

$$g_{PPV} = \frac{m_V}{2f}, \quad g_{VVP} = \frac{3m_V^2}{16\pi^2 f^3}, \quad (5.11)$$

com m_V sendo a massa do méson vetorial, que tomamos como a massa do méson ρ , e f é a constante de decaimento do pión; g_{PPV} é a constante de acoplamento do méson vetorial B^* com $B\pi$. Como o decaimento $B^* \rightarrow B\pi$ é cinematicamente proibido, não é possível determinar g_{PPV} dos experimentos. Então, usamos as informações experimentais do setor da física do charme e da simetria de quarks pesados [35], que nos fornece uma constante de acoplamento efetiva g_{PPV} para os vértices envolvendo os mésons B e B^* :

$$g_{PPV} = \frac{m_V}{2f} \frac{m_{B^*}}{m_{K^*}}. \quad (5.12)$$

O fator m_{B^*}/m_{K^*} presente no acoplamento acima tem sua origem na simetria dos quarks pesados. Este fator, que no contexto da física do charme é m_{D^*}/m_{K^*} (conforme a eq. (10) da ref. [35]), reproduz o decaimento $D^* \rightarrow D\pi$ corretamente. Deve-se acrescentar que o nosso acoplamento g_{PPV} também coincide com o valor usado na ref. [31] onde ele é determinado usando a simetria dos quarks pesados. Ainda convém mencionar que o acoplamento g_{VVP} utilizado neste trabalho também é compatível com o valor obtido no simetria dos quarks pesados, conforme consta na eq.(12) da ref. [31]². Isto é assim porque só fazemos uso de um aspecto de $SU(4)$, que é a conexão entre as diferentes constantes de acoplamento. Como mostrado na ref. [95], sem usar nenhuma igualdade de massas para os quarks leves e o quark c , para o caso do setor de charme (onde se poderia pensar que $SU(4)$ daria constantes de acoplamento sem sentido) onde quer que a conexão entre acoplamentos pode ser testada ou comparada com outras abordagens, as relações de $SU(4)$ correspondentes dão resultados muito semelhantes. Portanto, os argumentos que estabelecem fortes semelhanças entre as constantes de acoplamento do setor do charme (quando se usa da simetria local escondida em sua extensão para $SU(4)$) com outras abordagens junto com os argumentos de simetria dos quarks pesados nos dão um pano de

² A eq.(12) da ref. [31] nos dá as seguintes expressões para os valores das constantes de acoplamento: $g_{BB^*\pi} = \frac{2g}{f} \sqrt{m_B m_{B^*}}$ e $g_{B^*B^*\pi} = \frac{g_{BB^*\pi}}{\sqrt{m_B m_{B^*}}}$, em que $f = 132$ MeV e $g = 0.59$.

fundo mínimo necessário para utilizarmos a simetria local escondida em sua extensão para $SU(4)$ no setor da física do bottom.

Agora, vamos introduzir os acoplamentos dos campos $Z_b^{(\prime)}$ com os mésons $B^{(*)}$. Enfatizamos que na abordagem atual tratamos $Z_b^{(\prime)}$ como um grau de liberdade elementar, com números quânticos $J^P = 1^+$. Além disso, seguindo as refs. [18, 30, 34], assumimos, conforme já mencionado anteriormente, que $Z_b^+(10610)$ se acopla às componentes $(\bar{B}^0 B^{*+} + B^+ \bar{B}^{*0})$, enquanto $Z_b^+(10650)$ se acopla ao canal $(B^{*+} \bar{B}^{*0})$. Então, as Lagrangianas fenomenológicas envolvendo os vértices $Z_b^{(\prime)} B^* B^{(*)}$ são

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{ZBB^*} &= g_{ZBB^*} (B Z^\mu B_\mu^{*\dagger} + B_\mu^* Z^\mu B^\dagger), \\ \mathcal{L}_{Z'B^*B^*} &= i g_{Z'B^*B^*} \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu} B_\alpha^* \partial_\beta Z'_\mu B_\nu^{*\dagger},\end{aligned}\quad (5.13)$$

em que g_{ZBB^*} e $g_{Z'B^*B^*}$ são as constantes de acoplamento dos vértices ZBB^* e $Z'B^*B^*$, respectivamente; $B = (B^-, \bar{B}^0)$ é o campo do méson pesado pseudoscalar formando uma apresentação $\mathbf{2}^*$ na base do isospin $SU(2)_V$ (e similarmente para o caso de campo do méson vetorial pesado B_μ^*); $Z^{(\prime)\mu}$ é a matriz 2×2 representando os campos quantizados associados aos estados $Z^{(\prime)\mu}$:

$$Z_\mu^{(\prime)} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} Z_\mu^{(\prime)0} & Z_\mu^{(\prime)+} \\ Z_\mu^{(\prime)-} & -\frac{1}{\sqrt{2}} Z_\mu^{(\prime)0} \end{pmatrix}.\quad (5.14)$$

Neste trabalho, como só estamos interessados na produção e absorção dos estados exóticos carregados $Z_b^{\prime+}$ e Z_b^+ , devemos tomar $B = B^-$, $B_\mu^* = B_\mu^{*-}$ e $Z_\mu^{(\prime)} = Z_\mu^{(\prime)-}$, observando que os índices gregos são os índices de Lorentz. Com esses ingredientes disponíveis, vamos proceder, na próxima seção os cálculos da amplitude de transição dos processos de produção e absorção dos estados exóticos $Z_b^{(\prime)+}$.

5.3 Amplitudes de transição de produção e absorção dos Estados Exóticos $Z_b^{(\prime)+}$

Nesta seção, vamos determinar as amplitudes de transição para os processos físicos de produção $\bar{B}B \rightarrow \pi Z_b^{(\prime)}$, $\bar{B}^*B \rightarrow \pi Z_b^{(\prime)}$ e $\bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b^{(\prime)}$ e seus respectivos processos inversos, os processos de absorção, usando as lagrangianas dadas pelas eqs.(5.8) e (5.13). Para facilitar a compreensão da física envolvida nesses processos, nas figuras 13-17 vamos mostrar os diagramas associados aos processos mencionados, em sua ordem dominante, com a especificação das cargas dos mésons $B^{(*)}$ iniciais e as partículas obtidas no estado final, tendo em mente que os diagramas nas Figs. 13, 14 e 15 estão relacionadas aos processos envolvendo a produção de Z_b^+ e os diagramas nas Figs. 16 e 17 aos processos de produção de $Z_b^{\prime+}$.

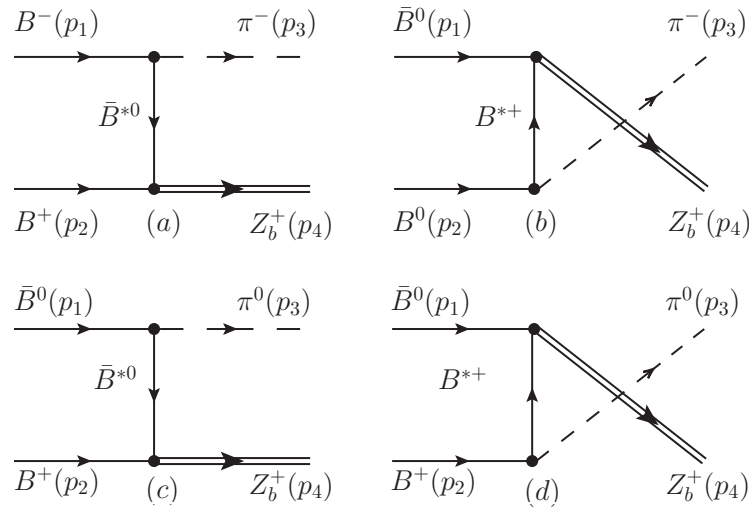


Figura 13 – Diagramas contribuindo para os processos $\bar{B}B \rightarrow \pi Z_b$.

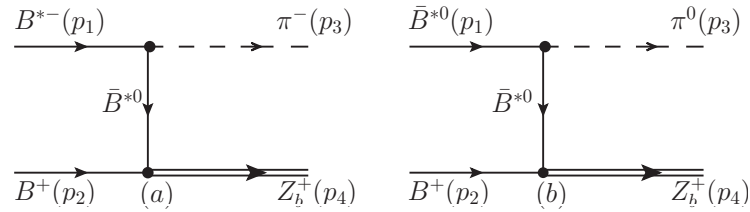


Figura 14 – Diagramas contribuindo para os processos $\bar{B}^*B \rightarrow \pi Z_b$.

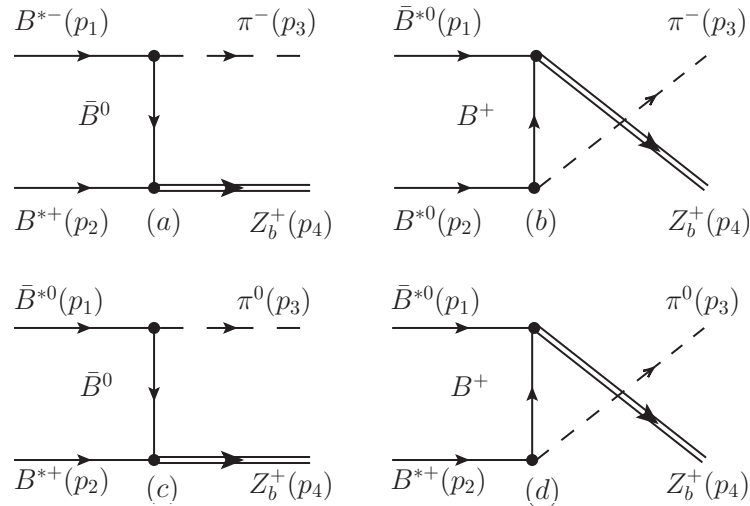
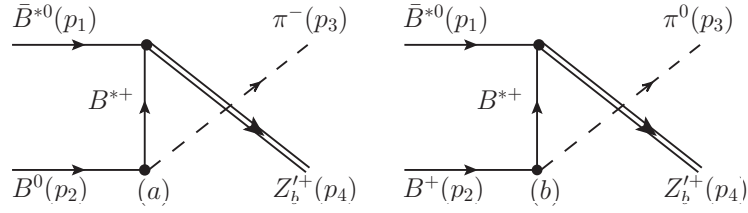
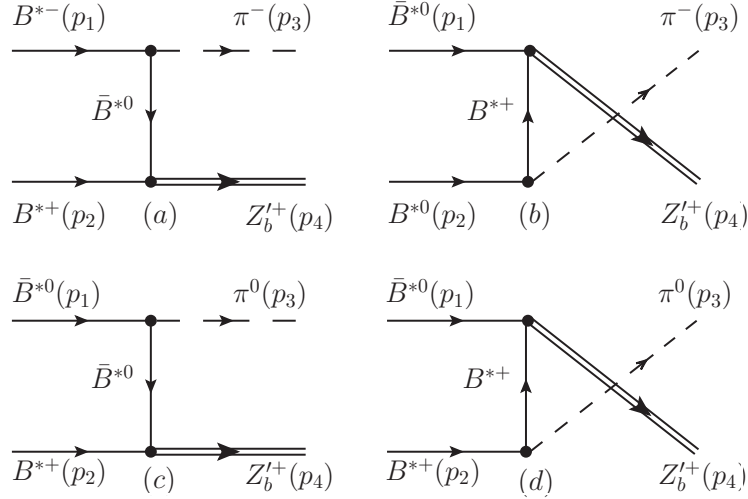


Figura 15 – Diagramas contribuindo para os processos $\bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b$.

Da análise das Figs. 13-17, verificamos que p_1 e p_2 são os momentos das partículas iniciais, enquanto p_3 e p_4 são os momentos das partículas finais. As amplitudes de espalhamento associadas aos diagramas de canal t , mostrados nas Figs. 13-15 para os processos


 Figura 16 – Diagramas contribuindo para os processos $\bar{B}^* B \rightarrow \pi Z_b'$.

 Figura 17 – Diagramas contribuindo para os processos $\bar{B}^* B^* \rightarrow \pi Z_b'$.

$\bar{B}B, \bar{B}^*B, \bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b$ são, respectivamente,

$$\begin{aligned}
 \mathcal{T}_1^{(Q_{1i}, Q_{2i})} &= T_1^{(Q_{1i}, Q_{2i})} g_{PPV} g_{ZBB^*} \frac{1}{t - m_{\bar{B}^*}^2} \left[(p_1 + p_3)_\mu + \frac{m_B^2 - m_\pi^2}{m_{\bar{B}^*}^2} p_{2\mu} \right] \epsilon_Z^{*\mu}(p_4); \\
 \mathcal{T}_2^{(Q_{1i}, Q_{2i})} &= T_2^{(Q_{1i}, Q_{2i})} g_{VVP} g_{ZBB^*} \frac{1}{t - m_{\bar{B}^*}^2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_{1\mu} p_{3\alpha} \epsilon_{B^*\nu}(p_1) \epsilon_{Z\beta}^*(p_4); \\
 \mathcal{T}_3^{(Q_{1i}, Q_{2i})} &= T_3^{(Q_{1i}, Q_{2i})} g_{PPV} g_{ZBB^*} \frac{1}{t - m_{\bar{B}^*}^2} p_{3\mu} \epsilon_{B^*}^\mu(p_1) \epsilon_{B^*}^\sigma(p_2) \epsilon_{Z\sigma}^*(p_4); \tag{5.15}
 \end{aligned}$$

enquanto que as amplitudes associadas aos diagramas de canal u , mostrados nas Figs. 13 e 15 são, respectivamente,

$$\begin{aligned}
 \mathcal{U}_1^{(Q_{1i}, Q_{2i})} &= U_1^{(Q_{1i}, Q_{2i})} g_{PPV} g_{ZBB^*} \frac{1}{u - m_{\bar{B}^*}^2} \left[(p_2 + p_3)_\mu + \frac{m_B^2 - m_\pi^2}{m_{\bar{B}^*}^2} p_{1\mu} \right] \epsilon_Z^{*\mu}(p_4); \\
 \mathcal{U}_3^{(Q_{1i}, Q_{2i})} &= U_3^{(Q_{1i}, Q_{2i})} g_{PPV} g_{ZBB^*} \frac{1}{u - m_{\bar{B}^*}^2} p_{3\mu} \epsilon_{B^*}^\mu(p_2) \epsilon_{B^*}^\sigma(p_1) \epsilon_{Z\sigma}^*(p_4). \tag{5.16}
 \end{aligned}$$

As quantidades $T_r^{(Q_{1i}, Q_{2i})}$ e $U_r^{(Q_{1i}, Q_{2i})}$ ($r = 1, \dots, 3$) que aparecem nas eqs. (5.15) e (5.16) são os coeficientes de isospin das amplitudes de espalhamento para os canais t e u , respectivamente, e são definidos na tabela 7; (Q_{1i}, Q_{2i}) denota as cargas das partículas no estado inicial; p_1, p_2 (p_3, p_4) representam os momentos das partículas nos estados inicial (final); $m_B, m_{B^*}, m_{\bar{B}}, m_{\bar{B}^*}$ e m_π são as massas médias de $B, B^*, \bar{B}, \bar{B}^*$ e dos mésons π ;

$\epsilon_{B^*}(p_1)$ e $\epsilon_{Z_b^{(\prime)}}^*(p_4)$ são os vetores de polarização dos mésons B^* e dos estados exóticos $Z_b^{(\prime)}$, respectivamente.

No caso da produção de $Z_b^{\prime+}$, não existem diagramas, na ordem dominante, contribuindo para a reação $\bar{B}B \rightarrow \pi Z_b^{\prime}$, uma vez que não existe vértice do tipo $B\bar{B}^*Z_b^{\prime}$. Portanto, as amplitudes relacionadas aos diagramas de canal t mostrados na Fig. 17 para o processo $\bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b^{\prime}$ são,

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_5^{(Q_{1i}, Q_{2i})} &= T_5^{(Q_{1i}, Q_{2i})} g_{VVP} g_{Z'B^*B^*} \frac{1}{t - m_{B^*}^2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon^{\lambda\sigma\gamma} p_{1\lambda} p_{3\gamma} p_{4\mu} \\ &\quad \times \epsilon_{B^*\sigma}(p_1) \epsilon_{B^*\alpha}(p_2) \epsilon_{Z_b^{\prime\nu}}^*(p_4); \end{aligned} \quad (5.17)$$

enquanto que as amplitudes relacionadas aos diagramas do canal u mostrados nas Figs. 16 e 17 associados aos processos $\bar{B}^*B, \bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b^{\prime}$ são, respectivamente,

$$\begin{aligned} \mathcal{U}_4^{(Q_{1i}, Q_{2i})} &= U_4^{(Q_{1i}, Q_{2i})} g_{PPV} g_{Z'B^*B^*} \frac{1}{u - m_{B^*}^2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_{4\mu} \left[(p_2 + p_3)_\alpha + \frac{m_B^2 - m_\pi^2}{m_{B^*}^2} p_{1\alpha} \right] \\ &\quad \times \epsilon_{B^*\beta}(p_1) \epsilon_{Z_b^{\prime\nu}}^*(p_4); \\ \mathcal{U}_5^{(Q_{1i}, Q_{2i})} &= U_5^{(Q_{1i}, Q_{2i})} g_{VVP} g_{Z'B^*B^*} \frac{1}{u - m_{B^*}^2} \epsilon^{\mu\nu\beta\alpha} \epsilon^{\lambda\gamma\delta} p_{2\gamma} p_{3\lambda} p_{4\mu} \\ &\quad \times \epsilon_{\bar{B}^*\beta}(p_1) \epsilon_{B^*\delta}(p_2) \epsilon_{Z_b^{\prime\nu}}^*(p_4). \end{aligned} \quad (5.18)$$

Novamente, os coeficientes de isospin $T_4^{(Q_{1i}, Q_{2i})}$, $U_4^{(Q_{1i}, Q_{2i})}$ e $U_5^{(Q_{1i}, Q_{2i})}$ são definidos na tabela 7.

As amplitudes de espalhamento associadas com os processos inversos $\pi Z_b^{(\prime)+} \rightarrow \bar{B}B, \bar{B}^*B, \bar{B}^*B^*$ e $\pi Z_b^{\prime+} \rightarrow \bar{B}^*B, \bar{B}^*B^*$ podem ser determinadas exatamente da maneira como foi feita acima, basta usar a correspondência $p_1 \leftrightarrow p_3$ e $p_2 \leftrightarrow p_4$.

Neste momento, temos tudo que precisamos para determinar as seções de choque, levando em conta os fatores de spin e isospin das partículas, dos processos $\bar{B}B, \bar{B}^*B, \bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b^{(\prime)+}$. A seção de choque é definida, no referencial do centro de massa (CM), como (ver apêndice C)

$$\sigma_r(s) = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{|\vec{p}_f|}{|\vec{p}_i|} \int d\Omega \overline{\sum_{S,I}} |\mathcal{M}_r(s, \theta)|^2, \quad (5.19)$$

em que $r = 1, 2, 3$ rotula os processos associados com a produção de Z_b^+ e $r = 4, 5$ rotula os processos associados com a produção de $Z_b^{\prime+}$, conforme a notação introduzida acima; \sqrt{s} é a energia do centro de massa; $|\vec{p}_i|$ e $|\vec{p}_f|$ são os tri-momentos das partículas iniciais e finais no referencial do centro de massa, respectivamente, cujas expressões são dadas pela eq. (C.32); o símbolo $\overline{\sum_{S,I}}$ representa a soma sobre os spins e isospins das partículas em seus estados iniciais e finais, dividido pelos fatores de degenerescência do isospin e do spin das duas partículas que formam o estado inicial da reação r , isto é,

$$\overline{\sum_{S,I}} |\mathcal{M}_r|^2 = \frac{1}{(2I_{1i,r} + 1)(2I_{2i,r} + 1)} \frac{1}{(2S_{1i,r} + 1)(2S_{2i,r} + 1)} \sum_{S,I} |\mathcal{M}_r|^2, \quad (5.20)$$

Tabela 7 – Coeficientes de $T_r^{(Q_{1i}, Q_{2i})}$ e $U_r^{(Q_{1f}, Q_{2f})}$ ($r = 1, \dots, 5$) que aparecem nas Eqs. (5.15) e (5.16).

Diagrama	Processos	$T_r^{(Q_{1i}, Q_{2i})}$ ou $U_r^{(Q_{1i}, Q_{2i})}$
(1a)	$B^- B^+ \rightarrow \pi^- Z_b^+$	1
(1b)	$\bar{B}^0 B^0 \rightarrow \pi^- Z_b^+$	-1
(1c)	$\bar{B}^0 B^+ \rightarrow \pi^0 Z_b^+$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
(1d)	$\bar{B}^0 B^+ \rightarrow \pi^0 Z_b^+$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
(2a)	$B^{*-} B^+ \rightarrow \pi^- Z_b^+$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
(2b)	$\bar{B}^{*0} B^+ \rightarrow \pi^0 Z_b^+$	$\frac{1}{2}$
(3a)	$B^{*-} B^{*+} \rightarrow \pi^- Z_b^+$	2
(3b)	$\bar{B}^{*0} B^{*0} \rightarrow \pi^- Z_b^+$	-2
(3c)	$\bar{B}^{*0} B^{*+} \rightarrow \pi^0 Z_b^+$	$\sqrt{2}$
(3d)	$\bar{B}^{*0} B^{*+} \rightarrow \pi^0 Z_b^+$	$\sqrt{2}$
(4a)	$\bar{B}^{*0} B^0 \rightarrow \pi^- Z_b'^+$	1
(4b)	$\bar{B}^{*0} B^+ \rightarrow \pi^0 Z_b'^+$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
(5a)	$B^{*-} B^{*+} \rightarrow \pi^- Z_b'^+$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
(5b)	$\bar{B}^{*0} B^{*0} \rightarrow \pi^- Z_b'^+$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
(5c)	$\bar{B}^{*0} B^{*+} \rightarrow \pi^0 Z_b'^+$	$-\frac{1}{2}$
(5d)	$\bar{B}^{*0} B^{*+} \rightarrow \pi^0 Z_b'^+$	$-\frac{1}{2}$

em que

$$\sum_{S,I} |\mathcal{M}_r|^2 = \sum_{Q_{1i}, Q_{2i}} \left[\sum_S |\mathcal{M}^{(Q_{1i}, Q_{2i})}|^2 \right]. \quad (5.21)$$

Observe que as cargas das duas partículas que formam o estado inicial dos processos mostrados nas Figs. 13-17 podem ser combinados, dando uma carga total $Q_r = Q_{1i} + Q_{2i} = 0, +1$. Nos nossos casos em análise, nós temos três possibilidades, quais sejam: $(0, 0)$, $(-, +)$ e $(0, +)$, resultando

$$\sum_{S,I} |\mathcal{M}_r|^2 = \sum_S \left(|\mathcal{M}_r^{(0,0)}|^2 + |\mathcal{M}_r^{(-,+)}|^2 + |\mathcal{M}_r^{(0,+)}|^2 \right). \quad (5.22)$$

Cada amplitude $\mathcal{M}_r^{(Q_{1i}, Q_{2i})}$ na eq. (5.21) pode ser escrita, em geral, como

$$\mathcal{M}_r^{(Q_{1i}, Q_{2i})} = \mathcal{T}_r^{(Q_{1i}, Q_{2i})} + \mathcal{U}_r^{(Q_{1i}, Q_{2i})}, \quad (5.23)$$

em que $\mathcal{T}_r^{(Q_{1i}, Q_{2i})}$ e $\mathcal{U}_r^{(Q_{1i}, Q_{2i})}$ são as amplitudes dos canais t e u dadas nas eqs. (5.15)-(5.18).

Agora, com as amplitudes de espalhamento de cada reação r para os processos de produção e absorção podemos calcular a seção de choque de todos os processos em análise. Os resultados desses cálculos das seções de choque são apresentados na próxima seção.

5.4 Resultados

Nesta seção, vamos analisar as seções de choque de produção dos estados $Z_b^{(\prime)+}$ como uma função da energia do centro de massa, \sqrt{s} . Os valores das quantidades físicas e das constantes de acoplamento usadas aqui são as retiradas da referência [4]: $m_\pi = 137.3$ MeV; $m_B = 5279.4$ MeV; $m_{B^*} = 5324.8$ MeV; $m_Z = 10607.2$ MeV; $m_{Z'} = 10652.2$ MeV; $m_V \equiv m_\rho = 775$ MeV; e $f = 93$ MeV. Para os valores das constantes de acoplamento g_{ZBB^*} e $g_{Z'B^*B^*}$, introduzidas na eq. (5.13), os valores considerados são aqueles obtidos na referência [96], valores que estão de acordo com os que são usados na referência [31]:

$$\begin{aligned} g_{ZBB^*} &= 13.10_{-0.88}^{+0.83} \text{ GeV}, \\ g_{Z'B^*B^*} &= 1.04_{-0.1}^{+0.1}. \end{aligned} \quad (5.24)$$

Para ser levada em consideração as incertezas associadas a essas constantes de acoplamento, os resultados das seções de choque discutidas abaixo serão representados por regiões sombreadas nos gráficos.

Na Fig. 18, as seções de choque de produção de Z_b^+ são plotadas como funções do centro de massa, \sqrt{s} . As seções de choque são da ordem de $3 \times 10^{-3} - 5 \times 10^{-2}$ mb para as energias de centro de massa compreendidas entre $10.80 \leq \sqrt{s} \leq 11.05$ GeV. A partir da figura podemos ver que a maior contribuição para a produção de Z_b^+ vem da reação de $B\bar{B}$ no estado inicial. A seção de choque $\bar{B}B \rightarrow \pi Z_b$ é maior que as outras por um fator de cerca de 2-3.

As seções de choque de produção do estado $Z_b^{\prime+}$ são plotadas na Fig. 19 como funções da energia do centro de massa, \sqrt{s} . Lembre-se que neste caso não existe reação para os estados iniciais do tipo $\bar{B}B$ na ordem dominante, os dois relevantes processos têm as seções de choque encontradas na ordem de $\sim 6 \times 10^{-4} - 2 \times 10^{-2}$ mb para $10.82 \leq \sqrt{s} \leq 11.05$ GeV, mas com a reação de estado inicial \bar{B}^*B^* tendo a maior magnitude de seção de choque por um fator de cerca de 2-3.

Para completar os objetivos do capítulo, as seções de choque dos processos inversos também devem ser analisadas. Na Fig. 20, as seções de choque absorção de Z_b^+ são plotadas como funções da energia do centro de massa, \sqrt{s} . Elas são da ordem de $\sim 8 \times 10^{-2} - 6 \times 10^{-1}$ mb para $10.80 \leq \sqrt{s} \leq 11.05$ GeV. Como podemos ver, a reação com estado final \bar{B}^*B^* tem uma seção de choque maior por uma fator de cerca de 3-4 com respeito as outras duas reações de absorção.

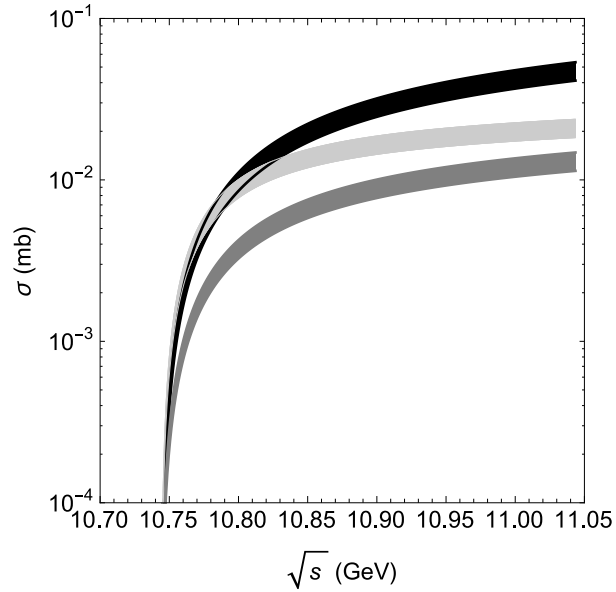


Figura 18 – Seções de choque dos processos $\bar{B}B \rightarrow \pi Z_b$ (região sombreada escura), $\bar{B}^*B \rightarrow \pi Z_b$ (região sombreada média) e $\bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b$ (região sombreada clara), como funções da energia do centro de massa, \sqrt{s} .

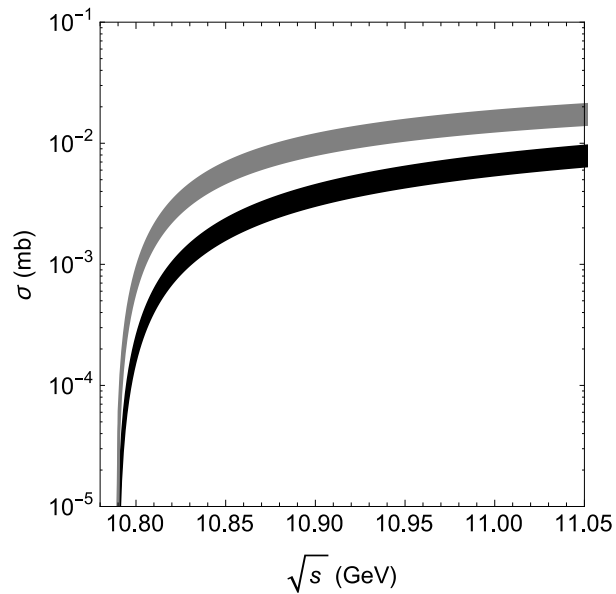


Figura 19 – Seções de choque dos processos $\bar{B}^*B \rightarrow \pi Z_b'$ (região sombreada escura) e $\bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b'$ (região sombreada clara), como funções da energia do centro de massa, \sqrt{s} .

Além disso, outro ponto relevante é a comparação entre as seções de choque de produção e de absorção de Z_b^+ , relatadas nas Figs. 18 e 20, respectivamente: as seções de choque de produção de Z_b são menores do que as seções de choque de absorção por um fator de aproximadamente 2-10, dependendo do canal de reação específico. A essência da diferença entre as seções de choque de produção e absorção é devido aos efeitos cinemáticos.

Na Fig. 21, as seções de choque de absorção de Z_b^+ são plotadas como funções

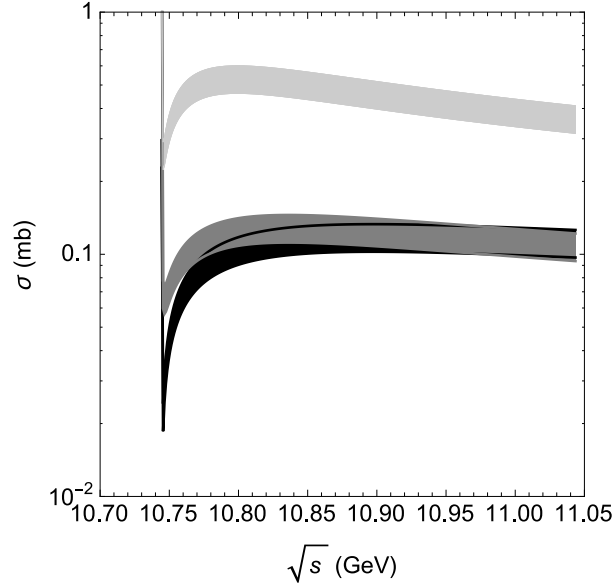


Figura 20 – As seções de choque do processo $\pi Z_b \rightarrow \bar{B}B$ (região sombreada escura), $\pi Z_b \rightarrow \bar{B}^*B$ (região sombreada média) $\pi Z_b \rightarrow \bar{B}^*B^*$ (região sombreada clara), como funções da energia do centro de massa, \sqrt{s} .

da energia do centro de massa, \sqrt{s} . A ordem encontrada para essas seções de choque é de $4 \times 10^{-2} - 3 \times 10^{-1}$ mb para $10.82 \leq \sqrt{s} \leq 11.05$ GeV. A reação com o estado final \bar{B}^*B^* tem a maior seção de choque por um fator de cerca de 2-3 com respeito a seção de choque cujo estado final é \bar{B}^*B . Além disso, pode-se notar que as seções de choque de absorção de Z_b' na Fig. 19 são maiores do que as seções de choque de produção Z_b' na Fig. 21 por um factor de cerca de 8-10, dependendo do canal específico. Esse comportamento é qualitativamente semelhante ao caso envolvendo o estado Z_b .

Os resultados obtidos nesse capítulo podem ser comparados com os resultados obtidos no capítulo 4. No capítulo anterior, as seções de choque de produção de $Z_b^{(\prime)}$ foram analisadas utilizando-se a teoria efetiva de mésons pesados, tomando como guia as simetrias $SU(3)_L \times SU(3)_R$ e de quarks pesados [45]. Considerando as escalas relevantes nesta abordagem, $|\vec{p}_\pi|$ deve ser muito menor que $\Lambda_\chi = 4\pi f_\pi \sim 1$ GeV. Esse fato gera um intervalo de validade para a energia de colisão de cada processo. Assim, restringindo a comparação às faixas de energia em que os resultados aqui encontrados são válidos, pode-se notar que as seções de choque de produção de $Z_b^{(\prime)+}$ encontradas no presente capítulo são menores por um fator de cerca de 10, em relação aos resultados de produção encontrados no capítulo anterior quando o fator que é incorporado às constantes de acoplamento z e z' é de $\sqrt{8m_1m_2m_{Z'}}$. Na situação em que o fator incorporado às constantes de acoplamento $z^{(\prime)}$ elimina o fator $\sqrt{8}$, as seções de choque de produção em ambas abordagens são da mesma ordem de magnitude, o que mostra a consistência entre as duas abordagens realizadas neste trabalho de tese.

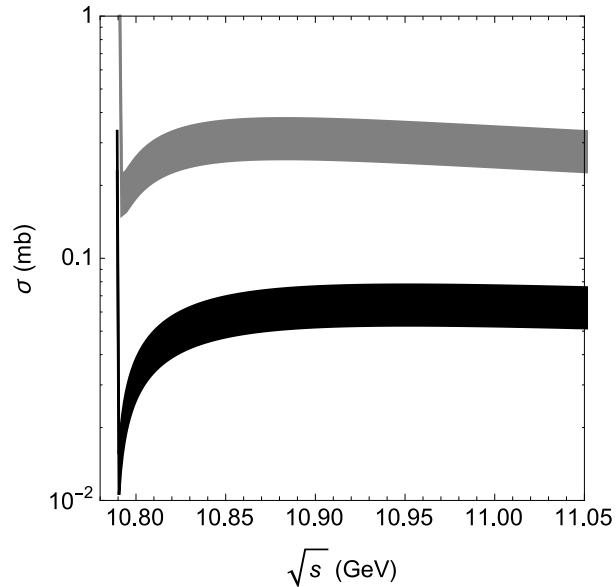


Figura 21 – Seções de choque dos processos $\pi Z'_b \rightarrow \bar{B}^* B$ (região sombreada escura) e $\pi Z'_b \rightarrow \bar{B}^* B^*$ (região sombreada clara), como funções da energia do centro de massa, \sqrt{s} .

5.4.1 Inclusão dos fatores de forma

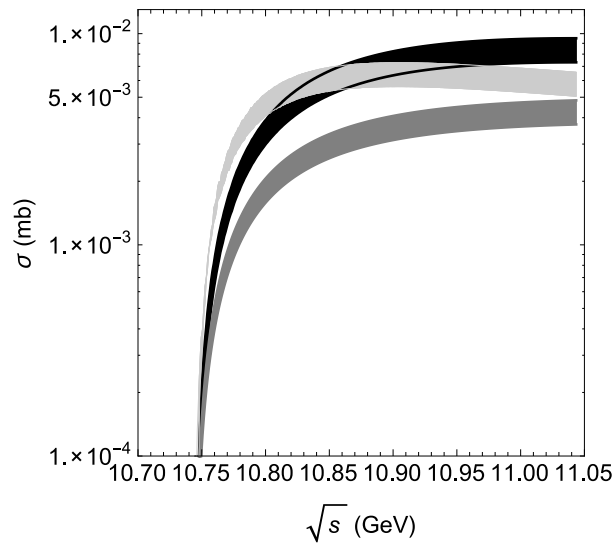


Figura 22 – Seções de choque, **com a inclusão do fator de forma**, dos processos $\bar{B}B \rightarrow \pi Z_b$ (região sombreada escura), $\bar{B}^*B \rightarrow \pi Z_b$ (região sombreada média) e $\bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z_b$ (região sombreada clara), como funções da energia do centro de massa, \sqrt{s} .

Podemos também incluir fatores de forma nos vértices ao avaliar as seções de choque para os processos de produção e absorção discutidos acima. Seguindo as refs. [35, 37], nós introduzimos o fator de forma do tipo

$$F(\vec{q}) = \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + \vec{q}^2} \quad (5.25)$$

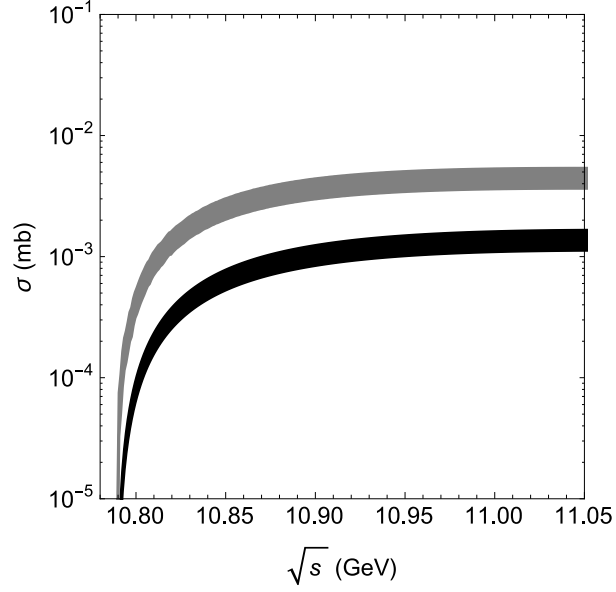


Figura 23 – Seções de choque, **com a inclusão do fator de forma**, dos processos $\bar{B}^*B \rightarrow \pi Z'_b$ (região sombreada escura) e $\bar{B}^*B^* \rightarrow \pi Z'_b$ (região sombreada clara), como funções da energia do centro de massa, \sqrt{s} .

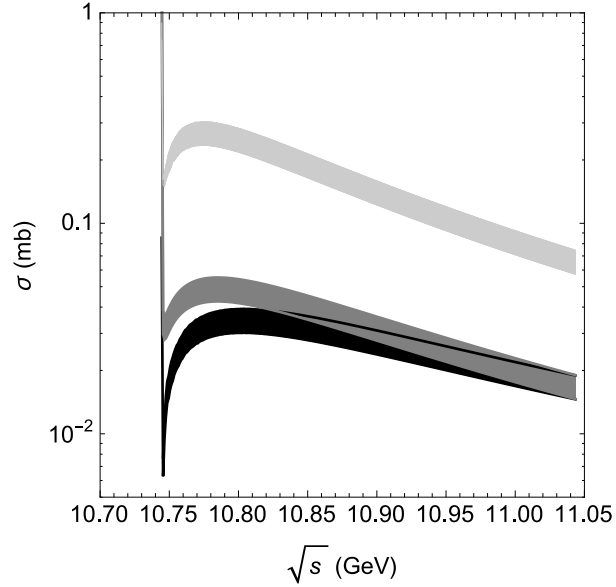


Figura 24 – As seções de choque, **com a inclusão do fator de forma**, do processo $\pi Z_b \rightarrow \bar{B}B$ (região sombreada escura), $\pi Z_b \rightarrow \bar{B}^*B$ (região sombreada média) $\pi Z_b \rightarrow \bar{B}^*B^*$ (região sombreada clara), como funções da energia do centro de massa, \sqrt{s} .

nos cálculos das seções de choque para cada um dos vértices de canais t e u trocando mésons pesados, com $\Lambda = 2,0$ GeV sendo o *cutoff* e \vec{q} o momento de transferência no sistema de referência do centro de massa [observe que o momento de transferência é: $\vec{q} = (\vec{p}_{1CM} - \vec{p}_{3CM})$ para o canal t , e $\vec{q} = (\vec{p}_{1CM} - \vec{p}_{4CM})$ para o canal u]. A inclusão dos fatores de forma resulta em uma mudança de magnitude das seções de choque obtidas

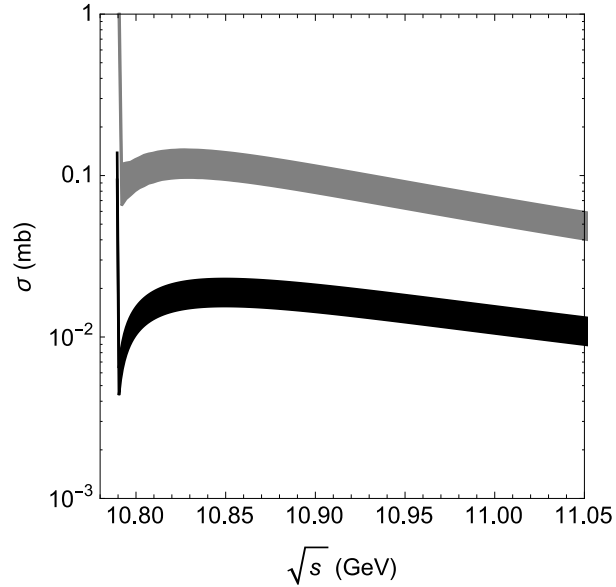


Figura 25 – Seções de choque, **com a inclusão do fator de forma**, dos processos $\pi Z'_b \rightarrow \bar{B}^* B$ (região sombreada escura) e $\pi Z'_b \rightarrow \bar{B}^* B^*$ (região sombreada clara), como funções da energia do centro de massa, \sqrt{s} .

anteriormente, especialmente em altas energias.

Nas Figs. 22-25 nós mostramos as seções de choque para as diferentes reações estudadas neste capítulo quando incluímos os fatores de forma na eq.(5.25) usando $\Lambda = 2.0$ GeV. Como esperado, a análise feita antes permanece qualitativamente válida, mas as magnitudes das seções de choque sofrem uma redução, especialmente em energias mais elevadas.

Um dos pontos principais deste capítulo é que, para as reações envolvendo os estados Z_b e Z'_b , as seções de choque de absorção são maiores do que as seções de choque de produção, mas da mesma ordem de magnitude. Esse fato pode dar uma probabilidade de sobrevivência significativa de $Z_b^{(\prime)}$ em colisões de íons pesados. Portanto, conforme discutido no início desse capítulo, a existência da chance dos estados exóticos investigados sobreviverem em um meio hadrônico nos fornece bons argumentos para procedermos o cálculo da seção de choque térmica média de $Z_b^{(\prime)}$ num gás de hádrons, num trabalho posterior, com o objetivo de estimar a abundância desses estados $Z_b^{(\prime)}$ na matéria hadrônica e alcançar um maior entendimento da estrutura interna desses objetos, de maneira similar ao que foi feito no caso da partícula $X(3872)$ [36].

6 Conclusões

O estudo das propriedades exóticas da matéria fortemente interagente é um tema de grande relevância e interesse para a física hadrônica na atualidade, especialmente devido às recentes descobertas de novos e controversos estados de hádrons que não conseguem ser interpretados a partir dos hádrons usuais, a saber, os bárions e os mésons. Assim, estuda-se, no contexto das interações fortes, as propriedades destes hádrons exóticos.

Motivados pelos trabalhos realizados sobre a produção e absorção do estado exótico $X(3872)$ num meio hadrônico, neste trabalho, realizamos uma investigação sobre a produção e absorção dos estados $Z_b^{(\prime) +}$, via teorias de campos efetivas, construídas e amparadas nas simetrias de sabor e de spin dos quarks pesados e na simetria dos sabores leves. Para obtermos as lagrangianas que pudessem nos fornecer os ingredientes necessários para a realização da investigação pretendida, ou seja, que nos fornecessem os ingredientes para os cálculos da produção e absorção dos estados exóticos $Z_b^{(\prime) +}$, seguimos dois caminhos capazes de nos conduzir a lagrangianas que acoplam os mésons leves e os mésons pesados, quais sejam, um caminho via a extensão $SU(4)$ da simetria de gauge escondida e o outro através da teoria efetiva dos mésons pesados.

Ao computarmos a seção de choque de produção e absorção, via a simetria de gauge escondida, um dos pontos principais a que chegamos foi que para as reações envolvendo os estados Z_b e Z_b' , as seções de choque de absorção eram superiores às seções de choque de produção, mas comparáveis com elas. Este fato sugere uma probabilidade significativa de sobrevivência dos $Z_b^{(\prime)}$ em colisões de íons pesados. Ao computarmos a seção de choque de produção dos estados Z_b e Z_b' via a teoria efetiva dos mésons pesados, com a incorporação do fator de $\sqrt{8}$ nas constantes de acoplamento $z^{(\prime)}$, obtemos que as seções de choque de produção desses estados são da ordem de 10 vezes maior que as obtidas via teoria efetiva de gauge escondida. Essa discrepância está associada ao fator $\sqrt{8}$ que foi incorporado às constantes de acoplamento $z^{(\prime)}$, pois ao realizarmos os cálculos sem a inclusão do fator $\sqrt{8}$, a partir de uma outra normalização dos campos pesados, em sua aproximação não-relativística, os resultados de produção dos estados $Z_b^{(\prime)}$ foram da mesma ordem de grandeza.

Os resultados, portanto, sugerem uma probabilidade significativa de sobrevivência dos estados $Z_b^{(\prime)}$ em colisões de íons pesados o que nos direciona a uma extensão natural dos estudos aqui realizados, que é a investigação da medida de multiplicidade desses estados, pois esta medida ajudaria a inferir a relevância dos efeitos hadrônicos sobre as propriedades dos estados $Z_b^{(\prime)}$ e suas estruturas internas. Assim, a sobrevivência das seções de choque de produção, ainda que menor que a de absorção, é uma característica importante na

determinação da abundância de Z_b e Z'_b . Dentro desta perspectiva, o presente trabalho deve ser considerado como parte de estudos futuros sobre os estados investigados com o objetivo de contribuir para o entendimento e estabelecimento da estrutura interna desses estados.

APÊNDICE A – Espectroscopia hadrônica

A.1 Momento angular total \mathbf{J}

Para uma partícula com spin s existem dois operadores vetoriais cujas componentes satisfazem relação de comutação de momento angular, que são o momento angular orbital $\mathbf{L} = \mathbf{L} \otimes \hat{1}_S$ (um operador independente de spin estendido ao espaço produto) e o spin $\mathbf{S} = \hat{1}_r \otimes \mathbf{S}$ (um operador independente dos graus de liberdade associados à posição, estendidos também ao espaço produto através do operador identidade do espaço da partícula sem spin, $\hat{1}_r$). Esses operadores comutam entre si, pois na realidade agem sobre fatores distintos no espaço-produto. A partir dos operadores \hat{L} e \hat{S} estendidos ao espaço produto é possível definir o momento angular total \mathbf{J} da partícula com spin como [81,97–99]:

$$\mathbf{J} \equiv \mathbf{L} \otimes \hat{1}_S + \hat{1}_r \otimes \mathbf{S} \quad (\text{A.1})$$

ou simplesmente

$$\mathbf{J} \equiv \mathbf{L} + \mathbf{S} \quad (\text{A.2})$$

onde as componentes do operador \mathbf{L} e \mathbf{S} satisfazem, respectivamente, as seguintes relações de comutação:

$$[L_i, L_j] = i\epsilon_{ijk}L_k, \quad i, j, k = 1, 2, 3. \quad (\text{A.3})$$

e

$$[S_i, S_j] = i\epsilon_{ijk}S_k, \quad i, j, k = 1, 2, 3. \quad (\text{A.4})$$

em que ϵ_{ijk} é o tensor de Levi-Civita. Como o spin e o momento angular comutam:

$$[L_i, S_j] = 0; \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (\text{A.5})$$

as componentes de \mathbf{J} satisfazem as mesmas regras de comutação de \mathbf{L} e \mathbf{S} :

$$[J_i, J_j] = i\epsilon_{ijk}J_k, \quad i, j, k = 1, 2, 3. \quad (\text{A.6})$$

Portanto, o quadrado do momento angular, \mathbf{J}^2 , comuta com as componentes J_i e podemos diagonalizar \mathbf{J}^2 e J_3 ;

$$\begin{aligned} \mathbf{J}^2 |jm_j\rangle &= j(j+1) |jm_j\rangle, \\ J_3 |jm_j\rangle &= m_j |jm_j\rangle, \\ m_j &= -j, -j+1, \dots, +j \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

em que j é o autovalor do momento angular total e m_j o momento magnético associado ao j .

Por outro lado, das relações de comutação de (A.3) e (A.4), podemos escrever:

$$\begin{aligned}\mathbf{L}^2 |lm_l\rangle &= l(l+1) |nlm_l\rangle, \\ L_3 |lm_l\rangle &= m_l |nlm_l\rangle, \\ \mathbf{S}^2 |sm_s\rangle &= s(s+1) |sm_s\rangle, \\ S_3 |sm_s\rangle &= m_s |sm_s\rangle.\end{aligned}\tag{A.8}$$

em que n é o número quântico principal; l é o autovalor do momento angular; m_l momento magnético associado ao l ; s é o spin e m_s é o momento de spin.

É interessante saber responder qual a relação entre os autovalores do momento angular total j e os autovalores do momento angular orbital l e do spin s , bem como qual a correspondência entre os autovetores $|jm_j\rangle$ dos operadores \mathbf{J} e os autovetores $|nlm_l\rangle$ e $|sm_s\rangle$ dos operadores \mathbf{L} e \mathbf{S} , respectivamente¹.

Usando $[L, \mathbf{S}] = 0$ e as relações de comutação para \mathbf{L} , \mathbf{S} e \mathbf{J} é possível verificar que

$$[\mathbf{J}^2, \mathbf{L}^2] = [\mathbf{J}^2, \mathbf{S}^2] = [J_3, \mathbf{L}^2] = [J_3, \mathbf{S}^2] = 0\tag{A.9}$$

mas

$$[\mathbf{J}^2, L_3] \neq 0\tag{A.10}$$

e

$$[\mathbf{J}^2, S_3] \neq 0.\tag{A.11}$$

Como $[\mathbf{J}^2, J_3] = 0$ e $J_3 = L_3 + S_3$, segue que

$$[\mathbf{J}^2, L_3] = -[\mathbf{J}^2, S_3].\tag{A.12}$$

Esses resultados mostram que o quadrado do operador momento angular total \mathbf{J}^2 não é compatível com as componentes L_3 e S_3 do operador momento angular orbital e do spin, respectivamente. Dessa forma, os vetores $|nlm_l\rangle \otimes |sm_s\rangle = |nlm_lsm_s\rangle$ não são, em geral, autovetores de \mathbf{J}^2 .

Como esses vetores estendidos ao espaço-produto, $|nlm_lsm_s\rangle$, são autovetores de L_3 e S_3 , lembrando que $J_3 = L_3 + S_3$, eles são também autovetores de J_3 com autovalor $(m_l + m_s) = m_j$. Como \mathbf{L}^2 , \mathbf{S}^2 e J_3 comutam com \mathbf{J}^2 , o fato de que os vetores $|nlm_lsm_s\rangle$

¹ Ao afirmarmos que os autovetores $|jm_j\rangle$ são autovetores do operador \mathbf{J} , estamos querendo informar, em economia de linguagem, que os autovetores $|jm_j\rangle$ são autoestados dos operadores \mathbf{J}^2 e J_3 . A mesma observação vale para os autovetores $|nlm_l\rangle$, em relação ao operador \mathbf{L} , e para os autovetores $|sm_s\rangle$, em relação ao operador \mathbf{S} .

não sejam em geral autovetores deste operador (\mathbf{J}^2) deve ser atribuído ao fato de que existem diferentes combinações de autovalores m_l e m_s de L_3 e S_3 , respectivamente, que levam ao mesmo autovalor $(m_l + m_s) = m_j$ de J_3 . Estes argumentos são suficientes para indicar que os autovetores simultâneos de \mathbf{L}^2 , \mathbf{S}^2 , \mathbf{J}^2 e J_3 , $|nlsm_j\rangle$, podem ser escritos como combinações lineares dos autovetores de \mathbf{L}^2 , L_3 , \mathbf{S}^2 e S_3 com os autovalores desejados de \mathbf{L}^2 e \mathbf{S}^2 e com os autovalores de L_3 e S_3 tais que sua soma corresponda ao autovalor desejado de J_3 .

Devido às restrições gerais impostas pelas relações de comutação de momento angular total, os autovalores $j(j+1)$ de \mathbf{J}^2 , devem ser tais que $-j \leq m_j \leq j$. Portanto,

$$|nlsm_j\rangle = \sum_{m_l, m_s} C_{m_l m_s m_j}^{l s j} |nlm_l m_s\rangle \quad (\text{A.13})$$

em que os coeficientes $C_{m_l m_s m_j}^{l s j}$, chamados de coeficientes de Clebsch-Gordon, têm o significado das amplitudes de probabilidade

$$C_{m_l m_s m_j}^{l s j} = \langle nlm_l m_s | nlsm_j \rangle \quad (\text{A.14})$$

que se anulam a não ser que $m_l + m_s = m_j$ e $j \leq m_j \leq j$ o que implica, em particular, uma restrição sobre os valores de m_l e m_s na soma em (A.13).

A questão de determinar os valores possíveis de j , que define o autovalor do momento angular total \mathbf{J}^2 , para um dado valor de l , já conhecendo-se o spin s , pode ser respondida através de contagem apropriada dos estados $|nlm_l m_s\rangle$. Em todo caso deve valer:

$$j_{\min} = |l - s| \leq j \leq j + s = j_{\max}, \quad \Delta j = \text{inteiro}. \quad (\text{A.15})$$

Os valores possíveis de j serão inteiros se ambos os momentos angulares constituintes (l e s) forem inteiros ou ambos forem semi-inteiros e serão semi-inteiros se um deles for inteiro e o outro for semi-inteiro.

Estamos num bom momento para alicerçar a base do que vamos classificar de notação espectroscópica, notação em que os estados são denotados por:

$${}^{2s+1}l_j \quad (\text{A.16})$$

e em vez de se colocar o valor numérico do momento angular l , é convencional escrever S, P, D, F, \dots para $l = 0, 1, 2, 3, \dots$, respectivamente.

A.2 Invariância rotacional

A conservação do momento angular é uma consequência da invariância rotacional e expressa o fato de que todas as direções no espaço são fisicamente equivalentes. Em

particular, quando um sistema isolado de partículas é rodado como um todo, por um ângulo fixo θ , em torno do eixo z , o vetor posição \vec{r}_i de qualquer partícula i de coordenadas (x_i, y_i, z_i) irá mudar para um novo valor $\vec{r}_i' = (x_i', y_i', z_i')$:

$$\begin{aligned} x_i &\rightarrow x_i' = x_i \cos \theta - y_i \sin \theta, \\ y_i &\rightarrow y_i' = x_i \sin \theta + y_i \cos \theta, \\ z_i &\rightarrow z_i' = z_i. \end{aligned} \tag{A.17}$$

Correspondentemente, o hamiltoniano $H(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots)$ será substituído por um novo hamiltoniano, $H(\vec{r}_1', \vec{r}_2', \dots)$. No entanto, se o sistema é invariante por rotação, estes dois hamiltonianos devem ser os mesmos, isto é,

$$H(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots) = H(\vec{r}_1', \vec{r}_2', \dots). \tag{A.18}$$

Esta propriedade de invariância é válida para qualquer sistema isolado (sem interação, por exemplo, com um campo magnético externo) e também para o caso de uma partícula movendo-se em um potencial central $V(r)$, com o Hamiltoniano

$$H = -\frac{1}{2m} \nabla^2 + V(r),$$

em que

$$r = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}$$

como usual. Vamos mostrar a conservação do momento angular apenas para o caso de partículas sem spin e enunciar o resultado para estados de partículas com spin.

A.2.1 Conservação do momento angular

Começamos derivando a lei da conservação do momento angular para uma única partícula, de spin 0, movendo-se sob interação de um potencial central, $V(r)$. Para fazer isso, precisamos apenas considerar rotações infinitesimais. A rotação infinitesimal de apenas uma partícula, através de um ângulo infinitesimal $\delta\theta$, em torno do eixo z , reduz a eq. (A.17) à

$$x' = x - y\delta\theta, \quad y' = x\delta\theta + y, \quad z' = z.$$

O operador de rotação, $\hat{R}_z(\delta\theta)$, pode ser definido da seguinte forma:

$$\hat{R}_z(\delta\theta)\psi(\vec{r}) \equiv \psi(\vec{r}') = \psi(x - y\delta\theta, x\delta\theta + y, z). \tag{A.19}$$

em que $\psi(\vec{r}) \equiv \langle \vec{r} | \psi \rangle$ é a função de estado projetada no espaço das posições. Expandindo o lado direito da equação acima até primeira ordem em $\delta\theta$, obtemos

$$\psi(\vec{r}') = \psi(\vec{r}) - \delta\theta \left(y \frac{\partial \psi}{\partial x} - x \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) = (1 + i\delta\theta \hat{L}_z) \psi(\vec{r}), \tag{A.20}$$

em que

$$\hat{L}_z \equiv L_3 = -i \left(x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right)$$

é a terceira componente (ou componente z) do operador momento angular orbital, \mathbf{L} . Comparando (A.19) e (A.20), temos a fórmula explícita

$$\hat{R}_z(\delta\theta) = (1 + i\delta\theta\hat{L}_z)$$

para o operador de rotação (ao longo do eixo z) em primeira ordem em $\delta\theta$. Não existe nada de especial com respeito à direção z . Assim, para uma rotação em relação a uma direção arbitrária, especificada por um vetor unitário, \hat{n} , temos

$$\hat{R}_{\hat{n}}(\delta\theta)\psi(\vec{r}) \equiv \psi(\vec{r}'), \quad (\text{A.21})$$

em que o operador \hat{L}_z em (A.20) é substituído pelo operador \mathbf{L} projetado ao longo da direção \hat{n} , isto é,

$$\hat{R}_{\hat{n}}(\delta\theta) = (1 + i\delta\theta\mathbf{L} \cdot \hat{n}) \quad (\text{A.22})$$

em primeira ordem em relação ao ângulo de rotação infinitesimal, $\delta\theta$.

A lei de conservação do momento angular orbital pode agora ser obtida. Aplicando $\hat{R}_{\hat{n}}(\delta\theta)$ na função de estado

$$\psi'(\vec{r}) = H(\vec{r})\psi(\vec{r})$$

temos

$$\hat{R}_{\hat{n}}\psi'(\vec{r}) = \hat{R}_{\hat{n}}H(\vec{r})\psi(\vec{r}), \quad (\text{A.23})$$

considerando a eq. (A.21), obtemos

$$\begin{aligned} \hat{R}_{\hat{n}}\psi'(\vec{r}) &\stackrel{(\text{A.21})}{=} \psi'(\vec{r}') = H(\vec{r}')\psi(\vec{r}') \\ &\stackrel{(\text{A.18})}{=} H(\vec{r})\psi(\vec{r}') \stackrel{(\text{A.21})}{=} H(\vec{r})\hat{R}_{\hat{n}}\psi(\vec{r}), \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

comparando a equação (A.23) e (A.24), temos, para uma função de estado arbitrária, $\psi(\vec{r})$,

$$\left(\hat{R}_{\hat{n}}H(\vec{r}) - H(\vec{r})\hat{R}_{\hat{n}} \right) \psi(\vec{r}) = 0,$$

concluimos, portanto, que $\hat{R}_{\hat{n}}$ comuta com o operador hamiltoniano,

$$\left[\hat{R}_{\hat{n}}, H \right] = 0. \quad (\text{A.25})$$

Finalmente, substituindo (A.22) na relação de comutação acima, temos como resultado a conservação do momento angular orbital,

$$\left[\mathbf{L}, H \right] = 0 \quad (\text{A.26})$$

para uma partícula com spin 0, cujo o operador Hamiltoniano é invariante por rotação.

O argumento acima se aplica a uma partícula de spin-0 em um potencial central. Se a partícula tem spin $\neq 0$, então o momento angular total \mathbf{J} é a soma do momento angular orbital \mathbf{L} e do momento angular de spin \mathbf{S} [eqs. (A.1) e (A.2)], e a função de estado, digamos, Ψ , pode ser escrita como o produto de uma função de onda espacial, $\psi(\vec{r})$, por uma função de onda de spin, χ , isto é,

$$\Psi = \psi(\vec{r})\chi.$$

Para o caso de partículas com spin $\frac{1}{2}$, é comum o uso da notação $\chi = \alpha$, para denotar o estado de spin *up* ($S_3 = 1/2$); e $\chi = \beta$, para denotar o estado de spin *down* ($S_3 = -1/2$). É conveniente escrever o operador de spin- $\frac{1}{2}$ em termos das matrizes de Pauli, $\vec{\sigma}$, em que

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}\vec{\sigma} \quad (\text{A.27})$$

em que

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.28})$$

Então, α e β podem ser representados por

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.29})$$

que satisfazem as equações de autovalores

$$S_3\alpha = \frac{1}{2}\alpha, \quad S_3\beta = -\frac{1}{2}\beta, \quad (\text{A.30})$$

como requerido. Sob uma rotação, ambas as funções, a de spin e a espacial, irão se alterar. Nós não vamos discutir as propriedades da rotação em detalhe, mas simplesmente afirmar, sem provar, o resultado de que sob uma rotação através de um ângulo infinitesimal $\delta\theta$, ao longo de uma direção \hat{n} , o operador de rotação da equação (A.22) é generalizado para

$$\hat{R}_{\hat{n}}(\delta\theta) = (1 + i\delta\theta\mathbf{J} \cdot \hat{n}), \quad (\text{A.31})$$

de modo que

$$\Psi \rightarrow \Psi' = (1 + i\delta\theta\mathbf{J} \cdot \hat{n})\Psi. \quad (\text{A.32})$$

em que, conforme discutimos na subseção A.1, \mathbf{L} atua apenas na função de onda espacial, e \mathbf{S} atua no setor de spin da partícula, isto é,

$$\mathbf{J}\Psi = (\mathbf{L} + \mathbf{S})\Psi = (\mathbf{L}\psi(\vec{r}))\chi + \psi(\vec{r})(\mathbf{S}\chi).$$

Os argumentos que levaram à conservação do momento angular orbital, na ausência de spin podem ser aplicadas no presente caso, utilizando a equação (A.31) para o operador de rotação, e levar diretamente para a conservação do momento angular total,

$$[\mathbf{J}, H] = 0. \quad (\text{A.33})$$

Invariância rotacional não leva à conservação de \mathbf{L} e \mathbf{S} separadamente e, em geral, o momento angular orbital e de spin não são conservados, ou seja,

$$[\mathbf{L}, H] = -[\mathbf{S}, H] \neq 0, \quad (\text{A.34})$$

devido à presença de interações que dependem do spin. E, além disso, para que \mathbf{J} seja conservado e, portanto, comute com o operador hamiltoniano é necessário que o sistema seja isolado de interação externa. A consideração, por exemplo, de uma interação magnética externa pode frustrar a conservação do momento angular total \mathbf{J} .

A.2.2 Momento angular dos hádrons em geral

Mésons são estados ligados $q\bar{q}$, com o referencial de repouso do méson correspondendo ao referencial do centro-de-massa do sistema $q\bar{q}$. Neste estado do par quark-antiquark, existem o momento angular orbital, \mathbf{L} , e dois estados de spin para cada um dos constituintes dos mésons. Portanto, o operador total de spin, \mathbf{S} , será dado pela seguinte expressão: modo que em uma notação razoável, temos

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_q + \mathbf{S}_{\bar{q}}.$$

Como os dois quarks têm spins iguais a $s = \frac{1}{2}$, as únicas possibilidades de spins para este méson são $s = 0$ e $s = 1$. Para $l = 0$, $j = s$ e, em notação espectroscópica, os estados possíveis são:

$${}^{2s+1}l_j = {}^1S_0, {}^3S_1 \quad (l = 0). \quad (\text{A.35})$$

Para $l \geq 1$, os valores possíveis de j são: $j = l$, para os estados singleto ($s = 0$), e, $j = l + 1, l, l - 1$, para os estados tripleto ($s = 1$), situação na qual obtemos as quatro possibilidades abaixo:

$${}^{2s+1}l_j = {}^1l_l \quad (s = 0, l \geq 1), \quad {}^3l_{l+1}, {}^3l_l, {}^3l_{l-1} \quad (s = 1, l \geq 1). \quad (\text{A.36})$$

Bárions são estados ligados de três quarks, qqq . Seu referencial de repouso corresponde ao referencial do centro de massa do sistema qqq . Existem 2 momentos angulares orbitais associados com o movimento relativo dos três quarks. O primeiro é convencionalmente tomado como o momento angular orbital, \mathbf{L}_{12} de um par de quarks escolhido no referencial do centro de massa deste par. O segundo é o momento angular orbital \mathbf{L}_3 do terceiro quark (o quark ainda não considerado dentre os quarks do sistema qqq) com respeito ao centro de massa do par sobre o centro de massa geral do sistema. O momento angular orbital total é dado por

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_{12} + \mathbf{L}_3, \quad (\text{A.37})$$

enquanto o spin total é dado pela soma dos spins dos três quarks constituintes do bárion,

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3,$$

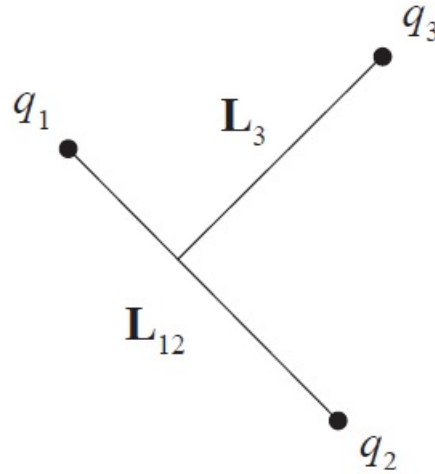


Figura 26 – Momento angular orbital total de um sistema de três quarks ligados

dessa forma, existem dois spins possíveis para os bárions, $s = \frac{1}{2}$ ou $s = \frac{3}{2}$. Os estados possíveis para os bárions, escritos em notação espectroscópica, são

$${}^2S_{1/2} \left(s = \frac{1}{2}, l = 0 \right); \quad {}^4S_{3/2} \left(s = \frac{3}{2}, l = 0 \right), \quad (\text{A.38})$$

$${}^2P_{1/2}, {}^2P_{3/2} \left(s = \frac{1}{2}, l = 1 \right); \quad {}^4P_{1/2}, {}^4P_{3/2}, {}^4P_{5/2} \left(s = \frac{3}{2}, l = 1 \right) \quad (\text{A.39})$$

e

$${}^2l_{l+1/2}, {}^2l_{l-1/2} \left(s = \frac{1}{2}, l \geq 2 \right);$$

$${}^4l_{l-3/2}, {}^4l_{l-1/2}, {}^4l_{l+1/2}, {}^4l_{l+3/2} \left(s = \frac{3}{2}, l \geq 2 \right) . \quad (\text{A.40})$$

O espectro de bárions é mais complexo que o dos mésons. No entanto, se nos restringirmos aos estados de menor energia, que possuem momento angular orbital $\mathbf{L}_{12} = \mathbf{L}_3 = 0$, então, apenas os estados da eq. (A.38) podem ocorrer, e o spin do bárion, $s_B = j$, pode ser $1/2$ ou $3/2$.

A.2.3 Momento angular dos hádrons pesados

Os hádrons pesados contêm um quark pesado bem como quarks leves e/ou antiquarks e glúons. Todos os graus de liberdade que não sejam os graus de liberdade do quark pesado são referidos como os graus de liberdade leve, ℓ . Por exemplo, um bárion pesado Qqq tem dois quarks qq , glúons e um número arbitrário de pares $q\bar{q}$ como os graus de liberdade leve, ℓ , além do quark pesado, Q . Já um méson pesado $Q\bar{q}$, tem, como graus de liberdade leve, o antiquark \bar{q} , glúons e um número arbitrário de pares $q\bar{q}$. Apesar da estrutura de quarks de valência dos hádrons usuais com um único quark pesado ser

simplificada, ela é eficiente, pois, embora os graus de liberdade leve sejam uma mistura complicada do antiquark \bar{q} (no caso dos mésons) ou dos quarks qq (no caso dos bárions), mais os glúons e os pares $q\bar{q}$, eles devem ter os números quânticos de um único antiquark \bar{q} , no caso do méson, ou dos dois quarks qq , no caso dos bárions [48].

O momento angular total do hádron pesado, \mathbf{J} , pode ser decomposto em duas partes, quais sejam, no spin do quark pesado, \mathbf{S}_Q , e no spin dos graus de liberdade leve, \mathbf{S}_ℓ :

$$\mathbf{J} = \mathbf{S}_Q + \mathbf{S}_\ell. \quad (\text{A.41})$$

O momento angular do hádron pesado, \mathbf{J} , é um operador conservado. Além do mais, o spin do quark pesado, \mathbf{S}_Q , no limite em que $m_Q \rightarrow \infty$ (simetria dos quarks pesados), também é uma quantidade conservada. Portanto, pela eq. (A.41), percebe-se que o spin dos graus de liberdade leve, \mathbf{S}_ℓ , também é uma quantidade conservada, quando estamos no contexto da simetria dos quarks pesados, ou seja, no limite em que $m_Q \rightarrow \infty$. A conservação de \mathbf{S}_ℓ , no limite $m_Q \rightarrow \infty$, é interessante, pois, apesar dos graus de liberdade leve do hádron pesado serem muito complicados, incluindo superposição de estados com diferentes números de partículas, o spin dos graus de liberdade leve é um bom número quântico no contexto de hádrons pesados. Vamos definir os números quânticos j , s_Q e s_ℓ como autovalores dos operadores $\mathbf{J}^2 = j(j+1)$, $\mathbf{S}_Q^2 = s_Q(s_Q+1)$ e $\mathbf{S}_\ell^2 = s_\ell(s_\ell+1)$ do estado do hádron pesado $H^{(Q)}$. Sabemos que $s_Q = 1/2$, portanto, concluímos que o hádron pesado, $H^{(Q)}$, é um dubleto HQS de dois estados degenerados (HQS *doublet*) com spin

$$j_\pm = s_\ell \pm \frac{1}{2} \quad (\text{A.42})$$

se $s_\ell \geq 1/2$. No caso de $s_\ell = 0$, temos apenas um estado com spin $j = 1/2$ e $H^{(Q)}$ é chamado de singlete HQS (HQS *singlet*).

A.3 Paridade

A operação de paridade ou inversão espacial, P , é uma operação que troca o sinal de um vetor polar. Por exemplo, vetores de posição, \vec{r} , e momento linear, \vec{p} , transformam-se, sob operação de paridade, como:

$$\vec{r} \xrightarrow{P} -\vec{r}, \quad \vec{p} \xrightarrow{P} -\vec{p} \quad (\text{A.43})$$

mas a operação de paridade deixa os vetores axiais invariantes. Por exemplo, o momento angular orbital, $\mathbf{L} = \vec{r} \times \vec{p}$, é invariante por uma operação de paridade, isto é

$$\mathbf{L} \xrightarrow{P} \mathbf{L} \quad (\text{A.44})$$

Um sistema é dito ser invariante sob a operação de paridade se o operador hamiltoniano do sistema se mantiver invariante sob P . Isto é, se

$$H(\vec{r}_1', \vec{r}_2', \dots) = H(-\vec{r}_1, -\vec{r}_2, \dots) = H(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots). \quad (\text{A.45})$$

Vamos começar analisando a transformação de paridade em relação a um sistema com uma única partícula e vamos introduzir um operador de paridade \mathbf{P} , definido por

$$\hat{P}\psi(\vec{r}, t) \equiv P_a\psi(-\vec{r}, t) \quad (\text{A.46})$$

em que o rótulo a identifica o tipo de partícula (por exemplo $a = e^-$ para um elétron, $a = \mu^-$ para um múon, etc.) e P_a é um fator de fase constante. Uma vez que duas transformações sucessivas de paridade deixam o sistema inalterado, vamos requerer que

$$\hat{P}^2\psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}, t),$$

implicando

$$P_a = \pm 1 \quad (\text{A.47})$$

para os valores possíveis para P_a . Se considerarmos uma autofunção do momento

$$\psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t) = \exp [i(\vec{p} \cdot \vec{r} - Et)],$$

então

$$\hat{P}\psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t) = P_a\psi_{\vec{p}}(-\vec{r}, t) = P_a\psi_{-\vec{p}}(\vec{r}, t),$$

de modo que uma partícula em repouso, com $\vec{p} = 0$, é um auto-estado do operador de paridade, com autovalor P_a . Por esta razão, P_a é chamado de *paridade intrínseca* da partícula a . Para um sistema de muitas partículas, podemos generalizar a operação de paridade: (A.46)

$$\hat{P}\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, t) \equiv P_1P_2 \cdots \psi(-\vec{r}_1, -\vec{r}_2, \dots, t),$$

com um fator de paridade intrínseca que ocorre para cada partícula presente.

Além de uma partícula em repouso, uma partícula com um momento angular orbital definido é também um auto-estado de paridade. A função de onda para uma tal partícula tem a forma

$$\psi_{nlm}(\vec{r}) = R_{nl}(r)Y_l^m(\theta, \phi), \quad (\text{A.48})$$

em que (r, θ, ϕ) são as coordenadas polares esféricas, $R_{nl}(r)$ é uma função da variável radial, r , e $Y_l^m(\theta, \phi)$ são os harmônicos esféricos. Por exemplo, os primeiros harmônicos esféricos são

$$Y_0^0 = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}, \quad (\text{A.49})$$

e

$$Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta; \quad Y_1^{\pm 1} = \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{\pm i\phi}. \quad (\text{A.50})$$

Usando as relações

$$x = r \sin \theta \cos \phi, \quad y = r \sin \theta \sin \phi, \quad z = r \cos \theta$$

entre as coordenadas cartesianas e polares esféricas, a transformação de paridade torna-se

$$r \xrightarrow{P} r' = r, \quad \theta \xrightarrow{P} \theta' = \pi - \theta, \quad \phi \xrightarrow{P} \pi + \phi,$$

a partir dos quais, podemos mostrar que

$$Y_l^m(\theta, \phi) \xrightarrow{P} Y_l^m(\pi - \theta, \pi + \phi) = (-1)^l Y_l^m(\theta, \phi)$$

consequentemente

$$\hat{P}\psi_{nlm}(\vec{r}) = P_a\psi_{nlm}(-\vec{r}) = P_a(-1)^l\psi_{nlm}(\vec{r}) \quad (\text{A.51})$$

e $\psi_{nlm}(\vec{r})$ é um auto-estado de paridade com autovalor $P_a(-1)^l$. Com efeito, sabemos que

$$Y_l^m(\theta, \phi) = (-1)^m \left[\frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi(l+m)!} \right] P_l^m(\cos\theta) e^{im\phi} \quad (\text{A.52})$$

Portanto, sob uma operação de paridade, temos

$$P_l^m(\cos\theta) \xrightarrow{P} P_l^m(\cos(\pi - \theta)) = P_l^m(-\cos\theta)$$

em que

$$P_l^m(\xi) = (1 - \xi^2)^{m/2} \frac{d^m}{d\xi^m} P_l(\xi), \quad \xi = \cos\theta$$

sendo os $P_l(\xi)$ conhecidos como polinômios de Legendre. Nesse caso, a operação de paridade produz uma mudança de sinal, uma vez que:

$$\xi \xrightarrow{P} -\xi, \quad \text{pois } \cos(\pi - \theta) = -\cos\theta$$

Os polinômios de Legendre têm a propriedade de serem compostos de potências pares de ξ , para l par; e potências ímpares de ξ , para l ímpar. Portanto:

$$P_l(-\xi) = (-1)^l P_l(\xi)$$

E, assim, os P_l^m se comportam como:

$$\begin{aligned} P_l^m(\xi) \xrightarrow{P} P_l^m(-\xi) &= (1 - (-\xi)^2)^{m/2} \frac{d^m}{d(-\xi)^m} P_l(-\xi) \\ &= (1 - \xi^2)^{m/2} (-1)^m \frac{d^m}{d\xi^m} (-1)^l P_l(\xi) = (-1)^{l+m} P_l^m(\xi), \quad \xi = \cos\theta \end{aligned}$$

e, sob uma inversão espacial, temos

$$e^{im\phi} \xrightarrow{P} e^{im(\pi+\phi)} = (-1)^m e^{im\phi}.$$

Resumindo, sob uma transformação de paridade, temos

$$\begin{aligned} P_l^m(\xi) \xrightarrow{P} P_l^m(-\xi) &= (-1)^{l+m} P_l^m(\xi), \quad \xi = \cos\theta \\ e^{im\phi} \xrightarrow{P} e^{im(\pi+\phi)} &= (-1)^m e^{im\phi} \end{aligned}$$

o que resulta, conforme escrevemos acima,

$$Y_l^m(\theta, \phi) \xrightarrow{P} (-1)^l Y_l^m(\theta, \phi).$$

Se o hamiltoniano é invariante sob a transformação de paridade, então argumentos análogos aos utilizados para demonstrar a conservação do momento angular orbital nos leva a concluir que a paridade é conservada, ou seja,

$$[\hat{P}, H] = 0. \quad (\text{A.53})$$

Isso tem duas consequências importantes: em uma reação, as paridades iniciais e finais são iguais, $P_i = P_f$; e, para os estados ligados, a paridade é um bom número quântico.

A.3.1 Paridade dos quarks e dos hádrons

Nas interações fortes e eletromagnéticas, quarks e antiquarks só são criados e destruídos em pares de partícula-antipartícula. Consequentemente, eles possuem paridade intrínseca, como os elétrons e pósitrons, sendo, portanto, indeterminadas, o que leva sua fixação por convenção. A convenção usual para os quarks é

$$P_u \equiv P_d \equiv P_s \equiv P_c \equiv P_b \equiv P_t \equiv 1, \quad (\text{A.54})$$

e para os antiquarks, temos:

$$P_{\bar{u}} \equiv P_{\bar{d}} \equiv P_{\bar{s}} \equiv P_{\bar{c}} \equiv P_{\bar{b}} \equiv P_{\bar{t}} = -1 \quad (\text{A.55})$$

Com estas convenções, podemos prever as paridades dos hádrons a partir dos seus quarks constituintes. A paridade (intrínseca), P_M , de um méson $M = q\bar{q}$ é

$$P_M = P_q P_{\bar{q}} (-1)^l = (-1)^{l+1} \quad (\text{A.56})$$

em que l é o momento angular orbital do par $q\bar{q}$. A paridade de um bárion $B = qq\bar{q}$ é dada por

$$P_B = P_a P_b P_c (-1)^{l_{12}} (-1)^{l_3} = (-1)^{l_{12}+l_3}, \quad (\text{A.57})$$

em que l_{12} e l_3 são os momentos angulares internos ilustrados na figura 26. Para o correspondente antibárion $\bar{B} = \bar{a}\bar{b}\bar{c}$, temos

$$P_{\bar{B}} = P_{\bar{q}} P_{\bar{q}} P_{\bar{q}} (-1)^{l_{12}} (-1)^{l_3} = -(-1)^{l_{12}+l_3} = -P_B \quad (\text{A.58})$$

de modo que os bárions e antibárions têm paridades opostas.

A.4 Conjugação de Carga

É uma realidade na teoria quântica de campos que para toda partícula existe sua antipartícula correspondente. Nós tratamos partículas e antipartículas em pé de igualdade². Considere que o operador, C , representa a transformação de uma partícula em sua antipartícula e vice-versa. O operador C é um operador unitário. Portanto, por exemplo,

$$\begin{aligned} C|\pi^+\rangle &= |\pi^-\rangle \\ C|p\rangle &= |\bar{p}\rangle, \end{aligned} \quad (\text{A.59})$$

em que $|\pi^+\rangle$ representa o estado do pión π^+ e $|\pi^-\rangle$ a sua antipartícula, enquanto $|p\rangle$ representa o estado associado ao próton e $|\bar{p}\rangle$ é o antipróton. Em geral, para partículas carregadas

$$C|Q, \vec{p}, s\rangle = | -Q, \vec{p}, s\rangle \quad (\text{A.60})$$

em que $|Q, \vec{p}, s\rangle$ representa o estado de uma partícula com carga Q , momento \vec{p} e spin s . Agora, considere o operador de carga elétrica, \mathcal{Q} . Assumamos que $|Q, \vec{p}, s\rangle$ é um autovetor do operador de carga elétrica. Assim, atuando \mathcal{Q} em $|Q, \vec{p}, s\rangle$, temos

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}|Q, \vec{p}, s\rangle &= Q|Q, \vec{p}, s\rangle \\ C\mathcal{Q}|Q, \vec{p}, s\rangle &= Q| -Q, \vec{p}, s\rangle \\ \mathcal{Q}C|Q, \vec{p}, s\rangle &= \mathcal{Q}| -Q, \vec{p}, s\rangle \\ &= -Q|Q, \vec{p}, s\rangle \end{aligned} \quad (\text{A.61})$$

então, temos que

$$\{C, \mathcal{Q}\} = 0 \quad \text{e} \quad [C, \mathcal{Q}] = 2C\mathcal{Q} \quad (\text{A.62})$$

Por conseguinte, não é possível determinar autovetores simultâneos de C e \mathcal{Q} . Em geral, para qualquer número quântico interno aditivo necessário para caracterizar o estado quântico do sistema, tais como a carga, Q , a terceira componente do isospin, I_3 , o número bariônico, B , e a hipercarga, Y , temos:

$$C|Q, I_3, B, Y\rangle = | -Q, -I_3, -B, -Y\rangle \quad (\text{A.63})$$

e, conseqüentemente,

$$[C, \mathcal{Q}_i] \neq 0 \quad (\text{A.64})$$

² Não abordaremos, neste trabalho, questões ligadas a violação de CP .

em que

$$\mathcal{Q}_i = Q, I_3, B, Y.$$

Note que

$$\begin{aligned} C |\mathcal{Q}_i\rangle &= |-\mathcal{Q}_i\rangle \\ C^2 |\mathcal{Q}_i\rangle &= C |-\mathcal{Q}_i\rangle = |\mathcal{Q}_i\rangle \end{aligned} \tag{A.65}$$

então, temos

$$C^2 = \hat{1} \tag{A.66}$$

Resulta da eq.(A.63) que estados com $Q \neq 0$, $B \neq 0$, $Y \neq 0$, etc. não podem ser auto-estados de C . Apenas estados com $Q = 0$, $B = 0$, $Y = 0$, $I_3 = 0$ podem gerar funções que sejam auto-estados de C .

APÊNDICE B – Propriedades de transformação dos bósons de Goldstone e sua aplicação no cenário da QCD

O objetivo deste apêndice é discutir as propriedades de transformação das variáveis de campo que descrevem os bósons Goldstone e é muito fiel à referência [46]. Vamos precisar do conceito de *realização não linear* do grupo em adição à *representação* de um grupo que se encontra normalmente em física. Inicialmente, serão discutidas algumas propriedades de transformações sobre grupos em geral para, depois, particularizar sua aplicação para os grupos específicos da QCD.

B.1 Considerações Gerais

Vamos considerar um sistema físico descrito por uma lagrangiana invariante sob um grupo de Lie compacto G . Vamos assumir que o estado fundamental do sistema é invariante apenas sob um subgrupo H de G , dando origem a $n = n_G - n_H$ bósons de Goldstone. Cada um destes bósons de Goldstone será descrito por um campo independente ϕ_a ($a = 1, \dots, n$), que é uma função real suave no espaço Minkowski M^4 . Estes campos são coletados em um vetor de n -componentes $\Phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n)$, definindo o espaço vetorial real

$$M_1 \equiv \{\Phi : M^4 \rightarrow \mathbb{R}^n \mid \phi_a : M^4 \rightarrow \mathbb{R} \text{ suave}\}. \quad (\text{B.1})$$

Nosso objetivo é encontrar um mapeamento φ que associe unicamente cada par $(g, \Phi) \in G \times M_1$ em um elemento $\varphi(g, \Phi) \in M_1$, isto é, uma função $\varphi : G \times M_1 \rightarrow M_1$ com as seguintes propriedades:

$$\varphi(e, \Phi) = \Phi \quad \forall \Phi \in M_1, \quad e \text{ identidade de } G, \quad (\text{B.2})$$

$$\varphi(g_1, \varphi(g_2, \Phi)) = \varphi(g_1 g_2, \Phi) \quad \forall g_1, g_2 \in G, \quad \forall \Phi \in M_1. \quad (\text{B.3})$$

Este mapeamento define uma *operação* do grupo G em M_1 . A segunda condição é a chamada propriedade de homomorfismo do grupo. O mapeamento, em geral, não define uma *representação* do grupo G , porque nós não exigimos que o mapeamento fosse linear, isto é, $\varphi(g, \lambda\Phi) \neq \lambda\varphi(g, \Phi)$. A construção prossegue como segue: Seja $\Phi = 0$ denotando a "origem" de M_1 que, em uma teoria contendo apenas bósons de Goldstone, corresponde à configuração de estado fundamental. Uma vez que o estado fundamental é por hipótese

invariante sob o subgrupo H , vamos requerer que o mapeamento φ seja tal que todos os elementos de $h \in H$ faça o mapeamento da origem nela mesma, isto é, vamos requerer que $\varphi(h, 0) = 0 \forall h \in H$. Neste contexto, o subgrupo H também é conhecido como o *little Group* de $\Phi = 0$.

Vamos estabelecer uma conexão entre os campos dos bósons de Goldstone e o conjunto de todas as *classes laterais à esquerda* (do inglês *left coset*), $\{gH|g \in G\}$, que também é referido como o espaço quociente G/H . Para um subgrupo H de G , o conjunto $gH = \{gh|h \in H\}$ define a classe lateral à esquerda de g , e, é um elemento de G/H ¹. O espaço quociente $G/H = \{gH|g \in G\}$ é um conjunto cujos próprios elementos são conjuntos dos elementos do grupo, e esses conjuntos são disjuntos dois a dois.

Voltando à discussão sobre o mapeamento φ , as equações (B.2) e (B.3) resultam em duas propriedades importantes quando se considera o quociente G/H . Vamos mostrar, primeiro, que a origem é mapeada sobre o mesmo vetor em \mathbb{R}^n sob todos os elementos de uma determinada classe lateral gH :

$$\varphi(gh, 0) = \varphi(g, \varphi(h, 0)) = \varphi(g, 0) \quad \forall g \in G \text{ e } h \in H.$$

Em segundo lugar, o mapeamento é injetivo com respeito aos elementos de G/H . Considere dois elementos g e g' de G em que $g' \notin gH$. Vamos assumir $\varphi(g, 0) = \varphi(g', 0)$:

$$0 = \varphi(e, 0) = \varphi(g^{-1}g, 0) = \varphi(g^{-1}, \varphi(g, 0)) = \varphi(g^{-1}, \varphi(g', 0)) = \varphi(g^{-1}g', 0).$$

Entretanto, isto implica $g^{-1}g' \in H$ ou $g' \in gH$, o que está em contradição com a hipótese de que $g' \notin gH$ e, portanto, devemos ter que $\varphi(g, 0) \neq \varphi(g', 0)$. Em outras palavras, o mapeamento pode ser invertido na imagem de $\varphi(g, 0)$. A conclusão é que existe um mapeamento isomórfico entre o quociente G/H e os campos dos bósons de Goldstone.

Agora, vamos discutir o comportamento da transformação dos campos dos bósons de Goldstone sob um $g \in G$ em termos do isomorfismo estabelecido acima. Para cada Φ corresponde um coset $\tilde{g}H$ com um \tilde{g} adequado. Seja $f = \tilde{g}h \in \tilde{g}H$ denotando um representativo deste coset tal que

$$\Phi = \varphi(f, 0) = \varphi(\tilde{g}h, 0).$$

Agora, aplicando o mapeamento $\varphi(g)$ em Φ :

$$\varphi(g, \Phi) = \varphi(g, \varphi(\tilde{g}h, 0)) = \varphi(g\tilde{g}h, 0) = \varphi(f', 0) = \Phi', \quad f' \in g(\tilde{g}H).$$

¹ Temos, também, as *classes laterais à direita* (do inglês, *right coset*). Uma classe lateral à direita de g é definida como $Hg = \{hg|h \in H\}$. Um subgrupo invariante tem a propriedade adicional de que as classes laterais à esquerda e à direita coincidem para cada g , e, portanto, como apenas utilizaremos os *left cosets* neste trabalho, quando estivermos nos referindo aos elementos de G/H vai ser comum apenas utilizarmos o termo do inglês *coset*.

A fim de obter o Φ' transformado a partir de um dado Φ , nós precisamos multiplicar a classe lateral à esquerda (left coset) $\tilde{g}H$, que representa Φ , por g . Assim obtemos uma nova classe lateral à esquerda (um novo left coset) representando Φ' :

$$\begin{array}{ccc} \Phi & \xrightarrow{g} & \Phi' \\ \downarrow & & \uparrow \\ \tilde{g}H & \xrightarrow{g} & g\tilde{g}H \end{array} \quad (\text{B.4})$$

Este procedimento determina unicamente o comportamento da transformação dos bósons de Goldstone até uma escolha apropriada das variáveis de parametrização dos elementos do quociente G/H .

B.2 Aplicação na QCD

Os grupos de simetria relevantes para a aplicação em QCD são

$$G = SU(N) \times SU(N) = \{(L, R) | L \in SU(N), R \in SU(N)\}$$

e

$$H = \{(V, V) | V \in SU(N)\} \cong SU(N),$$

com $N = 2$ para quarks u e d sem massa e $N = 3$ para quarks u , d e s sem massa. Observe que qualquer $\tilde{g} \in G$ pode ser decomposto como $\tilde{g} = qh$, com $q \in G/H$ e $h \in H$. A escolha dos representativos no coset G/H é arbitrária. Possíveis escolhas são, por exemplo,

$$\tilde{g} = \underbrace{(\tilde{L}, \tilde{R})}_{\in G} = \underbrace{(1, \tilde{R}\tilde{L}^\dagger)}_{\in G/H} \underbrace{(\tilde{L}, \tilde{L})}_{\in H} \equiv qh \quad (\text{B.5})$$

ou

$$\tilde{g} = \underbrace{(\tilde{L}, \tilde{R})}_{\in G} = \underbrace{(\tilde{L}\tilde{R}^\dagger, 1)}_{\in G/H} \underbrace{(\tilde{R}, \tilde{R})}_{\in H} \equiv q'h'. \quad (\text{B.6})$$

Se for escolhida a eq. (B.6), temos que a ação de um elemento $g = (L, R) \in G$ em G/H , pela esquerda, é

$$(L, R)(\tilde{L}\tilde{R}^\dagger, 1) = (L\tilde{L}\tilde{R}^\dagger, R) = \left(L \left(\tilde{L}\tilde{R}^\dagger \right) R^\dagger, 1 \right) (R, R).$$

Neste caso, nós caracterizamos o coset $\tilde{g}H$ através da matriz $SU(N)$, $\Sigma = \tilde{L}\tilde{R}^\dagger$, tal que $\tilde{g}H = (\tilde{L}\tilde{R}^\dagger, 1)$. Isso corresponde à convenção de escolher, como representativo do coset, o elemento que tem a matriz unitária em seu segundo argumento. Portanto, de acordo com a eq.(B.6), o comportamento de transformação de Σ sob a ação de $g \in G$ é obtido pela multiplicação de g por $\tilde{g}H$ pela esquerda, isto é,

$$\Sigma(x) \rightarrow \Sigma'(x) = L\Sigma(x)R^\dagger, \quad \Sigma = \tilde{L}\tilde{R}^\dagger \quad (\text{B.7})$$

Se for escolhida a eq. (B.5), temos que a ação de um elemento $g = (L, R) \in G$ em G/H , pela esquerda, é

$$(L, R)(1, \tilde{R}\tilde{L}^\dagger) = (L, R\tilde{R}\tilde{L}^\dagger) = \left(1, R\left(\tilde{R}\tilde{L}^\dagger\right)L^\dagger\right)(L, L).$$

Neste caso, nós caracterizamos o coset $\tilde{g}H$ através da matriz $SU(N)$, $\Sigma = \tilde{R}\tilde{L}^\dagger$, tal que $\tilde{g}H = (1, \tilde{R}\tilde{L}^\dagger)$. Isso corresponde à convenção de escolher, como representativo do coset, o elemento que tem a matriz unitária em seu primeiro argumento. Portanto, de acordo com a eq.(B.5), o comportamento de transformação de Σ sob a ação de $g \in G$ é obtido pela multiplicação de g por $\tilde{g}H$ pela esquerda, isto é,

$$\Sigma(x) \rightarrow \Sigma'(x) = R\Sigma(x)L^\dagger, \quad \Sigma = \tilde{R}\tilde{L}^\dagger \quad (\text{B.8})$$

A utilização da eq.(B.7) ou da eq.(B.8) para representar as propriedades de transformação dos bósons de Goldstone são inteiramente equivalentes. Alguns autores trabalham com as propriedades de transformação dos bósons de Goldstone utilizando a eq.(B.8), a exemplo das refs. [46, 50], enquanto outros utilizam as propriedades de transformação dos bósons de Goldstone definidas pela eq.(B.7), como alguns exemplos temos as refs. [42, 48]. Vale notar que elas são inteiramente equivalentes.

A partir de agora, vamos restringir valores de N que fornecem os casos fisicamente relevantes, isto é, utilizaremos $N = 2$ e $N = 3$. Definindo

$$M_1 \equiv \begin{cases} \{\Phi : M^4 \rightarrow \mathbb{R}^3 | \phi_a : M^4 \rightarrow \mathbb{R} \text{ suave}\} & \text{para } N = 2, \\ \{\Phi : M^4 \rightarrow \mathbb{R}^8 | \phi_a : M^4 \rightarrow \mathbb{R} \text{ suave}\} & \text{para } N = 3. \end{cases}$$

Além disso vamos denotar por $\mathfrak{h}(N)$ o conjunto de todas as matrizes $N \times N$ Hermitianas e de traço nulo,

$$\mathfrak{h}(N) \equiv \{A \in \mathfrak{gl}(N, \mathbb{C}) | A^\dagger = -A \wedge \text{Tr}(A) = 0\},$$

que, sob adição de matrizes define um espaço vetorial real. Vamos definir um segundo conjunto $M_2 \equiv \{\phi : M^4 \rightarrow \mathfrak{h}(N) | \phi \text{ suave}\}$, em que as entradas são funções suaves. Para $N = 2$, os elementos de M_1 e M_2 estão relacionados um com o outro de acordo com

$$\phi = \sum_{a=1}^3 \phi_a \tau_a = \begin{pmatrix} \phi_3 & \phi_1 - i\phi_2 \\ \phi_1 + i\phi_2 & -\phi_3 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \pi^0 & \sqrt{2}\pi^+ \\ \sqrt{2}\pi^- & -\pi^0 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.9})$$

em que τ_a são as matrizes de Pauli e $\phi_a = \frac{1}{2}\text{Tr}(\tau_a\phi)$. Analogamente, para $N = 3$,

$$\phi = \sum_{a=1}^8 \phi_a \lambda_a \equiv \begin{pmatrix} \pi^0 + \frac{1}{\sqrt{3}}\eta & \sqrt{2}\pi^+ & \sqrt{2}K^+ \\ \sqrt{2}\pi^- & -\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{3}}\eta & \sqrt{2}K^0 \\ \sqrt{2}K^- & \sqrt{2}\bar{K}^0 & -\frac{2}{\sqrt{3}}\eta \end{pmatrix}, \quad (\text{B.10})$$

em que λ_a são as matrizes de Gell-Mann e $\phi_a = \frac{1}{2}\text{Tr}(\lambda_a\phi)$. Vale salientar que na eq. acima (B.10), utilizamos o fato que

$$\begin{aligned}\pi^0 &= \phi_3, & \eta &= \phi_8, & \pi^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 - i\phi_2), & \pi^- &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2) \\ K^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_4 - i\phi_5), & K^- &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_4 + i\phi_5) \\ K^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_6 - i\phi_6), & \bar{K}^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_6 + i\phi_7)\end{aligned}\tag{B.11}$$

Vamos, finalmente, definir

$$M_3 \equiv \left\{ \Sigma : M^4 \rightarrow SU(N) \mid \Sigma = \exp\left(i\frac{\phi}{F_0}\right), \phi \in M_2 \right\}$$

Nesta fase, a constante F_0 é introduzida para fazer o argumento da função exponencial ser adimensional. Uma vez que um campo bosônico tem dimensão de energia, F_0 também tem dimensão de energia. Mais tarde, F_0 será identificada como a constante de decaimento dos bósons de Goldstone no limite quiral.² Neste ponto, é importante notar que o M_3 não define um espaço vetorial, porque a soma de duas matrizes de $SU(N)$ não é uma matriz $SU(N)$.

Nós estamos agora na posição de discutir uma realização de $SU(N) \times SU(N)$ em M_3 . O homomorfismo

$$\varphi : G \times M_3 \rightarrow M_3 \text{ com } \varphi[(L, R), \Sigma] \equiv R\Sigma L^\dagger,$$

define uma operação de G em M_3 , porque

1. $R\Sigma L^\dagger \in M_3$, uma vez que $\Sigma \in M_3$ e $R, L^\dagger \in SU(N)$, isto é, $R\Sigma L^\dagger$ é uma função suave cujas imagens estão em $SU(N)$.
2. $\varphi[(1, 1), \Sigma] = 1\Sigma 1 = \Sigma$.
3. Seja $g_i = (L_i, R_i) \in G$ e, portanto, $g_1 g_2 = (L_1 L_2, R_1 R_2) \in G$.

$$\begin{aligned}\varphi[g_1, \varphi[g_2, \Sigma]] &= \varphi[g_1, \varphi[(L_2, R_2), \Sigma]] = \varphi[g_1, (R_2 \Sigma L_2^\dagger)] = R_1 R_2 \Sigma L_2^\dagger L_1^\dagger, \\ \varphi[g_1 g_2, \Sigma] &= \varphi[(L_1 L_2, R_1 R_2), \Sigma] = R_1 R_2 \Sigma (L_1 L_2)^\dagger = R_1 R_2 \Sigma L_2^\dagger L_1^\dagger.\end{aligned}$$

O mapeamento φ é um mapeamento que possui homogeneidade, mas ele não é uma representação, pois M_3 não é um espaço vetorial.

² Há uma sutileza aqui, porque F_0 é tradicionalmente reservado para o limite quiral dos três sabores, enquanto que o limite quiral de dois sabores (com m_s fixo) é denotado por F . Neste apêndice, usaremos F_0 para ambos os casos.

A origem $\phi = 0$ ($\forall x$), isto é, $\Sigma_0 = 1$ denota o estado fundamental do sistema. Sob transformações do subgrupo $H = \{(V, V) | V \in SU(N)\}$ que corresponde a rodar ambos os campos da QCD, os campos de quarks left e right, pelo mesmo V ; o estado fundamental permanece invariante,

$$\varphi[g = (V, V), \Sigma_0] = V\Sigma_0V^\dagger = VV^\dagger = 1 = \Sigma_0.$$

Por outro lado, sob "transformações axiais", ou seja, se girarmos o campo de quark left por uma matriz não trivial A e o campo de quark right pela adjunta A^\dagger , o estado fundamental não se mantém invariante,

$$\varphi[g = (A, A^\dagger), \Sigma_0] = A^\dagger\Sigma_0A = A^\dagger A \neq \Sigma_0,$$

o que é consistente com a quebra espontânea de simetria assumida.

As matrizes hermitianas de traço nulo das equações (B.9) e (B.10) contêm os campos dos bósons de Goldstone. Queremos discutir o comportamento de sua transformação sob o subgrupo $H = \{(V, V) | V \in SU(N)\}$. Expandindo

$$\Sigma = 1 + i\frac{\phi}{F_0} - \frac{\phi^2}{2F_0^2} + \dots,$$

nós imediatamente vemos que a realização φ restrito ao subgrupo H ,

$$\begin{aligned} 1 + i\frac{\phi}{F_0} - \frac{\phi^2}{2F_0^2} + \dots &\rightarrow V \left(1 + i\frac{\phi}{F_0} - \frac{\phi^2}{2F_0^2} + \dots \right) V^\dagger \\ &= 1 + i\frac{V\phi V^\dagger}{F_0} - \frac{V\phi V^\dagger V\phi V^\dagger}{2F_0^2} + \dots, \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

define uma representação em $M_2 \ni \phi \rightarrow V\phi V^\dagger \in M_2$, pois

$$(V\phi V^\dagger)^\dagger = V\phi V^\dagger, \quad \text{Tr}(V\phi V^\dagger) = \text{Tr}(\phi) = 0,$$

$$V_1(V_2\phi V_2^\dagger)V_1^\dagger = (V_1V_2)\phi(V_1V_2)^\dagger.$$

Vamos considerar o caso de $SU(3)$ e parametrizar

$$V = \exp\left(-i\Theta_{Vb}\frac{\lambda_b}{2}\right),$$

a partir do qual obtemos, comparando ambos os lados da equação (B.12),

$$\phi = \phi_a \lambda_a \xrightarrow{h \in SU(3)_V} V\phi V^\dagger = \phi - i\Theta_{Vb}\phi_a \left[\frac{\lambda_b}{2}, \lambda_a \right] + \dots = \phi + f_{abc}\Theta_{Va}\phi_b \lambda_c + \dots. \quad (\text{B.13})$$

No entanto, isso corresponde exatamente à representação adjunta, isto é, em $SU(3)$, os campos ϕ_a se transformam como um octeto:

$$\begin{aligned} e^{i\Theta_{Va}Q_{Va}}\phi_b \lambda_b e^{-i\Theta_{Vc}Q_{Vc}} &= \phi_b \lambda_b + i\Theta_{Va} \underbrace{[Q_{Va}, \phi_b]}_{if_{abc}\phi_c} \lambda_b + \dots \\ &= \phi + f_{abc}\Theta_{Va}\phi_b \lambda_c + \dots. \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

Para elementos do grupo G da forma (A, A^\dagger) , pode-se proceder de forma totalmente análoga. Pode-se perceber que as relações de comutação dos campos com as cargas axiais são funções não lineares dos campos. Esta é a origem da terminologia *realização não-linear da simetria quiral*.

APÊNDICE C – Seções de Choque

A seção de choque é uma grandeza natural para se medir experimentalmente. Imaginemos, por exemplo, a colisão de partículas alfa em uma folha de ouro com um único núcleo, a seção de choque é dada por [49]:

$$\sigma = \frac{\text{número de partículas espalhadas}}{\text{tempo} \times \text{densidade do feixe} \times \text{velocidade do feixe}} = \frac{1}{T} \frac{1}{\Phi} N, \quad (\text{C.1})$$

em que T é tempo do experimento e Φ é o fluxo do feixe das partículas emitidas ($\Phi = \text{densidade do feixe} \times \text{velocidade do feixe}$) e N é o número de partículas espalhadas.

A seção de choque diferencial, $d\sigma/d\Omega$, nos informa o número de partículas espalhadas num determinado ângulo sólido $d\Omega$. Classicamente, isso nos dá informações sobre a forma do objeto ou a forma do potencial de espalhamento, por exemplo.

No cenário da mecânica quântica, a seção de choque diferencial pode ser definida da seguinte forma

$$d\sigma = \frac{1}{T} \frac{1}{\Phi} dP, \quad (\text{C.2})$$

em que Φ é o fluxo, mas agora normalizado como se houvesse apenas uma partícula emitida, e P é a probabilidade quântica do espalhamento. As quantidades diferenciais $d\sigma$ e dP são diferenciais nas variáveis cinemáticas, como os ângulos e as energias do estado final das partículas. O número diferencial dos eventos de espalhamento medidos em um experimento de colisão é

$$dN = L \times d\sigma. \quad (\text{C.3})$$

L é a *luminosidade*, que é definida pela equação acima.

É necessário relacionar a fórmula para a seção de choque diferencial com os elementos da matriz- S . De um ponto de vista operacional, é impossível colidir mais de duas partículas de cada vez. Vamos nos concentrar, portanto, nos elementos da matriz- S em que $|i\rangle$ é um estado de duas partículas. Estamos interessados, nesse contexto, na seção de choque diferencial para os processos do tipo 2 partículas $\rightarrow n$ partículas:

$$p_1 + p_2 \rightarrow k_1 + k_2 + \dots + k_n, \quad \text{ou} \quad p_1 + p_2 \rightarrow \{k_j\}. \quad (\text{C.4})$$

No referencial de repouso de uma das partículas que colidem, o fluxo é a magnitude da velocidade da partícula de incidente dividida pelo volume total: $\Phi = |\vec{v}|/V$. Num sistema de referencial diferente, tal como no referencial do centro de massa, os feixes de partículas vêm de ambos os lados, e o fluxo é então determinado pela diferença entre as velocidades das partículas. Então, $\Phi = |\vec{v}_1 - \vec{v}_2|/V$. Assim,

$$d\sigma = \frac{V}{T} \frac{1}{|\vec{v}_1 - \vec{v}_2|} dP. \quad (\text{C.5})$$

a probabilidade diferencial normalizada pode ser dada por

$$dP = \frac{|\langle f|S|i\rangle|^2}{\langle i|i\rangle \langle f|f\rangle} d\Pi, \quad (\text{C.6})$$

em que $d\Pi$ é o número diferencial de partículas no estado final, dN_f , no intervalo de momento $(\vec{p}_j, \vec{p}_j + d^3p_j)$. Isto é

$$d\Pi = \prod_j \frac{V}{(2\pi)^3} d^3p_j. \quad (\text{C.7})$$

Os termos $\langle f|f\rangle$ e $\langle i|i\rangle$ no denominador da equação (C.6) provêm do fato de que estados de uma partícula, definidos num tempo fixo, não podem ser normalizados para $\langle f|f\rangle = \langle i|i\rangle = 1$. Na verdade, uma convenção desse tipo não seria invariante de Lorentz. Sabemos que

$$a_k^\dagger |0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2w_k}} |k\rangle, \quad (\text{C.8})$$

e $[a_p, a_q^\dagger] = (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p} - \vec{q})$. Então

$$\langle p|p\rangle = 2w_p \langle 0|a_p a_p^\dagger|0\rangle = \langle 0|[a_p, a_q^\dagger] + a_p^\dagger a_p|0\rangle = (2\pi)^3 (2w_p) \delta^3(0), \quad (\text{C.9})$$

em que usamos o fato $a_p |0\rangle = 0$. $\delta^3(0)$ é uma quantidade infinita, mas pode ser regulada se colarmos o sistema dentro de uma caixa de volume finito. $\delta^3(0)$ pode ser entendida usando a relação

$$(2\pi)^3 \delta^3(p) = \int d^3x e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}}, \quad (\text{C.10})$$

então,

$$\delta^3(0) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3x = \frac{V}{(2\pi)^3}. \quad (\text{C.11})$$

Similarmente

$$\delta^4(0) = \frac{TV}{(2\pi)^4}, \quad (\text{C.12})$$

em que T é o tempo total de ocorrência do processo. No caso de um processo de colisão entre duas partículas, geralmente tomamos T como infinito¹. Portanto, $\langle p|p\rangle$ é

$$\langle p|p\rangle = 2w_p V = 2E_p V, \quad (\text{C.13})$$

e, usando $|i\rangle = |p_1\rangle |p_2\rangle$ e $|f\rangle = \prod_j |p_j\rangle$,

$$\langle i|i\rangle = (2E_1 V)(2E_2 V), \quad \langle f|f\rangle = \prod_j (2E_j V). \quad (\text{C.14})$$

Veremos que todos esses fatores V sumirão da resposta final, depois das convenientes manipulações.

¹ No estudo de decaimentos, não fazemos $T \rightarrow +\infty$.

Agora, vamos voltar para o elemento da matriz $\langle f|S|i\rangle$ no numerador da equação (C.6). Geralmente os elementos de matriz- S são calculados perturbativamente. Em uma teoria livre, onde não há interações, a matriz- S é simplesmente a matriz de identidade. Portanto, pode-se escrever

$$S = 1 + iT, \quad (\text{C.15})$$

em que \mathcal{T} é a chamada *matriz de transferência* e descreve os desvios da teoria livre.

\mathcal{T} conserva energia e momento. \mathcal{T} é zero sempre que a energia e o momento do estado final e inicial são diferentes. É adequado, portanto, considerar o estado de multipartículas, isto é, considerar os estados $|i\rangle$ (e de maneira análoga para o $|f\rangle$) como produtos diretos dos auto-estados do quadrimomento total e considerar um vetor $|\psi_i\rangle$ contendo todas as características restantes do estado de multipartículas, tais como as massas, o momento espacial e os números quânticos de cada partícula neste estado de multipartículas:

$$|i\rangle = |p_{\text{tot}}^{(i)}\rangle \otimes |\psi_i\rangle.$$

Uma vez que a matriz de transferência, \mathcal{T} , conserva o quadrimomento total, ela atua como o operador identidade no espaço dos auto-estados do quadrimomento total e, portanto, pode ser escrita como o produto direto

$$\mathcal{T} = 1 \otimes \mathcal{M}.$$

Os elementos da matriz- \mathcal{T} entre os estados inicial e final são

$$\langle p_{\text{tot}}^{(f)} | 1 | p_{\text{tot}}^{(i)} \rangle \langle \psi_f | \mathcal{M} | \psi_i \rangle = (2\pi)^4 \delta^4(p_i - p_f) \langle \psi_f | \mathcal{M} | \psi_i \rangle = (2\pi)^4 \delta^4(p_i - p_f) \mathcal{M}_{fi}.$$

Portanto, vamos denotar \mathcal{T} da forma que segue

$$\mathcal{T} = (2\pi)^4 \delta^4(\Sigma p) \mathcal{M}. \quad (\text{C.16})$$

Aqui, $\delta^4(\Sigma p)$ é a forma abreviada de $\delta^4(\sum p_i^\mu - \sum p_f^\mu)$, em que p_i^μ são os quadrimomentos das partículas no estado inicial e p_f^μ são os quadrimomentos das partículas no estado final. Interessa-nos calcular a parte não trivial da matriz- S , \mathcal{M} . Em teoria quântica dos campos, referir-se a “elementos de matriz” geralmente significa referir-se a $\langle f|\mathcal{M}|i\rangle$. Assim, temos

$$\langle f|S - 1|i\rangle = i(2\pi)^4 \delta^4(\Sigma p) \langle f|\mathcal{M}|i\rangle. \quad (\text{C.17})$$

Num primeiro momento pode parecer preocupante termos de tomar o quadrado da função delta de Dirac, δ , pois esse produto não é bem definido. No entanto, temos um truque que torna fácil lidar com o quadrado da função delta. Quando realizamos a integração, as funções δ estão sendo multiplicadas, utilizar apenas uma delas é suficiente para impor a condição desejada. Dessa forma, a função δ remanescente será sempre diferente de zero e formalmente infinita, mas como o tempo e os volumes foram tomados como finitos

(colocamos o sistema dentro de uma caixa temporal e espacial), encontramos $\delta^4(0) = \frac{TV}{(2\pi)^4}$. Para $|f\rangle \neq |i\rangle$ (o caso em que $|f\rangle = |i\rangle$ nada acontece)

$$\begin{aligned} |\langle f|S|i\rangle|^2 &= \delta^4(0)\delta^4(\Sigma p)(2\pi)^8 |\langle f|\mathcal{M}|i\rangle|^2 \\ &= \delta^4(\Sigma p)TV(2\pi)^4 |\mathcal{M}|^2, \end{aligned} \quad (\text{C.18})$$

em que a equação (C.12) foi usada e fizemos $|\langle f|\mathcal{M}|i\rangle|^2 \equiv |\mathcal{M}|^2$. Então,

$$\begin{aligned} dP &= \frac{\delta^4(\Sigma p)TV(2\pi)^4}{(2E_1V)(2E_2V)} \frac{1}{\prod_j (2E_jV)} |\mathcal{M}|^2 \prod_j \frac{V}{(2\pi)^3} d^3p_j \\ &= \frac{T}{V} \frac{1}{(2E_1)(2E_2)} |\mathcal{M}|^2 d\Pi_{\text{LIPS}}, \end{aligned} \quad (\text{C.19})$$

em que

$$d\Pi_{\text{LIPS}} \equiv \prod_{\text{estados finais } j} \frac{d^3p_j}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_{p_j}} (2\pi)^4 \delta^4(\Sigma p) \quad (\text{C.20})$$

é chamado de *espaço de fase invariante de Lorentz* [do inglês, *Lorentz-invariant phase space* (LIPS)]. A expressão final para a seção de choque diferencial do espalhamento de duas partículas é

$$d\sigma = \frac{1}{(2E_1)(2E_2)|\vec{v}_1 - \vec{v}_2|} |\mathcal{M}|^2 d\Pi_{\text{LIPS}}. \quad (\text{C.21})$$

C.1 Estado final de duas partículas

Vamos analisar um processo de espalhamento de duas partículas, 1 e 2, resultando em duas partículas, 3 e 4, isto é, um processo de espalhamento $p_1 + p_2 \rightarrow p_3 + p_4$. Vamos considerar o estado inicial com duas partículas de massas m_1 e m_2 e quadrimomentos p_1 e p_2 ; e o estado final também com duas partículas, de massas m_3 e m_4 e quadrimomentos p_3 e p_4 . É útil introduzir as variáveis de Mandelstam s , t e u .

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2, \\ t &= (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2, \\ u &= (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2 \end{aligned} \quad (\text{C.22})$$

Essas variáveis são invariantes de Lorentz e satisfazem a relação

$$s + t + u = \sum_{i=1}^4 m_i^2 \quad (\text{C.23})$$

que se verifica a partir das definições e com a utilização da conservação da energia-momento, $p_1 + p_2 = p_3 + p_4$. Com efeito

$$\begin{aligned} s + t + u &= (p_1 + p_2)^2 + (p_1 - p_3)^2 + (p_1 - p_4)^2 \\ &= p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 \cdot p_2 + p_1^2 + p_3^2 - 2p_1 \cdot p_3 + p_1^2 + p_4^2 - 2p_1 \cdot p_4 \\ &= p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_4^2 + 2p_1 \cdot \underbrace{(p_1 + p_2 - p_3 + p_4)}_{=0} \\ &= m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2, \end{aligned}$$

pois $p_i^2 = m_i^2$ ($i = 1, 2, 3, 4$). É conveniente trabalhar no referencial do centro da massa (CM). Neste sistema de referência, as partículas incidentes têm quadrimomentos $p_1 = (E_1, \vec{p})$ e $p_2 = (E_2, -\vec{p})$, com $E_{1,2}^2 = \vec{p}^2 + m_{1,2}^2$. Computando s no referencial do centro de massa, encontramos $s = (E_1 + E_2)^2 = E_{CM}^2$. Assim, a energia do centro de massa é \sqrt{s} . No centro de massa, também podemos escrever $p_3 = (E_3, \vec{p}')$, $p_4 = (E_4, -\vec{p}')$. A conservação da energia nos dá imediatamente que

$$|\vec{p}'| = \frac{1}{2\sqrt{s}} [s^2 + (m_3^2 - m_4^2)^2 - 2s(m_3^2 + m_4^2)]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{C.24})$$

Com efeito, como no centro de massa $p_3 = (E_3, \vec{p}')$, $p_4 = (E_4, -\vec{p}')$, então

$$\sqrt{s} = \underbrace{E_{CM}}_{=p_1+p_2} = p_3 + p_4 = E_3 + E_4 \quad (\text{C.25})$$

Portanto,

$$\begin{aligned} s &= (E_3 + E_4)^2 = E_3^2 + E_4^2 + 2E_3E_4 = E_3^2 + E_4^2 + 2E_3(\sqrt{s} - E_3) \\ &= \underbrace{E_4^2}_{= \vec{p}'^2 + m_4^2} - \underbrace{E_3^2}_{= \vec{p}'^2 + m_3^2} + 2E_3\sqrt{s} \\ &= m_4^2 - m_3^2 + 2\sqrt{\vec{p}'^2 + m_3^2}\sqrt{s} \end{aligned} \quad (\text{C.26})$$

Após algumas manipulações algébricas da equação acima, obtemos

$$|\vec{p}'| = \frac{1}{2\sqrt{s}} [s^2 + (m_3^2 - m_4^2)^2 - 2s(m_3^2 + m_4^2)]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{C.27})$$

substituindo M por $E_{CM} = \sqrt{s}$ e p por $|\vec{p}'| = |\vec{p}_f|$, encontramos

$$d\Pi_{\text{LIPS}} = \frac{1}{16\pi^2 E_{CM}} |\vec{p}'| d\Omega = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{|\vec{p}_f|}{4\sqrt{s}} d\Omega. \quad (\text{C.28})$$

Observando a eq. (C.21), para que os fatores cinemáticos envolvidos no processo de espalhamento $p_1 + p_2 \rightarrow p_3 + p_4$ estejam completamente determinados, resta-nos calcular $|\vec{v}_1 - \vec{v}_2|$. Da Relatividade restrita, temos $E = \gamma mc^2$ e $\vec{p} = \gamma m\vec{v}$, em que $\gamma = [1 - v^2/c^2]^{-\frac{1}{2}}$. Como estamos num sistema de unidades em que $c = 1$, temos que $\vec{p} = E\vec{v} = p^0\vec{v}$. No referencial do centro de massa $p_1 = (E_1, \vec{p})$ e $p_2 = (E_2, -\vec{p})$. Portanto,

$$|\vec{v}_1 - \vec{v}_2| = \left| \frac{\vec{p}_1}{E_1} - \frac{\vec{p}_2}{E_2} \right| = \left| \frac{|\vec{p}_1|}{E_1} + \frac{|\vec{p}_2|}{E_2} \right| = |\vec{p}_i| \frac{(E_1 + E_2)}{E_1 E_2} = |\vec{p}_i| \frac{E_{CM}}{E_1 E_2}. \quad (\text{C.29})$$

Dessa forma

$$\frac{1}{(2E_1)(2E_2)|\vec{v}_1 - \vec{v}_2|} = \frac{1}{4E_{CM}|\vec{p}_i|} = \frac{1}{4\sqrt{s}|\vec{p}_i|} \quad (\text{C.30})$$

Finalmente, das eqs. (C.21), (C.28) e (C.30), obtemos

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{CM}} = \frac{1}{64\pi^2 E_{CM}^2} \frac{|\vec{p}_f|}{|\vec{p}_i|} |\mathcal{M}|^2 \theta(E_{CM} - m_3 - m_4). \quad (\text{C.31})$$

em que, no referencial do centro de massa, os tri-momentos $|\vec{p}_i|$ e $|\vec{p}_f|$ podem ser escritos como:

$$\begin{aligned} |\vec{p}_i| &= \sqrt{E_{iCM}^2 - m_i^2} = \frac{1}{2\sqrt{s}} \lambda^{1/2}(s, m_1^2, m_2^2), \\ |\vec{p}_f| &= \sqrt{E_{fCM}^2 - m_f^2} = \frac{1}{2\sqrt{s}} \lambda^{1/2}(s, m_3^2, m_4^2), \end{aligned} \quad (\text{C.32})$$

em que $\lambda(a, b, c) = [a - (\sqrt{b} + \sqrt{c})^2] [a - (\sqrt{b} - \sqrt{c})^2]$ é a função de Källén; E_{iCM} e E_{fCM} são as energias do centro de massa inicial e final; m_1 e m_2 são as massas das partículas iniciais 1 e 2; e m_3 e m_4 são as massas das partículas finais 3 e 4. As fórmulas acima também são válidas para partículas com spin, S , e isospin, I . Nestes casos, $\mathcal{M} \equiv \langle f | \mathcal{M} | i \rangle$ inclui também os graus de liberdade de spin e de isospin. Devemos fazer

$$|\mathcal{M}|^2 \rightarrow \overline{\sum_{S,I}} |\mathcal{M}|^2 \quad (\text{C.33})$$

em que o símbolo $\overline{\sum_{S,I}}$ representa a soma sobre os spins e isospins das partículas em seus estados iniciais e finais, dividido pelos fatores de degenerescência do isospin e do spin das duas partículas que formam o estado inicial do processo físico analisado, isto é,

$$\overline{\sum_{S,I}} |\mathcal{M}|^2 = \frac{1}{(2I_{1i} + 1)(2I_{2i} + 1)} \times \frac{1}{(2S_{1i} + 1)(2S_{2i} + 1)} \sum_{S,I} |\mathcal{M}|^2. \quad (\text{C.34})$$

Referências

- [1] Observation of a Narrow Charmoniumlike State in Exclusive $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^- J/\psi$ Decays. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 262001 (2003) [arXiv:hep-ex/0309032].
- [2] Angelo Esposito, Andrea L. Guerrieri, Fulvio Piccinini, Alessandro Pilloni, and Antonio D. Polosa. Four-Quark Hadrons: an Update Review. (2014) [arXiv:1411.5997v2 [hep-ph]].
- [3] Marina Nielsen, Fernando S. Navarra, and Su Houng Lee. New charmonium states in QCD sum rules: A concise review. *Physics Reports*, **497**, 41 – 83 (2010).
- [4] K.A. Olive and Particle Data Group. Review of particle physics. *Chinese Physics C*, **38**, 090001 (2014).
- [5] Atsushi Hosaka, Toru Iijima, Kenkichi Miyabayashi, Yoshihide Sakai, and Shigehiro Yasui. Exotic hadrons with heavy flavors: X, y, z, and related states. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, **2016**, 062C01 (2016) [arXiv: 1603.09229v1 [hep-ph]].
- [6] N. Brambilla et al. Heavy quarkonium: progress, puzzles, and opportunities. *The European Physical Journal C*, **71**, 1534 (2011).
- [7] Hua-Xing Chen, Wei Chen, Xiang Liu, and Shi-Lin Zhu. The hidden-charm pentaquark and tetraquark states. *Physics Reports*, **639**, 1 – 121 (2016) [arXiv:1601.02092v2 [hep-ph]].
- [8] I. Adachi et al. (Belle Collaboration). Observation of two charged bottomonium-like resonances. (2011) [arXiv:1105.4583v3 [hep-ex]].
- [9] A. E. Bondar and et al. Observation of Two Charged Bottomoniumlike Resonances in $\Upsilon(5S)$ Decays. *Phys. Rev. Lett.*, **108**, 122001 (2012).
- [10] Frank E. Close and Nils A. Tornqvist. Scalar mesons above and below 1-GeV. *J. Phys.*, **G28**, R249–R267 (2002) [arXiv:hep-ph/0204205v3].
- [11] Frank E. Close and Qiang Zhao. A Note on glueball hunting in the $e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow \phi f_0$. *Phys. Lett.*, **B586**, 332–336 (2004).
- [12] Eberhard Klempt and Alexander Zaitsev. Glueballs, hybrids, multiquarks: Experimental facts versus {QCD} inspired concepts. *Physics Reports*, **454**, 1 – 202 (2007).
- [13] A.D. Polosa R. Faccini, A. Pilloni. Exotic Heavy Quarkonium Spectroscopy: A Mini-review. (2012) [arXiv:1209.0107v1 [hep-ph]].

- [14] H. David Politzer. Reliable Perturbative Results for Strong Interactions? *Phys. Rev. Lett.*, **30**, 1346–1349 (1973).
- [15] David J. Gross and Frank Wilczek. Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories. *Phys. Rev. Lett.*, **30**, 1343–1346 (1973).
- [16] Kenneth G. Wilson. Confinement of quarks. *Phys. Rev. D*, **10**, 2445–2459 (1974).
- [17] A. E. Bondar, A. Garmash, A. I. Milstein, R. Mizuk, and M. B. Voloshin. Heavy quark spin structure in Z_b resonances. *Phys. Rev. D*, **84**, 054010 (2011).
- [18] M. Cleven, F. K. Guo, C. Hanhart, and U. G. Meißner. Bound state nature of the exotic Z_b states. *The European Physical Journal A*, **47**, 120 (2011).
- [19] M. B. Voloshin. Radiative transitions from $\Upsilon(5S)$ to molecular bottomonium. *Phys. Rev. D*, **84**, 031502 (2011).
- [20] M. B. Voloshin and L. B. Okun. Hadron Molecules and Charmonium Atom. *JETP Lett.*, **23**, 333–336 (1976). [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.23,369(1976)].
- [21] Nils A. Tornqvist. From the deuteron to deusons, an analysis of deuteron-like meson meson bound states. *Z. Phys.*, **C61**, 525–537 (1994).
- [22] J. Nieves and M. Pavón Valderrama. Deriving the existence of $B\bar{B}^*$ bound states from the $X(3872)$ and heavy quark symmetry. *Phys. Rev. D*, **84**, 056015 (2011).
- [23] Jian-Rong Zhang, Ming Zhong, and Ming-Qiu Huang. Could be a molecular state? *Physics Letters B*, **704**, 312 – 315 (2011).
- [24] Zhi-Feng Sun, Jun He, Xiang Liu, Zhi-Gang Luo, and Shi-Lin Zhu. $Z_b(10610)^\pm$ and $Z_b(10650)^\pm$ as the $B^*\bar{B}$ and $B^*\bar{B}^*$ molecular states. *Phys. Rev. D*, **84**, 054002 (2011).
- [25] You-Chang Yang, Jialun Ping, Chengrong Deng, and Hong-Shi Zong. Possible interpretation of the $Z_b(10610)$ and $Z_b(10650)$ in a chiral quark model. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, **39**, 105001 (2012).
- [26] S. Ohkoda, Y. Yamaguchi, S. Yasui, K. Sudoh, and A. Hosaka. Exotic mesons with hidden bottom near thresholds. *Phys. Rev. D*, **86**, 014004 (2012).
- [27] S. Ohkoda, Y. Yamaguchi, S. Yasui, and A. Hosaka. Decays and productions via bottomonium for Z_b resonances and other $B\bar{B}$ molecules. *Phys. Rev. D*, **86**, 117502 (2012).
- [28] M. T. Li, W. L. Wang, Y. B. Dong, and Z. Y. Zhang. $Z_b(10650)$ and $Z_b(10610)$ states in a chiral quark model. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, **40**, 015003 (2013).

- [29] Gang Li, Feng-lan Shao, Cheng-Wei Zhao, and Qiang Zhao. $Z_b/Z'_b \rightarrow \Upsilon\pi$ and $h_b\pi$ decays in intermediate meson loops model. *Phys. Rev. D*, **87**, 034020 (2013).
- [30] Martin Cleven, Qian Wang, Feng-Kun Guo, Christoph Hanhart, Ulf-G. Meißner, and Qiang Zhao. Confirming the molecular nature of the $Z_b(10610)$ and the $Z_b(10650)$. *Phys. Rev. D*, **87**, 074006 (2013).
- [31] S. Ohkoda, S. Yasui, and A. Hosaka. Decays of $Z_b \rightarrow \Upsilon\pi$ via triangle diagrams in heavy meson molecules. *Phys. Rev. D*, **89**, 074029 (2014).
- [32] J. M. Dias, F. Aceti, and E. Oset. Study of $B\bar{B}^*$ and $B^*\bar{B}^*$ interactions in $I = 1$ and relationship to the $Z_b(10610)$, $Z_b(10650)$ states. *Phys. Rev. D*, **91**, 076001 (2015).
- [33] Xian-Wei Kang, Zhi-Hui Guo, and J. A. Oller. General considerations on the nature of $Z_b(10610)$ and $Z_b(10650)$ from their pole positions. *Phys. Rev. D*, **94**, 014012 (2016).
- [34] Wen-Sheng Huo and Guo-Ying Chen. The nature of Z_b states from a combined analysis of $\Upsilon(5S) \rightarrow h_b(mP)\pi^+\pi^-$ and $\Upsilon(5S) \rightarrow B^{(*)}\bar{B}^{(*)}\pi$. *The European Physical Journal C*, **76**, 172 (2016).
- [35] A. Martínez Torres, K. P. Khemchandani, F. S. Navarra, M. Nielsen, and Luciano M. Abreu. $X(3872)$ production in high energy heavy ion collisions. *Phys. Rev. D*, **90**, 114023 (2014).
- [36] L.M. Abreu, K.P. Khemchandani, A. Martínez Torres, F.S. Navarra, and M. Nielsen. $X(3872)$ production and absorption in a hot hadron gas. *Physics Letters B*, **761**, 303 – 309 (2016).
- [37] Sungtae Cho and Su Hounng Lee. Hadronic effects on the $X(3872)$ meson abundance in heavy ion collisions. *Phys. Rev. C*, **88**, 054901 (2013).
- [38] Mohammad T. AlFiky, Fabrizio Gabbiani, and Alexey A. Petrov. $X(3872)$: Hadronic molecules in effective field theory. *Physics Letters B*, **640**, 238 – 245 (2006).
- [39] Feng-Kun Guo, Carlos Hidalgo-Duque, Juan Nieves, and Manuel Pavón Valderrama. Consequences of heavy-quark symmetries for hadronic molecules. *Phys. Rev. D*, **88**, 054007 (2013).
- [40] Carlos Hidalgo Duque. An Effective Field Theory study of heavy meson-heavy antimeson molecules based on Heavy Quark Symmetries. Doutorado, Universitat de València, (2015).
- [41] H. Han C. Meng and K. T. Chao. $X(3872)$ and its production at hadron colliders. (2013) [arXiv:1304.6710 [hep-ex]].

- [42] Martin Clevel. Systematic study of hadronic molecules in the heavy quark sector. (2014) [arXiv:1405.4195v1 [hep-ph]].
- [43] R. Casalbuoni, A. Deandrea, N.Di Bartolomeo, R. Gatto, F. Feruglio, and G. Nardulli. Phenomenology of Heavy Meson Chiral Lagrangians. (1996) [arXiv:hep-ph/9605342v2 [hep-ph]].
- [44] L. M. Abreu. Hadronic states with both open charm and bottom in effective field theory. *Nucl. Phys.*, **A940**, 1–20 (2015).
- [45] L. M. Abreu and A. Lafayette Vasconcellos. Production of $Z_b^{(\prime)}$ states in heavy-meson effective theory. *Phys. Rev. D*, **94**, 096009 (2016).
- [46] Stefan Scherer e Matthias R. Schindler. *A Primer for Chiral Perturbation Theory*. Springer, (2012).
- [47] Alexey A. Petrov e Andrew E. Blechman. *Effective Field Theories*. World Scientific, (2015).
- [48] Aneesh V. Manohar e Mark B. Wise. *Heavy Quark Physics*. Cambridge University Press, (2010).
- [49] Matthew D. Schwartz. *Quantum Field Theory and the Standard Model*. Cambridge University Press, (2014).
- [50] Antonio Pich. Effective Field Theory. (1998) [arXiv:9806303v1 [hep-ph]].
- [51] Joseph Polchinski. Effective Field Theory and the Fermi Surface. (1999) [arXiv:hep-th/9210046v2].
- [52] Atsushi Hosaka e Hiroshi Toki. *Quarks, Baryons and Chiral Symmetry*. World Scientific, (2001).
- [53] A. Esposito, A.L. Guerrieri, and A. Pilloni. Probing the nature of states via the decay . *Physics Letters B*, **746**, 194 – 201 (2015) [arXiv:1409.3551v3 [hep-ph]].
- [54] L. M. Abreu, K. P. Khemchandani, A. Martínez Torres, F. S. Navarra, M. Nielsen, and A. L. Vasconcellos. Production and absorption of exotic bottomoniumlike states in high energy heavy ion collisions. *Phys. Rev. D*, **95**, 096002 (2017).
- [55] M. Bando, T. Kugo, S. Uehara, K. Yamawaki, and T. Yanagida. Is the ρ Meson a Dynamical Gauge Boson of Hidden Local Symmetry? *Phys. Rev. Lett.*, **54**, 1215–1218 (1985).
- [56] Masako Bando, Taichiro Kugo, and Koichi Yamawaki. Nonlinear realization and hidden local symmetries. *Physics Reports*, **164**, 217 – 314 (1988).

- [57] Ulf-G. Meissner. Low-energy hadron physics from effective chiral lagrangians with vector mesons. *Physics Reports*, **161**, 213 – 361 (1988).
- [58] Masayasu Harada and Koichi Yamawaki. Hidden local symmetry at loop: A new perspective of composite gauge boson and chiral phase transition. *Physics Reports*, **381**, 1 – 233 (2003).
- [59] R. Molina and E. Oset. $Y(3940)$, $Z(3930)$, and the $X(4160)$ as dynamically generated resonances from the vector-vector interaction. *Phys. Rev. D*, **80**, 114013 (2009).
- [60] Jorgivan Morais Dias. Estudo da largura de estados exóticos do charmonium usando as regras de soma da QCD. Doutorado, Universidade de São Paulo, (2015).
- [61] P. A. M. Dirac. The Quantum Theory of the Emission and Absorption of Radiation. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, **114**, 243–265 (1927).
- [62] C. N. Yang and R. L. Mills. Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance. *Phys. Rev.*, **96**, 191–195 (1954).
- [63] Yoichiro Nambu. Axial Vector Current Conservation in Weak Interactions. *Phys. Rev. Lett.*, **4**, 380–382 (1960).
- [64] J. Goldstone. Field theories with « superconductor » solutions. *Il Nuovo Cimento*, **19**, 154–164 (1961).
- [65] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio. Dynamical Model of Elementary Particles Based on an Analogy with Superconductivity. I. *Phys. Rev.*, **122**, 345–358 (1961).
- [66] Jeffrey Goldstone, Abdus Salam, and Steven Weinberg. Broken Symmetries. *Phys. Rev.*, **127**, 965–970 (1962).
- [67] Peter W. Higgs. Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons. *Phys. Rev. Lett.*, **13**, 508–509 (1964).
- [68] F. Englert and R. Brout. Broken symmetry and the mass of gauge vector mesons. *Phys. Rev. Lett.*, **13**, 321–323 (1964).
- [69] G. S. Guralnik, C. R. Hagen, and T. W. B. Kibble. Global conservation laws and massless particles. *Phys. Rev. Lett.*, **13**, 585–587 (1964).
- [70] Steven Weinberg. A Model of Leptons. *Phys. Rev. Lett.*, **19**, 1264–1266 (1967).
- [71] A. Salam. Weak and electromagnetic interactions - in Elementary particle theory: relativistic groups and analyticity. *N. Svartholm, Almqvist Wiksell. Proceedings of the eighth Nobel symposium*, 367 (1968).

- [72] Sheldon L. Glashow. Partial-symmetries of weak interactions. *Nuclear Physics*, **22**, 579 – 588 (1961).
- [73] G't Hooft. Renormalizable lagrangians for massive yang-mills fields. *Nuclear Physics B*, **35**, 167 – 188 (1971).
- [74] G. 'tHooft. Renormalization of massless yang-mills fields. *Nuclear Physics B*, **33**, 173 – 199 (1971).
- [75] Michael E. Peskin e Daniel V. Schroeder. *An introduction to Quantum Field Theory*. Westview Press, (1995).
- [76] Lewis H. Ryder. *Quantum Field Theory*. Cambridge University Press, (2001).
- [77] Steven Weinberg. *The Quantum Field Theory: Foundations*. Cambridge University Press, (1995).
- [78] Steven Weinberg. *The Quantum Field Theory: Modern Applications*. Cambridge University Press, (1996).
- [79] Mark Thomson. *Modern Particle Physics*. Cambridge University Press, (2015).
- [80] B. S. Masaoki Kusunoki. Charm Meson Molecules and the X(3872). Doutorado, Ohio State university, (2005).
- [81] B. R Martin e G. Shaw. *Particle Physics*. Wiley, third edition, (2008).
- [82] W. Heisenberg. Über den bau der atomkerne. I. *Zeitschrift für Physik*, **77**, 1–11 (1932).
- [83] Murray Gell-Mann. A Schematic Model of Baryons and Mesons. *Phys. Lett.*, **8**, 214–215 (1964).
- [84] Eric Blanquier. The polyakov, nambu and jona-lasinio model and its applications to describe the sub-nuclear particles. Doutorado, Université Toulouse 3 Paul Sabatier (UT3 Paul Sabatier), (2013).
- [85] M.A. Shifman, A.I. Vainshtein, and V.I. Zakharov. Qcd and resonance physics. theoretical foundations. *Nuclear Physics B*, **147**, 385 – 447 (1979).
- [86] Rajan Gupta. INTRODUCTION TO LATTICE QCD. (1998) [arXiv:hep-lat/9807028v1].
- [87] Steven Weinberg. Phenomenological lagrangians. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, **96**, 327 – 340 (1979).

- [88] J Gasser and H Leutwyler. Chiral perturbation theory to one loop. *Annals of Physics*, **158**, 142 – 210 (1984).
- [89] J. Gasser and H. Leutwyler. Chiral perturbation theory: Expansions in the mass of the strange quark. *Nuclear Physics B*, **250**, 465 – 516 (1985).
- [90] S. Coleman, J. Wess, and Bruno Zumino. Structure of Phenomenological Lagrangians. I. *Phys. Rev.*, **177**, 2239–2247 (1969).
- [91] Curtis G. Callan, Sidney Coleman, J. Wess, and Bruno Zumino. Structure of Phenomenological Lagrangians. II. *Phys. Rev.*, **177**, 2247–2250 (1969).
- [92] Ahmed Ali, Christian Hambrock, and Wei Wang. Tetraquark interpretation of the charged bottomonium-like states $Z_b^\pm(10610)$ and $Z_b^\pm(10650)$ and implications. *Phys. Rev. D*, **85**, 054011 (2012).
- [93] Yongseok Oh, Taesoo Song, and Su Houng Lee. J/ψ absorption by π and ρ mesons in a meson exchange model with anomalous parity interactions. *Phys. Rev. C*, **63**, 034901 (2001).
- [94] Kevin L. Haglin and Charles Gale. Hadronic interactions of the j/ψ . *Phys. Rev. C*, **63**, 065201 (2001).
- [95] M.E. Bracco, M. Chiapparini, F.S. Navarra, and M. Nielsen. Charm couplings and form factors in QCD sum rules. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, **67**, 1019 – 1052 (2012).
- [96] Gang Li, Xiao Hai Liu, and Zhu Zhou. More hidden heavy quarkonium molecules and their discovery decay modes. *Phys. Rev. D*, **90**, 054006 (2014).
- [97] Antônio Fernando Ribeiro de Toledo Piza. *Mecânica Quântica*. Editora da Universidade de São Paulo, São Paulo, (2002).
- [98] José Leite Lopes. *A Estrutura Quântica da Matéria. Do átomo pré-socrático às partículas elementares*. Editora UFRJ, Rio de Janeiro, (2005).
- [99] Antonio Lafayette Lins Freire Vasconcellos. A produção térmica da partícula $X(3872)$. Mestrado, Universidade Federal da Bahia, (2013).