



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

**Estudo de Indícios de Anisotropia no Universo:
Supernovas, Quasares e Galáxias**

ROBERTO DOS SANTOS MENEZES JR.

Salvador-BA

2015

Estudo de Indícios de Anisotropia no Universo: Supernovas, Quasares e Galáxias

ROBERTO DOS SANTOS MENEZES JR.

Tese apresentada ao Instituto de Física da
Universidade Federal da Bahia, como parte
das exigências para a obtenção do título de
Doutor em Física.

Área de Concentração:

Cosmologia.

Orientador:

Prof. Dr. Saulo Carneiro de Souza Silva.

Coorientador:

Prof. Dr. Cássio Bruno Magalhães Pigozzo.

Salvador-BA

2015

À minha esposa Maiana
e aos meus filhos Maria Clara e Joaquim.

Sistema de Bibliotecas da UFBA

M543 Menezes Jr., Roberto dos Santos.

Estudos de indícios de anisotropia no universo: supernovas, quasares e galáxias / Roberto dos Santos
Menezes Jr. - 2015.
xv, 116f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Saulo Carneiro de Souza Silva

Coorientador: Prof. Dr. Cássio Bruno Magalhães Pigozzo

Tese (doutorado) - Universidade Federal da Bahia, Instituto de Física, Salvador, 2015.

1. Galáxias. 2. Quasares. 3. Supernovas. 4. Anisotropia. I. Silva, Saulo Carneiro de Souza. II. Pigozzo, Cássio Bruno Magalhães. III. Universidade Federal da Bahia. Instituto de Física. IV. Título.

CDD – 523
CDU – 524.8

AGRADECIMENTOS

À Deus, autor de todo o Cosmo, objeto de estudo do ser humano, que me deu inspiração e inteligência para continuar a seguir este caminho que teimo em trilhar.

À minha mãe, Nilza, que me deu a vida e proporcionou a oportunidade de estudar, às vezes a muito custo, mas sempre me motivando a superar meus desafios.

À minha família: minha irmã Amanda, tio Washington, Gui, meu pai Roberto (*in memoriam*), Maria do Céu, por existirem em minha vida e por se alegrarem com minhas alegrias e vitórias, sempre torcendo por mim.

À minha esposa Maiana, que com seu amor, dedicação, compreensão e muita paciência fez com que esse trabalho se tornasse possível.

Aos meus filhos Maria Clara e Joaquim, minhas maiores minhas motivações.

À minha outra família: D. Ana, Mariana, Maurício, Dinho e Hanna, pelo apoio que sempre dão à minha família.

Ao meu orientador Saulo, por acreditar desde o início em meu potencial e me acolher em seu grupo de pesquisa. Por me ensinar a amar a Cosmologia e ser uma referência para eu me tornar o professor que hoje sou. Ao meu coorientador Cássio, por estar sempre disponível a dedicar parte de seu tempo para me orientar na minha pesquisa e me ajudar a refletir sobre diversos aspectos dela.

Aos demais participantes do grupo de Cosmologia, em especial, Humberto e Welber, pelos momentos de discussão, descontração e aprendizado.

Ao Instituto de Física e, em especial, ao Programa de Pós-Graduação, seus coordenadores e secretários, sempre solícitos em me atender.

Ao professor Jailson Alcaniz e à Gabriela Coutinho, do Observatório Nacional, pelo excelente acolhimento que recebi de vocês. Essa estadia foi essencial para traçar as metas de minha tese.

Por fim, àqueles que tenho orgulho de chamar de amigos: Eduardo, Rosa, Fabiano, Marcos Rogério, Rose e Kleber, por existirem em minha vida e contribuírem para a vida ser mais bela e feliz.

"Existe uma teoria que diz que, se um dia alguém descobrir exatamente para que serve o Universo e porque ele está aqui, ele (o Universo) desaparecerá instantaneamente e será substituído por algo ainda mais estranho e inexplicável. Existe uma segunda teoria que diz que isso já aconteceu."

Douglas Adams

RESUMO

Desde a década de 40 do século passado, anisotropias no Universo começaram a ser propostas como explicação para a rotação das galáxias e modelos cosmológicos anisotrópicos começaram a ser estudados. Em um trabalho em 1982, P. Birch detectou a existência de uma anisotropia cósmica, observando a radiação proveniente de galáxias, e a atribui a uma rotação universal. A partir de então, outras evidências de anisotropia foram detectadas em pesquisas com radiação de galáxias, quasares e supernovas.

Neste trabalho, construímos um modelo cosmológico a partir de uma métrica anisotrópica e mostramos que o mesmo é compatível com observações de supernovas e da radiação cósmica de fundo. Além disso, testamos, com o modelo construído, a existência de um eixo preferencial de anisotropia, a partir das observações de supernovas Ia, não encontrando evidência para o mesmo.

Também reproduzimos testes realizados para radiação de galáxias e quasares, obtendo indícios de que o Universo não é isotrópico e determinamos a direção de seu eixo preferencial. Em seguida, realizamos novos testes com galáxias, nos quais analisamos a isotropia de sua distribuição angular na esfera celeste e o alinhamento entre seus planos galáticos. Com base nesses últimos testes, encontramos evidências de anisotropia e encontramos novamente os eixos preferenciais correspondentes.

Por fim, contrapomos nossos resultados a diversos outros, encontrados em diversas pesquisas, e concluímos que o conjunto desses resultados fornecem evidências de anisotropia cósmica, apesar de não ser possível estabelecer sua causa, e tampouco uma direção preferencial única, o que pode indicar a existência de diferentes anisotropias ou de vieses observacionais nas diferentes pesquisas.

Palavras-chave: 1. Galáxias. 2. Quasares. 3. Supernovas. 4. Anisotropia.

ABSTRACT

Since the 40's of last century, anisotropies in the universe were proposed as an explanation for the rotation of galaxies, and anisotropic cosmological models began to be studied. In 1982 P. Birch detected the presence of a cosmic anisotropy, observing the radiation from galaxies, and assigned it to a universal rotation. Since then, other evidences of anisotropy were detected in researches on radiation from galaxies, quasars and supernovae.

In this thesis, we construct a cosmological model on the basis of an anisotropic metric and show that it is compatible with supernovae and cosmic microwave background observations. We then test, with the constructed model, the existence of an anisotropy axis from the observations of type Ia supernovae, finding no evidence for it.

We also reproduce tests with radiation of galaxies and quasars, obtaining evidence of anisotropy and determining the direction of the preferential axes. Next, we conduct new tests with galaxies, in which we analyze the isotropy of their angular distribution on the celestial sphere and the alignment among the galactic plans. Based on these latest tests, we find evidences of anisotropy and determine the corresponding preferential axes.

At last, we compare our results to several others studies, and conclude that all of them provide evidences of cosmic anisotropy, though it is not possible to establish its cause, nor a single preferential direction, which may indicate the existence of different anisotropies or observational biases in the different researches.

Key-words: 1. Galaxies. 2. Quasars. 3. Supernovae. 4. Anisotropy.

LISTA DE FIGURAS

1.1	Típico diagrama do Universo pré-copernicano.	2
1.2	Ciclos e epiciclos descritos por Ptolomeu em Almagesto.	2
1.3	Representação das 1 ^a e 2 ^a leis de Kepler.	3
1.4	Desenhos de Galileu que demonstram a irregularidade da superfície lunar.	4
1.5	Órbita elíptica e lançamento de um corpo segundo Newton.	5
1.6	Espaço-tempo modificado pela presença de matéria.	6
1.7	Ilustrações do Princípio de Equivalência.	7
1.8	Gráfico original de Hubble demonstrando a relação linear entre a velocidade e a distância das galáxias.	9
1.9	Espectro da CMB medido pelo instrumento <i>FIRAS</i> do satélite <i>COBE</i> . As incertezas são menores que a espessura da linha.	11
1.10	Diagramas de níveis de confiança para Ω_m e Ω_Λ extraídos de Riess et al. (esquerda) e Perlmutter et al. (direita).	12
1.11	Distribuição de galáxias em função do redshift do <i>2df Galaxy Redshift Survey</i>	13
1.12	Distribuição de galáxias segundo <i>The 2Mass Redshift Survey</i>	13
1.13	Diagrama ilustrativo do Modelo Padrão da Cosmologia	20
2.1	(a) Diagrama ilustrando os dois tipos de intervalos: tipo-tempo ($ds_1 > 0$) e tipo-espaço ($ds_2 < 0$). (b) Um exemplo de curva tipo-tempo fechada.	30
3.1	Supernova SN 1006, do tipo Ia.	50
3.2	Flutuações de temperatura da CMB medidas pelo satélite Planck	52
3.3	Exemplo de flutuações de temperatura da CMB em função dos multipolos l	60

3.4	Níveis de confiança dos testes de supernovas, CMB e combinado para Ω_{m0} e Ω_{Λ} , obtidos para o modelo RTKO (esquerda) e Λ CDM (direita) com k livre ($k \neq 0$).	64
3.5	Diagramas de Hubble para as supernovas do <i>Union2</i> , modelo RTKO (vermelho) e Λ CDM (preto).	65
3.6	Diferença entre os módulos de distância dos modelos Λ CDM e RTKO <i>versus redshift</i>	65
4.1	Diagrama representando as coordenadas equatoriais, α e δ , de uma determinada estrela E	69
4.2	Superposição da imagem ótica (em azul) com a imagem em rádio (em vermelho) do quasar 3C219, que está a $1,63 \cdot 10^9$ anos-luz da Terra. Enquanto nossa galáxia tem 100 mil anos-luz de diâmetro, os jatos cobrem 1 milhão de anos-luz.	70
4.3	Exemplos de distribuições direcionais vetorial (a) e axial (b).	72
4.4	Logaritmo dos níveis de significância (S.L. = <i>significance level</i>) obtidos para o teste S_D <i>versus</i> o número de vizinhos escolhidos para cada grupo de quasares, n_v	75
4.5	Histograma representando os valores de S_D obtidos através da realização de 5000 aleatorizações de distribuições dos ângulos de polarização de quasares. A reta vertical delimita a região na qual os valores de S_D foram menores que o encontrado para a amostragem observacional ($S_D \leq 35,33^\circ$). Essa quantidade corresponde a apenas 0,84% do total das aleatorizações geradas.	76
4.6	Níveis de significância para o teste S_D e para diferentes direções do eixo preferencial (0° a 360° e -90° a 90°), em coordenadas equatoriais. As regiões mais azuladas e preta correspondem aos menores valores.	77
4.7	Representação do ângulo Δ , formado entre a direção do vetor polarização e o eixo maior galáctico, medido no sentido leste.	79
4.8	(a) Níveis de confiança 1σ , 2σ e 3σ para o eixo preferencial obtidos com os dados de Birch. (b) <i>Best-fit</i> de Δ <i>versus</i> $\cos\theta$	81
5.1	Distribuição das posições das galáxias, em coordenadas galácticas, obtida pelo Hyperleda I. A região equatorial escura corresponde ao plano da Via-Láctea.	84

5.2	Flutuações dos valores de ΔN em função da direção em coordenadas equatoriais (a) e em coordenadas galáticas (b).	87
5.3	Histograma da frequência dos valores ΔN_{max} obtidos para 5000 amostras aleatórias de posições galáticas.	88
5.4	Histograma dos χ^2 obtidos para 5.000 amostras simuladas de ângulos de posição.	91
5.5	Direções médias calculadas assumindo o procedimento para dados vetoriais (falsa direção) e axiais (direção verdadeira).	94
5.6	Histograma que apresenta os valores de r obtidos para 5.000 aleatorizações (à esquerda) e a distribuição dos ângulos médios obtidos para essas mesmas aleatorizações (à direita).	95
5.7	Histograma que apresenta os valores de r obtidos para 5.000 aleatorizações (à esquerda) e a distribuição dos ângulos médios obtidos para essas mesmas aleatorizações (à direita), com $1^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$. 96	
5.8	Valores de r calculados para diferentes direções do céu.	97
5.9	Valores do ângulo médio, $\bar{\theta}$, calculados para diferentes direções do céu. 99	
5.10	Histograma da distribuição de valores de S_D obtidos para 5.000 aleatorizações.	100
5.11	Diversas direções de anisotropia listadas neste trabalho (em coordenadas galáticas).	101

LISTA DE TABELAS

3.1	Alguns valores de $\delta\chi^2$ para diferentes níveis de confiança e número de parâmetros livres.	47
3.2	Valores de <i>redshift</i> e temperatura para algumas épocas do universo. .	58
3.3	Valores dos parâmetros livres encontrados na análise combinada para os modelos Λ CDM e RTKO. Os parâmetros estão representados na forma $\Omega_{i0} \pm 1\sigma$ ($\pm 2\sigma$).	64
5.1	Direções médias dos grupos representados na figura 5.11.	103
5.2	Separações angulares entre os diferentes grupos apresentados na figura 5.11.	103

LISTA DE SÍMBOLOS

$(+1, -1, -1, -1)$	Assinatura das métricas.
0	Índice relacionado à coordenada temporal.
$1, 2, 3$	Índices relacionados às coordenadas temporais.
$\mu, \nu, \alpha, \beta, \dots$	Índices que variarão entre os valores 0, 1, 2 e 3.
i, j, a, b, \dots	Índices que variarão entre os valores 1, 2 e 3.
$g_{\mu\nu}$	Tensor métrico de um espaço-tempo curvo.
$\eta_{\mu\nu}$	Tensor métrico do espaço-tempo de Minkowski.
$g_{ij} = h_{ij}$	Tensor métrico meramente espacial.
$A^\mu{}_{;\nu}$	Derivada covariante de um tensor A^μ : $A^\mu{}_{;\nu} = \frac{dA^\mu}{dx^\nu} + \Gamma^\mu_{\nu\alpha} A^\alpha$.
$A^\mu{}_{,\nu}$	Derivada ordinária de um tensor A^μ : $A^\mu{}_{,\nu} = \frac{dA^\mu}{dx^\nu}$.
$k^\mu u_\mu$	Soma: $k^0 u_0 + k^1 u_1 + k^2 u_2 + k^3 u_3$.
$\dot{a}(t)$	Denota a derivada temporal $\frac{da}{dt}$.
$a'(\eta)$	Denota a derivada em relação ao tempo conforme $\frac{da}{d\eta}$.
$\log x$	Refere-se ao logarítmo de x na base 10: $\log_{10} x$.
$\ln x$	Refere-se ao logarítmo de x na base e : $\log_e x$.

SUMÁRIO

Lista de Figuras	viii
Lista de Tabelas	xi
Lista de Símbolos	xii
1 Introdução	1
1.1 Um Universo em Expansão	1
1.2 Um Universo que se Expande	8
1.3 O Princípio Cosmológico e o Modelo Padrão	12
1.3.1 O Princípio Cosmológico	13
1.3.2 O Modelo Padrão da Cosmologia	14
1.4 <i>E pur si muove!</i>	21
1.5 Uma Busca por Novos Indícios	25
2 Um Modelo Anisotrópico para o Universo	27
2.1 Aspectos Gerais da Métrica Anisotrópica	27
2.1.1 Geometria	27
2.1.2 Causalidade	29
2.1.3 Isotropia da CMB	31
2.1.4 Distribuição de galáxias	33
2.1.5 Rotação do vetor polarização	34
2.2 Construção de Modelos Anisotrópicos	34
2.3 Distâncias nos Modelos Anisotrópicos	38
2.3.1 Distância diâmetro-angular	38
2.3.2 Distância luminosidade	40
2.3.3 Módulo de distância	42

3	Estimativa de Parâmetros no Modelo Anisotrópico: Supernovas e CMB	44
3.1	Teste do χ^2	44
3.2	Estimando parâmetros cosmológicos a partir de supernovas Ia	48
3.3	Estimando parâmetros cosmológicos a partir da CMB	51
3.3.1	Recombinação	54
3.3.2	Desacoplamento e último espalhamento	56
3.3.3	Origem das pequenas flutuações da CMB	58
3.3.4	Ajuste de parâmetros a partir da CMB	60
3.4	Análise combinada e resultados	63
3.4.1	Resultados	64
4	À Procura de Indícios de Anisotropia: Supernovas, Quasares e Radiação de Galáxias	67
4.1	Supernovas	67
4.1.1	Teste do χ^2	67
4.1.2	Resultado do teste do χ^2 aplicado às supernovas	69
4.2	Quasares	69
4.2.1	O teste S_D	71
4.2.2	Resultados do teste S_D aplicado aos quasares	74
4.3	Radiação de Galáxias	78
4.3.1	Teste do χ^2	79
4.3.2	Resultados do teste χ^2 aplicado à radiação de galáxias	80
5	Uma Nova Busca por Indícios de Anisotropia: Distribuição e Alinhamento de Galáxias no Céu	83
5.1	Distribuição de galáxias no céu	84
5.1.1	Teste de assimetria norte-sul (ΔN)	85
5.1.2	Resultados do teste de ΔN	85
5.2	Alinhamento dos planos galácticos	88
5.2.1	Teste de uniformidade da distribuição dos ângulos de posição	89
5.2.2	Resultados do teste de uniformidade	91
5.2.3	Alinhamento médio da amostra - teste de r	91
5.2.4	Resultado do teste de r	94
5.2.5	Alinhamento médio local - valor de r	96
5.2.6	Resultados do alinhamento médio local de r	97

5.2.7	Alinhamento médio local - valor do ângulo médio $\bar{\theta}$	98
5.2.8	Resultados do alinhamento médio local de $\bar{\theta}$	98
5.2.9	Teste S_D modificado	98
5.2.10	Resultados do teste S_D modificado	100
5.3	Análise dos resultados	100
6	Considerações finais	104
	Referências	107

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

DESDE tempos remotos o homem olha para céu. Desde estes mesmos tempos o homem o interroga na busca de respostas a muitos de seus anseios e, ao confrontá-lo, obtém algumas respostas: descobre padrões que lhe permitiram medir o tempo, prever fenômenos, plantar, colher, enfim, sobreviver. Mas o céu, em si mesmo, continuou sendo um mistério.

1.1 Um Universo em Expansão

Passaram-se os séculos e uma grande questão ainda estava lá: "o que é o céu?". No século IV a.C., em seu tratado filosófico *De Cælo* ("Do Céu", em português [1, 2]), o filósofo grego Aristóteles (384-322 a.C.) tenta responder essa pergunta descrevendo um universo geocêntrico, composto por abóbodas celestes nas quais estariam fixas, em cada uma, a Lua, o Sol, os diferentes planetas e as estrelas. Além dessas últimas estaria o *Cælum empireum habitaculum dei et ominium electorum* ("habitat de Deus e dos seus eleitos") - Figura (1.1). Essas abóbodas girariam umas em relação às outras e todas em relação à Terra que se localizava no centro desse seu simples Cosmo.

Mais séculos se passaram e o homem continua a olhar para o céu. No início do segundo século da era cristã, o cientista, também grego, Cláudio Ptolomeu (90-168 d.C.), em sua famosa obra *Almagesto* ("O Maior"), não só defende o geocentrismo aristotélico como também descreve o movimento aparente dos planetas do Sistema Solar por meio de um sistema complexo de ciclos e epiciclos que permitiam prever o movimento desses planetas com boa precisão e que foi utilizado até o início do século XVII, sendo inclusive usado por astrônomos como Copérnico e Kepler [4, 5].



Figura 1.1: Típico diagrama do Universo pré-copernicano.
(Fonte: Koyré, 1968 [3])

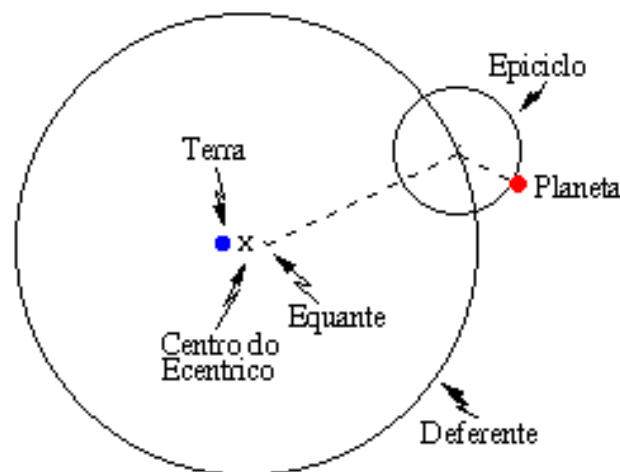


Figura 1.2: Ciclos e epiciclos descritos por Ptolomeu em Almagesto.

Em 1543, mesmo ano da morte de seu autor Nicolau Copérnico (1473-1543), é publicado o trabalho revolucionário *De Revolutionibus Orbium Caelestium* ("Da Revolução das Esferas Celestes") que inauguraria um novo paradigma na história da astronomia desde então. Nessa obra, Copérnico descreve um modelo planetário heliocêntrico no qual os planetas orbitavam o Sol em trajetórias circulares e limitados por uma esfera celeste imóvel (além de Saturno¹) na qual ficavam as estrelas fixas.

¹Desde a antiguidade até o século XVII eram conhecidos os seis primeiros planetas do Sistema

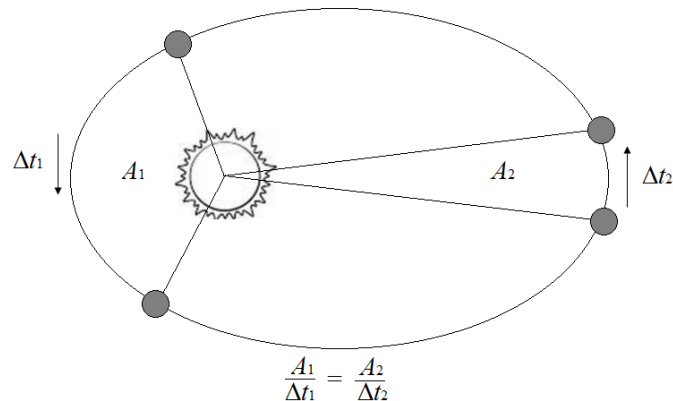


Figura 1.3: Representação das 1ª e 2ª leis de Kepler.

Diz ele:

Imóvel, no entanto, no meio de tudo, está o Sol. Pois nesse mais lindo templo, quem poria este candeeiro em outro lugar ou melhor lugar do que este, do qual ele pode iluminar tudo ao mesmo tempo? [5]

Um pouco mais tarde, Tycho Brahe (1546-1601) e Johannes Kepler (1571-1630), inimigos inseparáveis, devido à relação de interdependência que possuíam, avançam nas descobertas astronômicas. O primeiro, um brilhante astrônomo que tinha excelentes instrumentos e os mais completos dados astronômicos àquele tempo; o segundo, excelente matemático, a pessoa certa para analisar esses dados. E foi assim que, analisando os dados da órbita excêntrica de Marte, Kepler pôde intuir que a mesma não era circular, mas elíptica, com o Sol em um dos focos da elipse. Nascia aí a primeira lei de Kepler, derrubando um antigo paradigma grego que via o círculo como uma figura perfeita, quase que sagrada e, por consequência, impunha que os corpos celestes deveriam descrever órbitas circulares. Posteriormente também foram descobertas a segunda e terceira leis de Kepler: a lei das áreas, a respeito da constância da velocidade areal, $dA/dt = constante$, e a lei dos períodos, $T^2/r^3 = constante$. Essas três leis serviriam depois de base para Isaac Newton desenvolver a sua Mecânica [5].

No início do século XVII, Galileu Galilei (1564-1642) teve a brilhante ideia de aperfeiçoar e apontar para o céu um telescópio. Ele observou as crateras e as montanhas da Lua, descobriu que a Via-Láctea é composta por inúmeras estrelas e que Júpiter possui quatro luas que o orbitam, desse modo não só a Terra possuía

Solar (do grego *asteres planetai* = "estrelas errantes"). Urano foi descoberto no séc. XVIII e Netuno no séc. XIX.

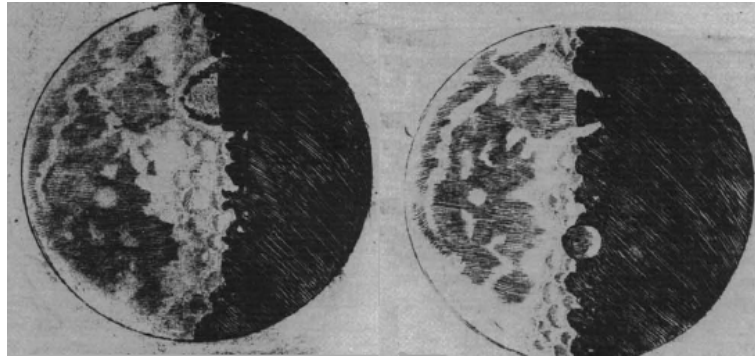


Figura 1.4: *Desenhos de Galileu que demonstram a irregularidade da superfície lunar.*
(Fonte: Galilei, 2010 [6])

um satélite, como também outros planetas do Sistema Solar, tal qual Júpiter, também poderiam possuir [6]. Esse último fato contradizia um dos argumentos do geocentrismo de que se a Terra se movesse deixaria a Lua para trás - a Terra deixava de ser definitivamente o centro do Universo.

Em 1642 (mesmo ano da morte de Galileu) nasce Isaac Newton (1642-1727) na Inglaterra. Entre muitos dos seus grandes feitos está o desenvolvimento da primeira teoria da gravitação universal², publicada em 1687 no seu famoso livro *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* ("*Princípios Matemáticos de Filosofia Natural*"). Nele, Newton relata que tanto a queda dos corpos na superfície da Terra (como uma pequena maçã [7]), quanto o movimento da Lua ao redor da Terra estariam associados a uma mesma força (a força gravitacional) que dependeria do produto das massas dos corpos e que variaria com o inverso do quadrado da distância desses corpos ao centro da Terra. Além disso ele demonstra que essa atração seria a responsável pelos corpos celestes se moverem em órbitas elípticas [8], fato este já constatado por Kepler observacionalmente, como já dissemos.

Mas nem tudo estava totalmente claro para Newton. A sua teoria conduzia a dois resultados que o próprio Newton não soube como explicar. O primeiro diz respeito à interação instantânea entre os corpos atraídos gravitacionalmente. A esse respeito ele mesmo escreve:

É inconcebível que a matéria bruta, inanimada, opere sem a mediação de alguma outra coisa, não material, sobre outra matéria e a afete sem contato mútuo, como deve ocorrer se a gravitação, no sentido de Epicuro, for essencial e inerente a ela. É por essa razão que desejei que você não

²Esta teoria reinaria absoluta até a publicação da Teoria da Relatividade Geral de Einstein, em 1916, e, mesmo hoje, ainda é amplamente utilizada em Astronomia.

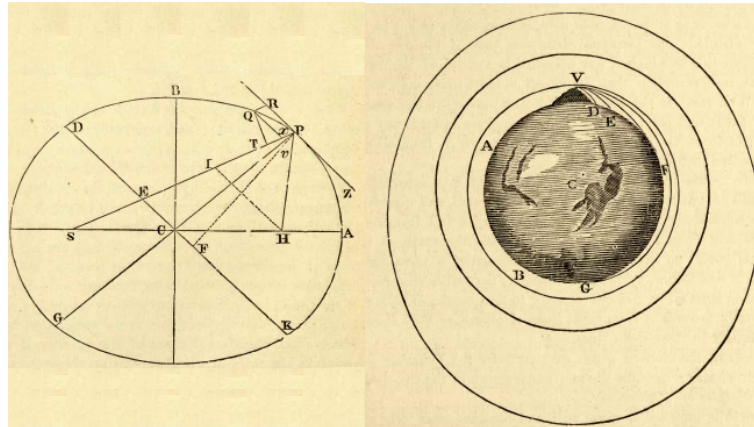


Figura 1.5: Órbita elíptica e lançamento de um corpo segundo Newton.
(Fonte: Newton, 1846 [8])

atribuísse a gravidade inata a mim. Que a gravidade devesse ser inata, inerente e essencial à matéria, de modo que um corpo pudesse atuar sobre outro a distância, através de um vácuo, sem a mediação de qualquer outra coisa, por cujo intermédio sua ação e força pudesse ser transmitida de um corpo a outro, é para mim um absurdo tão grande que eu acredito que nenhum homem dotado de uma faculdade de pensamento competente em questões filosóficas jamais possa cair nele. A gravidade deve ser causada por um agente que atua constantemente de acordo com certas leis; mas se esse agente é material ou imaterial é uma consideração que deixo para os meus leitores (NEWTON apud ANDRADE [9]).

O segundo diz respeito à igualdade entre a massa gravitacional e a massa inercial. Através de experimentos com pêndulo cuja massa poderia ser alterada, Newton não verificou qualquer alteração no seu período, conforme sua massa era modificada, e, portanto, na igualdade entre as massas inercial e gravitacional, dentro de uma incerteza de 10^{-3} . Um outro experimento, mais aprimorado, realizado por Baron Roland von Eötvös (1848-1919), através de uma balança de torção, revelou resultados de equivalência entre essas massas da ordem de 10^{-9} [10]. Testes mais recentes revelam uma igualdade entre essas massas da ordem de 10^{-13} [11]. Essa "coincidência" conduziu posteriormente Einstein a postular o Princípio de Equivalência (PE) e através dele desenvolver a Teoria da Relatividade Geral (TRG).

Em 1916, Einstein publica o seu famoso trabalho *Die Grundlage der Allgemeinen Relativitätstheorie* ("O Fundamento da Teoria Geral da Relatividade") [12, 13], no qual ele estabelece os fundamentos da nova teoria da gravitação. Nessa

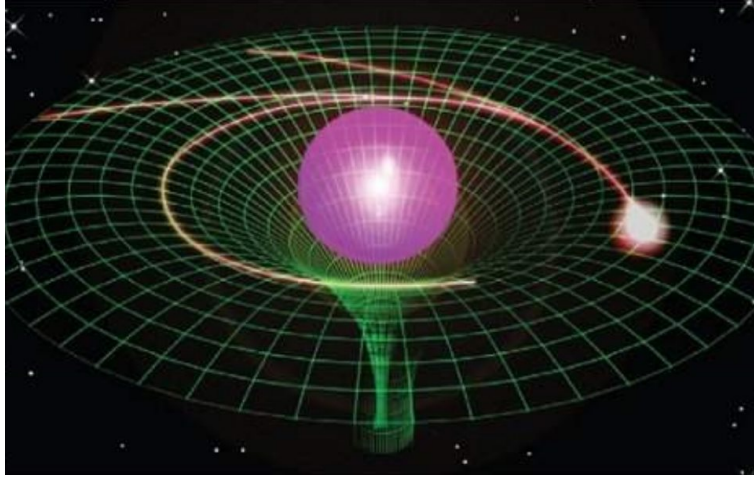


Figura 1.6: Espaço-tempo modificado pela presença de matéria.
(Fonte: astrowatch.net)

teoria, a interação gravitacional não se dá através de forças, tal qual na teoria de Newton, mas a partir da modificação da geometria do espaço-tempo provocada pela presença de matéria e/ou radiação. A geometria em suas equações é representada pelo tensor de Ricci, $R_{\mu\alpha\nu}^{\alpha} = R_{\mu\nu}$ e pelo escalar de Ricci, $R = R_{\alpha}^{\alpha}$, e o conteúdo de massa-energia representado pelo tensor momento-energia, $T_{\mu\nu}$ [14]:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}. \quad (1.1)$$

Dessa forma, os corpos se moveriam nesse espaço-tempo modificado pela matéria-energia numa geodésica, semelhantemente a uma esfera girando em torno de um ralo (Fig. 1.6).

A questão da interação instantânea à distância que Newton levantou fica então resolvida visto que a matéria gravitante interage com o espaço-tempo deformado pela presença da matéria-energia deformadora (fonte). Caso houvesse qualquer modificação da fonte, esta informação se propagaria com velocidade finita pelo espaço-tempo.

Por outro lado, a igualdade entre a massa inercial e gravitacional desempenha um papel fundamental na TRG³, como sugere o Princípio de Equivalência. Consideremos um referencial R no espaço, livre de qualquer interação gravitacional. Consideremos ainda um outro referencial R' que possui aceleração uniforme de módulo a em relação ao primeiro. Um observador em R' abandona uma massa (inercial) m_i em seu referencial e a vê cair no solo. Pergunta-se: o observador em R'

³Einstein cita, inclusive, o experimento de Eötvös em seu artigo de 1916.

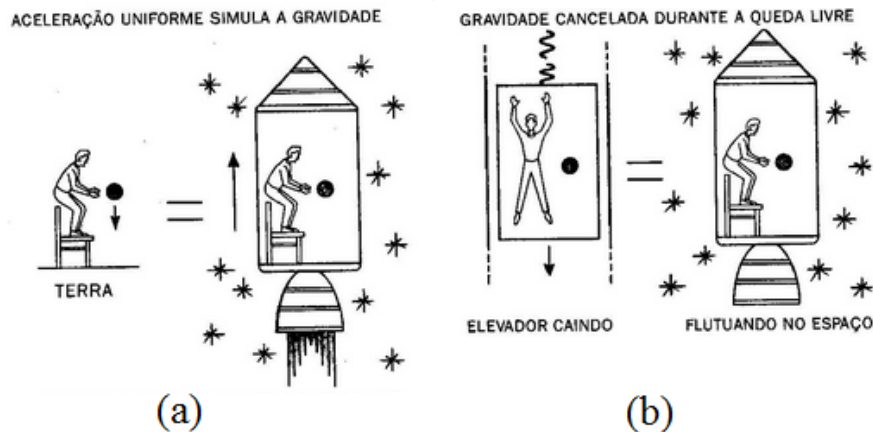


Figura 1.7: Ilustrações do Princípio de Equivalência.
(Fonte: Oocities.org)

pode inferir, absolutamente, que ele se encontra em um referencial não-inercial? A resposta é não, pois esse observador pode estar em um campo gravitacional uniforme cujo módulo da aceleração gravitacional é a e, então, se $m_i = m_g$, ele verificará o mesmo fenômeno que observaria na primeira situação - ver figura 1.7 (a). Um raciocínio análogo pode ser feito para uma nave em queda livre numa região do espaço na qual o campo gravitacional pode ser considerado uniforme, nesse caso, um corpo abandonado flutuará em estado de inércia semelhantemente a uma situação em que a nave esteja distante de qualquer interação gravitacional (o referencial se configuraria em um aparente referencial inercial) - ver figura 1.7 (b). É claro que não existe um campo gravitacional uniforme em todo espaço, os campos gravitacionais variam em módulo (de acordo com a distância à fonte) e direção (de acordo com a translação ao redor da fonte), de modo que esse raciocínio deve ser restringido ao caso de um referencial denominado *localmente inercial* (referencial restrito a uma pequena região do espaço-tempo). Somos capazes agora de enunciar o Princípio de Equivalência:

Um referencial linearmente acelerado em relação a um referencial inercial é localmente idêntico a um referencial em repouso em um campo gravitacional uniforme. [15]

Assim, a igualdade entre as massas inercial e gravitacional surge como uma consequência direta do *PE*.

Einstein foi também o primeiro a propor um modelo cosmológico, desenvolvido a partir de suas equações de campo. Este modelo era espacialmente

homogêneo, isotrópico e finito (com curvatura espacial constante e positiva). Em sua época, as observações astronômicas corroboravam um universo estático e, como a gravidade é atrativa, o modelo cosmológico de Einstein era instável, obrigando-o a introduzir um termo *ad hoc* em suas equações: a constante cosmológica (Λ). Tínhamos então um primeiro modelo cosmológico matemático que relacionava o conteúdo do universo com a sua geometria.

1.2 Um Universo que se Expande

A possibilidade teórica da expansão do universo surgiu em 1922 e 1927, com os trabalhos do matemático russo Aleksandr Aleksandrovich Friedmann (1888-1925) e do padre e astrônomo belga Georges H. J. Édouard Lemaître (1894-1966), respectivamente⁴. Ambos os trabalhos forneciam soluções espacialmente homogêneas e isotrópicas, para um Universo em expansão e com curvatura, das equações de campo de Einstein. Particularmente, no trabalho de Lemaître já aparece a relação linear entre a velocidade de afastamento dos corpos celestes e suas distâncias (do que se chamaria posteriormente de lei de Hubble). Além disso, foi também Lemaître o precursor do que se chamaria depois de *Teoria do Big-Bang*, ao postular a possibilidade de um universo que se expande a partir de um "átomo primordial" ou "ovo cósmico".

Em 1923, o astrônomo americano Edwin P. Hubble (1889-1953), a partir de observações de estrelas do tipo cefeida⁵ presentes em nebulosas ("nuvens de gases" observadas a partir de nossa galáxia), particularmente a de Andrômeda, concluiu que essa se encontrava a uma distância muito superior ao raio da Via-Láctea, configurando-se, portanto, em uma outra galáxia⁶.

⁴Os dados históricos contidos nessa seção foram extraídos do artigo de Ioav Waga: *Cem anos de descobertas em cosmologia e novos desafios para o século XXI* [16].

⁵Em 1912, Henrietta Leavitt, astrônoma do Harvard College Observatory, encontrou uma correlação entre a luminosidade absoluta de estrelas variáveis cefeidas e o período de oscilação da intensidade da luz vinda delas. Ela notou que, observando-se o período de variação de uma estrela cefeida, era possível se determinar a sua luminosidade absoluta. Assim, como a intensidade da luz cai com o inverso do quadrado da distância, podemos determinar a distância de uma estrela cefeida medindo sua luminosidade média aparente e estimando sua luminosidade média absoluta através da observação do período.

⁶A galáxia de Andrômeda encontra-se a cerca de 2 milhões de anos-luz da Via-Láctea, enquanto o raio dessa última é de cerca de 50 mil anos-luz.

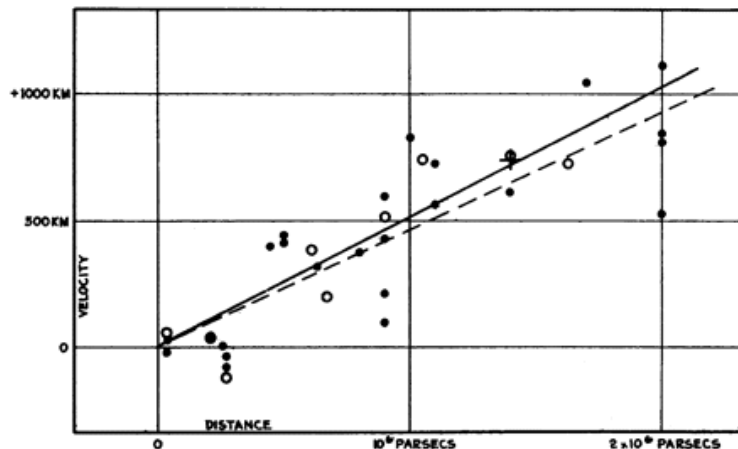


Figura 1.8: Gráfico original de Hubble demonstrando a relação linear entre a velocidade e a distância das galáxias.

(Fonte: Hubble, 1929 [17])

Em 1929, usando medidas de *redshifts*,⁷

$$z = \frac{\lambda_{\text{observado}} - \lambda_{\text{emitido}}}{\lambda_{\text{emitido}}} \Rightarrow 1 + z = \frac{\lambda_o}{\lambda_e}, \quad (1.2)$$

de galáxias, Hubble observou a existência de uma relação linear entre as velocidades de afastamento (em sua maioria) e as distâncias, a chamada lei de Hubble⁸ [17]:

$$v = cz = H_0 r, \quad (1.3)$$

na qual ele obteve para a constante (chamada hoje de constante de Hubble) $H_0 = 500$ km/s.Mpc. A descoberta dessa expansão levou Einstein a considerar a introdução da constante cosmológica em suas equações como o maior erro de sua carreira [18], mas a história ainda não estava encerrada, como veremos mais adiante.

Em 1948, Ralph Alpher e George Gamow desenvolveram uma teoria que explicaria como, a partir de uma evolução do universo, foram formados o hidrogênio e o hélio, bem como elementos mais pesados, e as suas abundâncias no universo. Neste modelo, o universo primordial era altamente quente e denso, dominado por radiação (fótons e neutrinos), e se resfriou à medida que se expandiu. Além disso, eles previram também a existência de uma radiação em microondas remanescente

⁷O *redshift* pode ser entendido nesse contexto como a diferença percentual do comprimento de onda, devido ao efeito Doppler, gerado pelo afastamento de uma fonte luminosa. Quando há aproximação, pode ser chamado *blueshift*.

⁸De fato, G. Lemaître já havia deduzido esta relação em um trabalho publicado em 1927 [16].

deste universo primordial (a Radiação Cósmica de Fundo - do inglês: CMB⁹), que seria decorrente da fase de desacoplamento elétron-fóton, quando a taxa de interação entre eles se torna menor que a taxa de expansão do universo, H . Eles, inclusive, conseguiram estimar a temperatura dessa radiação em um valor igual a 5 K [19].

Em 1964, Arno Penzias e Robert Wilson, rádio-astrônomos dos Laboratórios Bell (EUA), pesquisavam ondas de rádio oriundas do espaço, utilizando, para tanto, uma potente antena quando encontraram um misterioso ruído que persistia no receptor. Este ruído estava uniformemente distribuído pelo céu e presente durante o dia e a noite. Essa radiação possuía um comprimento de onda de 7,35 cm e não provinha da Terra, do Sol, ou mesmo de nossa galáxia. Depois de verificação do seu equipamento, remoção de alguns pombos na antena e sua limpeza, o ruído ainda permaneceu. Ambos concluíram que o barulho vinha de fora de nossa galáxia, embora eles não estivessem cientes de qualquer fonte de rádio que seria responsável por isso. Por fim, eles atribuíram esse ruído à CMB predita por Gamow e Alpher e também explicada por Robert Dicke, Jim Peebles, P. Roll e David Wilkinson e equipe [20]:

Measurements of the effective zenith noise temperature of the 20-foot horn-reflector antenna (...) at 4080 Mc/s have yielded a value about 3.5 K higher than expected. This excess temperature is, within the limits of our observations, isotropic, unpolarized, and free from seasonal variations (July, 1964 - April, 1965). A possible explanation for the observed excess noise temperature is the one given by Dicke, Peebles, Roll and Wilkinson in a companion letter in this issue [21]

Em 1989 foi lançado ao espaço o satélite *COBE*¹⁰ (*Cosmic Background Explorer*) equipado com os seguintes instrumentos:

- *DIRBE* (*Diffuse Infrared Background Experiment*): mapeou todo céu em 10 intervalos de comprimentos de onda, variando entre 10 μm e 240 μm . Esses dados contêm sinais de radiação cósmica de fundo no infravermelho, além de emissões de fontes extra-galáticas, de nossa galáxia e de outras fontes do nosso sistema solar;

⁹*Cosmic Microwave Background*: adotaremos a sigla em inglês por seu uso frequente na literatura.

¹⁰<http://aether.lbl.gov/www/projects/cobe/>

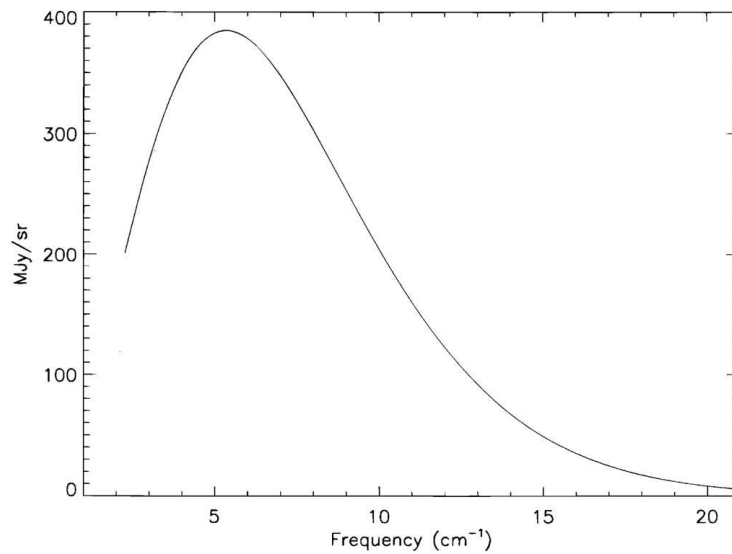


Figura 1.9: Espectro da CMB medido pelo instrumento FIRAS do satélite COBE. As incertezas são menores que a espessura da linha.

(Fonte: Ryden, 2003 [25])

- *DMR (Differential Microwave Radiometers)*: encontrou anisotropias na CMB da ordem de 10^{-5} a 10^{-6} . Estas anisotropias foram interpretadas como flutuações primordiais, responsáveis, sob a ação da gravidade, pela criação de galáxias, aglomerados de galáxias e aglomerados de aglomerados de galáxias [22];
- *FIRAS (Far Infrared Absolute Spectrophotometer)*: mostrou que o espectro da CMB é o de um corpo negro com temperatura de $2,725 \pm 0,002$ K e cujo pico se encontra entre os comprimentos de onda de 0,1 a 5,0 mm [23] (ver figura 1.9 [24]).

Com isso foi possível construir um modelo cosmológico embasado em observações que descreve um universo em expansão e é capaz de explicar desde a formação dos primeiros elementos, como o de hidrogênio, até as galáxias, aglomerados de galáxias, etc.

Esse modelo, porém, que tinha como base teórica a TRG, a Termodinâmica e a Mecânica Estatística, previa um universo em expansão *desacelerada*, pois a gravidade gerada pela massa-energia é estritamente atrativa. Esse quadro mudaria no ano de 1998, quando duas equipes de astrônomos, o *Supernovae Search Team* [26] e *The Supernovae Cosmology Project* [27], lideradas por Adam Riess e Saul

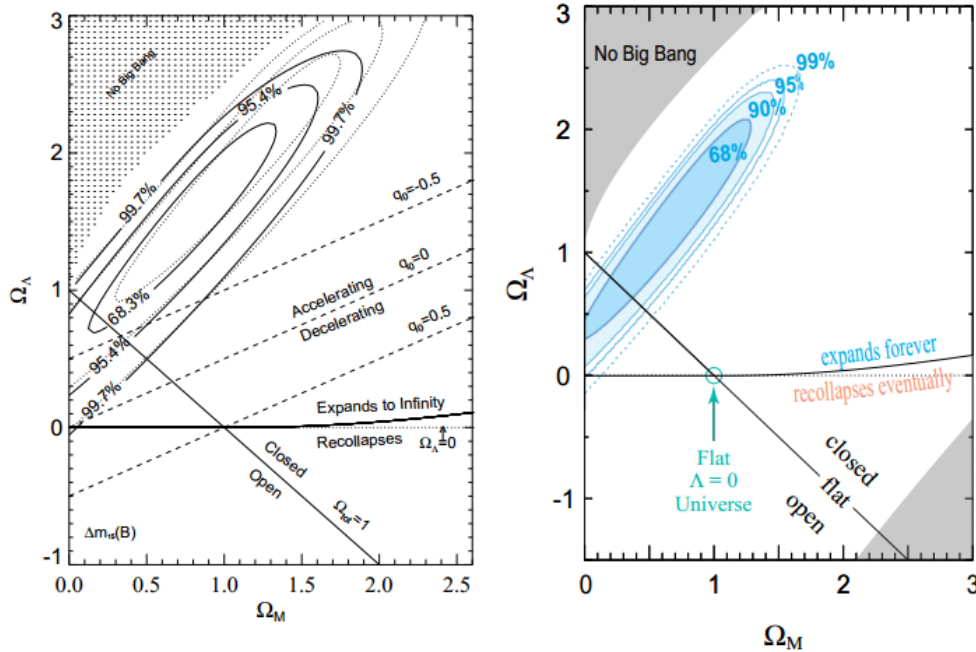


Figura 1.10: Diagramas de níveis de confiança para Ω_m e Ω_Λ extraídos de Riess et al. (esquerda) e Perlmutter et al. (direita).

(Fonte: Riess et al., 1998 [26]; Perlmutter et al., 1999 [27])

Perlmutter, respectivamente, utilizando supernovas do tipo Ia¹¹ como velas-padrão, descobrem que não só o universo está em expansão, mas que essa expansão é acelerada. Para explicar esse fato, foi-se necessário postular a existência de uma nova componente do universo, repulsiva, que seria responsável por essa aceleração: a *Energia Escura*, representada pela, ressuscitada, constante cosmológica de Einstein, Λ . Além disso, a energia escura corresponderia a cerca de 70% do conteúdo energético do universo. A figura 1.10 mostra os valores de alguns parâmetros cosmológicos obtidos por essas equipes.

1.3 O Princípio Cosmológico e o Modelo Padrão

Nossas observações do universo são limitadas no espaço e no tempo. Segundo o modelo padrão da cosmologia, que discutiremos aqui, ele pode ter aproximadamente 14 bilhões de anos, o que significa que seu limite observacional está a bilhões de anos-luz de nós (ver Fig. (1.11)). Como fazer cosmologia se podemos observar apenas uma parte do universo? A resposta a esta questão reside

¹¹Supernovas Ia são as que não possuem hidrogênio em seu espectro de emissão e cuja curva de luminosidade obedece um padrão e, portanto, pode ser calibrada.

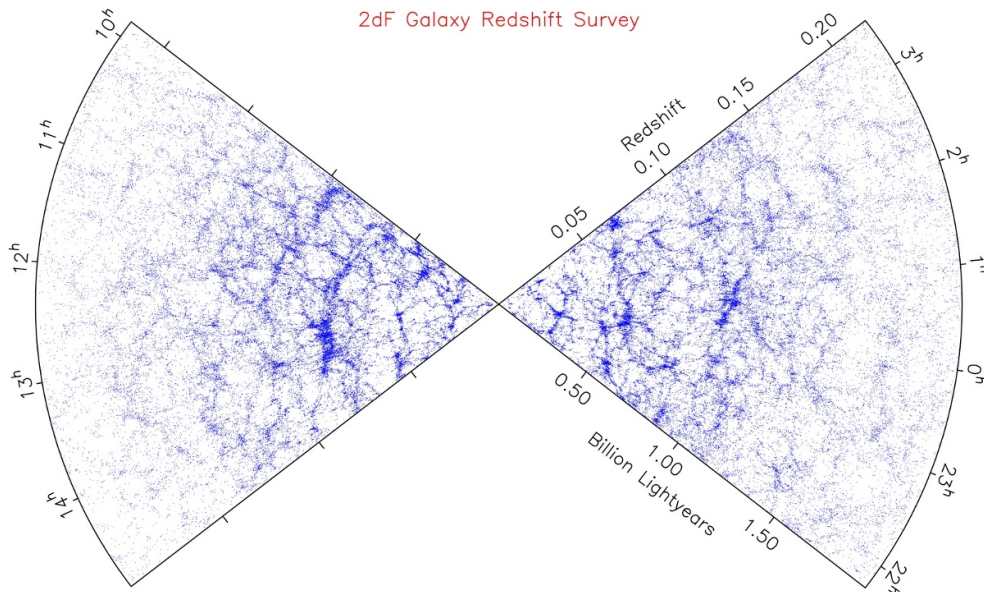


Figura 1.11: *Distribuição de galáxias em função do redshift do 2df Galaxy Redshift Survey.*

(Fonte: magnum.anu.edu.au)

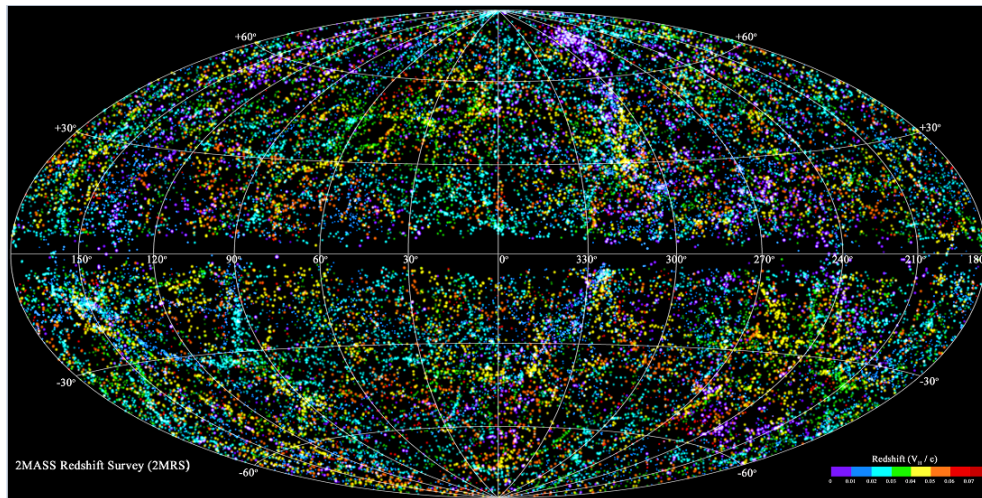


Figura 1.12: *Distribuição de galáxias segundo The 2Mass Redshift Survey.*
(Fonte: harvard.edu)

no *Princípio Cosmológico*.

1.3.1 O Princípio Cosmológico

O Princípio Cosmológico é constituído por um conjunto de hipóteses difíceis de se verificar na prática, mas necessárias para se fazer um estudo cosmológico. Primeiramente, temos que supor que as leis físicas que nós conhecemos são válidas

para todo o universo, o que já é uma hipótese bastante forte, visto que essas leis são determinadas em laboratórios na Terra e observadas em nosso Sistema Solar. Entretanto, nós podemos observar os mesmos tipos de estrelas e galáxias onde quer que olhemos no céu. Podemos ver as linhas espectrais dos mesmos elementos que encontramos na Terra em estrelas e galáxias muito distantes de nós. Podemos observar sistemas solares que se organizam num mesmo padrão que o nosso e cujos planetas estão ligados à sua estrela pela mesma lei do inverso do quadrado da distância. Essas observações corroboram essa primeira afirmação.

Em segundo lugar, o Princípio Cosmológico assume que o universo é homogêneo. Por homogeneidade aqui não se entende que ele seja formado por uma distribuição uniforme de energia, cuja densidade é a mesma em qualquer região infinitesimal do mesmo, mas que ele carrega uma determinada estrutura, que se repete espaço afora, formada por galáxias, aglomerados de galáxias e superaglomerados de galáxias, semelhante a uma rede ou teia quando observado em escalas superiores a 100 Mpc ¹² (as figuras (1.11) [29] e (1.12) [30] dão ideia dessa estrutura).

Em terceiro lugar, o Princípio Cosmológico estabelece que o universo é isotrópico, ou seja, que possui as mesmas propriedades em todas as direções. Esse fato é fortemente apoiado pela isotropia da CMB, da ordem de 10^{-5} [22], e ainda pelo fato de observações em diferentes direções do universo não apontarem, em princípio, para algum indício de que isso seja diferente.

Apoiado nas observações, e tendo em mente o Princípio Cosmológico, foi desenvolvido o que se chamou de *Modelo Padrão da Cosmologia*. Faremos aqui uma breve explanação a respeito dele.

1.3.2 O Modelo Padrão da Cosmologia

O Modelo Padrão (ou, como também é conhecido, Modelo Λ CDM = Λ + *Cold Dark Matter* ou matéria escura fria) é constituído de uma métrica homogênea e isotrópica que engloba todas as possíveis curvaturas espaciais (positiva, negativa ou plana) e que é uma solução exata das equações de campo de Einstein (1.1), denominada métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (*FLRW*) e definida

¹²1 parsec (1 pc = 3,262 anos-luz = $3,086 \cdot 10^{16}$ m) pode ser entendido como a distância à qual se deveria situar um observador para ver uma unidade astronômica (1 UA = $1,496 \cdot 10^{11}$ m) - equivalente à distância da Terra ao Sol - sob o ângulo de um segundo de arco [28].

por

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\phi^2 \right) \quad (1.4)$$

onde t é o tempo cosmológico, (r, θ, ϕ) são as coordenadas comóveis¹⁴ de um ponto do espaço e k é a constante de curvatura espacial, que pode assumir valores $-1, 0$ ou $+1$ conforme a geometria espacial seja, respectivamente, aberta, plana ou fechada. $a(t)$ é o fator de escala (e carrega informações sobre a dinâmica - expansão ou contração - do Universo) e é função apenas do tempo cosmológico. Fazendo uma apropriada transformação de coordenadas, $r = f_k(\chi)$, passamos a métrica (1.4) para sua forma bem conhecida,

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) (d\chi^2 + f_k^2(\chi)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)), \quad (1.5)$$

na qual a função $f_k(\chi)$ assume diferentes formas para diferentes curvaturas:

$$f_k(\chi) = \begin{cases} \sin\chi, & k = 1; \\ \chi, & k = 0; \\ \sinh\chi, & k = -1. \end{cases} \quad (1.6)$$

Contraindo a equação (1.1), obtemos

$$R = -T \quad (1.7)$$

e, com isso, podemos reescrevê-la na forma

$$R_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T. \quad (1.8)$$

Aplicando a métrica (1.5) às equações (1.8) obtemos as relações

$$R_{00} = -\frac{3\ddot{a}}{a}, \quad (1.9)$$

¹³Usaremos daqui para frente um sistema de unidades no qual $8\pi G = c = 1$. Note ainda que a grandeza associada à distância (r) na métrica é adimensional, de modo que a dimensão de comprimento é dada pelo fator de escala, $a(t)$. Utilizaremos essa notação para todas as métricas presentes neste trabalho.

¹⁴Sistema de coordenadas que acompanha a evolução dinâmica do universo, de tal forma que um observador que observa esta evolução terá a mesma coordenada em todos os instantes.

$$R_{ii} = - \left(\frac{2k}{a^2} + \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{2\dot{a}^2}{a^2} \right) g_{ii}, \quad (1.10)$$

$$R_{ij} = 0, \quad i \neq j. \quad (1.11)$$

O lado direito de 1.8 pode ser calculado a partir do tensor momento-energia do fluido perfeito,

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu}, \quad (1.12)$$

onde ρ é a densidade de energia do conteúdo material do modelo, p é a pressão correspondente a esse conteúdo e $u_\mu = \delta_\mu^0$, a quadrivelocidade comóvel. O lado direito da equação (1.8), então, torna-se

$$R_{00} = \frac{1}{2}(\rho + 3p), \quad (1.13)$$

$$R_{ii} = -\frac{1}{2}(\rho - p)g_{ii}, \quad (1.14)$$

$$R_{ij} = 0, \quad i \neq j. \quad (1.15)$$

Da igualdade da equação (1.9) com a equação (1.13) obtemos a equação da aceleração

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{6}(\rho + 3p). \quad (1.16)$$

Nela podemos observar que, se $\rho > 0$ e $p > 0$, então o universo será desacelerado, visto que $a > 0$ sempre. Em contrapartida, se $p < -\rho/3$, então, $\ddot{a} > 0$, e o universo será acelerado. Igualando também as equações (1.10) e (1.14) obtemos a equação de Friedmann

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 \equiv H^2 = \frac{\rho}{3} - \frac{k}{a^2}, \quad (1.17)$$

onde $H = \dot{a}/a$ é o parâmetro de Hubble.

A constante cosmológica surge com a inserção da densidade de energia constante $\rho_\Lambda = \Lambda$, além das densidades da matéria, ρ_m , e da radiação, ρ_r , na densidade de energia total que aparece na equação (1.17), de modo que a densidade total torna-se $\rho = \rho_m + \rho_r + \rho_\Lambda$. Uma análise na equação da aceleração nos mostra que para termos um universo acelerado hoje, em acordo com as observações, deveremos

ter $p < -\rho/3$. A pressão devido à constante cosmológica é dada por

$$p_\Lambda = -\rho_\Lambda = -\Lambda. \quad (1.18)$$

A pressão da matéria não-relativística é sabida igual a zero, enquanto a da radiação, obtida da Mecânica Estatística, é

$$p_r = \frac{1}{3}\rho_r, \quad (1.19)$$

o que nos garante, a partir da eq. (1.16), um universo acelerado, pois nesse caso $\ddot{a} > 0$.

Se $k = 0$, a equação de Friedmann torna-se simplesmente

$$H^2 = \frac{\rho}{3}, \quad (1.20)$$

de onde definiremos a densidade crítica

$$\rho_c = 3H^2. \quad (1.21)$$

Analisando a equação (1.17) à luz desta última vemos que, se $\rho > \rho_c$, então o universo possui curvatura positiva (geometria fechada); se $\rho < \rho_c$, então o universo possui curvatura negativa (geometria aberta) e, se $\rho = \rho_c$, o universo é espacialmente plano. Muitas vezes é mais conveniente, ao invés de utilizarmos a densidade de energia absoluta, trabalharmos com o parâmetro adimensional denominado *parâmetro de densidade* e definido por

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_c}. \quad (1.22)$$

Assim, em termos de Ω , a equação (1.17) se torna

$$1 - \Omega = -\frac{k}{H^2 a^2}, \quad (1.23)$$

ou ainda, definindo-se

$$-\frac{k}{H^2 a^2} \equiv \Omega_k, \quad (1.24)$$

obtemos

$$\Omega + \Omega_k = 1. \quad (1.25)$$

A análise da equação (1.23) nos permite estudar a curvatura a partir do valor do parâmetro de densidade total (note que $\Omega = \Omega_r + \Omega_m + \Omega_\Lambda$): se $\Omega > 1$, obtemos um universo positivamente curvado ($\Omega_k < 0 \Rightarrow k = +1$) ; se $\Omega < 1$, o universo é negativamente curvado ($\Omega_k > 0 \Rightarrow k = -1$) e se $\Omega = 1$, o universo é espacialmente plano ($\Omega_k = k = 0$). A equação (1.25) exprime uma classe de modelos para os quais são obtidos diferentes valores de Ω_i ($i = m, r, \Lambda, k$). Esses valores podem ser estimados através de diversos tipos de observações astronômicas e cosmológicas tais como supernovas, oscilações acústicas bariônicas, formação de estruturas em larga escala, radiação cósmica de fundo etc. Dentro disso, é muito útil expressá-la em termos de parâmetros mensuráveis, tal como o *redshift*. Vejamos.

As diferentes densidades de energia podem ser escritas em função de seus respectivos parâmetros de densidade na forma

$$\rho_i = \rho_{i0} \left(\frac{a_0}{a} \right)^n, \quad (1.26)$$

onde o índice subscrito "0" refere-se ao tempo presente e a potência n assume os valores 4, 3 ou 0, conforme a referida densidade esteja relacionada à radiação, à matéria ou à constante cosmológica, respectivamente¹⁵. É possível mostrar que o *redshift* (eq. (1.3)) pode ser escrito em função do fator de escala cosmológico através da relação [25, 31, 32]

$$1 + z = \frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{a_0}{a}, \quad (1.27)$$

e assim, substituindo essa última equação na (1.26), obtemos

$$\rho_i = \rho_{i0}(1 + z)^n. \quad (1.28)$$

Se substituirmos as equações (1.28) na equação (1.17) e a dividirmos por H_0^2 , usando as relações (1.21), (1.22) e (1.24), a equação de Friedmann fica na forma

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \Omega_{r0}(1 + z)^4 + \Omega_{m0}(1 + z)^3 + \Omega_{k0}(1 + z)^2 + \Omega_\Lambda, \quad (1.29)$$

ou

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_{r0}(1 + z)^4 + \Omega_{m0}(1 + z)^3 + \Omega_{k0}(1 + z)^2 + \Omega_\Lambda} \quad (1.30)$$

¹⁵Note que $\rho_{\Lambda 0} = \Lambda$.

na qual

$$\Omega_{k0} = -\frac{k}{H_0^2 a_0^2}. \quad (1.31)$$

Dois outros parâmetros úteis são: o parâmetro de desaceleração,

$$q = -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2}, \quad (1.32)$$

que é negativo para um universo acelerado ($\ddot{a} > 0$) e pode ser escrito em função do *redshift* como [33]

$$q(z) = -1 + \frac{(1+z)}{H(z)} \frac{dH}{dz} = \frac{\Omega_{m0}}{2} + \Omega_{r0} - \Omega_{\Lambda}, \quad (1.33)$$

e a idade do universo [31, 33],

$$t_0 = \int_0^{\infty} \frac{dz'}{(1+z')H(z')}. \quad (1.34)$$

Particularmente, para o Λ CDM os valores dos parâmetros de densidade ficam em torno de [34–37]:

$$\begin{aligned} \Omega_{m0} &= 0,3, \\ \Omega_{\Lambda} &= 0,7, \\ \Omega_{r0} &= 8,2 \cdot 10^{-5}, \\ \Omega_{k0} &= 0. \end{aligned}$$

Com base nesses valores, por meio das equações (1.34) e (1.33) obtemos para a idade do universo e para o parâmetro de desaceleração, respectivamente,

$$\begin{aligned} t_0 &= 13,7 \cdot 10^9 \text{ anos}, \\ q_0 &= -0,55. \end{aligned}$$

Além disso, temos o parâmetro de Hubble atual [38]:

$$H_0 = 72 \text{ km/s.Mpc},$$

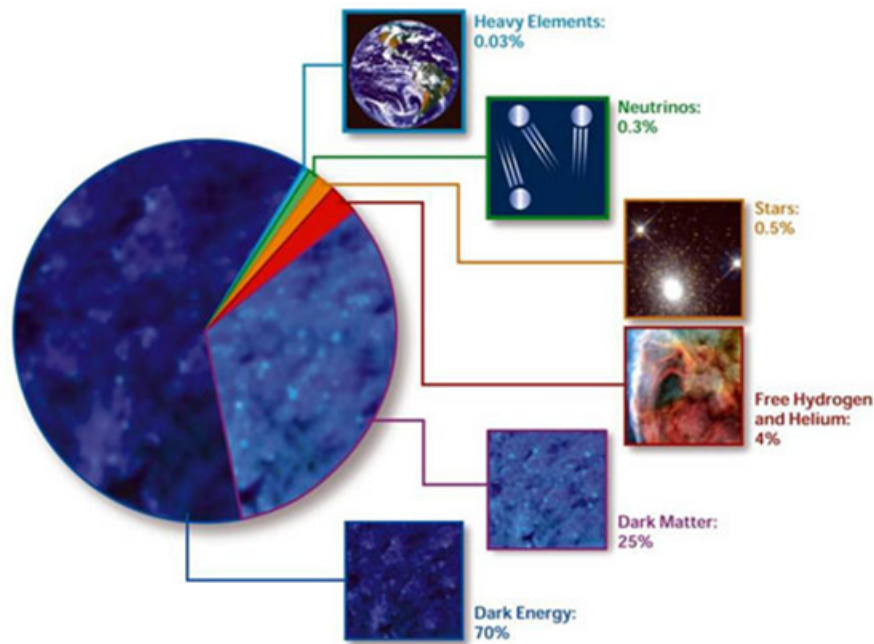


Figura 1.13: Diagrama ilustrativo do Modelo Padrão da Cosmologia
(Fonte: lsst.org)

Particularmente, a partir dos dados mais recentes fornecidos pelo satélite Planck (2014) [39], temos os valores¹⁶

$$\begin{aligned}
 \Omega_{m0} &= 0,32, \\
 \Omega_{\Lambda} &= 0,68, \\
 \Omega_{k0} &= 0, \\
 t_0 &= 13,82 \cdot 10^9 \text{ anos}, \\
 q_0 &= -0,52, \\
 H_0 &= 67,11 \text{ km/s.Mpc}.
 \end{aligned}
 \tag{1.35}$$

Ainda dos dados do Plack, obtemos que cerca de 84,5% da matéria é composta de matéria escura fria¹⁷, restando apenas 15,5 % de Ω_{m0} para a matéria bariônica.

¹⁶Notemos que $q_0 < 0$ indica um universo acelerado.

¹⁷Um tipo de matéria exótica que não interage com a luz, mas só gravitacionalmente (daí o nome "escura"). O termo "fria" refere-se ao fato de esta ser um tipo de matéria não-relativística.

1.4 *E pur si muove!*

Conta-se que Galileu, após ter que abjurar, perante a Inquisição, a sua crença em um sistema heliocêntrico no qual todos os planetas, inclusive a Terra, girariam em torno do Sol, teria sussurrado a célebre frase: *E pur si muove!*, ou seja, "no entanto, se move". Não se tem registro histórico confiável a respeito de tal dito de Galileu, no entanto, podemos evocá-lo aqui e, extrapolando-o para além das fronteiras do Sistema Solar, aplicá-lo ao universo como um todo. Foi isso que fez, em 1945, Edmund T. Whittaker, em seu discurso na *Royal Society of Edinburgh*, "*Spin in the Universe*" [40]. Nele Whittaker chama a atenção para o fato de a rotação ser algo aparentemente intrínseco ao Universo:

Rotation is a universal phenomenon; the earth and all the other members of the solar system rotate on their axes, the satellites revolve round the planets, the planets revolve round the Sun, and the Sun himself is a member of the galaxy or Milky Way system which revolves in a very remarkable way. How did all these rotary motions come into being? What secures their permanence or brings about their modifications? And what part do they play in the system of the world?

Em outras palavras, se todos os sistemas observáveis no universo giram, por que não o universo como um todo? A primeira consequência imediata de uma possível rotação cosmológica é uma restrição do Princípio Cosmológico no que diz respeito à isotropia do espaço, pois este agora apresentaria uma direção "privilegiada" (a do eixo de rotação) e, como veremos adiante, seria possível detectar essa *anisotropia* através de observações astronômicas e estabelecer essa direção preferencial. Obviamente, a métrica que representaria o universo neste caso não seria mais uma métrica isotrópica como a métrica de FLRW e o Modelo Padrão da Cosmologia (Λ CDM) teria que ser revisto.

Além da rotação, uma anisotropia de outra natureza na métrica bastaria para questionarmos o Princípio Cosmológico. Tal poderia ser, por exemplo, devido a uma expansão dependente da direção, (fatores de escala distintos para cada direção como na métrica Kantowski-Sachs [41,42]) ou uma anisotropia nas pressões devido aos componentes do fluido constituinte do universo (tal como na métrica Rebouças-Tiomno-Korotkii-Obukhov - RTKO [43–47], que trataremos com detalhes mais adiante).

Em 1946 e 1952, Gamow chamou a atenção para uma possível explicação da rotação de galáxias através da existência de uma rotação cosmológica universal [48, 49] e, nesta mesma época, Kurt Gödel propôs um modelo cosmológico estacionário, com rotação, desenvolvido a partir da métrica [50]

$$ds^2 = a^2 \left(dt^2 - 2e^x dt dy + \frac{1}{2} e^{2x} dy^2 - dx^2 - dz^2 \right), \quad (1.36)$$

na qual $a = \text{const.}$ Nesse modelo, o conteúdo energético, ρ , é apenas constituído de matéria não-relativística e a constante cosmológica, Λ , é negativa (sinal oposto ao introduzido por Einstein). Ainda, a velocidade angular da rotação cósmica é descrita como

$$\omega^2 = 4\pi G\rho = -\Lambda, \quad (1.37)$$

com G sendo a constante da gravitação universal de Newton. Como é fácil notar, esse modelo proposto por Gödel é apenas um modelo matemático, sem uma implicação física direta, visto que é estacionário e, além disso, não-causal.

Em 1973, Collins e Hawking [51], a partir de dados da CMB, encontram um limite de rotação cósmica, ω , menor que $2 \cdot 10^{-14}$ segundos de arco/século (para o último espalhamento ocorrido em $z \simeq 1000$), usando, para tanto, classes de métricas espacialmente homogêneas (Bianchi I, V, VII_o, VII_h, IX) [52]. Em 1997, Kogut, Hinshaw e Banday realizam uma nova estimativa com os dados do 4-Year COBE DMR [53], utilizando a métrica homogênea Biachi VII_h , nos moldes da análise feita por Hawking em 1969 [54], e encontram novos limites sobre a rotação ($\omega/H_0 < 6 \cdot 10^{-8}$) e o cisalhamento (*shear*) ($\sigma/H_0 < 10^{-9}$) [55].

Em 1976, Fennelly mostra que os modelos do tipo Gödel conduzem a uma assimetria norte-sul na contagem de fontes devido à trajetória geodésica das partículas a que esses tipos de modelos conduzem na presença de rotação [56]. Esse resultado implicaria, em um Universo de tipo Gödel, na existência de uma distribuição anisotrópica das galáxias entre dois hemisférios, evidenciando um eixo preferencial.

Mais recentemente, através da generalização da métrica de Gödel feita por Rebouças e Tiomno [43] (métrica RTKO), Korotkii e Obukhov [44] obtêm soluções das equações de campo para essa métrica com rotação, livre de *shear* e de efeitos de paralaxe, e com expansão ($a = a(t)$). Para tanto, eles utilizaram o escopo da teoria de *gauge* de Poincaré [44, 57]. Além disso, nesses trabalhos eles demonstram

que, apesar da métrica ser anisotrópica, o modelo prevê uma radiação cósmica de fundo ainda isotrópica (tal como observada) e fazem também estimativas de ω com base em algumas observações cosmológicas [45–47]. Em trabalhos posteriores, Carneiro e Marugán obtêm também soluções para a referida métrica, mas agora dentro do escopo da TRG. Dessa vez eles fazem restrições à rotação, obtendo soluções aproximadas, no caso de pequenas rotações, ou exatas, para o caso de rotação nula. Esse último fato não tira o caráter anisotrópico da métrica, visto que, mesmo na ausência de rotação, ela mantém-se com uma direção preferencial, fato esse observado na anisotropia das pressões. Testes observacionais na métrica RTKO sem rotação foram feitos e os resultados mostraram-se consistentes com observações de supernovas [58, 59] e CMB [58].

Em 1982, Birch encontra uma aparente anisotropia entre o vetor de polarização da radiação oriunda de galáxias e a inclinação (ângulo posição) dessas galáxias, atribuindo este efeito a uma rotação cósmica e estimando esta rotação em 10^{-13} rad/ano e a direção do eixo de rotação como sendo $(\alpha_p, \delta_p) = (44^\circ, 35^\circ)$ ¹⁸ [60]. Um ano depois, Kendall e Young fizeram uma análise estatística mais refinada nos dados de Birch e confirmaram o seu resultado, encontrando a direção preferencial em $(\alpha_p, \delta_p) = (22, 5^\circ \pm 20^\circ, 37^\circ \pm 30^\circ)$ [61]. Em 1986, Andreasyan, usando outro conjunto de dados, obtêm uma direção próxima a essa $((l, b) = (295^\circ, 52^\circ))$ ¹⁹ $\iff (\alpha_p, \delta_p) = (7, 5^\circ, -10, 5^\circ)$, dentro da margem de erro [62].

Em um trabalho de 1997, Nodland e Ralston, analisando a radiação polarizada de galáxias, encontram a direção preferencial com sendo $(\alpha_p, \delta_p) = (135^\circ \pm 30^\circ, 0^\circ \pm 20^\circ)$. Nesse trabalho eles ainda atribuem o efeito a uma possível rotação cosmológica e excluem uma possível influência do efeito Faraday nessa rotação devido à presença de um termo linear no ajuste feito para os ângulos das galáxias [63, 64].

A respeito dos trabalhos de Birch, de Nodland e Ralston, e ainda de Broadhurst *et al.* [65], Obukhov mostra que essas evidências de anisotropia cosmológica podem ser justificadas por uma métrica igualmente anisotrópica, com rotação, do tipo Gödel [57]. Podemos citar ainda as evidências observacionais dos trabalhos de alinhamento de galáxias de G. X. Wu *et al.* (1997) [66] e de J. Hao *et al.* (2011) [67]. Uma extensa lista de modelos anisotrópicos, físicos e não-físicos, e testes observacionais com suas respectivas referências (até o ano de 2000) pode ser vista em [57], inclusive com algumas discussões.

¹⁸Em coordenadas equatoriais: α = ascensão reta e δ = declinação.

¹⁹Em coordenadas galáticas: l = longitude galática e b = latitude galática.

Gostaríamos agora de destacar brevemente alguns trabalhos mais recentes de busca por indícios de anisotropia (direções preferenciais) a partir de dados observacionais.

Em 1998, D. Hutsemékers iniciou uma extensa pesquisa sobre a distribuição angular dos vetores de polarização de radiações eletromagnéticas provenientes de quasares. Já nesse seu primeiro trabalho [68], analisando cerca de 170 quasares e utilizando diferentes análises estatísticas, ele encontra uma evidência de que esses vetores não estão distribuídos aleatoriamente no céu, mas que existe uma certa direção preferencial de alinhamento, a direção ($\alpha_p = 125^\circ$, $\delta_p = 35^\circ$). Trabalhos posteriores desse autor e equipe confirmaram esse resultado [69, 70], inclusive com a extensão da amostra para 355 quasares [71], localizando agora a direção preferencial como ($\alpha_p = 180^\circ$, $\delta_p = 10^\circ$) (ou ($l = 267^\circ$, $b = 69^\circ$) em coordenadas galáticas).

Em 2003, P. Jain e J. Ralston, analisando os dados de radiação eletromagnética emitida por 361 galáxias (tal qual os trabalhos de Birch, Nodland e do próprio Ralston, citados anteriormente) encontram uma direção preferencial igual a ($\alpha_p = 182^\circ \pm 15^\circ$, $\delta_p = -1^\circ \pm 15^\circ$), que corresponde, aproximadamente, à direção ($l = 280^\circ$, $b = 62^\circ$) [72]. Essa direção é ortogonal ao plano que divide o céu em dois hemisférios de acordo com o sinal da diferença entre a direção do vetor de polarização da radiação, proveniente da galáxia, e do eixo maior da mesma, sendo predominantemente positiva em um hemisfério e negativa no outro.

Em 2008, R. Watkins, H. Feldman e M. Hudson encontraram que o fluido cosmológico se move (*bulk flow*) com uma velocidade peculiar de cerca 407 km/s na direção ($l = 287^\circ$, $b = 8^\circ$) [73].

Um pouco depois, em 2010, I. Antoniou e L. Perivolaropoulos, a partir de dados de supernovas Ia e utilizando o modelo Λ CDM, encontram direções de máxima e mínima aceleração: ($l = 308^\circ$, $b = 18^\circ$) e ($l = 129^\circ$, $b = -18^\circ$), respectivamente [74]. Nesse trabalho eles fixam um determinado eixo preferencial e, selecionando as supernovas pertencentes a cada hemisfério correspondente a esse eixo, fazem um ajuste de Ω_{m0} em cada hemisfério, determinando o máximo $\Delta\Omega_{m0}/\bar{\Omega}_{m0} = 0,43$, no qual $\Omega_{m0} = 0,19$ corresponde à direção de máxima aceleração e $\Omega_{m0} = 0,30$ à de mínima.

Em 2011, J. K. Webb *et al.* sugeriram, a partir da medição das frequências características de transições atômicas realizadas em 295 quasares ($0,2223 \leq z \leq 4,1798$), que existe uma dependência direcional da constante de estrutura fina, α , no universo. Particularmente eles observaram um dipolo na direção ($\alpha = 263^\circ$,

$\delta = -58^\circ$), que corresponde à direção ($l = 333^\circ$, $b = -13^\circ$) [75].

No ano seguinte, A. Mariano e L. Perivolaropoulos, utilizando os mesmos dados de Webb *et al.*, obtêm a direção do dipolo de α como sendo ($l = 320^\circ$, $b = -12^\circ$) e, através de simulações Monte Carlo, mostram que a probabilidade dessa distribuição ser devido ao acaso é da ordem de 10^{-6} . Além disso, eles observam que essa direção se afasta daquela obtida com dados de supernovas [74] em apenas $11, 3^\circ \pm 11, 8^\circ$ [76]. Em outro trabalho no mesmo ano (2012), eles mostram que existe uma correlação entre as direções de dipolo de α , supernovas e *bulk flow* e o eixo de máxima assimetria de temperatura da CMB, subtraído o seu efeito de dipolo [77].

Também trabalhando com supernovas, mas agora utilizando um modelo cosmológico com "curvatura" anisotrópica, T. Koivisto *et al.* [78] não conseguem estabelecer uma direção preferencial em 3σ . Eles associam esse fato a um número insuficiente de dados de supernovas disponível e sugerem que um número da ordem de 2000 dados de supernovas disponíveis poderia indicar, se existisse, uma curvatura $\Omega_{k0} \sim 0, 1$. No trabalho de R. Menezes Jr *et al.* [58], com uma métrica semelhante, sugere-se que tal detecção seria possível.

Sobre supernovas, sugerimos ver ainda [79–82].

1.5 Uma Busca por Novos Indícios

Como podemos perceber da seção anterior, as direções obtidas para um possível eixo de anisotropia se aproximam umas das outras em sua maioria, mesmo aquelas oriundas de observações cosmológicas diferentes. Além disso, a proximidade destas direções com as direções de dipolo [83], quadrupolo [84–86] e de octupolo [84, 87] da CMB, em torno de ($l = 264^\circ$, $b = 48^\circ$), ($l = 240^\circ$, $b = 63^\circ$) e ($l = 308^\circ$, $b = 63^\circ$), respectivamente, e ainda uma assimetria norte-sul detectada pelo telescópio espacial PLANCK, ($l = 245, 1^\circ$, $b = -35^\circ$) [88], parecem sugerir uma origem cosmológica comum a esses efeitos.

Tudo isso exposto, pretendemos nesse trabalho estudar alguns indícios de anisotropia presentes no Universo, através da análise de supernovas (a partir de um modelo cosmológico anisotrópico), de quasares, de distribuição de galáxias (assimetria norte-sul) e da distribuição de seus ângulos de posição no céu. Para tanto, desenvolveremos e efetuaremos algumas análises estatísticas, através das quais pretendemos extrair alguma possível direção preferencial (se houver) e/ou alguma informação a respeito da possibilidade ou não dos indícios serem devido

ao acaso, utilizando aleatorizações computacionais e o cálculo do *valor p*. Por fim, compararemos os nossos resultados com os listados anteriormente a fim de encontrar possíveis concordâncias e discuti-las.

No próximo capítulo discorreremos sobre o modelo anisotrópico e algumas de suas características. No capítulo 3 demonstraremos a possibilidade de uma "curvatura anisotrópica" e a coerência desse modelo com os dados de supernovas Ia e CMB. No capítulo 4 trataremos das evidências observacionais para uma possível anisotropia no Universo, reproduzindo alguns estudos de supernovas, quasares e radiação eletromagnética de galáxias. No capítulo 5 realizaremos, com essa mesma finalidade, estudos inéditos de distribuição de galáxias e de suas orientações no céu. Discutiremos ainda os resultados de todas as análises aqui realizadas. No Capítulo 6 faremos nossas considerações finais.

UM MODELO ANISOTRÓPICO PARA O UNIVERSO

COMO dissemos no capítulo anterior, muitos modelos cosmológicos anisotrópicos (com ou sem rotação) foram propostos durante os últimos anos e exaustivamente estudados. De modo particular, chamamos a atenção à métrica de Gödel [50], que foi devidamente generalizada a fim de poder representar o nosso universo em dois aspectos essenciais: a expansão, pela introdução de um fator de escala; e a causalidade, pela análise dos limites de um dos seus parâmetros. Essa métrica foi bastante explorada por M. Rebouças e J. Tiomno (1983) [43] e, mais recentemente, por V. Korotkii e Y. Obukhov (1996, 2000) [44, 57], pelos quais a denotaremos por métrica RTKO (**R**ebouças-**T**iomno-**K**orotkii-**O**bukhov). Apresentaremos agora alguns aspectos importantes dessa métrica e dos modelos cosmológicos que dela provêm.

2.1 Aspectos Gerais da Métrica Anisotrópica

2.1.1 Geometria

A métrica RTKO pode ser representada, em coordenadas cartesianas, pelo intervalo

$$ds^2 = a^2(\eta)[(d\eta - l e^x dy)^2 - dx^2 - e^{2x} dy^2 - dz^2], \quad (2.1)$$

no qual η é o tempo conforme, definido pela relação $dt = a(\eta)d\eta$; $a(\eta)$ é o fator de escala em função do tempo conforme e x , y e z são as coordenadas espaciais comóveis.

O parâmetro l é uma constante não-negativa denominada *parâmetro de rotação* e ele se relaciona com a rotação cósmica ω através da equação [47, 57, 89]

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{2}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu}} = \frac{l}{2a(\eta)}, \quad (2.2)$$

Na qual o tensor $\omega_{\mu\nu}$ é o tensor de rotação, definido por [90]

$$\omega_{\mu\nu} = \frac{1}{2}(u_{\mu;\nu} - u_{\nu;\mu}) + \frac{1}{2}(u_{\mu}u_{\nu;\alpha}u^{\alpha} - u_{\nu}u_{\mu;\alpha}u^{\alpha}), \quad (2.3)$$

e que, para essa métrica, possui únicas componentes não nulas

$$\omega_{12} = -\omega_{21} = \frac{1}{2}e^x l a(\eta). \quad (2.4)$$

Podemos também escrever a métrica RTKO em coordenadas cilíndricas, fazendo uso das transformações de coordenadas [57],

$$e^x = \cosh r + \cos \phi \operatorname{senh} r, \quad (2.5)$$

$$ye^x = \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} r, \quad (2.6)$$

$$\eta = \bar{\eta} + 2l \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\operatorname{sen} \phi}{\cos \phi + \operatorname{coth}(r/2)} \right), \quad (2.7)$$

pondo-a na forma

$$ds^2 = a^2(\bar{\eta}) [(d\bar{\eta} - 2l \operatorname{senh}^2(r/2)d\phi)^2 - dr^2 - \operatorname{senh}^2 r d\phi^2 - dz^2], \quad (2.8)$$

ou ainda em coordenadas esféricas, fazendo uso das transformações de coordenadas

$$r = \chi \operatorname{sen} \theta, \quad (2.9)$$

$$z = \chi \cos \theta, \quad (2.10)$$

pelas quais a métrica RTKO adquire a forma

$$ds^2 = a^2(\bar{\eta}) [(d\bar{\eta} - 2l \operatorname{senh}^2(\chi/2 \operatorname{sen} \theta)d\phi)^2 - d\chi^2 - \operatorname{senh}^2(\chi \operatorname{sen} \theta)d\phi^2 - \chi^2 d\theta^2]. \quad (2.11)$$

Aqui o parâmetro χ representa a distância radial comóvel. Para pequenas distâncias comóveis χ , podemos expandir os termos $\sinh(\chi \sin\theta)$ na forma $\sinh(x) = x + \frac{x^3}{3!} + \dots \simeq x$ e, assim, obter

$$ds^2 \simeq a^2(\bar{\eta}) \left[(d\bar{\eta} - \frac{l}{2}\chi^2 \sin^2\theta d\phi)^2 - d\chi^2 - \chi^2 d\theta^2 - \chi^2 \sin^2\theta d\phi^2 \right], \quad (2.12)$$

que só se diferencia da métrica FLRW plana pela presença do fator $l \neq 0$.

Podemos também analisar a referida métrica na perspectiva da ausência de rotação, ou seja, $l = 0$. Nesse caso ela se torna

$$ds^2 = a^2(\bar{\eta}) [d\bar{\eta}^2 - d\chi^2 - \chi^2 d\theta^2 - \sinh^2(\chi \sin\theta) d\phi^2], \quad (2.13)$$

pela qual podemos relacionar $\bar{\eta} = \eta$. Procedendo dessa forma podemos verificar que, neste caso, a anisotropia não está apenas relacionada à existência de uma vorticidade, mas ela é uma característica intrínseca dessa métrica, evidenciada pelo termo $\sinh^2(\chi \sin\theta)$, que dá origem a uma dependência da distância diâmetro-angular com a direção, para um *redshift* fixo, como veremos.

2.1.2 Causalidade

Um dos problemas apontados no modelo original de Gödel é o fato de o mesmo não ser causal [91–93]. Entretanto, com a métrica (2.1), apesar de originária de Gödel, é possível construir um modelo causal, desde que restrinjamos o parâmetro l . Vejamos.

A causalidade está relacionada à não existência de curvas geodésicas tipo-tempo fechadas. Por tipo-tempo nos referimos a um universo causal, no qual as velocidades são subluminais, ou seja, $dx^i/dt < 1$ ¹. Assim, a existência de uma curva fechada, neste caso, implicaria na existência de uma região na qual $dx^i/dt > 1$ e conseqüente quebra da causalidade.

A figura 2.1(a) ilustra as situações onde vemos dois intervalos, ds_1 e ds_2 , em que $ds_1 > 0$ (tipo-tempo) e $ds_2 < 0$ (tipo-espaço)². Podemos, portanto, representar matematicamente a condição para intervalos tipo-tempo como sendo aqueles nos

¹Lembremos que em nosso sistema de unidades $c = 1$.

²Lembremos que $ds^2 = dt^2 - d\sigma^2$, onde $d\sigma^2 = g_{ij}dx^i dx^j$ e $x^i = (x, y, z)$. Na figura optamos, por simplicidade, por apresentar apenas uma situação bidimensional representada pelas coordenadas (t, x) .

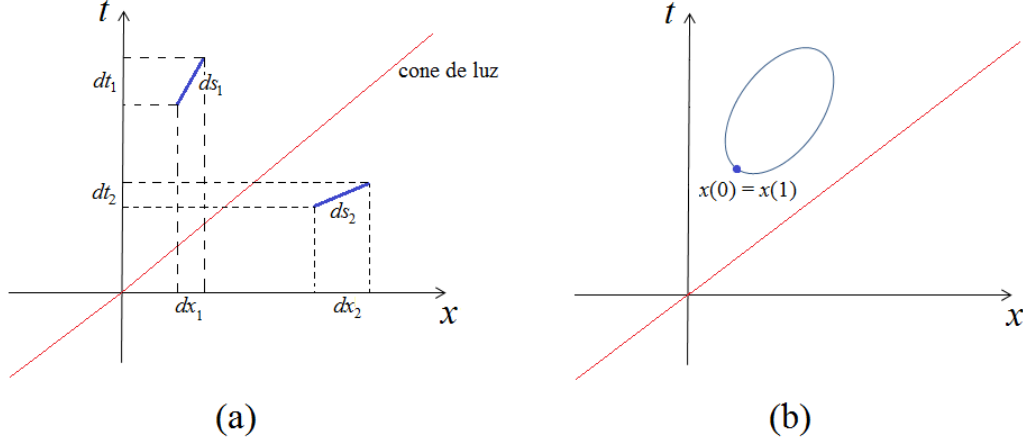


Figura 2.1: (a) Diagrama ilustrando os dois tipos de intervalos: tipo-tempo ($ds_1 > 0$) e tipo-espaço ($ds_2 < 0$). (b) Um exemplo de curva tipo-tempo fechada.

quais, em todo espaço-tempo,

$$g_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{d\lambda} \frac{dx^\nu}{d\lambda} > 0, \quad (2.14)$$

para um parâmetro afim λ arbitrário.

Suponhamos agora que exista uma curva fechada $x^\mu(\lambda)$, com $0 \leq \lambda \leq 1$, tal que $x^\mu(0) = x^\mu(1)$ (ver figura 2.1(b)). Então, em alguma região deve existir um valor λ_0 no qual $dt/d\lambda = 0$. Dessa forma, temos que

$$g_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{d\lambda} \frac{dx^\nu}{d\lambda} \Big|_{\lambda=\lambda_0} = g_{00} \left(\frac{dt}{d\lambda} \right)^2 \Big|_{\lambda=\lambda_0} + 2 g_{0j} \frac{dt}{d\lambda} \frac{dx^j}{d\lambda} \Big|_{\lambda=\lambda_0} + g_{ij} \frac{dx^i}{d\lambda} \frac{dx^j}{d\lambda} \Big|_{\lambda=\lambda_0} = g_{ij} \frac{dx^i}{d\lambda} \frac{dx^j}{d\lambda} \Big|_{\lambda=\lambda_0}, \quad (2.15)$$

que será sempre negativo para $g_{ij} < 0$, contrariando a relação (2.14). Como partimos do pressuposto que o intervalo é tipo-tempo, concluímos que tal curva fechada (caracterizada pelo ponto em que $dt/d\lambda = 0$) não deve existir se $g_{ij} < 0$. Vemos, portanto, que a condição $g_{ij} < 0$ é suficiente e necessária para a não existência de curvas tipo-tempo fechadas e consequente quebra de causalidade. Por exemplo, na métrica de Gödel (1.36), temos que $g_{ij} = \text{diag}(-1, +1/2, -1)$, ou seja, $g_{22} > 0$, o que conduz à existência das referidas curvas.

No caso da métrica (2.1), existe um termo em sua parte espacial que não é negativo definido, visto que depende do valor do parâmetro de rotação l :

$$g_{22} = -a(\eta)^2 e^{2x} (1 - l^2). \quad (2.16)$$

Vemos facilmente que basta que l satisfaça às desigualdades $0 \leq l < 1$ para que a métrica seja causal.

2.1.3 Isotropia da CMB

Como apontado por Korotkii e Obukhov [44, 57, 89], acreditava-se que o fato da métrica possuir uma anisotropia intrínseca implicaria na existência de uma anisotropia na CMB observada, e, como tal anisotropia não é observada na CMB (ao menos em ordens superiores a 10^{-5}) [39], então modelos anisotrópicos não poderiam representar bem o nosso universo. Contudo, eles mostraram nesses trabalhos que, para essa métrica, a presença de rotação ou qualquer anisotropia de outra natureza (como no caso em que $l = 0$, como veremos mais adiante) não contradiz a isotropia observada na radiação cósmica de fundo. Para demonstrar este fato consideremos alguns outros aspectos a respeito da métrica RTKO.

Essa métrica é classificada como Bianchi tipo III, é espacialmente homogênea e possui três vetores de Killing [94]

$$\xi_{(1)} = \partial_x - y\partial_y; \quad \xi_{(2)} = \partial_y; \quad \xi_{(3)} = \partial_z. \quad (2.17)$$

Além desses vetores, ela possui ainda um campo vetorial conforme

$$\xi_{con,f}^\mu = \delta_0^\mu, \quad (2.18)$$

que são soluções das equações

$$\mathcal{L}_\xi g_{\alpha\beta} = 2\sigma g_{\alpha\beta} \quad (2.19)$$

com fator conforme $2\sigma = 2a'(\eta)/a(\eta)$. Nessa última equação, $\mathcal{L}_\xi g_{\alpha\beta}$ representa a *derivada de Lie* do tensor métrico em relação ao campo vetorial de Killing ξ . Além disso, a quadrivelocidade comóvel em função do tempo conforme η é

$$u^\mu = \frac{dx^\mu}{ds} = \left(\frac{1}{a(\eta)}, 0, 0, 0 \right), \quad (2.20)$$

ou, simplesmente,

$$u^\mu = \frac{\delta_0^\mu}{a(\eta)}. \quad (2.21)$$

Consideremos uma fonte luminosa que emite seu brilho a uma frequência

ν_e quando medida por um observador localizado em repouso onde se encontra a fonte. Esse observador medirá o período entre a emissão de duas frentes de onda consecutivas (ou seja, uma diferença de fase $d\varphi = \text{constante}$) como sendo o tempo próprio dt_e :

$$dt_e = ds_e. \quad (2.22)$$

Por outro lado, definindo o vetor de onda pela equação [95]

$$k_\mu \equiv \frac{d\varphi}{dx^\mu}, \quad (2.23)$$

retomando a equação (2.20) e utilizando a equação (2.23), obtemos, para o observador localizado na fonte,

$$(k_\mu u^\mu)_e = \frac{d\varphi}{ds_e}. \quad (2.24)$$

Para um outro observador em movimento em relação ao primeiro, obtemos analogamente

$$(k_\mu u^\mu)_o = \frac{d\varphi}{ds_o}, \quad (2.25)$$

o que nos conduz à razão

$$\frac{(k_\mu u^\mu)_e}{(k_\mu u^\mu)_o} = \frac{ds_o}{ds_e} = \frac{dt_o}{dt_e}. \quad (2.26)$$

Uma vez que o *redshift* é definido pela equação (1.3) e que a frequência da onda é dada por $\nu = 1/dt = 1/\lambda$, temos que

$$1 + z = \frac{\lambda_o}{\lambda_e} = \frac{\nu_e}{\nu_o} = \frac{dt_o}{dt_e}, \quad (2.27)$$

e, pela equação (2.26), podemos escrever

$$1 + z = \frac{(k_\mu u^\mu)_e}{(k_\mu u^\mu)_o}. \quad (2.28)$$

Sabemos que a energia dos fótons é proporcional a ν e, da física estatística, também à temperatura T e, portanto,

$$1 + z = \frac{T_e}{T_o}. \quad (2.29)$$

Comparando as equações (2.28) e (2.29), obtemos

$$\frac{(k_\mu u^\mu)_e}{(k_\mu u^\mu)_o} = \frac{T_e}{T_o}. \quad (2.30)$$

Relacionando o vetor de Killing conforme com a quadrivelocidade,

$$\xi_{conf}^\mu = \delta_0^\mu = a(\eta)u^\mu, \quad (2.31)$$

e, sabendo que $\xi_{conf}^\mu k_\mu = const.$ [94], podemos escrever, a partir da eq. (2.31),

$$\xi_{conf}^\mu k_\mu = a(\eta)k_\mu u^\mu = const. \Rightarrow a(\eta_e)(k_\mu u^\mu)_e = a(\eta_o)(k_\mu u^\mu)_o \Rightarrow \quad (2.32)$$

$$\frac{a(\eta_o)}{a(\eta_e)} = \frac{(k_\mu u^\mu)_e}{(k_\mu u^\mu)_o}, \quad (2.33)$$

de onde vem, com o auxílio da equação (2.30),

$$\frac{a(\eta_o)}{a(\eta_e)} = \frac{T_e}{T_o}, \quad (2.34)$$

e, pela eq.(2.29),

$$1 + z = \frac{a(\eta_o)}{a(\eta_e)}. \quad (2.35)$$

Portanto, a temperatura da radiação e o *redshift* observados de objetos astrofísicos não dependem das posições do receptor e do observador, mas somente dos tempos de emissão e observação dessa radiação, o que assegura a isotropia detectada na CMB (em ordem zero), como queríamos demonstrar. Essa métrica, por conseguinte, apesar de anisotrópica, é compatível com a isotropia da radiação cósmica de fundo, podendo ser empregada na construção de modelos cosmológicos compatíveis com os resultados estabelecidos.

2.1.4 Distribuição de galáxias

Um efeito interessante já notado por Fennelly [56] para a métrica de Gödel e demonstrado por Korotkii e Obukhov em seus trabalhos para a métrica RTKO é que existe uma tendência a uma assimetria na distribuição do número de fontes nos diferentes hemisférios, definidos pelo plano ortogonal à direção preferencial, ou seja,

uma assimetria norte-sul na distribuição de objetos observáveis. De fato, segundo Obukhov [57], essa assimetria seria proporcional à rotação cósmica na forma

$$\frac{N_{norte} - N_{sul}}{N_{norte} + N_{sul}} = 2\frac{\Delta N}{N} \approx \frac{3}{2}l = 3a_0\omega_0, \quad (2.36)$$

onde N designa o número de fontes presentes em cada hemisfério (norte e sul), e seria um efeito das geodésicas descritas pelos corpos neste universo.

2.1.5 Rotação do vetor polarização

A métrica RTKO também conduz a uma mudança na direção do vetor de polarização da radiação eletromagnética proveniente de fontes extragaláticas. Como mostrado também por Obukhov, a direção do vetor polarização β , medido em relação ao eixo maior da galáxia-fonte, é dada por

$$\beta \simeq \omega_0 r \cos\theta, \quad (2.37)$$

na qual r é a distância diâmetro-angular da fonte e θ ($\in (0, \pi)$) é o ângulo formado entre a direção da fonte (direção da linha de visada) e a direção do eixo de rotação cósmica (que chamaremos, doravante, de ângulo de anisotropia).

Podemos notar que β tende a ser positivo em um hemisfério ($0 < \theta < \pi/2$) e negativo no outro ($\pi/2 < \theta < \pi$). Além disso, para uma dada direção, β evolui linearmente com a distância r .

2.2 Construção de Modelos Anisotrópicos

Um dos desafios de se construir um modelo cosmológico anisotrópico para a métrica RTKO com rotação e expansão consiste em encontrar uma solução para as equações de Einstein, visto que a rotação, juntamente com a expansão, conduzem a termos não diagonais nas equações de campo (ver [45]). A fim de podermos construir um modelo a partir dessa métrica, adotaremos a hipótese de que o parâmetro de rotação é nulo ($l = 0$) ou, ao menos, muito pequeno ($l \ll 1$) a ponto de podermos desprezar os termos não-diagonais da métrica comparados aos demais.

Consideremos as equações de campo de Einstein

$$R_\nu^\mu - \frac{1}{2}\delta_\nu^\mu R = T_\nu^\mu. \quad (2.38)$$

Quando aplicada à métrica (2.13), elas nos fornecem, para as componentes diagonais do tensor momento-energia,

$$T_0^0 a^4 = 3a'^2 - a^2, \quad (2.39)$$

$$T_1^1 a^4 = T_2^2 a^4 = 2aa'' - a'^2, \quad (2.40)$$

$$T_3^3 a^4 = T_1^1 a^4 - a^2, \quad (2.41)$$

e para as demais componentes

$$T_\nu^\mu = 0, \quad \mu \neq \nu. \quad (2.42)$$

Por outro lado, a partir do tensor momento-energia do fluido perfeito,

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu}, \quad (2.43)$$

na qual ρ é a densidade de energia total e p a pressão associada, obtemos para a nossa métrica

$$T_0^0 = \rho, \quad (2.44)$$

$$T_i^i = -p_i \quad (i = 1, 2, 3). \quad (2.45)$$

Substituindo essas últimas relações nas equações de Einstein, obtemos

$$\rho a^4 = 3a'^2 - a^2, \quad (2.46)$$

$$p_1 a^4 = p_2 a^4 = a'^2 - 2aa'', \quad (2.47)$$

$$p_3 a^4 = p_1 a^4 + a^2. \quad (2.48)$$

O conjunto de equações acima evidencia claramente a mencionada anisotropia intrínseca (independente da rotação) presente na métrica, mais precisamente na eq. (2.48), onde a pressão p_3 difere das demais por um fator $1/a^2$. Os conteúdos materiais usuais (radiação, matéria ou constante cosmológica) exercem pressões isotrópicas e, portanto, não podem gerar tal anisotropia. Proporemos, então, a hipótese de que tal anisotropia se deve à existência de um campo escalar $\phi(x^\mu)$, sem massa, acoplado minimamente à gravidade. Esse campo não é um campo de quintessência pois não

provoca aceleração, que será provocada pela presença da constante cosmológica Λ . Dessa forma, o campo proposto será apenas responsável pela geração da anisotropia do modelo.

No espaço-tempo curvo, o campo escalar minimamente acoplado à gravidade deve satisfazer à equação de Klein-Gordon

$$\phi_{;\mu\nu}g^{\mu\nu} = \frac{1}{\sqrt{-g}} (\sqrt{-g}\phi_{,\mu}g^{\mu\nu})_{,\nu} = 0 \quad (2.49)$$

e possuir tensor momento-energia

$$T_{\nu}^{\mu} = \phi_{,\nu}\phi_{,\alpha}g^{\mu\alpha} - \frac{1}{2}\phi_{,\alpha}\phi_{,\beta}g^{\alpha\beta}\delta_{\nu}^{\mu}. \quad (2.50)$$

Aqui g é o determinante do tensor métrico $g_{\mu\nu}$ e δ_{ν}^{μ} representa o delta de Kronecker.

Consideremos agora, que o nosso campo escalar seja dado na forma

$$\phi(z) = Cz, \quad (2.51)$$

onde C é uma constante não-nula. É fácil mostrar que esse campo satisfaz a equação de Klein-Gordon (2.49).

Do tensor momento-energia do campo escalar (eq. 2.50) vem

$$T_0^0 = T_3^3 = -T_1^1 = -T_2^2 = -\frac{C^2}{2a^2}, \quad (2.52)$$

pela qual definiremos

$$\rho^{(c)} = p_3^{(c)} = -p_1^{(c)} = -p_2^{(c)} = \frac{C^2}{2a^2}. \quad (2.53)$$

O índice superior (c) referir-se-á à contribuição do campo escalar. Podemos notar que as pressões são anisotrópicas e a densidade de energia cai com a^2 . Usando esse último fato é possível remover a anisotropia presente nas equações de Einstein. Definamos a densidade de energia

$$\rho \equiv \bar{\rho} + \rho^{(c)}, \quad (2.54)$$

e as pressões

$$p_i \equiv \bar{p}_i + p_i^{(c)}, \quad (2.55)$$

onde a barra irá se referir ao conteúdo isotrópico (radiação, matéria e constante

cosmológica) da densidade de energia. Substituindo essas novas definições na eq. (2.48), obtemos

$$\bar{p}_3 a^2 = \bar{p}_1 a^2 - C^2 + 1. \quad (2.56)$$

Assim a anisotropia existente nas pressões do conteúdo isotrópico será removida se $C^2 = 1$, o que tornará $\bar{p}_3 = \bar{p}_2 = \bar{p}_1$. A densidade de energia do campo escalar e suas pressões ficarão

$$\rho^{(c)} = p_3^{(c)} = -p_2^{(c)} = -p_1^{(c)} = \frac{1}{2a^2}. \quad (2.57)$$

As novas equações de Einstein se tornam

$$\bar{\rho} a^4 = 3a'^2 - \frac{3}{2}a^2, \quad (2.58)$$

$$\bar{p}_i a^4 = a'^2 - 2aa'' + \frac{a^2}{2}. \quad (2.59)$$

Notavelmente, essas equações são justamente as de um modelo aberto de *FLRW* cuja constante de curvatura é $k = -1/2$. De fato, dividindo a eq. (2.58) por $3a^4$, obtemos a "equação de Friedmann" para o modelo anisotrópico:

$$\frac{a'^2}{a^4} = \frac{\bar{\rho}}{3} + \frac{1}{2a^2}. \quad (2.60)$$

Definindo o parâmetro de Hubble,

$$H^2 = \frac{\dot{a}}{a} = \frac{1}{a} \frac{da}{d\eta} \frac{d\eta}{dt} = \frac{a'}{a^2}, \quad (2.61)$$

podemos escrever a equação (2.60) na forma bem conhecida da equação de Friedmann, em função desse parâmetro,

$$H^2(\eta) = \frac{\bar{\rho}}{3} + \frac{1}{2a^2}. \quad (2.62)$$

Dividindo essa última equação por H^2 e utilizando as equações (1.21) e (1.22), obtemos

$$\Omega = 1 + \Omega^{(c)}, \quad (2.63)$$

onde definimos

$$\Omega \equiv \Omega_r + \Omega_m + \Omega_\Lambda \quad (2.64)$$

e

$$\Omega^{(c)} \equiv \frac{1}{2H^2 a^2}, \quad (2.65)$$

que, devido à sua dependência com o fator de escala, denominaremos por "curvatura" do modelo anisotrópico. Porém, chamamos a atenção que ele encerra, além da curvatura, a contribuição da densidade de energia do campo escalar, responsável pela anisotropia.

Podemos ainda escrever a equação (2.62) em função do *redshift*, utilizando a equação (1.28),

$$\frac{H^2(z)}{H_0^2} \equiv E(z)^2 = \Omega_{r0}(1+z)^4 + \Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_0^{(c)}(1+z)^2 + \Omega_\Lambda. \quad (2.66)$$

Será útil também escrevermos o parâmetro de desaceleração em função do tempo conforme. Um cálculo simples nos leva a

$$q = -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} = 1 - \frac{aa''}{\dot{a}^2}, \quad (2.67)$$

que usaremos para a avaliação do nosso modelo cosmológico.

2.3 Distâncias nos Modelos Anisotrópicos

2.3.1 Distância diâmetro-angular

O Universo descrito pela métrica FLRW é isotrópico. Isso quer dizer que dadas duas galáxias, se observamos na radiação proveniente de ambas os mesmos *redshifts*, então elas se encontram à mesma distância luminosidade de nós. No caso da métrica anisotrópica isso não é verdade. Para um mesmo *redshift*, podemos obter distâncias luminosidade diferentes, ou seja, a distância luminosidade dependerá, além do *redshift*, do ângulo de observação. Precisamos, portanto, obter a distância luminosidade para a referida métrica. Em coordenadas esféricas, a métrica RTKO

pode ser expressa por (eq. 2.13)

$$ds^2 = a^2(\eta) [d\eta^2 - d\chi^2 - \chi^2 d\theta^2 - \sinh^2(\chi \operatorname{sen}\theta) d\phi^2]. \quad (2.68)$$

Definiremos a distância diâmetro-angular a partir da relação [44, 95]

$$d_A^2 = \frac{dA}{d\Omega}, \quad (2.69)$$

onde dA é a área própria infinitesimal e $d\Omega = \operatorname{sen}\theta d\theta d\phi$, o diferencial do ângulo sólido. O elemento de área descrito pela métrica RTKO pode ser obtido tomando-se a parte espacial da métrica para determinados χ e η fixos (ou $d\chi = d\eta = 0$). Daí, obtemos o intervalo espacial

$$dl^2 = a^2(\eta) [\chi^2 d\theta^2 + \sinh^2(\chi \operatorname{sen}\theta) d\phi^2], \quad (2.70)$$

que, por seu caráter infinitesimal, se aproxima da hipotenusa de um triângulo retângulo, cujos catetos são

$$dx_1 = a(\eta)\chi d\theta \quad e \quad dx_2 = a(\eta)\sinh(\chi \operatorname{sen}\theta)d\phi, \quad (2.71)$$

e fornece o elemento de área própria

$$dA = a(\eta)^2 \chi \sinh(\chi \operatorname{sen}\theta) d\theta d\phi. \quad (2.72)$$

Dividindo essa equação pelo elemento de ângulo sólido, obtemos

$$d_A^2 = \frac{a(\eta)^2 \chi \sinh(\chi \operatorname{sen}\theta)}{\operatorname{sen}\theta} \Rightarrow d_A = a(\eta)\chi \left[\frac{\sinh(\chi \operatorname{sen}\theta)}{\chi \operatorname{sen}\theta} \right]^{1/2}. \quad (2.73)$$

A fim de fazermos análises observacionais, podemos reescrever a equação (2.73) em função do *redshift*. Utilizando a equação (1.27) que relaciona o *redshift* com o fator de escala, a reescrevemos na forma

$$d_A(\chi, \theta) = \frac{a_0 \chi}{1+z} \left[\frac{\sinh(\chi \operatorname{sen}\theta)}{\chi \operatorname{sen}\theta} \right]^{1/2}, \quad \theta \in (0, \pi). \quad (2.74)$$

A coordenada χ é a *distância comóvel* e pode ser obtida tomando-se a geodésica

nula, $ds = 0$, da métrica RTKO. Assim,

$$d\chi = d\eta \Rightarrow \chi = \Delta\eta \Rightarrow \int_{\eta_e}^{\eta_o} d\eta = \int_{t_e}^{t_o} \frac{dt}{a(t)} = \int_{a_e}^{a_o} \frac{da}{a^2 H}. \quad (2.75)$$

Mas, como $da = -(a^2/a_0)dz$, então,

$$\chi = \frac{1}{a_0} \int_z^0 \frac{dz'}{H(z')} = \frac{1}{H_0 a_0} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} = \frac{1}{H_0 a_0} Z(z), \quad (2.76)$$

com

$$Z(z) \equiv \int_z^0 \frac{dz'}{E(z')} \quad e \quad E(z) \equiv \frac{H(z)}{H_0}. \quad (2.77)$$

Mas, definindo também $1/(H_0 a_0) \equiv \sqrt{|\Omega_{k0}|}$, a distância comóvel se torna

$$\chi = \sqrt{|\Omega_{k0}|} Z(z), \quad (2.78)$$

e a distância diâmetro-angular fica

$$d_A(z, \theta) = \frac{Z(z)}{(1+z)H_0} \left[\frac{\sinh(\sqrt{|\Omega_{k0}|} Z(z) \operatorname{sen}\theta)}{\sqrt{|\Omega_{k0}|} Z(z) \operatorname{sen}\theta} \right]^{1/2}, \quad \theta \in (0, \pi). \quad (2.79)$$

Lembrando que $|\Omega_{k0}| = 2\Omega_0^{(c)}$, obtemos ainda

$$d_A(z, \theta) = \frac{Z(z)}{(1+z)H_0} \left[\frac{\sinh(\sqrt{2\Omega_0^{(c)}} Z(z) \operatorname{sen}\theta)}{\sqrt{2\Omega_0^{(c)}} Z(z) \operatorname{sen}\theta} \right]^{1/2}, \quad \theta \in (0, \pi). \quad (2.80)$$

2.3.2 Distância luminosidade

Um método muito comum para se determinar distâncias em cosmologia é baseado na medição do fluxo de energia de objetos de luminosidade absoluta, L , conhecida (denominados de "velas-padrão"). A luminosidade absoluta é a energia por ele irradiada por unidade de tempo. Dessa forma, o fluxo (energia/segundo) medido por unidade de área de um receptor, f , situado a uma distância d da fonte

de emissão, será dado por

$$f = \frac{L}{4\pi d^2}, \quad (2.81)$$

supondo que a mesma seja emitida isotropicamente pela fonte. Essa energia será distribuída também isotropicamente em uma esfera de raio d e área $4\pi d^2$. Assim, se conhecemos de alguma maneira a luminosidade L de um objeto, então nós podemos medir o fluxo f e definir uma função denominada *distância luminosidade*:

$$d_L = \left(\frac{L}{4\pi f} \right)^{1/2} \quad (2.82)$$

Essa distância seria a distância própria a um objeto astronômico se o universo fosse plano (euclidiano) e estático. Entretanto, para um universo que se expande, o fluxo por unidade de área decairá na razão $1/(1+z)^2$. Primeiro, devido ao decréscimo de energia sofrido por cada fóton por conta da expansão (visto que a energia de um fóton é proporcional ao inverso do comprimento do onda, λ^{-1}). Segundo, porque, devido à expansão do universo, o tempo entre detecção de duas frentes de onda consecutivas será maior (lembrando que $L = \text{Energia}/\delta t$): se dois fótons são emitidos separados por um intervalo de tempo δt_e , no instante da detecção sua separação temporal será $\delta t_o = (1+z)\delta t_e$. Além disso, se o universo não é espacialmente plano, a energia não será distribuída em uma superfície esférica, mas em uma generalização da mesma para um espaço curvo. Pode-se mostrar, entretanto, que existe uma relação entre a distância luminosidade e a distância diâmetro-angular que é independente de modelo, dada por [96,97]

$$d_L = \frac{d_A}{(1+z)^2}. \quad (2.83)$$

Dessa forma, a partir da equação (2.80), escrevemos a distância luminosidade como

$$d_L(z, \theta) = \frac{(1+z)Z(z)}{H_0} \left[\frac{\sinh(\sqrt{2\Omega_0^{(c)}} Z(z) \sin\theta)}{\sqrt{2\Omega_0^{(c)}} Z(z) \sin\theta} \right]^{1/2}, \quad \theta \in (0, \pi). \quad (2.84)$$

Notemos que, como dissemos anteriormente, a equação (2.84) estabelece diferentes valores de distância luminosidade para um mesmo valor de *redshift*, dependendo do ângulo θ que a fonte faz com o eixo de anisotropia. Por outro lado, se assumirmos pequenas distâncias χ (ver equação (2.78)), essa distância luminosidade

retorna a expressão que seria esperada para o modelo Λ CDM plano. De fato, para $\chi \ll 1$, temos que $\sinh(\chi \sin\theta) \simeq \chi \sin\theta$ e, com isso, a distância luminosidade se torna

$$d_L(z) = \frac{(1+z)Z(z)}{H_0}. \quad (2.85)$$

Esse fato é importante visto que observações de *redshifts* relativamente pequenos devem conduzir a resultados bastante próximos entre os modelos anisotrópico e Λ CDM.

2.3.3 Módulo de distância

No século II a.C., o astrônomo grego Hiparco (190-126 a.C.) dividiu as estrelas em seis classes, de acordo com seu brilho aparente, visto a olho nu. As estrelas de maior brilho receberam a classificação de *primeira magnitude*. As menos visíveis foram classificadas como de "sexta magnitude". Em 1856, Norman Robert Pogson (1829-1891) verificou que a percepção do brilho pelo olho humano seguia a lei

$$m = A \log f + B, \quad (2.86)$$

onde A e B são constantes e f é o fluxo luminoso. Ele constatou que uma estrela de primeira magnitude ($m = 1$) tinha brilho 100 vezes superior a uma com $m = 6$. Assim,

$$m_1 - m_2 = A \log \left(\frac{f_1}{f_2} \right) \Rightarrow 1 - 6 = A \log \left(\frac{100f_2}{f_2} \right), \quad (2.87)$$

de onde obtemos $A = -2,5$ e, dessa maneira,

$$m_1 - m_2 = -2,5 \log \left(\frac{f_1}{f_2} \right). \quad (2.88)$$

Como trabalharemos apenas com diferenças de magnitude, o valor da constante B , que define o zero da escala, será irrelevante.

A partir da equação (2.88) definimos a grandeza denominada *magnitude bolométrica aparente*,

$$m = -2,5 \log \left(\frac{f}{f_x} \right) + B, \quad (2.89)$$

e a magnitude bolométrica absoluta,

$$M = -2,5 \log \left(\frac{L}{L_x} \right) + B, \quad (2.90)$$

que é a magnitude aparente de um objeto que se encontra a uma distância luminosidade igual a 10 pc. As quantidades f_x e L_x são parâmetros que definem o zero das escalas e o conhecimento de seus valores não será necessário em nosso caso. Dadas as definições (2.89) e (2.90), podemos agora definir o *módulo de distância* pela relação

$$\mu = m - M = 2,5 \log \left(\frac{L}{L_x} \right) - 2,5 \log \left(\frac{f}{f_x} \right) = 2,5 \log \left(\frac{L \cdot f_x}{L_x \cdot f} \right). \quad (2.91)$$

Mas, a partir da definição de distância luminosidade (2.82) e tendo em vista que $d_L = 10$ pc, podemos reescrever a equação (2.91) na forma

$$\mu = m - M = 2,5 \log \left(\frac{L \frac{L_x}{4\pi(10pc)^2}}{L_x \frac{L}{4\pi d_L^2}} \right) \Rightarrow \mu = 5 \log \left(\frac{d_L}{10pc} \right). \quad (2.92)$$

Se expressarmos as distâncias em Mpc, a equação (2.92) fica

$$\mu(z) = 5 \log \left(\frac{d_L(z)}{10^{-5} Mpc} \right) = 5 \log \left(\frac{d_L(z)}{1 Mpc} \right) - 5 \log (10^{-5}) = 5 \log \left(\frac{d_L(z)}{1 Mpc} \right) - 25. \quad (2.93)$$

Definindo

$$h \equiv \frac{H_0}{100 \frac{km/s}{Mpc}}, \quad (2.94)$$

e tendo em vista que $c = 1$ e que $km/s = \frac{1}{3} \cdot 10^{-5}$, o módulo de distância se torna, finalmente,

$$\mu(z, \theta) = 5 \log (H_0 d_L(z, \theta)) - 5 \log (h) + 42,38, \quad (2.95)$$

com a distância luminosidade, d_L , dada pela equação (2.84).

Com esses resultados em mãos podemos obter os valores dos parâmetros livres de nosso modelo, a fim de construir um modelo cosmológico consistente com as observações de supernovas e de CMB.

ESTIMATIVA DE PARÂMETROS NO MODELO ANISOTRÓPICO: SUPERNOVAS E CMB

VAMOS agora estimar os parâmetros do modelo anisotrópico (modelo RTKO) através do clássico método de ajuste denominado *teste do χ^2* (*chi quadrado*) aplicado a supernovas Ia e a CMB. Mas, antes, façamos uma breve explanação a respeito desse teste.

3.1 Teste do χ^2

A estimativa de parâmetros consiste em, dado um conjunto de medidas D e um modelo \mathcal{M} , estimarmos os parâmetros θ que maximizam a função verossimilhança (*likelihood*, em inglês) [98]

$$\mathcal{L}(D|\mathcal{M}(\theta)) = \prod_{i=1}^M \mathcal{P}(D|\mathcal{M}(\theta_i)). \quad (3.1)$$

Assim, a função $\mathcal{L}(D; \mathcal{M}(\theta))$ estabelece a probabilidade de se medir os valores D , dado o modelo M e os parâmetros independentes θ_i dos quais depende o modelo. Máxima verossimilhança significa, portanto, que nós escolhemos os parâmetros θ_i de modo que os resultados teóricos se aproximem dos dados que nós medimos. A função $\mathcal{P}(x)$ representa uma *densidade de probabilidade*, ou seja, a *probabilidade* de,

ao se fazer uma medida de x , obter um valor entre x_1 e x_2 é

$$P(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \mathcal{P}(x) dx. \quad (3.2)$$

Em Cosmologia, é comum supormos que a distribuição de erros estatísticos se comporta segundo uma distribuição gaussiana, ou seja,

$$\mathcal{P}(\chi) = C e^{-\chi^2/2}, \quad (3.3)$$

onde C é uma constante de normalização escolhida de modo que $P(-\infty, \infty) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{P}(x) dx = 1$, e χ^2 pode ser definido de diversas maneiras [99, 100]. Neste trabalho utilizaremos duas diferentes definições para a função χ^2 . Abordaremos agora uma delas.

Suponhamos que desejamos ajustar uma função $\zeta(x_i|\theta_i)$ teórica, onde θ_i representa o conjunto de parâmetros a serem determinados, aos dados observados $y(x_i)$. Nesse caso, podemos definir a função χ^2 como sendo

$$\chi^2(\{\theta_i\}) \equiv \sum_{i=1}^N \frac{[y(x_i) - \zeta(x_i|\{\theta_j\})]^2}{\sigma_i^2}, \quad (3.4)$$

onde σ_i representa o erro cometido na medição de cada conjunto de dados (x_i, y_i) ¹. A máxima verossimilhança, então, corresponderá à minimização da função χ^2 , que ocorrerá de acordo com a escolha dos parâmetros $\theta_i = \{\theta_1, \dots, \theta_n\}$ adequados.

Por exemplo, suponhamos que temos um conjunto de dados que se apresenta de forma linear. Dessa forma, necessitamos achar os coeficientes da reta $\zeta(x|A, B) = Ax + B$. Se o par $(x_i, y(x_i))$ representa os dados coletados experimentalmente, então,

$$\chi^2(A, B) = \sum_{i=1}^N \frac{[y(x_i) - Ax_i - B]^2}{\sigma_i^2}. \quad (3.5)$$

Dessa forma, devemos ajustar os valores dos parâmetros livres A e B de modo a obter o menor valor de χ^2 possível, χ_{min} (máxima verossimilhança).

Algumas vezes desejamos conhecer o comportamento de χ^2 em função apenas de um parâmetro (A , por exemplo). Para tanto, devemos proceder com

¹Esses considerados não correlacionados

a *marginalização* do outro parâmetro B , ou seja, devemos efetuar a integração

$$\mathcal{P}(A) = \int_{\{B_i\}} C e^{-\chi^2(A,B)/2} dB \equiv C' e^{-\chi^2(A)/2} \quad (3.6)$$

em todo o domínio $\{B_j\}$ do parâmetro B , de modo a obtermos o χ^2 em função apenas do parâmetro A , ou seja, $\chi^2 = \chi^2(A)$.

A fim de estabelecermos os erros associados na determinação desses parâmetros definimos também os diferentes *níveis de confiança*, que são valores de $\chi_{min}^2 \pm \delta\chi^2$ para os quais obtemos uma determinada probabilidade preestabelecida. São bem utilizados em estatística os níveis denominados por 1σ , 2σ e 3σ relacionados às probabilidades de 68,3%, 95,5% e 99,7%, respectivamente, do valor da medida recair no referido intervalo em uma medida aleatória. Por exemplo, para um parâmetro livre (θ), os valores de $\delta\chi$ são os limites das integrações

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 \frac{e^{-\chi^2/2}}{\sqrt{2\pi}} d\chi &= 0,683 \quad (1\sigma), \\ \int_{-2}^2 \frac{e^{-\chi^2/2}}{\sqrt{2\pi}} d\chi &= 0,954 \quad (2\sigma), \\ \int_{-3}^3 \frac{e^{-\chi^2/2}}{\sqrt{2\pi}} d\chi &= 0,997 \quad (3\sigma), \end{aligned}$$

nas quais escrevemos $C = 1/\sqrt{2\pi}$ pela condição de normalização. Assim, obtemos os valores de $\delta\chi^2$:

$$\begin{aligned} \delta\chi^2 \quad (1\sigma) &= 1,00, \\ \delta\chi^2 \quad (2\sigma) &= 4,00, \\ \delta\chi^2 \quad (3\sigma) &= 9,00. \end{aligned}$$

Para M parâmetros livres, a função probabilidade pode ser escrita como

$$P(\theta_1, \dots, \theta_M) = \int_{-\delta\chi}^{+\delta\chi} \mathcal{P}(\chi(\theta_1, \dots, \theta_M)) d\chi, \quad (3.7)$$

Tabela 3.1: Alguns valores de $\delta\chi^2$ para diferentes níveis de confiança e número de parâmetros livres.

P n° de parâm. livres	1	2	3
68, 3% (1σ)	1,00	2,30	3,53
95, 4% (2σ)	4,00	6,17	8,02
99, 7% (3σ)	9,00	11,8	14,2

na qual a função densidade de probabilidade é dada por [101]²

$$\mathcal{P}(\chi(\theta_1, \dots, \theta_M)) = \frac{\chi(\{\theta_i\})^{M/2-1} e^{-\chi(\{\theta_i\})/2}}{2^{M/2}\Gamma(M/2)}, \quad (3.8)$$

com a função *Gama de Euler* definida por

$$\Gamma(\nu) = \int_0^\infty x^{\nu-1} e^{-x} dx. \quad (3.9)$$

A partir dessas equações é possível construir a tabela 3.1³.

Descreveremos agora, mais detalhadamente, em que consistem os testes de supernovas e CMB que realizaremos. Como objetivamos obter os parâmetros do modelo que melhor o ajustam às referidas observações, optamos por fazer uma análise combinada desses testes a fim de melhor restringirmos os parâmetros. Com esse propósito descreveremos primeiramente os testes nas duas próximas seções e, na seção subsequente, apresentaremos os resultados da análise combinada.

No caso da análise combinada, o χ^2 é a soma ⁴ daqueles obtidos de diferentes observações, para um mesmo conjunto de parâmetros livres. Por exemplo, no nosso

²Pode-se mostrar que, para $2\nu = M = 1$,

$$\int_0^{\delta\chi^2} \frac{\chi^{M/2-1} e^{-\chi/2}}{2^{M/2}\Gamma(M/2)} d\chi = 2 \int_0^{\delta\chi} \frac{e^{-x^2/2}}{\sqrt{2\pi}} dx,$$

onde a segunda integral corresponde à distribuição gaussiana.

³Obtemos os valores de $\delta\chi^2$, para M parâmetros livres e probabilidade p , a partir do software *Mathematica*[®], pela fórmula "Solve[CDF[ChiSquareDistribution[M], x] == p, x]", com $\delta\chi^2 = x$. A função *CDF* (*Cumulate Density Function*) descreve a densidade de probabilidade acumulada, ou seja, a integração da função densidade de probabilidade (*Probability Density Function - PDF*)

⁴A soma se deve ao fato das probabilidades serem multiplicadas, o que conduz a uma soma nos expoentes, ou seja, nos χ^2 .

caso,

$$\chi_{comb}^2 = \chi_{SNe}^2 + \chi_{CMB}^2. \quad (3.10)$$

3.2 Estimando parâmetros cosmológicos a partir de supernovas Ia

Uma estrela é formada a partir de nuvens de gases que começam a se concentrar em certa região do espaço devido à atração gravitacional. Desse processo de concentração, os gases que constituirão a estrela começam a aquecer, em um processo lento que pode levar milhões de anos, até atingirem uma temperatura suficiente para produzir reações termonucleares, como a fusão do hidrogênio (que ocorre, em primeiro lugar, de forma predominante em relação a outras reações). Essa fusão tem como resultado a formação de hélio e à liberação de uma gigantesca quantidade de energia. Em determinado momento, a fusão do hidrogênio deixa de ser a reação predominante, dizemos, então, que a estrela começa a fase de fusão do hélio. Porém, fundir hélio é mais difícil que hidrogênio, já que a repulsão elétrica é quatro vezes maior para dois núcleos de hélio do que para dois núcleos de hidrogênio e, para que esse processo ocorra, a temperatura no interior deve aumentar, o que, de fato, ocorre.

À medida que a estrela vai queimando o seu combustível original, a pressão da radiação, que está, inicialmente, em equilíbrio com a pressão gerada pela atração gravitacional, impedindo que a estrela colapse, cede (em consequência do esgotamento do combustível) ante a pressão gravitacional. Devido a isso o núcleo da estrela se contrai cada vez mais e, por isso, aumenta demasiadamente sua temperatura, de cerca de 10^6 °C a 10^8 °C. Na última fase da queima de hidrogênio, este começa a ser consumido na superfície da estrela. Nesta etapa a luminosidade aumenta e a estrela inteira se expande. Ao se expandir, sua superfície esfria e sua coloração se torna mais vermelha - a estrela se converte em uma gigante vermelha.

O estado final de uma estrela dependerá da massa que ela possui: se tiver a massa relativamente pequena, ela poderá se tornar uma anã branca; as de maior massa podem explodir em supernovas, terminarem em estrelas de nêutrons ou até se tornarem buracos-negros. No caso, queremos discutir a dinâmica de uma estrela que a conduz a uma supernova. As estrelas de maior massa (cerca de 10 vezes a massa solar), depois de converter seu hidrogênio, podem seguir fundindo os componentes

restantes para formar elementos mais pesados (carbono, oxigênio, neônio, magnésio, silício, e finalmente ferro). Como o núcleo de ferro é o mais estável da natureza, não existe mais a possibilidade de se obter energia usando o ferro como combustível nuclear, a produção de energia nuclear na estrela, então, para abruptamente. Nesse momento a estrela colapsa, desmoronando-se em si mesma, aumentando a densidade no centro, e, devido à resistência da matéria nuclear, as camadas externas que caem para o interior da estrela são rebatidas em seu centro. Ocorre assim uma grande explosão que destrói a estrela - a supernova. O brilho desta explosão é considerável e pode ser até dez bilhões de vezes mais intenso que do Sol.

A importância das supernovas na cosmologia observacional provém da necessidade de obtermos *velas-padrão*⁵ que possam nos fornecer informações a grandes distâncias, em escalas além de 100 Mpc. Nessas escalas o brilho de objetos tais como cefeidas não é detectável, sendo, portanto, a supernova uma nova candidata a indicadora de distâncias devido à alta luminosidade que ela gera e às distâncias em que podem ser encontradas. Outra vantagem observacional das supernovas é a possibilidade de se isolar a radiação emitida por elas, pois, como se tratam de eventos temporários, seu brilho cresce e diminui em intensidade no decorrer do tempo. Assim, se tivermos a radiação provinda do espaço antes da ocorrência de uma supernova nessa região, podemos, pelo método de subtração de imagens, isolar a radiação emitida apenas por ela.

No início do estudo das supernovas, elas foram divididas em duas categorias, as do tipo I e as do tipo II, baseadas na presença ou não de hidrogênio em seu espectro, de acordo com uma proposta feita em 1941 por Rudolph L. B. Minkowski (1895-1976) [102]. As do tipo I não possuem linhas de absorção ou emissão de hidrogênio em seu espectro, enquanto que as do tipo II as possuem. As supernovas do tipo II são estrelas gigantes com massas superiores a oito massas solares e que quase totalmente colapsam para formar buracos-negros ou estrelas de nêutrons. As supernovas do tipo I são divididas em dois subtipos: os tipos Ia e Ib. As do tipo Ib são estrelas massivas que colapsam após sua camada externa ser soprada pelo seu forte vento estelar. Já as do tipo Ia (SNe Ia) são completamente diferentes. Acredita-se⁶ que elas ocorrem quando uma anã branca, num sistema binário, adquire massa da companheira e, ao ultrapassar o limite de Chandrasekhar (cerca de 1,4 massas

⁵Objetos cuja luminosidade intrínseca é conhecida e/ou pode ser estimada por algum processo de calibração.

⁶Esse cenário, onde ocorre a SNe Ia, é um modelo teórico que produziria a evolução espectral observada.

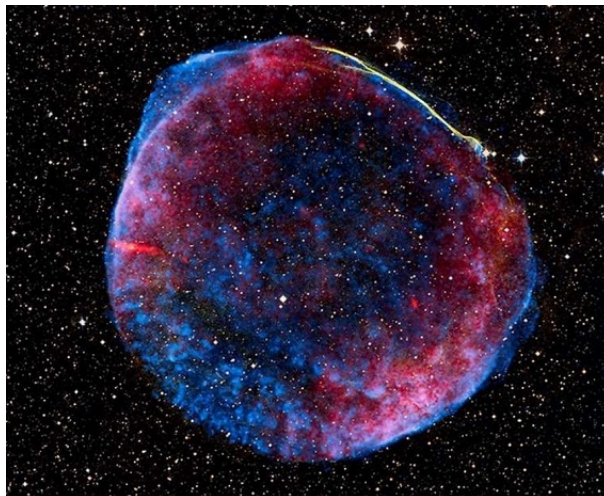


Figura 3.1: *Supernova SN 1006, do tipo Ia.*
(Fonte: spacetelescope.org)

solares), a explosão é acionada. A explosão da estrela sempre ocorre com uma massa próxima desse limite, de modo que existe muito pouca variação em sua luminosidade absoluta (ou seja, elas possuem comportamento padrão), fazendo-as, também por isso, indicadores de distâncias ideais.

Consideremos, por exemplo, que em uma galáxia próxima observamos uma supernova, e, nessa galáxia, ainda encontra-se uma cefeida. Através do período de pulsação desta última, podemos, por meio de curvas de calibração de período x magnitude absoluta (intrínseca), medindo-se o fluxo, determinar a sua distância luminosidade. Devido à distância da referida galáxia a nós ser muito superior às dimensões da mesma essa distância será, aproximadamente, a distância luminosidade da supernova. A partir daí obtemos o módulo de distância e sua magnitude absoluta que é seu fluxo a uma distância de 10 pc da Terra. Tendo, portanto, a magnitude absoluta dessas supernovas, podemos medir o módulo de distância observacional e comparar com o obtido teoricamente, a fim de se obter o melhor conjunto de parâmetros que adéquem o modelo teórico às observações. Isso consistirá no teste que descreveremos agora para as observações de supernovas.

Para o modelo anisotrópico, descrito pela métrica RTKO, o módulo de distância teórico é definido pelas equações (2.95) e (2.84), com parâmetros Ω_{m0} , $\Omega_0^{(c)}$, Ω_Λ e h a serem determinados (adotaremos $\Omega_{r0} \simeq 0$ e mediremos d_l em θ). Entretanto sabemos que $1 - \Omega_{m0} - \Omega_\Lambda = \Omega_0^{(c)}$, o que reduz em um grau de liberdade o número de parâmetros livres. A fim de obtermos o valor dos parâmetros livres do modelo utilizaremos o método do χ^2 descrito anteriormente, mas agora

aplicado ao módulo de distância em função do *redshift* que, como vimos, pode ser obtido observacionalmente ($\mu_{obs}(z)$) e também teoricamente ($\mu_{teo}(z)$). Dessa forma, a função χ^2 se torna

$$\chi^2(\Omega_{m0}, \Omega_{\Lambda}, h) = \sum_{i=1}^N \frac{[\mu_{obs}(z_i) - \mu_{teo}(z_i | \Omega_{m0}, \Omega_{\Lambda}, h)]^2}{\sigma_i^2}. \quad (3.11)$$

O ajuste consiste em atribuir diferentes valores para o conjunto de parâmetros livres e calcular, para uma dada compilação de N supernovas, qual conjunto minimiza a função χ^2 , obtendo-se, assim, o χ_{min}^2 (*chi* quadrado mínimo) e seus respectivos níveis de confiança, de acordo com a tabela 3.1.

A *qualificação* do modelo é dada pela função χ^2 reduzido (χ_r^2), definida por

$$\chi_r^2 = \frac{\chi_{min}^2}{\nu}, \quad (3.12)$$

onde ν é o número de graus de liberdade, ou seja, $\nu = N - M$, com $M = n^o$ de parâmetros livres. Em princípio, $M = 3$, mas, marginalizaremos em h , o que nos dará $M = 2$, uma vez que h pode ser estimado independentemente por outros testes observacionais.

Para o ajuste por supernovas utilizaremos o sample do *Union2* [35]⁷ que consiste em uma amostra de $N = 557$ supernovas com *redshifts* variando entre 0,0152 e 1,4000. Essa amostra possui apenas erro no módulo de distância, de modo que $\sigma_i = \sigma_{\mu i}$.

3.3 Estimando parâmetros cosmológicos a partir da CMB

Como dissemos no capítulo 1, em 1948, Ralph Alpher e George Gamow desenvolveram a teoria hoje denominada de *Big-Bang* na qual o universo começou a se expandir a partir de um estado altamente quente e denso. Uma consequência dessa teoria é a existência de uma radiação cósmica remanescente deste universo primordial, na região das microondas, que seria decorrente da fase de desacoplamento elétron-fóton, quando a taxa de interação entre eles se torna menor que a taxa de expansão do universo, H . Anos mais tarde, em 1964, Penzias e Wilson, pesquisando ondas de rádio oriundas do espaço encontraram um ruído, uniformemente distribuído

⁷Disponível em: <<http://supernova.lbl.gov/Union/Union2.html>>

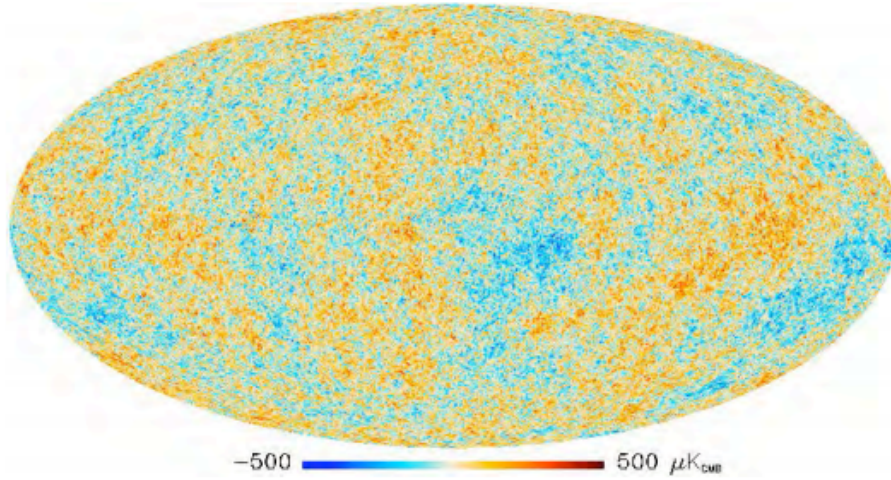


Figura 3.2: Flutuações de temperatura da CMB medidas pelo satélite Planck (Fonte: Ades et al., 2014 [39])

pelo céu, no seu receptor, o qual foi associado à CMB. Vamos entender melhor o mecanismo de surgimento da CMB e como podemos extrair informações cosmológicas dessa radiação.

Os instrumentos FIRAS [23] e DMR [22] do COBE mostraram que a CMB tem um espectro de corpo-negro cuja temperatura é de 2,725 K e, além disso, é isotrópica, com flutuações de temperatura apenas na ordem de 10^{-5} . Esse último valor foi obtido medindo-se a temperatura em todo ponto do céu ($T(\theta, \phi)$) e subtraindo-a da média ($\langle T \rangle$):

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{T(\theta, \phi) - \langle T \rangle}{\langle T \rangle}. \quad (3.13)$$

A raiz quadrática média dessas diferenças, subtraídos os efeitos dos movimentos peculiares do *COBE* ao redor da Terra ($\sim 8 \text{ km/s}$), da Terra em torno do Sol ($\sim 30 \text{ km/s}$), do Sol em relação ao centro da Via-Láctea ($\sim 220 \text{ km/s}$), e da Via-Láctea em relação ao grupo local ($\sim 80 \text{ km/s}$)(que correspondem a termos de dipolo, $l = 1$, na expansão em harmônicos esféricos), dá

$$\left\langle \left(\frac{\delta T}{T} \right)^2 \right\rangle^{1/2} \sim 10^{-5}. \quad (3.14)$$

Essas flutuações de temperatura são mostradas na figura 3.2, construída a partir dos dados do telescópio espacial Planck [39].

Para entendermos como se origina essa radiação, antes definamos alguns

momentos importantes na evolução da expansão:

- Época da **recombinação**: quando a matéria passa de ionizada a neutra. Define-se como sendo o instante em que a densidade de íons é igual à densidade de átomos neutros.
- Época do **desacoplamento dos fótons**: instante em que os fótons deixam de interagir com os elétrons e o Universo se torna transparente. Quantitativamente, é o instante em que a taxa de espalhamento de fótons por elétrons se torna menor que a taxa de expansão do Universo (que é definido pelo parâmetro de Hubble).
- Época do **último espalhamento**: momento em que um fóton da CMB sofre seu último espalhamento por um elétron.

Consideremos, por simplificação, que a matéria bariônica do universo fosse composta apenas de H na época da recombinação. Dessa forma, o grau de ionização do universo, X , é dado pela relação

$$X = \frac{n_p}{n_p + n_H} = \frac{n_p}{n_{bar}} = \frac{n_e}{n_{bar}}, \quad (3.15)$$

onde n_p é a densidade numérica de prótons, n_e é a densidade numérica de elétrons, n_H é a densidade numérica de átomos neutros. A segunda igualdade, $n_p = n_e$, decorre do fato do universo ser hipoteticamente neutro. Os valores de X variam entre 0 e 1, com 0 para um universo completamente neutro e 1 para completamente ionizado.

O processo de *ionização* pode ser ilustrado pela equação



e o de recombinação pela equação:



O valor de X dependerá, portanto, do balanço entre fotoionização e recombinação.

Os fótons ficam *acoplados* aos elétrons enquanto a taxa de interações entre eles (Γ) for maior que taxa de expansão do universo (H), ou seja, $\Gamma > H$. Isso quer dizer que o livre caminho médio foi menor que a distância de Hubble ($c/\Gamma < c/H$) quando o universo ainda era **opaco**. Enquanto esta condição foi obedecida, os fótons,

elétrons e prótons estavam em equilíbrio térmico e tinham a mesma temperatura T . Quando Γ se tornou menor do que H , os elétrons passaram a se afastar mais rapidamente do que ocorre a interação com os fótons, provocando o desacoplamento entre os mesmos, o que tornou o universo **transparente**. A taxa de interação é definida por

$$\Gamma \equiv \frac{c}{l}, \quad (3.18)$$

onde l é o livre caminho médio e é definido por

$$l \equiv \frac{1}{n_e \sigma_e}, \quad (3.19)$$

na qual σ_e é a seção de choque do elétron livre, para o espalhamento Thompson, cujo valor é $\sigma_e = 6,65 \cdot 10^{-29} \text{ m}^2$. Assim, a taxa de interação se torna

$$\Gamma = n_e \sigma_e c. \quad (3.20)$$

3.3.1 Recombinação

Como definimos acima, a recombinação é a época em que a densidade de íons se torna igual à densidade de átomos neutros (que consideraremos apenas como átomos de hidrogênio, aproximadamente). Matematicamente, podemos expressar esse instante como sendo aquele no qual

$$X = \frac{1}{2}, \quad (3.21)$$

o que corresponde, pela equação (3.15), $n_p = n_H$.

Para obtermos X em função da temperatura do universo na época da recombinação (T_{rec}) necessitamos utilizar a Mecânica Estatística, em particular a equação de Saha [32,103], que quantifica a relação entre o número de átomos neutros (H), ionizados (H^+) e os elétrons no equilíbrio de ionização:

$$\frac{n_H}{n_p n_e} = \frac{n_H}{n_p^2} = \left(\frac{m_e K T}{2\pi \hbar^2} \right)^{-3/2} e^{\frac{\epsilon}{K T}}, \quad (3.22)$$

onde a primeira igualdade decorre da neutralidade do universo ($n_e = n_p$) e m_e é a massa do elétron; K é a constante de Boltzmann ($1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$) e \hbar é a constante de Planck ($= h/2\pi = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$). Escrevendo o número de átomos

neutros como função da fração de ionização,

$$n_H = \frac{1 - X}{X} n_p, \quad (3.23)$$

e substituindo na equação de Saha, encontramos

$$\frac{1 - X}{X} = n_p \left(\frac{m_e K T}{2\pi \hbar^2} \right)^{-3/2} e^{\frac{\epsilon}{K T}}. \quad (3.24)$$

Por outro lado, definindo a razão bárions/fótons,

$$\eta = \frac{n_{bar}}{n_\gamma}, \quad (3.25)$$

e escrevendo-a em função de X e n_p , obtemos

$$n_p = \eta X n_\gamma. \quad (3.26)$$

Do espectro do corpo-negro, temos, para a densidade de fótons [103],

$$n_\gamma = \frac{2\zeta(3)}{\pi^2} \left(\frac{K T}{\hbar c} \right)^3 = 0,243 \left(\frac{K T}{\hbar c} \right)^3, \quad (3.27)$$

na qual $\zeta(\nu) = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l^\nu} \Rightarrow \zeta(3) = 1,202^8$ [103], e, portanto, a equação (3.26) se torna

$$n_p = 0,243 \eta X \left(\frac{K T}{\hbar c} \right)^3, \quad (3.28)$$

e a equação (3.24) fica na forma

$$\frac{1 - X}{X} = 0,243 \eta X \left(\frac{K T}{\hbar c} \right)^3 \left(\frac{m_e K T}{2\pi \hbar^2} \right)^{-3/2} e^{\frac{\epsilon}{K T}}, \quad (3.29)$$

ou

$$\frac{1 - X}{X^2} = 3,83 \eta \left(\frac{K T}{m_e c^2} \right)^{3/2} e^{\frac{\epsilon}{K T}}. \quad (3.30)$$

Substituindo, para a época da recombinação, os valores $X = 1/2$, $\eta = 5.10^{-10}$

⁸De fato, $\zeta(\nu) = g_\nu(1)$, com $g_\nu(z) = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{z^l}{l^\nu}$.

⁹ e, além disso, tomando a energia de ionização do hidrogênio, $\varepsilon = 13,6 \text{ eV}$, obtemos

$$T_{rec} = 3740 \text{ K}, \quad (3.31)$$

e o *redshift*,

$$1 + z_{rec} = \frac{T_{rec}}{T_0} = \frac{3740}{2,73} \Rightarrow z_{rec} = 1370. \quad (3.32)$$

3.3.2 Desacoplamento e último espalhamento

O último espalhamento se dá em um instante próximo ao desacoplamento fóton-elétron. A partir desse "instante" cessam-se as interações entre essas partículas e os fótons viajam livremente pelo universo - o universo se torna transparente.

Ao observarmos um fóton da radiação cósmica de fundo em um instante t_0 , sabemos que este fóton sofreu

$$\mathcal{N}(t) = \int_t^{t_0} \Gamma(t) dt \quad (3.33)$$

espalhamentos. Sendo t_{ls} ¹⁰ o instante em que ocorre o último espalhamento e fazendo uso das transformações

$$dt = \frac{dt}{da} da = \frac{da}{\dot{a}} = \frac{da}{H(a)a}, \quad (3.34)$$

podemos escrever a equação (3.33) na forma

$$\mathcal{N} = \int_{t_{ls}}^{t_0} \Gamma(t) dt = \int_a^{a_0} \frac{\Gamma(a) da}{aH(a)}, \quad (3.35)$$

ou, em termos do *redshift*,

$$\mathcal{N}(z_{ls}) = \int_0^{z_{ls}} \frac{\Gamma(z)}{H(z)} \frac{dz}{(1+z)}. \quad (3.36)$$

A função $\Gamma(z)$ pode ser obtida através das equações (3.20) e (3.15), tendo em

⁹ Sendo a densidade de energia do fóton $\varepsilon_{\gamma 0} = \alpha T_0^4 = 0,261 \text{ MeV} \cdot \text{m}^{-3}$ e $E_{\gamma 0} = h\nu_0 = 6,34 \cdot 10^{-4} \text{ eV}$, vem $n_{\gamma 0} = 4,11 \cdot 10^8 \text{ m}^{-3}$. Sendo também a densidade de energia do bárion $\varepsilon_{bar 0} = \Omega_{bar 0} (= 0,04) \varepsilon_{c 0} = 210 \text{ MeV} \cdot \text{m}^{-3}$ [22] e $E_{bar} = 939 \text{ MeV}$, vem $n_{bar 0} = 0,22 \text{ m}^{-3}$. Assim, $\eta = n_{bar 0} / n_{\gamma 0} = 5 \cdot 10^{-10}$.

¹⁰ Mais uma vez utilizaremos aqui a abreviatura em inglês por seu frequente uso na literatura: *ls* = *last scattering* - último espalhamento.

vista que $n_{bar} = n_{bar0}(1+z)^3$. Assim,

$$\Gamma(z) = X(z)n_{bar0}(1+z)^3\sigma_e c = 4,4 \cdot 10^{-21} X(z)(1+z)^3 s^{-1}. \quad (3.37)$$

Por outro lado, sabendo que na época do desacoplamento o universo era dominado pela matéria ¹¹, da equação de Friedmann vem

$$H(z)^2 = H_0^2 \Omega_{m0} (1+z)^3, \quad (3.38)$$

onde podemos substituir os valores $\Omega_{m0} = 0,3$ e $H_0 = 70 \text{ km/Mpc.s} = 2,27 \cdot 10^{-18} s^{-1}$ e obter

$$H(z) = 1,24 \cdot 10^{-18} (1+z)^3 s^{-1} \quad (3.39)$$

e também

$$\frac{\Gamma(z)}{H(z)} = 3,55 \cdot 10^{-3} X(z)(1+z)^{3/2}. \quad (3.40)$$

O número de espalhamentos fica

$$\mathcal{N}(z_{ls}) = 3,55 \cdot 10^{-3} \int_0^{z_{ls}} X(z)(1+z)^{1/2} dz. \quad (3.41)$$

A função $X(z)$ pode ser obtida a partir da solução da equação (3.30),

$$X = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4S}}{2S}, \quad (3.42)$$

na qual

$$S \equiv 3,83\eta \left(\frac{KT}{m_e c^2} \right)^{3/2} e^{\frac{\epsilon}{kT}}, \quad (3.43)$$

onde escrevemos a temperatura como função do *redshift* por meio da equação $1+z = T/T_0$. Definindo-se $\mathcal{N}(z_{ls}) = 1$, finalmente obtemos, da equação (3.41),

$$z_{ls} = 1100. \quad (3.44)$$

Essa época marca, além da emissão da radiação cósmica, o momento em que os bárions deixam de interagir com os fótons e, portanto, a partir daí, podem

¹¹A igualdade radiação-matéria se dá em um redshift da ordem de 3600, segundo o Modelo Padrão.

Tabela 3.2: Valores de redshift e temperatura para algumas épocas do universo.

Época do universo	z	T (K)
Igualdade matéria-radiação	3570	9730
Recombinação	1370	3740
Desacoplamento	1100	3000
Último espalhamento	1100	3000

colapsar sob a força gravitacional e formar as primeiras estruturas do Universo.

3.3.3 Origem das pequenas flutuações da CMB

Após subtrairmos o efeito de dipolo da radiação de fundo, devido aos movimentos peculiares (Terra-Sistema Solar, Sistema Solar-galáxia, galáxia-Grupo Local, etc.) ainda sobram pequenas flutuações de temperatura. A origem dessas flutuações pode ser explicada pela existência de matéria escura. A matéria escura, como dissemos anteriormente, interage com a matéria bariônica e a radiação somente através da gravidade, através da formação de *poços de potencial gravitacional*. Durante a fase que antecede o desacoplamento (último espalhamento) o fluido contituído por fótons e bárions fica "preso" nos poços de potencial gerados pela matéria escura, assim, ao "descer" nesses poços, o fóton adquire energia, resultando em um acréscimo em sua temperatura, e, ao "subir", perde energia, resultando em um decréscimo de temperatura. Durante a "queda" ocorre um aumento da pressão do fluido fóton-bárion, o que se desdobra em uma posterior expansão. Ao expandir, a gravidade volta a prevalecer e torna a comprimir o fluido. A isso chamamos de oscilações acústicas, uma vez que esse processo contínuo de expansão e compressão constitui ondas estacionárias no fluido fóton-bárion. As oscilações seguem se repetindo até o desacoplamento entre os fótons e bárions. Quando este começa a ocorrer, o fluido pode estar na fase de compressão, e os fótons vão ser "mais quentes" (maior temperatura) que a média, ou o mesmo ocorrer durante a fase de expansão, e os fótons vão estar "mais frios" (menor temperatura) que a média.

A fim de podermos extrair informação da CMB, consideremos a expansão da

função $\delta T/T$ (equação (3.13)) em harmônicos esféricos,

$$\frac{\delta T}{T} = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi), \quad (3.45)$$

e definamos a *função de correlação*

$$C(\theta) \equiv \left\langle \frac{\delta T}{T}(\hat{n}) \frac{\delta T}{T}(\hat{n}') \right\rangle_{n \cdot n' = \cos \theta}, \quad (3.46)$$

na qual \hat{n} e \hat{n}' estabelecem duas direções separadas por um ângulo θ no céu. Aplicando-se, então, a função $\delta T/T$ na função de correlação, obtemos (supondo uma independência de m)

$$C(\theta) = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) C_l P_l(\cos \theta), \quad (3.47)$$

na qual as funções $P_l(\cos \theta)$ são os polinômios de Legendre:

$$P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l} [(x^2 - 1)^l] \quad (x = \cos \theta). \quad (3.48)$$

A função de correlação pode ser expandida em momentos de multipolos C_l , que estão relacionados a uma medida de temperatura sobre uma escala

$$\theta \sim \frac{\pi}{l}. \quad (3.49)$$

O termo de monopolo ($l = 0$) descreve a temperatura média. O termo de dipolo ($l = 1$) está associado aos movimentos peculiares da Terra, do Sistema Solar e da Via Láctea. Os termos em que $l \geq 2$ estão associados às flutuações de temperatura presentes no último espalhamento (ver figura 3.3 [104]).

Como podemos observar na figura 3.3, existe um *primeiro pico* em δT para um valor próximo de $l = 220$ (de fato, $l_1 = 220, 8 \pm 0, 7$ ¹² [105]). Essa posição do primeiro pico pode ser usada com a finalidade de obtermos os valores de parâmetros cosmológicos, uma vez que ela está relacionada à abertura angular θ , via equação (3.49)¹³, e, essa última, à distância diâmetro-angular. Vejamos.

¹²Doravante utilizaremos a notação l_1 ao nos referirmos ao termo de multipolo associado à posição do primeiro pico da CMB.

¹³Note que $\theta_1 = 0, 815^\circ$.

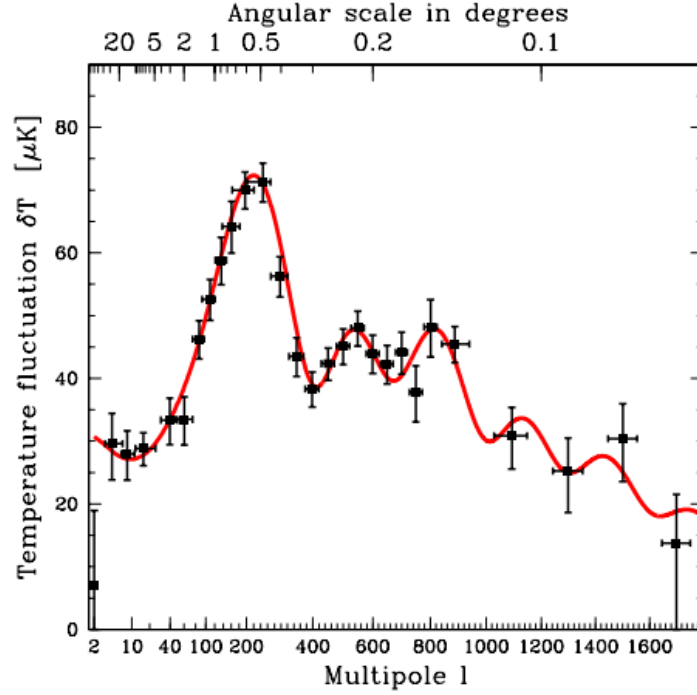


Figura 3.3: Exemplo de flutuações de temperatura da CMB em função dos multipolos l .
(Fonte: Ryden, 2003 [25])

3.3.4 Ajuste de parâmetros a partir da CMB

Para realizarmos o ajuste dos parâmetros cosmológicos à posição do primeiro pico da CMB utilizaremos o denominado *shift parameter* R . A razão disso reside no fato de que o ajuste realizado por meio dele é relativamente mais simples do que aquele que utiliza a posição do primeiro pico (l_1) diretamente e, para algumas classes de modelos cosmológicos (tal como o construído a partir da métrica RTKO), pode-se mostrar que R é aproximadamente independente de modelo, conduzindo a resultados muito próximos daqueles obtidos via o uso direto de l_1 . Vamos, primeiramente, definir o *shift parameter* e, logo após, fazer uma breve discussão a respeito de sua independência do modelo cosmológico.

O *shift parameter* é definido pela equação [106]

$$R \equiv \frac{\sqrt{\omega_{m0}}}{\sqrt{\omega_{k0}}} \text{sen}_k(\sqrt{\omega_{k0}}y), \quad (3.50)$$

na qual, $\omega_i = \Omega_i h^2$, e

$$y \equiv \int_{a_{ls}}^1 \frac{da}{\sqrt{\omega_{m0}a + \omega_{k0}a^2 + \omega_{\Lambda}a^4}} = \frac{1}{h} \int_0^{z_{ls}} \frac{dz}{E(z)}. \quad (3.51)$$

Mas notemos que

$$\frac{\omega_{m0}}{\omega_{k0}} = \frac{\Omega_{m0}}{\Omega_{k0}} \quad (3.52)$$

e, com isso,

$$\sqrt{\omega_{k0}}y = \sqrt{\Omega_{k0}}Z(z_{ls}), \quad (3.53)$$

onde,

$$Z(z_{ls}) \equiv \int_0^{z_{ls}} \frac{dz}{E(z)}. \quad (3.54)$$

Dessa forma, podemos escrever o *shift parameter* na forma

$$R = \frac{\sqrt{\Omega_{m0}}}{\sqrt{\Omega_{k0}}} \text{sen}_k[\sqrt{\Omega_{k0}}Z(z_{ls})]. \quad (3.55)$$

Nesta última equação, utilizamos a seguinte notação:

$$\text{sen}_k(x) = \begin{cases} \text{sen}(x) & (k = +1) \\ x & (k = 0) \\ \text{senh}(x) & (k = -1). \end{cases} \quad (3.56)$$

Por outro lado, a distância diâmetro-angular para o modelo Λ CDM é dada por

$$d_A(z) = \frac{1}{H_0(1+z)\sqrt{\Omega_{k0}}} \text{sen}_k[\sqrt{\Omega_{k0}}Z(z)]. \quad (3.57)$$

Comparando esta última equação com a equação (3.55), obtemos, para $z = z_{ls}$,

$$R(z_{ls}) = \sqrt{\Omega_{m0}}H_0(1+z_{ls})d_A(z_{ls}). \quad (3.58)$$

Para obtermos os parâmetros cosmológicos através da CMB, usaremos a equação (3.58), na qual substituiremos a distância diâmetro-angular, d_A , pela apropriada do modelo anisotrópico obtida na equação (2.80).

Discutamos agora a independência de R com o modelo. A abertura angular que subentende a distância r_s sobre a superfície de último espalhamento pode ser

obtida a partir de

$$\theta_A = \frac{r_s}{d_A}, \quad (3.59)$$

onde r_s é dado por

$$r_s(z_{ls}) = \int_{z_{ls}}^{\infty} c_s(z) \frac{dz}{H(z)}, \quad (3.60)$$

e é chamado de *horizonte acústico*. Ele representa a máxima distância comóvel que uma onda acústica, com velocidade c_s , pôde percorrer no plasma fóton-bárion, desde a sua formação ($z = \infty$) até o último espalhamento ($z = 1100$).

Definamos agora a *escala acústica*

$$l_A = \frac{\pi}{\theta_A}. \quad (3.61)$$

Ela se relaciona com o horizonte acústico através da equação (3.59). A partir dessas equações, podemos escrever a distância diâmetro-angular, no tempo do último espalhamento, como

$$d_A(z_{ls}) = \frac{r_s(z_{ls})l_A}{\pi}. \quad (3.62)$$

A escala acústica se relaciona com o l_1 , através da equação

$$l_1 = l_A(1 - \delta_1), \quad (3.63)$$

na qual δ_1 depende da física da pré-recombinação e, para o Λ CDM, possui valor $\delta_1 \approx 0,267 = \text{constante}$. Dessa forma, d_A se torna

$$d_A(z_{ls}) = \frac{r_s(z_{ls})l_1}{\pi(1 - \delta_1)}, \quad (3.64)$$

e, com isso, podemos finalmente escrever o *shift parameter*, usando a relação dada pela equação (3.58), na forma

$$R(z_{ls}) = \frac{\sqrt{\Omega_{m0}}H_0(1 + z_{ls})}{\pi(1 - \delta_1)} r_s(z_{ls})l_1. \quad (3.65)$$

Como podemos notar, a equação (3.65) ainda depende explicitamente de Ω_{m0} e, implicitamente, também de outros parâmetros contidos no r_s : Ω_{r0} e Ω_{k0} . Entretanto, para altos *redshifts*, $1100 \leq z \leq \infty$, podemos desprezar o parâmetro associado à curvatura em relação aos demais, visto que nesse limite o parâmetro de

densidade da curvatura cresce $\sim z^2$, enquanto os demais crescem $\sim z^4$ (radiação) e $\sim z^3$ (matéria). Assim, $H(z)/H_0 \approx \sqrt{\Omega_{r0}z^4 + \Omega_{m0}z^3}$. Porém, plotando-se um gráfico de R versus Ω_{m0} , notamos que há muito pouca variação de R no intervalo compreendido por $0,20 \leq \Omega_{m0} \leq 0,40$, o que torna o *shift parameter* *aproximadamente* independente de modelo. Tal constância pode se justificar pela prevalência do termo associado à densidade da matéria ($\approx \Omega_{m0}z^3$) em relação ao da radiação ($\approx \Omega_{r0}z^4$) para o intervalo de *redshift* dominante na integral (3.60)¹⁴.

Para o ajuste de parâmetros pela CMB utilizaremos o valor do *shift parameter* obtido pelo *WMAP* - 5 anos: $R = 1,710 \pm 0,019$ [107] e a distância diâmetro-angular do modelo RTKO (2.80) obtida no capítulo anterior, agora mediada em θ , com $\theta \in (0, \pi)$, mediada em θ entre 0 e π ,

$$\bar{d}_A(z) = \frac{Z(z)}{\pi(1+z_{ls})H_0} \int_0^\pi \left[\frac{\sinh(\sqrt{2\Omega_0^{(c)}} Z(z) \text{sen}\theta)}{\sqrt{2\Omega_0^{(c)}} Z(z) \text{sen}\theta} \right]^{1/2} d\theta, \quad (3.66)$$

resultando no R que usaremos para o ajuste,

$$R_{anis}(z_{ls}) = \frac{\sqrt{\Omega_{m0}} Z(z_{ls})}{\pi} \int_0^\pi \left[\frac{\sinh(\sqrt{\Omega_{k0}} Z(z_{ls}) \text{sen}\theta)}{\sqrt{\Omega_{k0}} Z(z_{ls}) \text{sen}\theta} \right]^{1/2} d\theta. \quad (3.67)$$

3.4 Análise combinada e resultados

A fim de obtermos o valor dos parâmetros livres para o nosso modelo anisotrópico, utilizamos a análise combinada de supernovas com a CMB, através do cálculo do χ_{comb}^2 :

$$\chi_{comb}^2 = \chi_{SN}^2 + \chi_{CMB}^2. \quad (3.68)$$

Assim sendo,

$$\chi_{comb}^2 = \sum_{i=1}^{557} \frac{[\mu_{teo}(z_i | \Omega_{m0}, \Omega_\Lambda, h) - \mu_{obs}(z_i)]^2}{\sigma_\mu^2} + \frac{[R(\Omega_{m0}, \Omega_\Lambda, h) - 1.710]^2}{(0.019)^2}. \quad (3.69)$$

¹⁴Lembre-se que $\Omega_{r0}/\Omega_{m0} \sim 10^{-4}$.

Tabela 3.3: Valores dos parâmetros livres encontrados na análise combinada para os modelos Λ CDM e RTKO. Os parâmetros estão representados na forma $\Omega_{i0} \pm 1\sigma$ ($\pm 2\sigma$).

Modelo	Ω_{m0}	Ω_{Λ}	$\Omega_{k0} \Omega_0^{(c)}$
Λ CDM	$0,26^{+0,03 (+0,05)}_{-0,01 (-0,02)}$	$0,74^{+0,01 (+0,02)}_{-0,02 (-0,03)}$	$0,00^{+0,00 (+0,01)}_{-0,01 (-0,02)}$
RTKO	$0,26^{+0,01 (+0,02)}_{-0,02 (-0,04)}$	$0,73^{+0,02 (+0,03)}_{-0,01 (-0,02)}$	$0,01^{+0,01 (+0,03)}_{-0,01 (-0,01)}$

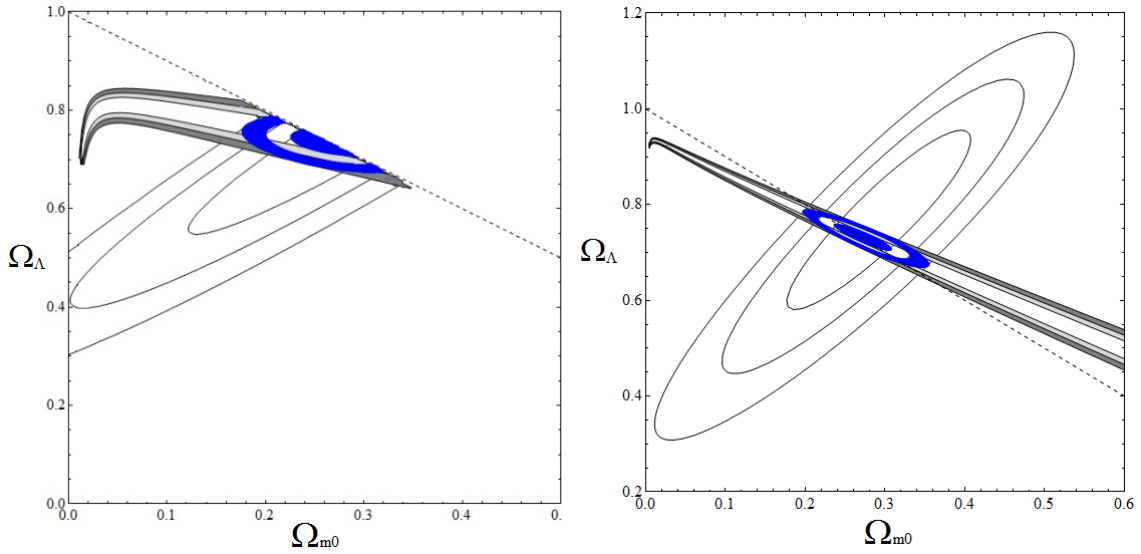


Figura 3.4: Níveis de confiança dos testes de supernovas, CMB e combinado para Ω_{m0} e Ω_{Λ} , obtidos para o modelo RTKO (esquerda) e Λ CDM (direita) com k livre ($k \neq 0$).

3.4.1 Resultados

Os diagramas da figura 3.4 representam os resultados obtidos dos ajustes por supernovas, CMB e análise combinada, para os níveis de confiança 1σ , 2σ e 3σ , e para os modelos RTKO e Λ CDM - ambos marginalizados em h . Os resultados para os parâmetros (estimados dentro dos níveis de confiança de 1σ e 2σ) podem ser vistos na tabela 3.3.

Como vemos dos resultados da tabela, os valores resultantes da análise conjunta, para ambos os modelos, são bastante próximos entre si. A fim de investigar essa aproximação e, eventualmente, definir limites de sua validade, plotamos os diagramas de Hubble para o modelo anisotrópico e para o padrão, utilizando a máxima curvatura obtida no nível 2σ , para ambos os modelos, o que dá $\Omega_0^{(c)} = 0,03$ e $\Omega_{k0} = -0,02$, respectivamente. O resultado pode ser observado na figura 3.5.

Podemos notar, do diagrama de Hubble, que ambos os modelos concordam

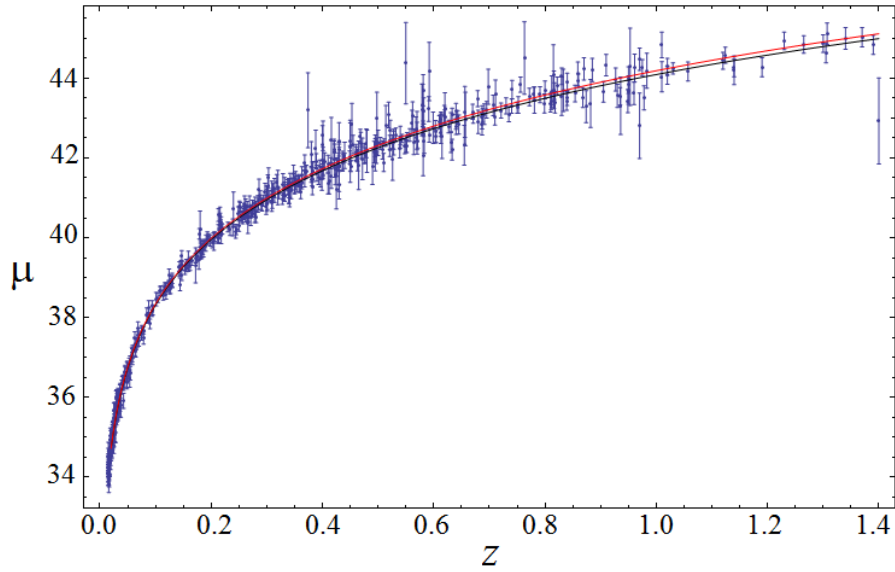


Figura 3.5: Diagramas de Hubble para as supernovas do Union2, modelo RTKO (vermelho) e Λ CDM (preto).

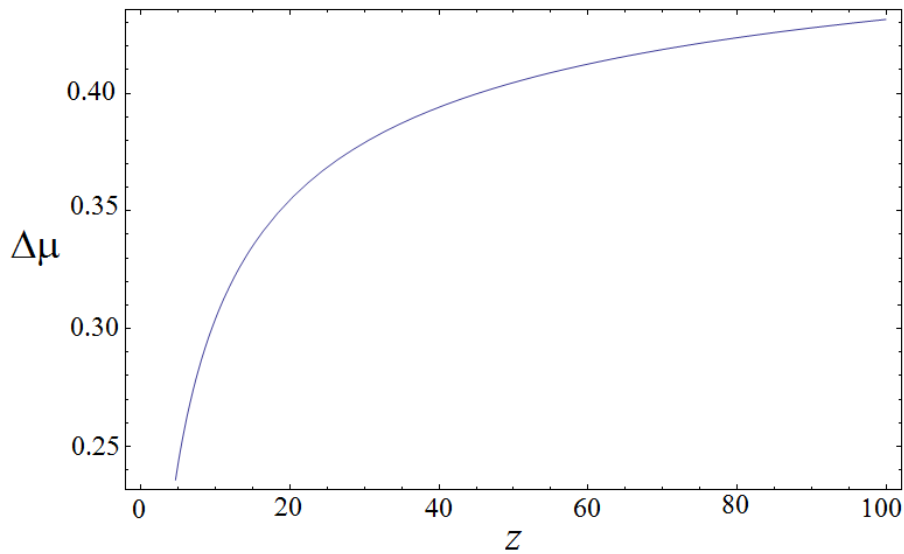


Figura 3.6: Diferença entre os módulos de distância dos modelos Λ CDM e RTKO versus redshift.

igualmente bem com as observações de supernovas, não havendo como, em princípio, privilegiarmos um em detrimento do outro. Essa concordância se mantém para *redshifts* maiores, o que acentua a aproximação do modelo anisotrópico ao padrão. De fato, se plotarmos a diferença entre os módulos de distância para ambos os modelos (ver figura 3.6), $\Delta\mu(z)$, e extrapolarmos o limite observável de *redshifts* das supernovas Ia ($z \sim 1,4$), notamos que, em $z \sim 10$, essa diferença fica em torno

de $\Delta\mu \sim 0,30$ e que, para $z \sim 100$, a diferença entre os módulos de distância não ultrapassa $\Delta\mu = 0,45$. Como os maiores erros encontrados nos módulos de distância das supernovas se encontram em $\sigma_\mu \sim 1$, concluímos que, com os presentes dados, não é possível distinguir ambos os modelos, visto que conduzem a resultados muito próximos e, portanto, ambos podem ser igualmente bons candidatos a descreverem o nosso universo.

À PROCURA DE INDÍCIOS DE ANISOTROPIA: SUPERNOVAS, QUASARES E RADIAÇÃO DE GALÁXIAS

N OS capítulos anteriores discutimos diversas evidências que apontam para uma possível existência de anisotropia no Universo, as quais podem ou não ter uma origem comum. Também desenvolvemos um modelo cosmológico, desenvolvido a partir de uma métrica anisotrópica - a métrica RTKO -, que concorda com observações de supernovas e CMB e que, além disso, pode explicar algumas das evidências de anisotropia relatadas no primeiro capítulo.

Neste capítulo realizaremos alguns estudos com supernovas, quasares e radiação eletromagnética de galáxias a fim de detectar alguma anisotropia e, quando possível, estabelecer a direção do eixo preferencial. A existência de um eixo preferencial coincidente em diferentes observações pode indicar uma fonte comum dessa anisotropia, bem como estabelecer seu caráter universal.

4.1 Supernovas

4.1.1 Teste do χ^2

Como mostramos no capítulo anterior, é possível estabelecer os parâmetros de um modelo cosmológico através da observação de supernovas do tipo Ia, mais precisamente, pela medição do módulo de distância e do *redshift*. Um modelo teórico pode, então, ser construído de modo a obtermos uma equação que relaciona

o módulo de distância com o *redshift* e ajustado aos dados observacionais. Desse ajuste extraímos os valores dos parâmetros cosmológicos.

No caso do modelo anisotrópico, a métrica RTKO conduz a uma distância luminosidade que depende, além dos *redshifts*, do ângulo de anisotropia θ , formado entre o eixo preferencial e a posição da supernova no céu. Essa distância luminosidade é dada pela equação (2.84)

$$d_L(z, \theta) = \frac{(1+z)Z(z)}{H_0} \left[\frac{\sinh(\sqrt{2\Omega_0^{(c)}} Z(z) \operatorname{sen}\theta)}{\sqrt{2\Omega_0^{(c)}} Z(z) \operatorname{sen}\theta} \right]^{1/2}, \quad \theta \in (0, \pi),$$

na qual $\theta = \theta(\alpha, \delta, \alpha_p, \delta_p)$. Aqui representamos a direção da supernova pelas *coordenadas astronômicas equatoriais* (α, δ) e a direção preferencial pelas coordenadas equatoriais (α_p, δ_p) . A ascensão reta, α ou AR, é definida como o ângulo medido, sobre o plano equatorial terrestre, entre o meridiano que passa pelo *Ponto Áries* (Υ) - ou *Ponto Vernal*¹ - e o meridiano que contém o astro. A ascensão reta varia entre 0h e 24h (ou entre 0° e 360°), aumentando para leste. A declinação, δ , é o ângulo medido, sobre o meridiano do astro (perpendicular ao equador), entre o equador e a posição do astro. A declinação varia entre -90° e $+90^\circ$ (ver 4.1).

A fim de relacionarmos as coordenadas da supernova, do eixo preferencial e o ângulo θ entre ambas, consideremos o vetor unitário $\hat{n} = (\cos \alpha \cos \delta, \operatorname{sen} \alpha \cos \delta, \operatorname{sen} \delta)$, que indica a direção de uma determinada supernova, e o vetor unitário $\hat{n}_p = (\cos \alpha_p \cos \delta_p, \operatorname{sen} \alpha_p \cos \delta_p, \operatorname{sen} \delta_p)$, que indica a direção preferencial. O ângulo de anisotropia pode ser determinado pelo produto escalar

$$\hat{n} \cdot \hat{n}_p = \cos \theta = \cos \delta \cos \delta_p \cos(\alpha - \alpha_p) + \operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} \delta_p, \quad (4.1)$$

e, portanto, $\operatorname{sen} \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta}$.

Empregando estas equações na distância luminosidade do modelo anisotrópico, é possível ajustarmos os parâmetros livres α_p e δ_p pelo método do χ^2 , aplicado ao módulo de distância, marginalizando nos demais parâmetros livres $(\Omega_{m0}, \Omega_{k0}, H_0)$. Para tanto, atribuímos um passo de 1° a cada coordenada, variando-as em seus domínios: $\alpha \in [0^\circ, 360^\circ]$ e $\delta \in [-90^\circ, 90^\circ]$. Nessa análise, utilizamos novamente os

¹Ponto definido pela posição do Sol ao cruzar o equador celeste, determinando o equinócio de primavera para o hemisfério norte e o de outono para o hemisfério sul.

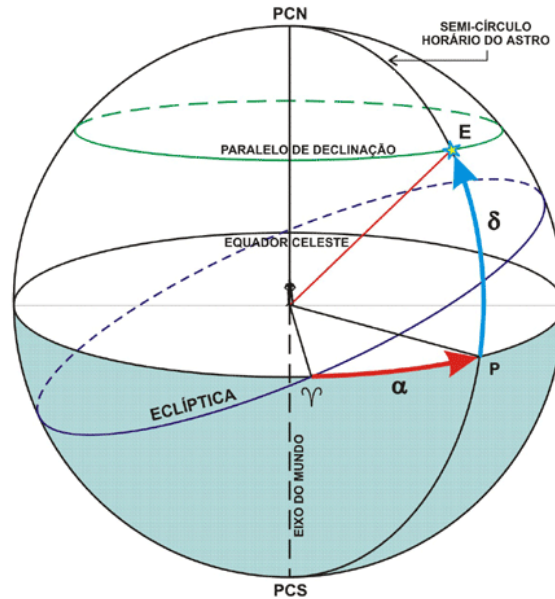


Figura 4.1: Diagrama representando as coordenadas equatoriais, α e δ , de uma determinada estrela E .

(Fonte: uranometrianova.pro.br)

dados fornecidos pela compilação de supernovas do Union2.

4.1.2 Resultado do teste do χ^2 aplicado às supernovas

Nesse teste não foi possível encontrar qualquer evidência da existência de um eixo preferencial. Os valores obtidos para χ^2 apareceram completamente degenerados e, mesmo no nível de confiança de 1σ , o eixo preferencial abrangeu todo o céu. Apesar de não ter sido possível estabelecer essa direção pelo estudo de supernovas, a existência de tal anisotropia não pode ser descartada, uma vez que, como discutimos anteriormente, a distância luminosidade obtida para a métrica RTKO se aproxima da distância da métrica de FLRW plana para pequenas distâncias, o que a torna independente do ângulo de anisotropia θ . Portanto, o resultado desse teste pode ser considerado inconclusivo.

4.2 Quasares

Os quasares (abreviação de *quasi-stellar radio source* - fonte de rádio quase-estelar), ou QSO (*quasi-stellar object* - objeto quase-estelar), foram descobertos no início da década de 60, particularmente através do trabalho de



Figura 4.2: Superposição da imagem ótica (em azul) com a imagem em rádio (em vermelho) do quasar 3C219, que está a $1,63 \cdot 10^9$ anos-luz da Terra. Enquanto nossa galáxia tem 100 mil anos-luz de diâmetro, os jatos cobrem 1 milhão de anos-luz.

(Fonte: Oliveira; Saraiva (2014) [102])

Maarten Schmidt, em 1963, quando ele conseguiu identificar um desses objetos (o quasar 3C 273) e obter seu espectro ótico [108]. Esse espectro revelou linhas de emissão estranhas e ele percebeu que essas eram na verdade as linhas espectrais do hidrogênio deslocadas por um alto *redshift*.

Esses objetos são extremamente compactos e intensas fontes de rádio, emitindo mais energia do que centenas de galáxias juntas. Quanto à sua natureza, a hipótese mais provável, proposta pelos astrônomos Edwin Ernest Salpeter e Yakov Borisovich Zel'dovich em 1964, é a de que eles são formados por galáxias com buracos negros fortemente ativos no centro. Nesse modelo, o buraco negro central acreta gás e estrelas da sua vizinhança, emitindo intensa radiação enquanto a matéria se acelera e, com isso, aquece, espiralando em um disco. Quando o buraco negro consome toda a matéria circundante o quasar cessa a emissão de radiação.

Outras características importantes dos quasares são que eles podem ser observados em altos *redshifts*, sendo objetos muito antigos², e emitir radiação polarizada. Essas duas características fazem com que os quasares tenham grande interesse astronômico.

²Em 2011, foi encontrado o QSO ULAS J1120+0641, cujo *redshift* chegou a $z = 7,085$ [109], o que corresponde a uma idade de 12,9 bilhões de anos, ou seja, há, aproximadamente, "apenas" 800 milhões de anos do Big-Bang.

Nosso interesse em torno dos quasares se volta para a emissão de radiação polarizada. Desde 1998, grupos de astrônomos têm investigado um número significativo de quasares buscando indícios de algum possível alinhamento entre as direções de polarização da radiação emitida por eles [68–71, 110]. Um possível alinhamento em certas direções no céu pode indicar a existência de algum mecanismo global gerador de anisotropia, uma vez que o esperado é que as direções de polarização estivessem distribuídas aleatoriamente em todo o céu. Em um desses trabalhos, Hutsemékers e equipe desenvolveram uma série de testes estatísticos [68] a fim de detectar possíveis alinhamentos e apontar para alguma direção preferencial. A seguir, reproduziremos um dos testes realizados, que denominaremos de *teste* S_D . Esse teste consiste na determinação da dispersão dos ângulos de polarização observados para diferentes grupos de quasares vizinhos e na comparação dessa dispersão entre esses grupos. A escolha desse teste é devido à relativa facilidade de sua aplicação, bem como à pouca variação dos resultados com a escolha de diferentes números de vizinhos.

4.2.1 O teste S_D

O teste S_D é um teste estatístico que é aplicado a conjuntos de dados direcionais, ou seja, dados apresentados na forma de direções ou sentidos³, tais como: a direção dos ventos, das correntezas oceânicas, de migração de pássaros, de fraturas ósseas, de posições no céu, etc. Os dados direcionais podem ser classificados em dois tipos: os *dados vetoriais*, nos quais o sentido é uma informação essencial (representados através de uma seta - ver figura 4.3a), e os *dados axiais*, onde somente a direção é importante (representados através de uma reta - ver figura 4.3b). Por exemplo, na descrição da direção dos ventos é importante saber o sentido em que ele sopra, pois um vento que sopra no sentido leste-oeste produz um efeito muito diferente daquele que sopra no sentido oeste-leste. Dessa forma, essa distribuição direcional pode variar de um ângulo igual a 0° a outro igual a 360° ⁴. Por outro lado, se um conjunto de dados descreve a orientação em que se dão as fraturas do fêmur, será necessário somente conhecer a direção em que estas se dão. Nesse caso, uma fratura que ocorre em uma direção que forma um ângulo de 30° com a direção do

³Pode-se definir direção como a característica que difere duas retas não-paralelas. Sentido é a orientação escolhida dentro de dada direção.

⁴Usamos aqui, como unidade para representar uma determinada direção, o grau ($^\circ$), mas podem também ser utilizadas outras unidades como horas, minutos e segundos, direções cardeais (norte, sul, leste, etc.), radianos, etc.

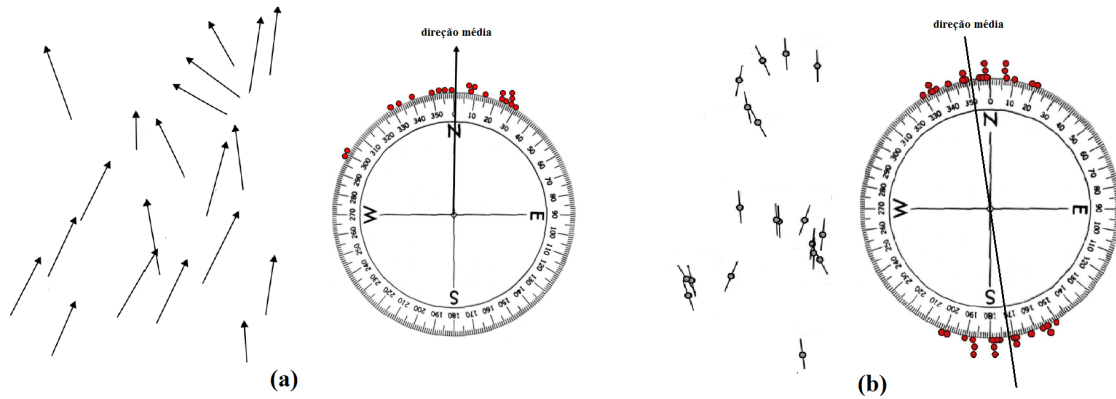


Figura 4.3: Exemplos de distribuições direcionais vetorial (a) e axial (b).

osso é idêntica a uma que ocorre na direção $30^\circ + 180^\circ = 210^\circ$. Com isso, os dados axiais variam entre os ângulos 0° e 180° . Trataremos um pouco mais de estatística direcional no próximo capítulo. Vejamos agora a descrição do teste S_D .

Consideremos um conjunto composto por N dados direcionais axiais, representados através de ângulos medidos com relação a algum sistema referencial. A diferença entre dois ângulos dessa distribuição, α e β , pode ser determinada pelas relações

$$(\alpha - \beta) = \begin{cases} |\alpha - \beta|, & \text{se } |\alpha - \beta| \leq \pi/2, \\ \pi - |\alpha - \beta|, & \text{se } |\alpha - \beta| > \pi/2, \end{cases} \quad (4.2)$$

que podemos escrever também na forma

$$(\alpha - \beta) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} + |\alpha - \beta|, & \text{se } |\alpha - \beta| \leq \pi/2, \\ \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} - |\alpha - \beta|, & \text{se } |\alpha - \beta| > \pi/2, \end{cases} \quad (4.3)$$

ou ainda,

$$(\alpha - \beta) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - |\alpha - \beta| \right), & \text{se } |\alpha - \beta| \leq \pi/2, \\ \frac{\pi}{2} - \left| \frac{\pi}{2} - |\alpha - \beta| \right|, & \text{se } |\alpha - \beta| > \pi/2. \end{cases} \quad (4.4)$$

Observando estas últimas relações, podemos escrevê-las, de um modo mais geral,

como

$$(\alpha - \beta) = \frac{\pi}{2} - \left| \frac{\pi}{2} - |\alpha - \beta| \right| \quad \text{ou} \quad (\alpha - \beta) = 90^\circ - |90^\circ - |\alpha - \beta||. \quad (4.5)$$

Com isto, uma medida de dispersão (também definida como desvio médio circular) de um conjunto de dados direcionais, representado pelos ângulos $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N$, em torno de um dado ângulo é

$$D(\tilde{\theta}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{90^\circ - |90^\circ - |\theta_i - \tilde{\theta}||\} = 90^\circ - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |90^\circ - |\theta_i - \tilde{\theta}||, \quad (4.6)$$

onde $\tilde{\theta}$ é o ângulo que minimiza a dispersão D , chamado de mediana amostral [111].

Consideremos agora um número de n_v quasares vizinhos a um dado j -ésimo quasar. A dispersão de θ para esse conjunto fica

$$D_j(\tilde{\theta}) = 90^\circ - \frac{1}{n_v} \sum_{i=1}^{n_v} |90^\circ - |\theta_i - \tilde{\theta}||. \quad (4.7)$$

Se calcularmos essa dispersão para todos os N quasares de nosso conjunto, podemos definir uma dispersão média

$$S_D = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N D_j. \quad (4.8)$$

O S_D mede a concentração de ângulos para grupos de objetos relativamente próximos no espaço. O valor de S_D tende a ser menor em distribuições de dados direcionais com algum alinhamento do que naquelas em que os ângulos são distribuídos aleatoriamente. Assim, o valor de S_D pode ser utilizado como um indicador da presença de algum alinhamento de uma distribuição angular.

Para a determinação das posições dos quasares, cálculo das distâncias entre os mesmos e seleção dos n_v vizinhos de um certo quasar, utilizamos as equações (em

coordenadas astronômicas equatoriais)

$$\begin{cases} x = r \cos \alpha \cos \delta, \\ y = r \operatorname{sen} \alpha \cos \delta, \\ z = r \operatorname{sen} \delta. \end{cases} \quad (4.9)$$

Nelas, fizemos $r = 1$, restringindo nossa análise ao espaço bidimensional que, segundo Hutsemékers *et al.* (1998) [68], conduz a resultados similares ao do espaço tridimensional.

A amostragem de quasares utilizada consiste em um conjunto de 355 quasares, observados pelo European Southern Observatory (ESO)⁵, com os quais calculamos o valor de S_D (S_D^*) pelo procedimento descrito acima. Com o intuito de verificarmos a relevância estatística do resultado, realizamos também a mesma análise para um número de 5.000 aleatorizações, nas quais mantivemos as posições dos 355 quasares originais e geramos um ângulo de polarização aleatório para cada um deles. Com esse procedimento é possível estabelecer quantas distribuições aleatórias originam um valor de S_D maior ou menor que o encontrado utilizando os dados observacionais e, ainda, estabelecer o quanto a distribuição observacional se aproxima ou se afasta da que seria esperada se a mesma fosse aleatória. Uma quantidade significativa de valores de S_D , gerados aleatoriamente, com valores maiores que o obtido com os dados observacionais sugere algum alinhamento ou, ao menos, que a distribuição não deva ser ao acaso. Do contrário, o S_D observacional será condizente com o de uma distribuição aleatória de ângulos de polarização.

4.2.2 Resultados do teste S_D aplicado aos quasares

Resumindo os procedimentos descritos acima, nós realizamos os seguintes passos na análise dos dados dos quasares:

1. Selecionamos um j -ésimo quasar;
2. Selecionamos um número de n_v vizinhos;
3. Determinamos a mediana $\tilde{\theta}_j$ associada a esses n_v quasares, variando-se o valor de $\tilde{\theta}$, pela minimização do valor de D - equação (4.7);

⁵Disponível em <<http://cdsweb.u-strasbg.fr/cgi-bin/qcat?J/A+A/>>.

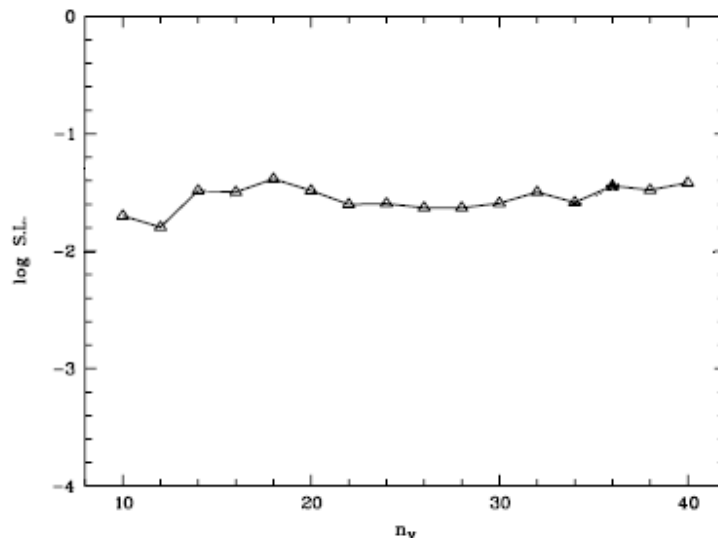


Figura 4.4: Logaritmo dos níveis de significância ($S.L.$ = significance level) obtidos para o teste S_D versus o número de vizinhos escolhidos para cada grupo de quasares, n_v .
(Fonte: Hutsemékers et al., 1998 [68])

4. Guardamos o valor da dispersão mínima, D_j ;
5. Repetimos o procedimento para todos os quasares ($N = 355$);
6. Calculamos a média S_D dos D_j - equação (4.8);
7. Geramos ângulos de polarização aleatórios e os atribuímos às posições originais dos quasares;
8. Realizamos os procedimentos 1 a 6 para essa distribuição aleatória;
9. Repetimos 5000 vezes os procedimentos 7 e 8.

Em nosso procedimento utilizamos o valor $n_v = 20$ para o número de vizinhos. Não existe nenhuma razão teórica para tal escolha, mas, como visto em [68], existe pouca variação dos valores obtidos para os níveis de significância (probabilidade de que a distribuição seja aleatória) quando se varia o número de vizinhos (ver figura 4.4).

Para os quasares de nossa amostragem, o valor obtido foi

$$S_D^* = 35,33^\circ.$$

Após realizarmos as 5.000 aleatorizações, obtemos o histograma representado na figura 4.5. Nele encontramos que o número de aleatorizações em que o valor de

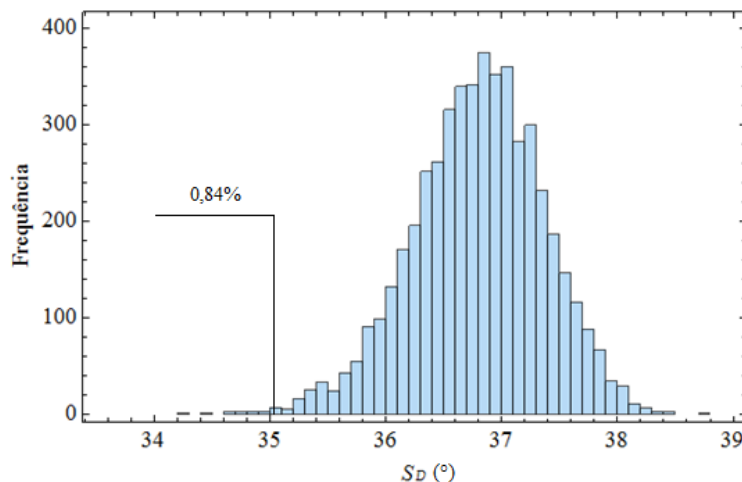


Figura 4.5: Histograma representando os valores de S_D obtidos através da realização de 5000 aleatorizações de distribuições dos ângulos de polarização de quasares. A reta vertical delimita a região na qual os valores de S_D foram menores que o encontrado para a amostragem observacional ($S_D \leq 35,33^\circ$). Essa quantidade corresponde a apenas 0,84% do total das aleatorizações geradas.

$S_D \leq S_D^*$ foi igual a 42. Isso corresponde a uma quantidade relativa igual a 0,0084 do total das aleatorizações ou, em termos de probabilidade, a uma probabilidade de se obter, ao acaso, uma distribuição em que $S_D \leq S_D^*$ igual a apenas 0,84%. Tal valor é muito menor do que o valor de 5%⁶ geralmente estabelecido na literatura como critério de rejeição da hipótese nula, ou seja, de que não há algum viés na amostragem de dados (em nosso caso, que os ângulos são distribuídos ao acaso) [112]. Sendo assim, podemos rejeitar a hipótese de que os ângulos de polarização estejam distribuídos ao acaso no céu.

Essa análise não permite estabelecer uma direção preferencial. Entretanto, no artigo [71], Hutsemékers *et al.* conseguem obter uma direção. Para tanto, eles aplicam o mesmo teste S_D (e outro, denominado por eles de Z_c^m) aos quasares observados, modificando agora o sistema de coordenadas, uma vez que os ângulos de polarização vistos por nós dependem do sistema de coordenadas utilizado, pois esses ângulos são medidos com respeito aos meridianos desse sistema. Então eles realizam as aleatorizações e obtêm o valor do nível de significância para cada novo sistema de coordenadas. O ângulo de polarização original, θ , se relaciona com o do

⁶Essa probabilidade corresponde ao *valor p*, que é uma probabilidade acumulada, calculada sobre uma distribuição gaussiana.

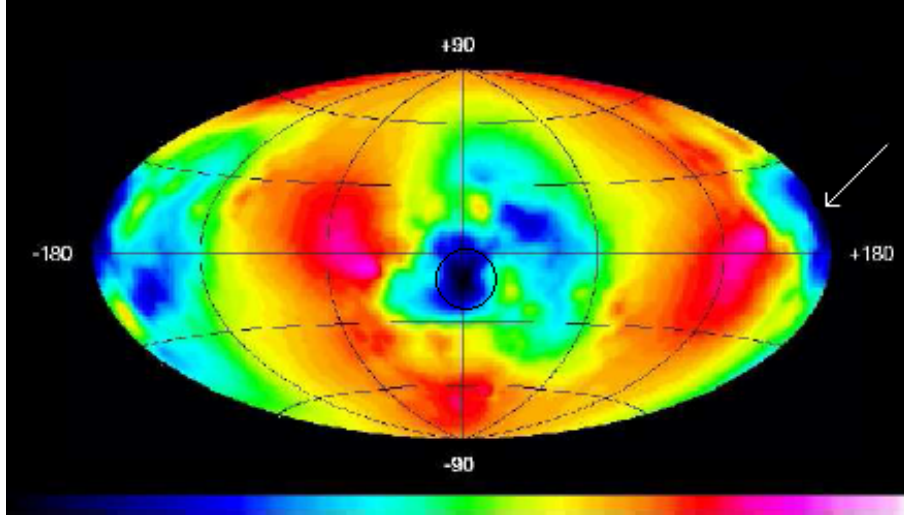


Figura 4.6: Níveis de significância para o teste S_D e para diferentes direções do eixo preferencial (0° a 360° e -90° a 90°), em coordenadas equatoriais. As regiões mais azuladas e preta correspondem aos menores valores.

(Fonte: Hutsemékers et al., 2005 [71])

novo sistema referencial, θ_N , pela equação [68]

$$\operatorname{tg}(\theta - \theta_n) = \frac{\cos \delta_p \operatorname{sen}(\alpha_p - \alpha)}{\operatorname{sen} \delta_p \cos \delta - \operatorname{sen} \delta \cos \delta_p \cos(\alpha_p - \alpha)}, \quad (4.10)$$

onde (α, δ) são as coordenadas do quasar no sistema original e (α_p, δ_p) indicam a direção do pólo norte do novo sistema de referência (eixo preferencial).

Procedendo dessa forma eles construíram a figura 4.6. Nessa figura, as regiões mais azuladas e escuras correspondem àquelas cujo valor do nível de significância foi menor. É possível notar duas manchas pretas nas posições

$$(\alpha_p = 180^\circ, \delta_p = 10^\circ) \text{ e } (\alpha_p = 0^\circ, \delta_p = -10^\circ) \quad (4.11)$$

(marcadas com uma seta e um círculo, respectivamente), que correspondem à mesma direção⁷. Essas manchas indicam a direção de menor nível de significância, ou seja, a direção que fornece a menor probabilidade de que a distribuição angular dos vetores de polarização dos quasares seja aleatória.

⁷Note que $(\alpha, \delta) = (\alpha + 180^\circ, -\delta)$.

4.3 Radiação de Galáxias

Além dos quasares, galáxias também podem emitir radiação polarizada. Essa radiação pode ser originada por um dos seguintes processos [113,114]:

- **Radiação cíclotron:** gerada pelos elétrons relativísticos, em sua grande maioria oriundos de explosões de supernova, que permeiam o meio interestelar. Esses elétrons, ao interagirem com o campo magnético da galáxia, da ordem de $3\mu G$, passam a orbitá-lo. O ângulo de polarização, nesse caso, é perpendicular ao campo magnético local.
- **Emissão térmica de poeira:** os grãos de poeira absorvem um estado de polarização e transmitem o estado ortogonal. Quando a radiação passa por uma nuvem ela se torna polarizada, com o vetor \vec{E} paralelo ao campo magnético.
- **Emissão anômala em microondas:** emissão na faixa de frequências entre 10 e 20 GHz, relacionada à emissão térmica de poeira. Apesar do mecanismo de emissão não ser ainda bem conhecido, essa radiação possui alto grau de polarização ⁸, de cerca de 20%.

Em 1982, o astrônomo inglês P. Birch, observando a radiação proveniente de 137 galáxias, verificou que a diferença entre o ângulo de posição, AP ⁹ (ângulo compreendido entre o norte do sistema de referência e o eixo maior da galáxia, medido no sentido leste), e a direção do vetor de polarização do campo magnético da radiação proveniente da mesma (ver figura 4.7) parecia não estar aleatoriamente distribuída no céu. De fato, em cálculos preliminares, ele encontrou uma probabilidade menor que 0,25% de que tal distribuição fosse aleatória. Após uma análise mais criteriosa dos dados, ele observou que a diferença entre o AP e a direção do campo magnético, Δ , era predominantemente positiva em uma metade do céu e negativa na outra, estabelecendo, portanto, um eixo de anisotropia (perpendicular ao plano que separa os pólos positivo e negativo). O valor encontrado por Birch para a direção desse eixo foi, aproximadamente,

$$(\alpha_p = 45^\circ, \delta_p = 35^\circ). \quad (4.12)$$

⁸Grau de polarização, p , é a razão entre a intensidade da radiação emergente do filtro polarizador e a incidente no mesmo.

⁹Em inglês, $PA = position\ angle$.

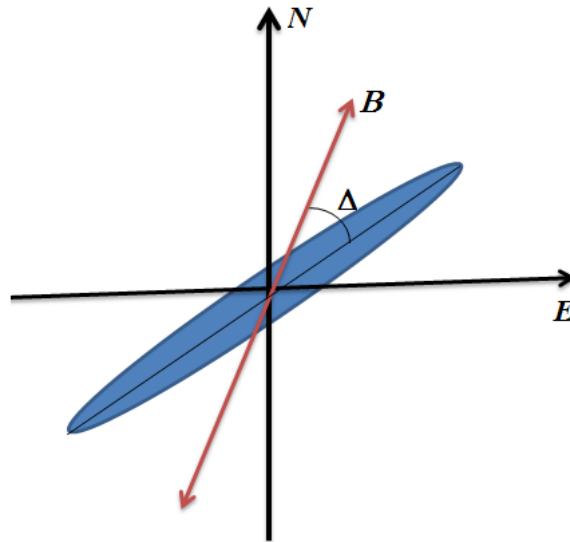


Figura 4.7: Representação do ângulo Δ , formado entre a direção do vetor polarização e o eixo maior galáctico, medido no sentido leste.

Nesse trabalho ele atribuiu a explicação dessa distribuição dipolar de Δ à existência de uma possível rotação do Universo. Nas próximas seções desenvolveremos uma análise dos dados de galáxias obtidos por Birch, aplicando o teste do χ^2 .

4.3.1 Teste do χ^2

Como a distribuição dos ângulos Δ se apresentou de uma forma dipolar, tomaremos a hipótese de que a mesma deve obedecer à relação

$$\Delta = A \cos \theta, \quad (4.13)$$

onde A é uma constante e o ângulo θ é o ângulo de anisotropia, ou seja, o ângulo formado entre a direção da galáxia e a direção do eixo preferencial. Assim, pela equação (4.1),

$$\cos \theta = \cos \delta \cos \delta_p \cos(\alpha - \alpha_p) + \text{sen} \delta \text{sen} \delta_p,$$

onde (α, δ) corresponde à direção da galáxia, medida no sistema equatorial, e (α_p, δ_p) corresponde à direção do eixo preferencial, medido nesse mesmo sistema. O teste do χ^2 , então, consistirá em determinar o valor dos parâmetros livres A, α_p e δ_p via

minimização da equação

$$\chi^2(A, \alpha_p, \delta_p) = \sum_{i=1}^{137} \frac{[\Delta(\alpha_i, \beta_i) - A \cos[\theta(\alpha_p, \delta_p | \alpha_i, \beta_i)]]^2}{\sigma_{\Delta_i}^2}, \quad (4.14)$$

utilizando, para tanto, os dados fornecidos por Birch [60].

4.3.2 Resultados do teste χ^2 aplicado à radiação de galáxias

Para a realização do teste do $\chi^2(A, \alpha_p, \delta_p)$ nós variamos os parâmetros A entre -90° e 90° ; α_p entre 0° e 360° ; e δ_p entre -90° e 90° , com passo de 1° .

Realizando esse procedimento, obtivemos o valor $A = -25^\circ$ e a direção preferencial

$$(\alpha_p = 51^\circ, \delta_p = 37^\circ). \quad (4.15)$$

Esse resultado concorda com o obtido por Birch em 1982, dentro dos limites de erro (a figura 4.8(a) mostra os níveis de confiança obtidos para o eixo preferencial). Além disso, construímos também o gráfico de Δ versus $\cos\theta$, utilizando, para tanto, o melhor ajuste obtido a partir da minimização de $\chi^2(\alpha_p, \delta_p)$ (figura 4.8(b)), marginalizado em A .

Podemos observar desses gráficos que, apesar de obtermos um eixo de anisotropia bem restrito nos três níveis de confiança, a dispersão dos dados observacionais é alta quando confrontada com o modelo (representado pela reta no gráfico 4.8(b)). Isto pode também ser notado pelo alto valor obtido para o *chi* quadrado reduzido, $\chi_{red}^2 = 17,21$ (muito distante de 1), o que caracteriza pouca concordância dos dados observacionais com o modelo. Apesar disso, o resultado de Birch foi posteriormente confirmado por Kendall e Young [61], em 1984, e também por Bientenholz e Kronberg [115], também em 1984. Dois anos depois, porém, Bientenholz, ao trabalhar com uma amostragem maior de dados, cujos *redshifts* não eram conhecidos, não conseguiu obter qualquer relação que apontasse para a existência de algum padrão na distribuição de Δ no céu [116]. Uma característica importante desses trabalhos está no fato de que eles não utilizaram o *redshift* ou a distância à fonte em suas análises. A relação com a distância das fontes é importante devido ao fenômeno denominado *rotação Faraday*¹⁰, segundo o qual a radiação eletromagnética polarizada sofre uma rotação em seu ângulo de polarização,

¹⁰A rotação Faraday ocorre quando uma onda eletromagnética atravessa um plasma cujo campo magnético é muito superior ao da onda.

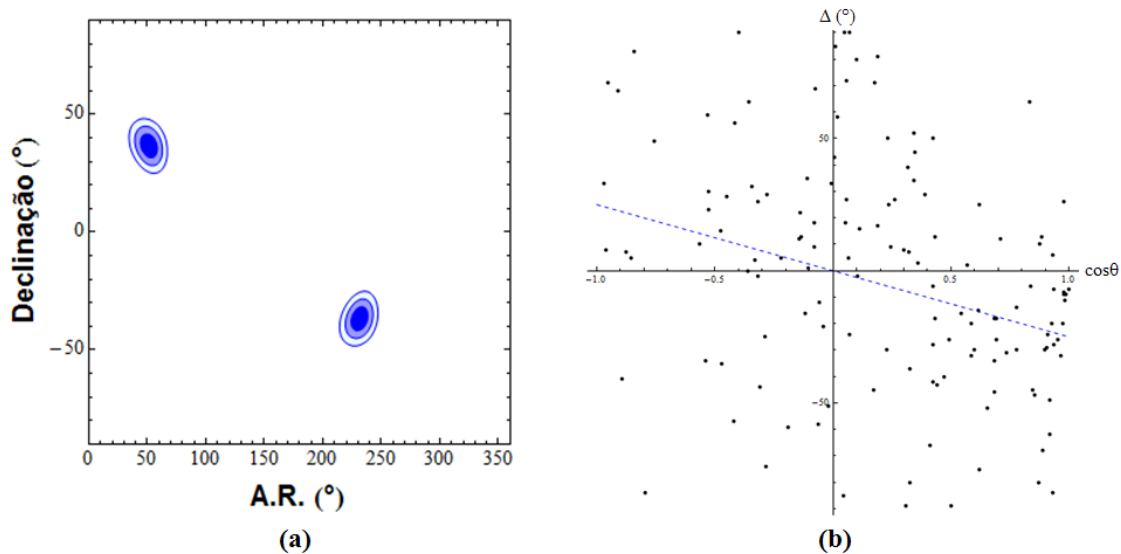


Figura 4.8: (a) Níveis de confiança 1σ , 2σ e 3σ para o eixo preferencial obtidos com os dados de Birch. (b) Best-fit de Δ versus $\cos\theta$.

conforme se propaga pelo espaço. Pode-se mostrar que o ângulo da rotação sofrida pelo vetor polarização da onda eletromagnética original devido a esse efeito, φ , é proporcional ao quadrado do seu comprimento da onda [114],

$$\varphi(\lambda) = \alpha\lambda^2 \quad (4.16)$$

onde α é uma constante que depende de propriedades do plasma. Tal efeito pode mascarar algum alinhamento existente ou exibir algum inexistente.

Em 1997, B. Nodland e J. Ralston iniciaram uma série de estudos da radiação eletromagnética proveniente de galáxias e observaram que os vetores polarização dessas fontes, além de sofrerem uma rotação devido ao efeito Faraday, proporcional a λ^2 , também tinham a contribuição de um termo linear, χ :

$$\varphi(\lambda) = \alpha\lambda^2 + \chi. \quad (4.17)$$

Eles concluíram que não é possível interpretar a existência desse termo dentro da física convencional e deram uma explicação utilizando uma teoria eletromagnética modificada [63,64]. Adotando a hipótese de que

$$\beta = Cr \cos\theta, \quad (4.18)$$

onde β é o ângulo formado entre a direção do eixo maior da galáxia-fonte e χ , C é

uma constante, r é a distância à galáxia-fonte e θ é o ângulo de anisotropia, medido entre a direção da galáxia e a direção do eixo preferencial, foi possível encontrar a direção de anisotropia como sendo

$$(\alpha_p = 135^\circ, \delta_p = 0^\circ), \quad (4.19)$$

que é muito diferente da encontrada por nós e por Birch. Porém elas são, aproximadamente, ortogonais entre si ($\simeq 85^\circ$, para o nosso resultado, e $\simeq 90^\circ$ para o de Birch), dentro dos limites de erro. Outra explicação possível para a presença dessa anisotropia pode ser dada pela existência de uma rotação universal (ver seção 2.1.5). Utilizando a equação (2.37) é possível obtermos a velocidade angular do universo [57]

$$\omega_0 = 1,8H_0, \quad (4.20)$$

para os resultados de Birch, e

$$\omega_0 = 6,5H_0, \quad (4.21)$$

para os resultados de Ralston e Nodland.

No próximo capítulo trataremos das observações de alinhamento e distribuição de galáxias no céu.

UMA NOVA BUSCA POR INDÍCIOS DE ANISOTROPIA: DISTRIBUIÇÃO E ALINHAMENTO DE GALÁXIAS NO CÉU

COMO vimos até agora, uma anisotropia pode aparecer de diversas maneiras: dependência da distância com a posição angular, mudança da direção de polarização da radiação eletromagnética, alinhamento das direções de polarização da radiação de fontes galáticas, etc. Neste capítulo nós desenvolveremos uma série de testes estatísticos com galáxias, buscando observar como elas estão distribuídas no céu e como se dá o alinhamento entre seus planos galáticos (ou entre seus eixos de rotação). A razão dessa pesquisa é que, se houver alguma anisotropia, como a rotação em torno de uma direção preferencial, é esperado que a distribuição das posições das galáxias no céu não seja uniforme (por exemplo, a métrica RTKO, com rotação, prevê uma assimetria norte-sul na contagem de galáxias da ordem do parâmetro de rotação l - ver seção 2.14). Outra razão é que, na presença de uma rotação cósmica, espera-se que haja um alinhamento entre os planos galáticos causado por uma "força" centrífuga [117].

A fim de obtermos resultados livres de algum viés observacional, especialmente no que tange à distribuição das posições no céu, buscamos uma amostragem de galáxias que tivesse uma grande quantidade de dados e que abrangesse todo o céu. Além disso, essa amostra teria que informar o ângulo de posição (AP) de cada galáxia para um teste de alinhamento. A amostra escolhida para essa finalidade foi a do catálogo Hyperleda I [118], de 2003. Esse catálogo

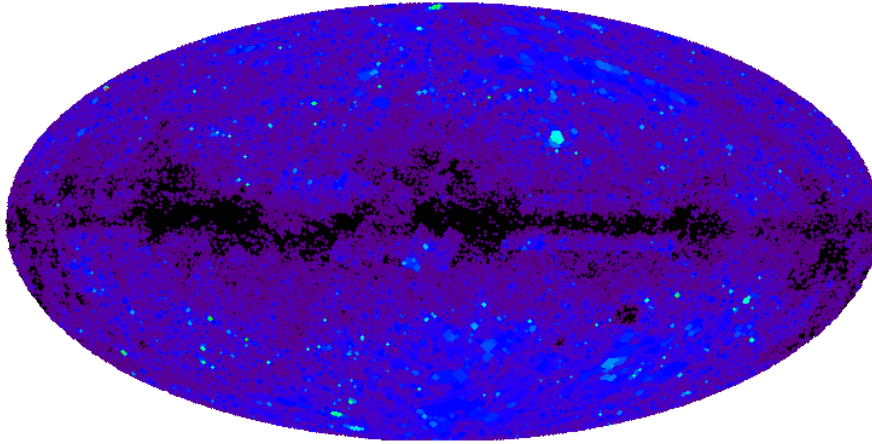


Figura 5.1: Distribuição das posições das galáxias, em coordenadas galáticas, obtida pelo Hyperleda I. A região equatorial escura corresponde ao plano da Via-Láctea.

(Fonte: vizier.cfa.harvard.edu)

começou ser desenvolvido em 1983¹ com o objetivo de estudar a evolução galáctica. Sua base de dados é constituída por mais de 3 milhões de objetos, observados ao longo desses 20 anos (1983-2003), dos quais $N_t = 983.261$ são galáxias e sua distribuição abrange toda a esfera celeste (ver figura 5.1). O Hyperleda fornece ainda diversas informações a respeito das galáxias, das quais nos interessarão apenas a sua posição no céu e o AP (833.844 galáxias trazem o valor de AP)².

Um problema existente nesse catálogo para nossas pretensões é o não fornecimento do *redshift* das galáxias, de modo que tomaremos todas como pertencendo à superfície da esfera celeste, com raio igual à unidade. Discutiremos as implicações deste fato mais adiante.

Nas seções que seguem nós apresentaremos primeiramente o teste e, em seguida, os seus resultados, discutindo-os. Começaremos pela distribuição das posições das galáxias na esfera celeste e seguiremos para os testes de alinhamento dos planos galáticos.

5.1 Distribuição de galáxias no céu

O modelo padrão da Cosmologia pressupõe que o Universo é homogêneo e isotrópico. Isso implica que as propriedades do Universo devem ser, em grande

¹Inicialmente, com o nome LEDA (*Lyon-Meudon Extragalactic Database*), tornando-se Hyperleda em 2000, após a fusão com novos projetos.

²Os dados podem ser obtidos em: <<http://vizier.cfa.harvard.edu>>.

escala, as mesmas em qualquer direção que o observemos, e isso inclui a contagem de galáxias. Um teste de anisotropia, portanto, consiste em buscar indícios de uma distribuição anômala das posições das galáxias na esfera celeste, tal como uma assimetria norte-sul em sua contagem. O catálogo que usaremos possui uma quantidade significativa de galáxias, $\sim 10^6$, e, além disso, abrange todo o céu, com a ascensão reta pertencendo ao intervalo $[0^\circ, 360^\circ]$ e a declinação pertencendo ao intervalo $[-90^\circ, 90^\circ]$, o que contribui para a diminuição da influência de algum viés observacional.

5.1.1 Teste de assimetria norte-sul (ΔN)

A fim de buscarmos se existe alguma evidência de anisotropia na distribuição de galáxias no céu, nós procedemos com o cálculo de ΔN , que consiste na diferença entre o número de galáxias existentes nos hemisférios norte e sul, fixada uma determinada direção. Assim, estabelecida uma direção (α_p, δ_p) , calculamos a diferença $|N_{norte} - N_{sul}|$. Com essa finalidade, variamos α_p e δ_p com passo de 5° . Tomamos como uma possível direção privilegiada observacional aquela em que o valor ΔN é máximo, ΔN_{max}^* .

A fim de podermos melhor analisar os resultados, também realizamos 5.000 aleatorizações, nas quais geramos, aleatoriamente, posições de galáxias e calculamos, para cada amostra gerada, o valor ΔN_{max} . É esperado, para uma distribuição observacional isotrópica, que exista uma quantidade significativa de $\Delta N_{max} \geq \Delta N_{max}^*$. Por outro lado, os resultados nos quais predominem valores tais que $\Delta N_{max} \leq \Delta N_{max}^*$ apontam para a existência de uma distribuição anisotrópica, visto que, para uma distribuição tendendo à isotropia, teríamos $\Delta N_{max}^* \rightarrow 0$.

5.1.2 Resultados do teste de ΔN

Realizado o teste, encontramos, para a máxima assimetria norte-sul, o valor $\Delta N_{max}^*(eq) = 191.788$, na direção

$$(\alpha_p = 35^\circ, \delta_p = 85^\circ), \text{ ou } (\alpha_p = 215^\circ, \delta_p = -85^\circ), \quad (5.1)$$

em coordenadas equatoriais. Em coordenadas galáticas³ o valor encontrado foi

³A *longitude galática*, l , é o ângulo medido ao longo do plano galático, variando entre 0° e 360° para o leste, a partir da direção do centro galático (origem), que fica em Sagitário ($\alpha_0 \simeq 266^\circ, \delta_0 \simeq -29^\circ$). A *latitude galática*, b , é o ângulo medido entre a direção do objeto e o plano galático, variando entre 0° e 90° , para o norte, e entre 0° e -90° , para o sul. A direção do polo

$\Delta N_{max}^*(gl) = 182.826$, na direção

$$(l_p = 120^\circ, b_p = 25^\circ), \text{ ou } (l_p = 300^\circ, b_p = -25^\circ), \quad (5.2)$$

que corresponde, aproximadamente, à mesma direção anterior. A ligeira diferença é causada pela escolha do intervalo angular escolhido para variação do eixo de anisotropia. A figura 5.2 mostra as flutuações dos ΔN obtidas com os dados do Hyperleda I, em coordenadas equatoriais (5.2(a)) e em coordenadas galáticas (5.2(b)), representadas em uma projeção Mollweide [120]. As regiões avermelhadas correspondem àquelas nas quais obtivemos maiores valores de ΔN e as azuis correspondem às de menor valor.

A máxima assimetria encontrada na contagem de galáxias (na direção $(l_p = 300^\circ, b_p = -25^\circ)$) corresponde a 19% do número total de galáxias do catálogo, ou seja, existe um excesso no número de galáxias correspondente a 19% de N_t em um dos hemisférios. Apesar dessa diferença ser significativa, para tornarmos mais evidente a existência de alguma anisotropia, realizamos 5.000 aleatorizações de amostras contendo, cada uma, 983.261 posições galáticas geradas aleatoriamente e calcular a máxima assimetria norte-sul, ΔN_{max} , para cada amostra gerada. A distribuição dos valores dos ΔN_{max} encontrada nessas aleatorizações pode ser vista na figura 5.3. Nela notamos que o maior valor de ΔN_{max} obtido para as amostras simuladas foi $\sim 10^4$ galáxias, que é dez vezes inferior àquele obtido para os dados observacionais, que é $\sim 10^5$. Assim, notamos que o número de aleatorizações que conduzem a um valor $\Delta N_{max} \geq \Delta N_{max}^*$ é aproximadamente nula⁴, ou seja, a probabilidade de termos uma distribuição aleatória de galáxias cujo $\Delta N_{max} \geq 10^5$ aproximadamente nula. Além disso, é possível verificar que apenas 3,4% (91/2701) dos eixos de assimetria obtidos a partir dos dados do catálogo Hyperleda I se encontram no intervalo $\Delta N^* \leq 10.000$, que é o máximo obtido pelas aleatorizações, ou seja, 96,6% dos eixos não encontram um valor correspondente nos dados simulados.

Se supusermos a assimetria encontrada como sendo decorrente de um efeito da rotação cósmica, gerada pela métrica RTKO, a partir da equação (2.36) podemos obter

$$\frac{|N_{norte} - N_{sul}|}{N_{norte} + N_{sul}} = \frac{\Delta N}{N_t} = 0,19, \quad (5.3)$$

norte galático se situa em $(\alpha_N \simeq 193^\circ, \delta_N \simeq 27^\circ)$ [119].

⁴Nula, pelo menos, para o número de aleatorizações realizadas. De fato, podemos apenas afirmar que essa probabilidade é inferior a 1/5000.

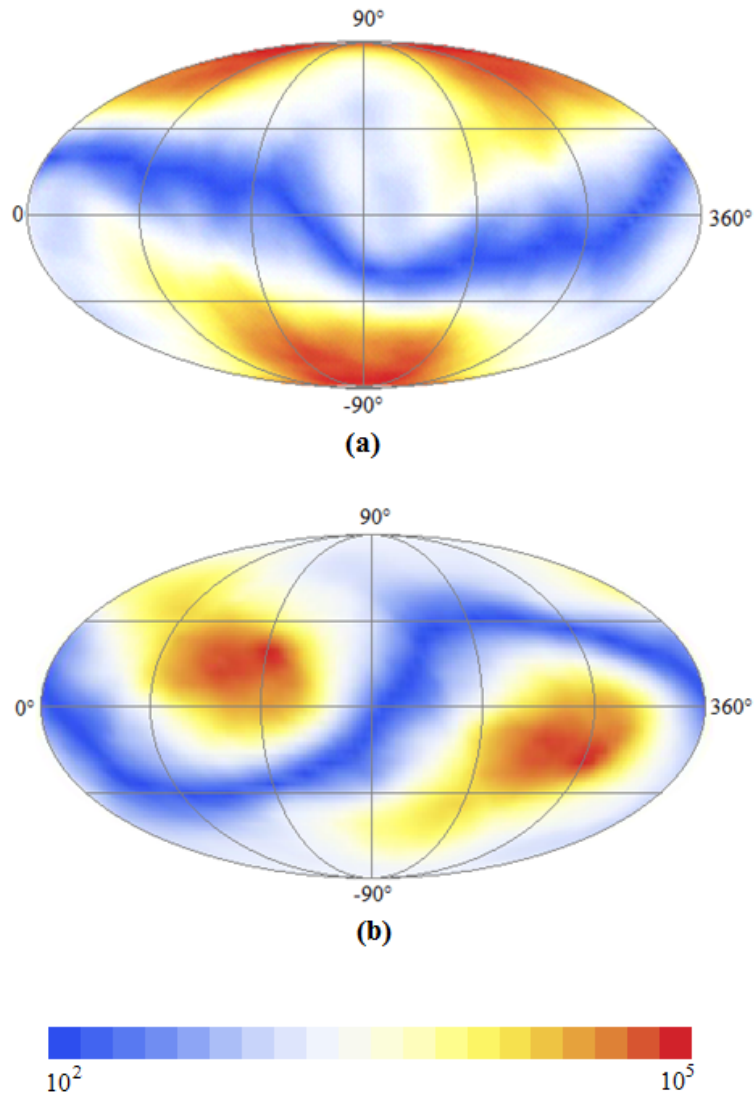


Figura 5.2: Flutuações dos valores de ΔN em função da direção em coordenadas equatoriais (a) e em coordenadas galácticas (b).

que conduz ao valor do parâmetro de rotação

$$l = 0, 13, \quad (5.4)$$

e ao valor da velocidade angular do Universo

$$\omega_0 = \frac{l}{2a_0} = \frac{l}{2} \sqrt{\Omega_0^{(c)}} H_0 = 6,5 \cdot 10^{-3} H_0, \quad (5.5)$$

onde fizemos $1/H_0 a_0 = \sqrt{\Omega_0^{(c)}}$ e adotamos o valor do melhor ajuste de parâmetros

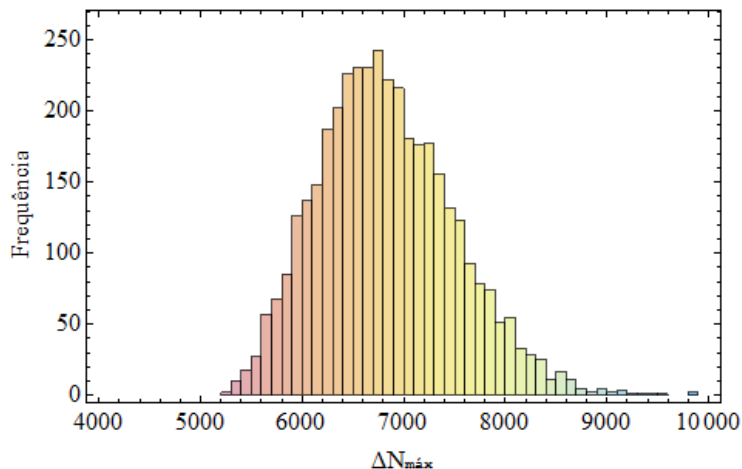


Figura 5.3: Histograma da frequência dos valores ΔN_{max} obtidos para 5000 amostras aleatórias de posições galácticas.

do modelo anisotrópico, $\Omega_0^{(c)} = 0,01$, obtido no capítulo 3, seção 3.4, deste trabalho. Notemos que o valor obtido para o parâmetro de rotação é consistente com a aproximação da métrica RTKO por uma métrica cujo parâmetro de rotação é nulo, uma vez que $1 - l^2 = 0,98 \simeq 1$ (ver seção 2.1).

Um fato que chama a atenção é a direção de máxima assimetria encontrada, que se aproxima bastante de outras direções de anisotropia listadas no primeiro capítulo, tais como: $(l = 308^\circ, b = 18^\circ)$ [74], $(l = 333^\circ, b = -13^\circ)$ [75], $(l = 287^\circ, b = 8^\circ)$ [73]; e as de dipolo, quadrupolo e octupolo da CMB: $(l = 264^\circ, b = 48^\circ)$, $(l = 240^\circ, b = 63^\circ)$ e $(l = 308^\circ, b = 63^\circ)$. Discutiremos com mais detalhes essa observação no final deste capítulo.

5.2 Alinhamento dos planos galácticos

Vamos agora descrever alguns testes de alinhamento dos eixos de rotação das galáxias e discutir os resultados encontrados. Utilizaremos, para tanto, os dados de 833.844 galáxias presentes no catálogo Hyperleda I, que contêm o valor do ângulo de posição.

5.2.1 Teste de uniformidade da distribuição dos ângulos de posição

Consideremos uma amostra de N dados que podem ser divididos em C categorias. Definimos, então, a função χ^2 [99]

$$\chi^2 \equiv \sum_{i=1}^C \frac{(f_i - \bar{f})^2}{\bar{f}}, \quad (5.6)$$

onde \bar{f} é frequência média, expressa por

$$\bar{f} = \frac{N}{C}, \quad (5.7)$$

e f_i é o número de dados que se enquadram na i -ésima categoria. Dessa forma, a função χ^2 mede quão uniforme é a distribuição desses dados. Pequenos valores de χ^2 indicam que a quantidade de dados contidos em cada categoria se aproxima da frequência média \bar{f} e, portanto, a distribuição tende à uniformidade, como é o caso de uma distribuição aleatória. Do contrário, teremos uma distribuição heterogênea.

Como exemplo, consideremos o número de multas de trânsito de uma determinada cidade, de acordo com a cor dos veículos. Suponhamos que em um dia sejam multados $N = 100$ carros nessa cidade e que ela possua carros nas cores prata, branco, preto e vermelho (ou seja, $C = 4$). Nesse dia são registradas as seguintes multas:

<i>categorias</i>	<i>f</i>
prata	15
branco	7
preto	30
vermelho	48

de onde obtemos, segundo a equação (5.6), o valor $\chi^2 = 39,120$.

A *hipótese nula*⁵, nesse caso, consiste naquela em que a distribuição de multas deve tender à uniformidade. Esperamos que, se as multas são aleatórias, o valor de χ^2 deve tender a zero. A fim de verificarmos quão alto ou baixo deve ser o χ^2 para

⁵A hipótese de que não existe nenhum viés na distribuição dos eventos, no caso, das multas.

avaliarmos se a hipótese nula deve ser considerada ou rejeitada, devemos estabelecer uma probabilidade de referência, p , calculada a partir de uma distribuição gaussiana, para o número de *graus de liberdade* $M = C - 1$, pela qual obteremos um valor de χ^2 de referência. Essa probabilidade chamamos de *valor p* e é comumente adotado o valor de referência $p \leq 0,05$ (5%) como critério de rejeição da hipótese nula⁶. O valor p toma como hipótese que diferentes medidas de χ^2 para distribuições uniformes terão flutuações regidas por uma distribuição gaussiana. Para o nosso exemplo, sendo $M = 4 - 1 = 3$ e $p = 0,05$, obtemos o valor $\chi^2_{(0,05)} = 7,815$. Dessa forma, para valores $\chi^2 \leq 7,815$ a hipótese nula é verdadeira, caso contrário, como no exemplo acima, em que $\chi^2 = 39,120 \gg 7,815$, deve existir um viés para as multas. Tal viés pode ser, por exemplo, o maior ou menor número de carros de determinada cor na cidade.

Esse teste será aplicado aos dados angulares de nosso catálogo de galáxias. Para tanto, dividimos os $N = 833.844$ ângulos de posição (cujos valores variam entre 0° e 180°) em $C = 180$ categorias, cada categoria correspondendo a um intervalo de ângulo de posição igual a 1° , e contamos a frequência f_i com que as galáxias aparecem dentro de cada i -ésimo intervalo. Com essa divisão, obtemos em cada intervalo quantidades variando entre $f = 4.170$ e $f = 5.039$ galáxias. Após construídas as categorias, calculamos o valor da função

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{180} \frac{(f_i - \bar{f})^2}{\bar{f}}. \quad (5.8)$$

O valor de referência, para $M = 180 - 1 = 179$ graus de liberdade, é $\chi^2_{(0,05)} = 211,217$. Assim, dados angulares que forneçam valores de χ^2 maiores que 211,217 terão probabilidades menores que 5% de serem assim arranjados devido ao acaso.

Além disso, realizaremos também 5.000 aleatorizações de amostras contendo 833.844 ângulos de posição gerados aleatoriamente, para as quais calcularemos o valor de χ^2 , e as confrontaremos com o resultado a ser obtido para os dados observacionais.

⁶O valor do χ^2 , para M graus de liberdade, pode ser obtido de tabelas disponíveis na internet, como em <http://sites.stat.psu.edu/mga/401/tables/Chi-square-table.pdf> ou calculado pelas equações apresentadas na seção 3.1.

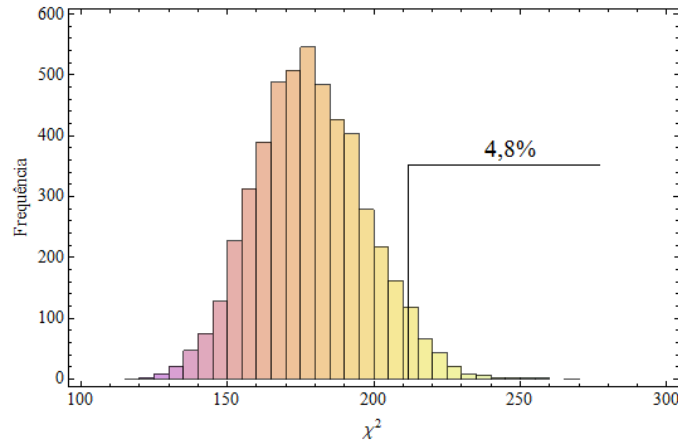


Figura 5.4: Histograma dos χ^2 obtidos para 5.000 amostras simuladas de ângulos de posição.

5.2.2 Resultados do teste de uniformidade

Realizados os procedimentos descritos na seção anterior, obtemos o valor

$$\chi_*^2 = 919,042. \quad (5.9)$$

para os dados do catálogo. Esse valor é muito maior que o limite máximo estabelecido para a hipótese de uniformidade da distribuição dos ângulos de posição, $\chi^2_{(0,05)} = 211,217$. Esse fato evidencia que a distribuição angular dos ângulos de posição observacionais não condiz com a que seria esperada para um arranjo aleatório. Ainda, após a realização das aleatorizações, obtivemos o histograma apresentado na figura 5.4. Nele é possível notar que grande parte dos valores de χ^2 (mais que 95%) recaíram no intervalo $\chi^2 < 211$, e encontramos que apenas uma fração de $240/5000 = 0,048$ ($= 4,8\%$) recaiu acima desse valor, o que concorda com a hipótese de aleatoriedade dos dados gerados e de não-uniformidade da distribuição dos ângulos de posição observacionais. Iremos investigar um pouco mais essa não-uniformidade a partir de outros testes que serão descritos a seguir.

5.2.3 Alinhamento médio da amostra - teste de r

Esse teste consiste em determinar o valor de um parâmetro r , que quantifica o quão próximo da uniformidade uma amostra de dados direcionais se encontra, e compará-lo com os valores encontrados para 5.000 amostras de dados direcionais gerados aleatoriamente. O valor de r , como veremos, se aproxima da unidade para amostras que possuem alto grau de alinhamento e tende a zero para um total

desalinhamento, de modo que $0 \leq r \leq 1$. Vejamos.

Consideremos uma amostra de N dados direcionais vetoriais. Cada direção da amostra pode ser representada por um vetor unitário, \vec{v}_i , que forma o ângulo θ_i com uma dada direção de referência. Podemos, então, definir as componentes do vetor resultante \vec{R} , formado pela soma dos vetores unitários \vec{v}_i , como sendo

$$C \equiv \sum_{i=1}^N \cos \theta_i \quad \text{e} \quad (5.10)$$

$$S \equiv \sum_{i=1}^N \text{sen} \theta_i. \quad (5.11)$$

O módulo de \vec{R} é, portanto,

$$R = \sqrt{C^2 + S^2}. \quad (5.12)$$

Dividindo a equação (5.12) por N , definimos

$$\frac{R}{N} = \frac{\sqrt{C^2 + S^2}}{N} = \sqrt{c^2 + s^2} \equiv r, \quad (5.13)$$

onde

$$c \equiv \frac{C}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N \cos \theta_i}{N}, \quad (5.14)$$

$$s \equiv \frac{S}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N \text{sen} \theta_i}{N}. \quad (5.15)$$

Observando a equação (5.13) notamos que, se os vetores \vec{v}_i estiverem perfeitamente alinhados, ou seja $\theta_i = \theta = \text{constante}$, teremos $r = 1$, uma vez que obteremos para c , nesse caso,

$$c = \frac{\sum_{i=1}^N \cos \theta}{N} = \frac{N \cos \theta}{N} = \cos \theta, \quad (5.16)$$

e, da mesma forma, para s ,

$$s = \frac{\sum_{i=1}^N \text{sen} \theta}{N} = \frac{N \text{sen} \theta}{N} = \text{sen} \theta. \quad (5.17)$$

No caso de desalinhamento, o valor de r tenderá a zero.

A direção média, $\bar{\theta}$, é definida pelas relações

$$\cos \bar{\theta} = \frac{c}{r}, \quad (5.18)$$

$$\sin \bar{\theta} = \frac{s}{r}, \quad (5.19)$$

ou pela equação

$$\bar{\theta} = \arctg\left(\frac{c}{s}\right). \quad (5.20)$$

Notemos que, conforme o sinal das funções $\sin \bar{\theta}$ e $\cos \bar{\theta}$, a função $\arctg(c/s)$ pode conduzir a redundâncias. Por exemplo, o valor $\arctg(c/s) = -1,732$ pode indicar o ângulo 120° ou -60° , conforme c ou s seja negativo, respectivamente. Para evitar essa redundância, devemos ainda, ao resultado obtido pela equação (5.20), aplicar as seguintes regras:

$$\bar{\theta} \rightarrow \begin{cases} \bar{\theta}, & \text{se } c > 0 \text{ e } s > 0; \\ 180^\circ - |\bar{\theta}|, & \text{se } c < 0 \text{ e } s > 0; \\ 180^\circ + |\bar{\theta}|, & \text{se } c < 0 \text{ e } s < 0; \\ 360^\circ - |\bar{\theta}|, & \text{se } c > 0 \text{ e } s < 0. \end{cases} \quad (5.21)$$

No caso dos dados serem axiais (que é o caso dos ângulos de posição), como θ e $\theta + 180^\circ$ estabelecem a mesma direção, o ângulo médio calculado com os procedimentos acima estaria incorreto. Por exemplo, se quiséssemos saber o ângulo médio das direções 30° e 210° , obteríamos, com o procedimento descrito acima, uma indeterminação (o valor $c/s = 0/0$), uma vez que senos e cossenos de ângulos complementares têm o mesmo valor absoluto mas possuem sinais opostos, ou, em geral, uma direção ortogonal à verdadeira direção média (ver figura 5.5). O resultado real seria, simplesmente, 30° ou 210° (dependendo do quadrante de referência) devido à natureza bidirecional dos dados axiais. Sendo assim, os procedimentos anteriores devem sofrer as seguintes modificações [111]:

- É adicionada à amostra, para cada ângulo θ , o ângulo $\theta + / - 180^\circ$, conforme θ seja menor ou maior que 180° , respectivamente (duplicamos, assim, o tamanho da amostra);

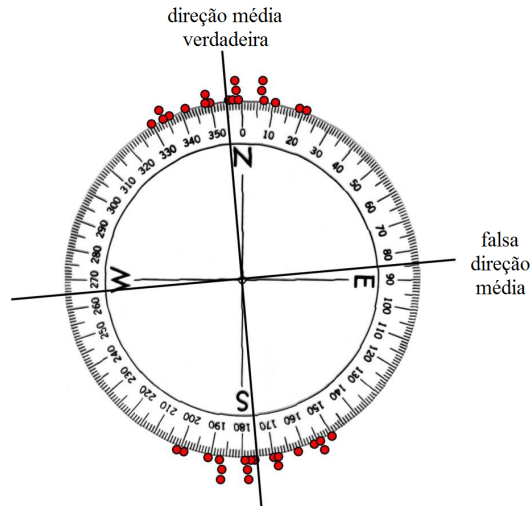


Figura 5.5: Direções médias calculadas assumindo o procedimento para dados vetoriais (falsa direção) e axiais (direção verdadeira).

- cada ângulo θ da amostra é duplicado, ou seja, $\theta \rightarrow \theta \times 2$;
- se $2\theta \geq 360^\circ$, então subtraímos 360° de 2θ ;
- se $2\theta < 360^\circ$, então mantemos o valor 2θ ;
- a função C passa a ser $C = \sum_i \cos 2\theta_i$;
- a função S passa a ser $S = \sum_i \text{sen} 2\theta_i$;
- o valor $\bar{\theta}$ será dado por $\bar{\theta} = \frac{1}{2} \text{arctg}(C/S)$.

Além disso, devemos ainda obedecer às regras (5.21).

O teste de r consistirá em calcular o valor de r (r^*) para os ângulos de posição (θ) de 833.844 galáxias presentes no catálogo Hyperleda I e compará-lo aos valores encontrados para 5.000 aleatorizações com igual quantidade de galáxias, gerados aleatoriamente.

5.2.4 Resultado do teste de r

Procedendo como descrito acima, obtivemos o valor

$$r^* = 0,0044.$$

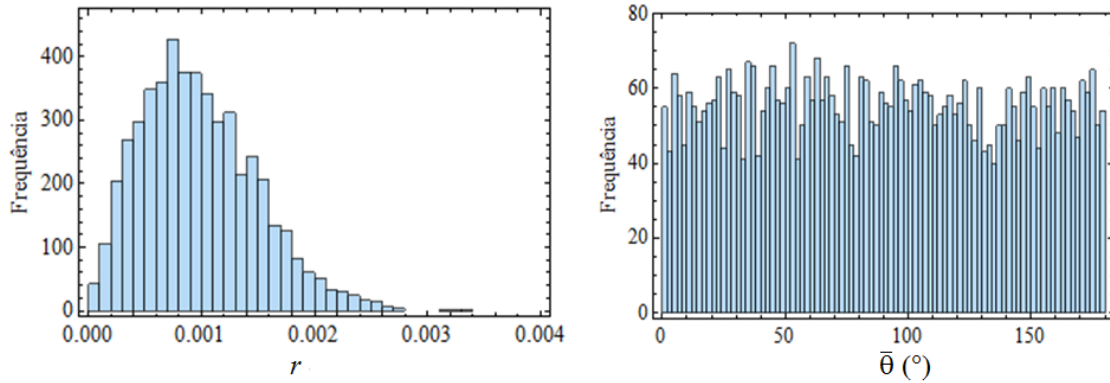


Figura 5.6: Histograma que apresenta os valores de r obtidos para 5.000 aleatorizações (à esquerda) e a distribuição dos ângulos médios obtidos para essas mesmas aleatorizações (à direita).

Para o ângulo médio, obtivemos

$$\bar{\theta} = 177^\circ.$$

A princípio, o resultado $r^* = 0,0044$ aparenta ser baixo para podermos inferir a respeito da existência de algum alinhamento, porém, ao realizarmos 5.000 aleatorizações, obtivemos o histograma apresentado na figura 5.6. Nesse histograma vemos que nenhum r , calculado a partir das aleatorizações, forneceu um valor $r \geq r^*$, ou seja, estatisticamente podemos dizer que a probabilidade de se obter um valor $r \geq 0,0044$ a partir de uma distribuição aleatória é aproximadamente nula ⁷.

Como uma contra-prova, a fim de observarmos quais seriam os resultados esperados caso houvesse algum alinhamento, geramos também um conjunto de 5.000 amostras aleatórias de ângulos de posição galáticos, só que restringindo-os no valor de seu AP , de modo que $1^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$. O resultado pode ser observado na figura 5.7. Nela percebemos que a restrição no AP elevou bastante o valor de r , colocando-o no intervalo $0,635 \leq r \leq 0,638$, e concentrou o valor dos ângulos médios de cada amostra gerada entre os valores $44,35^\circ$ e $44,65^\circ$, diferentemente do que foi observado no caso das aleatorizações geradas sem qualquer viés, tal como mostra a figura 5.6. O ângulo médio de cada simulação, nesse caso, flutuou muito pouco (com uma variação máxima de apenas $0,30^\circ$) quando comparado às aleatorizações geradas aleatoriamente, nas quais a variação máxima dos valores de ângulos médios obtidos chegou a 180° .

Concluindo, apesar dos valores de r calculados a partir das 5.000 distribuições

⁷Ver nota na pág. 86

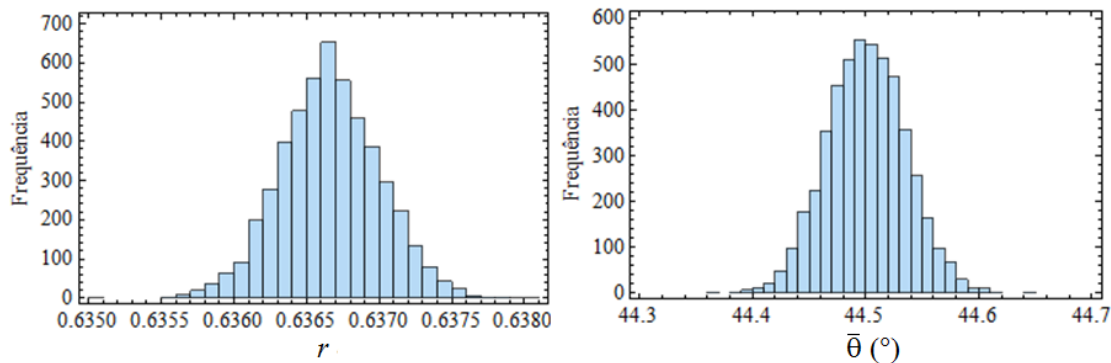


Figura 5.7: Histograma que apresenta os valores de r obtidos para 5.000 aleatorizações (à esquerda) e a distribuição dos ângulos médios obtidos para essas mesmas aleatorizações (à direita), com $1^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$.

de AP geradas aleatoriamente serem menores que o valor encontrado para o catálogo Hyperleđa I, devemos ser prudentes ao afirmarmos que isso indicaria a existência de algum alinhamento global dos planos galácticos, visto o baixo valor encontrado para r^* . Por outro lado, devemos ressaltar também que a inexistência de algum alinhamento global não implica na inexistência de algum alinhamento em uma certa direção, o que também caracterizaria uma anisotropia. Esse alinhamento em certa direção poderia justificar tanto o baixo valor obtido para r^* quanto o seu valor elevado em comparação com aqueles obtidos com as aleatorizações. Com a finalidade de investigar essa possibilidade, desenvolveremos o teste a seguir.

5.2.5 Alinhamento médio local - valor de r

Testaremos agora o alinhamento direcional, ou seja, calcularemos o valor de r para uma dada direção no céu. Para tanto, delimitamos regiões na esfera celeste com variações $\Delta l = 30^\circ$ e $\Delta b = 15^\circ$, em coordenadas galácticas, e calculamos r para cada uma delas⁸. Esses valores foram escolhidos de modo que cada setor do céu pudesse abranger um número significativo de galáxias (nesse caso, esse número varia entre 125 e 19.508 galáxias). Por exemplo, a escolha dos intervalos $\Delta l = 15^\circ$ e $\Delta b = 7,5^\circ$ resultou em regiões com apenas uma ou duas galáxias, conduzindo, portanto, a um forte alinhamento que poderia levar a interpretações equivocadas dos resultados.

⁸O valor $\Delta l = 2 \times \Delta b$ se justifica por causa dos intervalos de variação dos ângulos l e b , uma vez que $l \in [0^\circ, 360^\circ]$ e $b \in [-90^\circ, 90^\circ]$ (ou $[0^\circ, 180^\circ]$), portanto, a metade do intervalo de l .

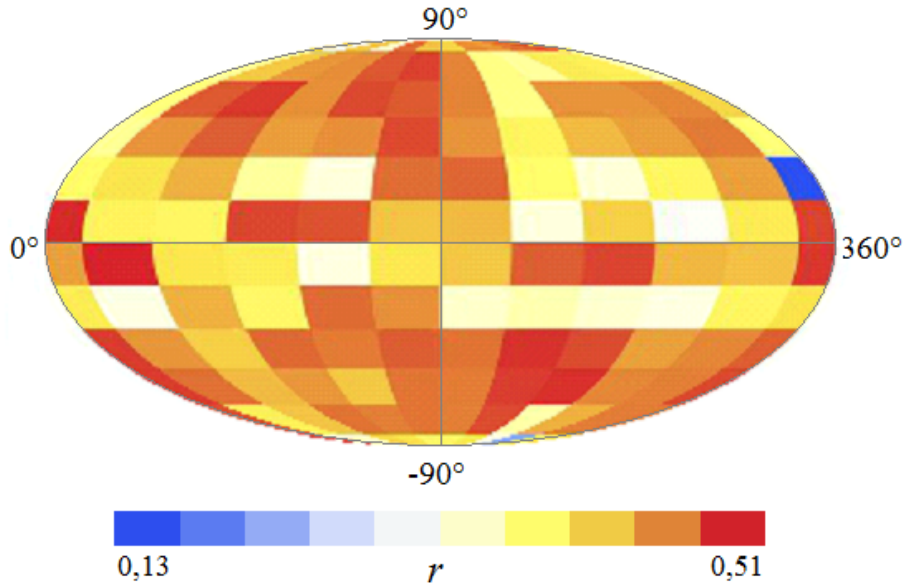


Figura 5.8: Valores de r calculados para diferentes direções do céu.

5.2.6 Resultados do alinhamento médio local de r

Assim foi possível obter o gráfico apresentado na figura 5.8. A região de mais forte alinhamento foi a região $(l, b) \in ([0^\circ, 30^\circ], [0^\circ, 15^\circ])$, na qual $r = 0,507$. Cerca de 87,5% dos valores de r foram maiores que 0,385, que é o valor central da distribuição de r . A maior parte das regiões tiveram valores de r variando entre 0,4 e 0,5, o que caracteriza uma distribuição bem homogênea. Porém, podemos observar duas regiões, aproximadamente opostas no céu, com tons mais avermelhados (maiores valores de r) que as demais. Essas regiões recaem sobre os intervalos $(l, b) \in ([210^\circ, 270^\circ], [-30^\circ, -75^\circ])$, para o hemisfério sul galático, e $(l, b) \in ([120^\circ, 180^\circ], [30^\circ, 75^\circ])$, para o hemisfério norte galático. O número de galáxias nessas regiões varia entre 8.094 e 14.391, para o hemisfério sul, e 5.700 e 6.996, para o hemisfério norte. Além disso, em ambos hemisférios, o valor de r ficou entre 0,49 e 0,50 para essas mesmas regiões, o que caracteriza uma forte concentração de altos valores de r para essas regiões quando comparado aos das demais.

Neste teste buscamos observar quão forte podem estar os alinhamentos médios das galáxias pertencentes a determinadas regiões do céu. No próximo, obteremos a direção média do ângulo posição das galáxias pertencentes a essas mesmas regiões e compararemos com as de suas vizinhas.

5.2.7 Alinhamento médio local - valor do ângulo médio $\bar{\theta}$

O ângulo médio de uma distribuição direcional pode ser obtido pela equação (5.20). Assim, calcularemos o seu valor para as mesmas regiões delimitadas anteriormente e compararemos os resultados com aqueles encontrados no teste anterior.

5.2.8 Resultados do alinhamento médio local de $\bar{\theta}$

Para os ângulos médios locais, obtemos o resultado apresentado na figura 5.9. Nele é possível observarmos que a distribuição dos ângulos posição das galáxias variou de 0° a 180° , com uma predominância de tons laranjas e vermelhos, ou seja, $\bar{\theta} > 150^\circ$, especialmente nas regiões fora do plano galático ($b = 0^\circ$), tendendo a uma certa uniformidade nessas regiões. É notória ainda a região delimitada por $(l, b) \in ([210^\circ, 270^\circ], [-30^\circ, -60^\circ])$, na qual houve uma forte concentração de ângulos $\sim 180^\circ$ e que coincide com uma das regiões de maior valor de r encontradas anteriormente⁹. Nessa mesma direção, no sentido oposto, podemos observar uma significativa uniformidade nos valores de $\bar{\theta}$, variando apenas entre 160° e 180° , para uma região delimitada por $(l, b) \in ([0^\circ, 180^\circ], [30^\circ, 75^\circ])$, indicando uma forte concordância dos valores de ângulos médios entre essas regiões. Entretanto, essa concordância não pode ser tomada como referência de alinhamento isoladamente, uma vez que valores baixos de r indicam fraco alinhamento dentro de uma determinada região. Assim sendo, os resultados dos ângulos de posição médios devem ser interpretados à luz do teste de r anterior e, com isso, podemos concluir que as regiões indicadas neste último (teste de r) coincidem com as regiões de alinhamento

$$(l, b) = ([210^\circ, 270^\circ], [-30^\circ, -60^\circ]) \text{ e } (l, b) = ([120^\circ, 180^\circ], [45^\circ, 75^\circ])$$

5.2.9 Teste S_D modificado

O teste que realizaremos a seguir é uma variação daquele já aplicado neste trabalho aos quasares, porém, com uma modificação: no teste S_D aplicado aos quasares, selecionamos os vizinhos, definindo previamente sua quantidade, pelas

⁹Note que, pelo fato de os ângulos posição serem dados axiais, a inclinação $\bar{\theta} \sim 180^\circ$ (em vermelho) coincide com a inclinação $\bar{\theta} \sim 0^\circ$ (azul).

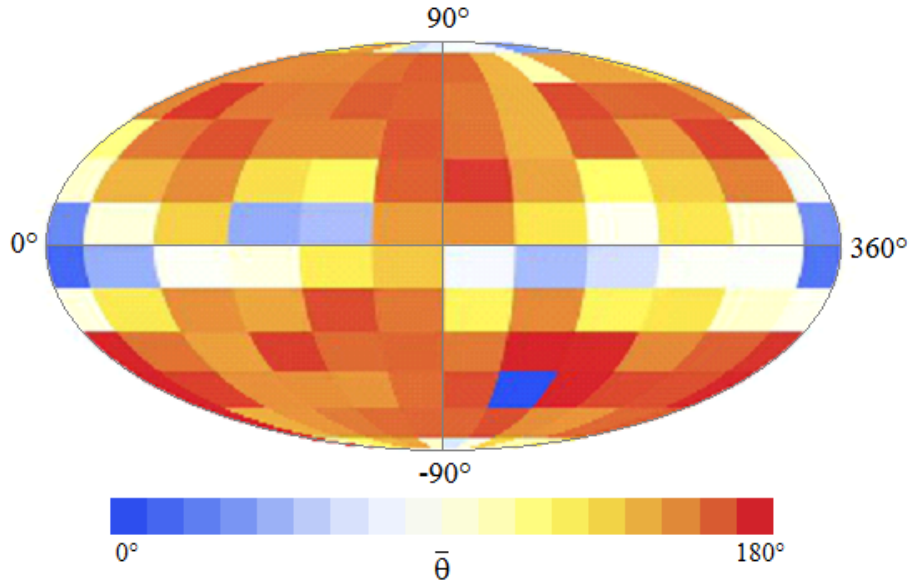


Figura 5.9: Valores do ângulo médio, $\bar{\theta}$, calculados para diferentes direções do céu.

distâncias relativas a um dado quasar. Devido ao grande número de galáxias, esse procedimento tornou-se inviável computacionalmente, uma vez que precisaríamos calcular a distância de uma i -ésima galáxia a todas as outras 833.843 e também eleger um número adequado de vizinhos ou testar para diferentes números. Sendo assim, optamos por selecionar previamente uma região do céu e contar as n_g galáxias pertencentes a essa região. Esse valor de n_g será o número de vizinhos. A partir daí calculamos o valor S_D^* , como feito anteriormente com os quasares, e o comparamos com os valores obtidos a partir de 5.000 aleatorizações de ângulos de posição, realizadas computacionalmente. As regiões do céu foram selecionadas de acordo com os testes anteriores, ou seja, $\Delta l = 30^\circ$ e $\Delta b = 15^\circ$. Resumindo, o teste S_D modificado será realizado seguindo os seguintes passos:

1. Selecionamos uma região no céu delimitada por $\Delta l = 30^\circ$ e $\Delta b = 15^\circ$;
2. Contamos o número de galáxias, n_g , presentes nessa região;
3. Determinamos a mediana $\tilde{\theta}_j$ associada a essas n_g galáxias, variando o valor de $\tilde{\theta}$, pela minimização do valor de D - equação (4.7);
4. Guardamos o valor da dispersão mínima, D_j ;
5. Repetimos o procedimento para todas as regiões ($N = 144$);
6. Calculamos a média S_D dos D_j - equação (4.8);

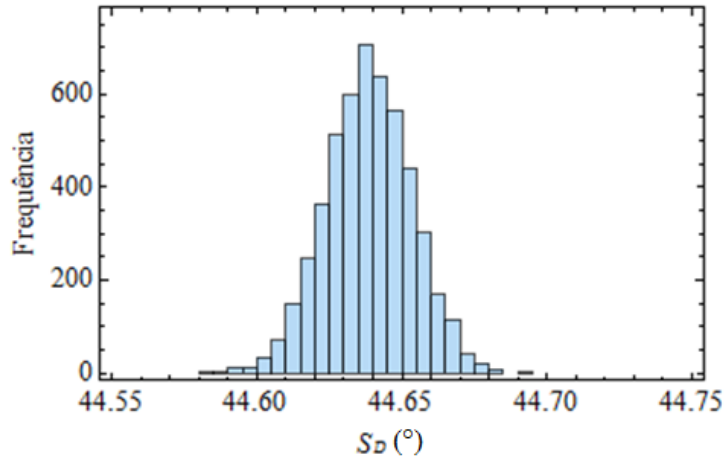


Figura 5.10: *Histograma da distribuição de valores de S_D obtidos para 5.000 aleatorizações.*

7. Geramos ângulos de posição aleatórios e os atribuímos às posições originais das galáxias;
8. Realizamos os procedimentos 1 a 6 para essa distribuição aleatória;
9. Repetimos 5.000 vezes os procedimentos 7 e 8.

5.2.10 Resultados do teste S_D modificado

Seguindo os passos anteriores, obtivemos o valor $S_D^* = 44,19^\circ$, para os dados do catálogo Hyperleda I, e também o histograma apresentado na figura 5.10, para os valores simulados. Nesse histograma é possível observar que todos os valores de S_D obtidos por aleatorizações são tais que $S_D > S_D^*$, com valor mínimo $S_D = 44,58$, o que caracteriza, ainda que levemente, um indício de alinhamento global, uma vez que baixos valores de S_D indicam desconformidade com a hipótese de uma distribuição aleatória dos ângulo de posição. Tal resultado concorda com os obtidos para a homogeneidade (seção 5.5.1) e para o valor do r global (seção 5.5.2).

5.3 Análise dos resultados

O conjunto de resultados expostos acima aponta para a existência de uma anisotropia no Universo. Cada um, isoladamente, fornece um fraco indício, mas quando os analisamos conjuntamente, confrontando diferentes estatísticas, podemos

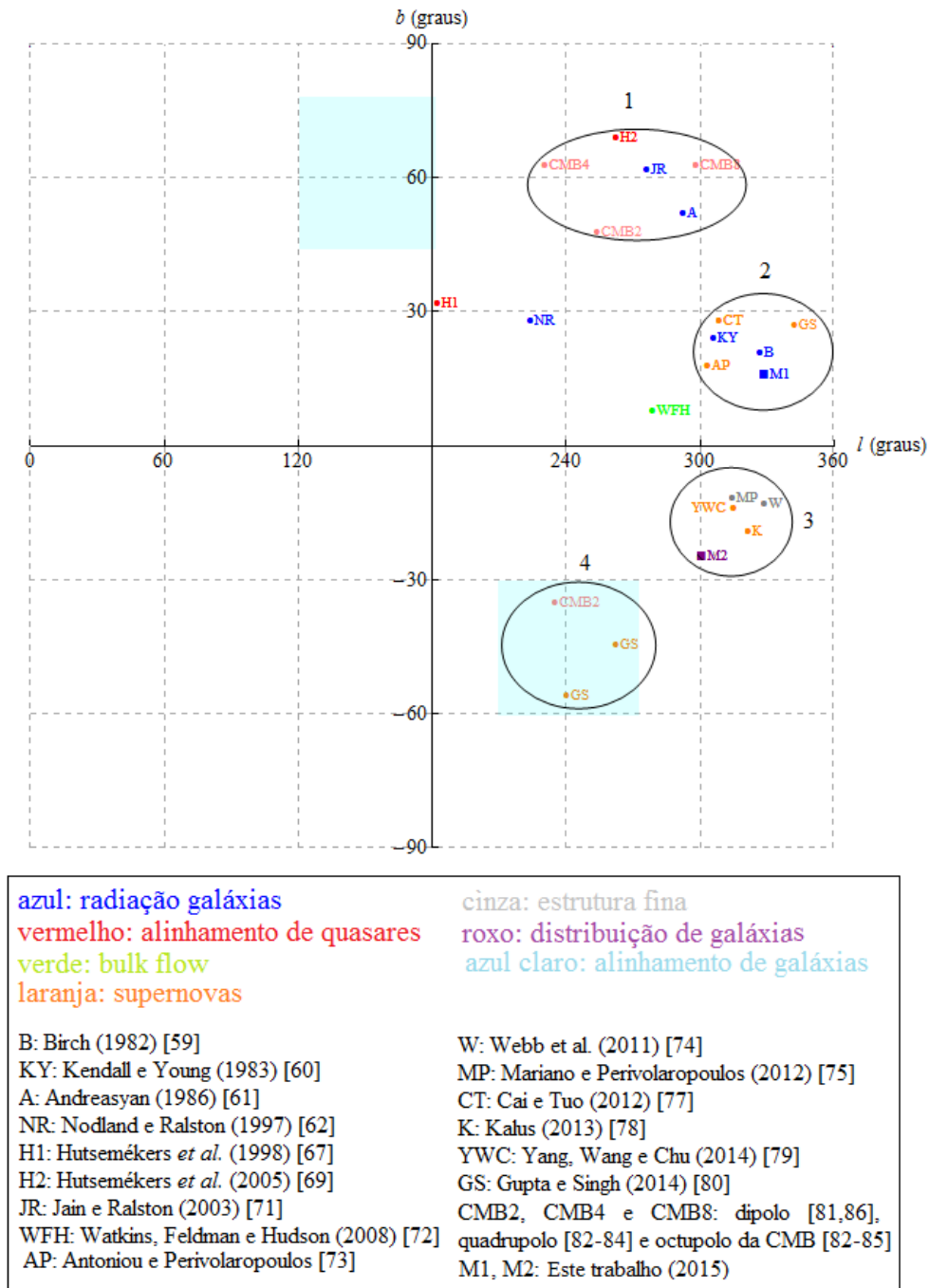


Figura 5.11: Diversas direções de anisotropia listadas neste trabalho (em coordenadas galácticas).

fortalecer as evidências em favor da existência de alguma anisotropia universal, especialmente quando comparamos os resultados obtidos dos dados observacionais com os das aleatorizações. Essa anisotropia se apresentou na forma de uma distribuição não isotrópica das posições das galáxias no céu, da qual pudemos extrair uma direção de máxima anisotropia, e de alinhamentos locais e não homogeneidade nos arranjos de ângulos de posição na esfera celeste. Sua causa ainda é indeterminada, mas poderia ser explicada, por exemplo, pela existência de alguma rotação cósmica.

Por outro lado, cabe-nos chamar a atenção a dois aspectos para os quais devemos ser ainda cautelosos: o primeiro, quanto à quantidade de galáxias que compõe o catálogo, na ordem de um milhão de galáxias, que é uma amostra numericamente significativa, mas que é muito pequena quando comparada a estimativas do número total de galáxias existentes no Universo observável, que pode ser $\sim 1,7 \cdot 10^{11}$ galáxias (170 bilhões de galáxias) [121]. Assim, nossa amostra representa apenas 0,0006% do número total de galáxias existentes no Universo observável. O segundo diz respeito à inexistência de dados de *redshifts* dessas galáxias. Esse fato pode conduzir a algum viés observacional, uma vez que as galáxias observadas podem representar uma amostra extraída de aglomerados locais e, portanto, a anisotropia pode ser devida a algum efeito local, e não global. Outra possibilidade é a da ocultação de um possível alinhamento em diferentes *redshifts* pela superposição desses dados na esfera celeste. Assim sendo, as evidências apresentadas anteriormente poderiam estar enviesadas e são necessários mais estudos para podermos concluir em favor da existência de uma anisotropia global.

Buscando ainda estabelecer a existência de algum eixo comum com outras observações presentes em trabalhos relatados aqui, construímos o gráfico 5.11. É possível observar nesse gráfico que existem quatro regiões de concentração dos eixos de anisotropia (circuladas), mas também uma dispersão desses eixos, em geral. Também podemos notar que a maioria dos eixos encontrados se encontra na região $(l, b) = ([240^\circ, 360^\circ], [-60^\circ, 75^\circ])$, que corresponde a 1/4 do globo celeste. Como os dados apresentados nesse gráfico são direções, para cada sentido representado existe um oposto e isso nos conduz a uma restrição de $2/4 = 1/2$ do globo celeste para as direções de anisotropia.

Outra análise possível é a separação angular entre cada grupo destacado no gráfico 5.11, uma vez que uma possível ortogonalidade poderia revelar uma relação entre eixos agrupados diferentemente. Para tanto, calculamos a direção média de

Tabela 5.1: Direções médias dos grupos representados na figura 5.11.

Grupo	Direção média
1	$(l = 274^\circ, b = 58^\circ)$
2	$(l = 327^\circ, b = 22^\circ)$
3	$(l = 316^\circ, b = -19^\circ)$
4	$(l = 256^\circ, b = -45^\circ)$

Tabela 5.2: Separações angulares entre os diferentes grupos apresentados na figura 5.11.

Grupos	Distância angular
1-2	52°
1-3	85°
1-4	104°
2-3	42°
2-4	93°
3-4	56°

cada grupo (rotulados por 1, 2, 3 e 4), obtendo os resultados presentes na tabela 5.1, e, a partir desses valores, determinamos a separação angular entre cada grupo. Esses ângulos estão apresentados na tabela 5.2. Somente as regiões 1-3 e 2-4 apresentaram separações angulares próximas de 90° .

Devemos ainda notar que observações de mesma natureza apresentam direções bem distintas, conforme a pesquisa realizada, como é o caso, por exemplo, das supernovas, da radiação de galáxias, do dipolo da CMB e mesmo dos quasares, cuja pesquisa foi realizada pelo mesmo grupo, mudando-se apenas a quantidade de quasares. Essas diferenças dificultam uma análise mais global dos eixos de anisotropia encontrados, uma vez que esses resultados parecem depender da estratégia de investigação e da estatística utilizada, ou de algum viés observacional. Dessa forma, ainda que diferentes pesquisas apontem para eventuais anisotropias no Universo, é muito difícil estabelecer seu caráter universal, sua direção preferencial e, portanto, sua provável causa.

CAPÍTULO 6

CONSIDERAÇÕES FINAIS

DESDE seu advento, a partir da Teoria da Relatividade Geral, publicada em 1916, até o momento, a Cosmologia Moderna tem se desenvolvido e evoluído conforme observamos mais o Universo e a tecnologia avança. Passamos de um modelo estático a um dinâmico, no qual as galáxias se afastam aceleradamente, e que evoluiu a partir de uma singularidade primordial altamente quente e densa. Conseguimos explicar como se formaram desde os mais simples elementos químicos, como o hidrogênio, até as grandes estruturas de aglomerados de galáxias. Observamos brilhantes supernovas, localizadas em regiões longínquas, e a invisível radiação cósmica de fundo que nos cerca e, dessas observações, extraímos informações a respeito do Cosmo. Todas as explicações, todas as observações, parecem convergir para um modelo cosmológico padrão: o Λ CDM. Esse modelo, ao mesmo tempo que explica como o Universo evoluiu até o presente, traz, já em seu próprio nome, dois problemas importantes: o que são a energia escura (Λ) e a matéria escura (*cold dark matter*)? Isso mostra que, em ciência, a cada porta que se abre, descobrimos que existem outras dezenas por trás dela ainda por serem abertas.

Como dissemos no primeiro capítulo, o Modelo Padrão pressupõe uma métrica homogênea e isotrópica, ou seja, pensamos o Universo como sendo homogêneo e isotrópico - acreditamos na validade do Princípio Cosmológico. Contudo, como mostramos neste trabalho, desde a década de 1940 do século passado, modelos cosmológicos anisotrópicos foram propostos (alguns por mera especulação matemática) e, desde a década de 1980 acumulam-se observações em favor da existência de alguma anisotropia universal. As consequências de uma violação do Princípio Cosmológico são óbvias: teríamos que repensar o que construímos até agora, ao menos em parte. Segundo Thomas Kuhn [122], as teorias científicas

avançam à medida que surgem problemas que elas não são mais capazes de explicar, e então o paradigma vigente é questionado e desse questionamento pode surgir um novo ou modificações no vigente. Seriam as anisotropias alguns desses problemas?

Neste nosso trabalho, estudamos algumas pesquisas, de natureza diversificada, e desenvolvemos uma própria, demonstrando como cada uma delas, procedendo de modos diferentes, conseguiu detectar algum indício de anisotropia no Universo. No caso da pesquisa com quasares, mostramos que o alinhamento global das direções de polarização da radiação emitida por eles tem uma probabilidade muito baixa ($\sim 0,84\%$) de que tenha se originado ao acaso. Obtivemos também uma direção de anisotropia a partir dos dados de radiação de galáxias apresentados por Birch em 1982, assumindo a hipótese de que o ângulo formado pelo eixo maior galáctico e a direção do campo magnético polarizado da radiação, Δ , obedece à lei $\Delta = A \cos \theta$, na qual θ é o ângulo formado entre a galáxia e a direção do eixo de anisotropia. O eixo encontrado foi ($l_p = 330^\circ$, $b_p = 21^\circ$), em coordenadas galácticas. Mostramos também que um modelo anisotrópico, construído com base na métrica RTKO sem rotação, concorda bem com as observações de supernovas e CMB. Apesar de não ser possível estabelecer um eixo de anisotropia nesse caso, mostramos que esse modelo poderia justificar algumas das anisotropias encontradas, tais como a rotação da direção de polarização da radiação galáctica e assimetria norte-sul na distribuição de galáxias no céu. Dessa última, pudemos ainda obter o valor do parâmetro de rotação $l = 0,13$ e da rotação cósmica $\omega_0 = 6,5 \cdot 10^{-3} H_0$, que pode justificar o uso da métrica RTKO sem rotação como uma boa aproximação.

A contribuição original desta tese, envolvendo as posições angulares das galáxias e a distribuição de seus ângulos de posição, foi tratado no capítulo 5. No que tange às observações das posições das galáxias na esfera celeste, encontramos que existe uma máxima assimetria norte-sul na direção ($l_p = 300^\circ$, $b_p = -25^\circ$) e que tal assimetria não pode ser aleatória. Ou existe algum viés observacional ou algum mecanismo global gerando essa assimetria. Particularmente, a existência de dados de *redshifts* dessas galáxias no catálogo utilizado poderia esclarecer a respeito de elas pertencerem ou não a um grupo local. Quanto aos ângulos de posição dessas mesmas galáxias no céu, foi possível observar que eles não estão distribuídos uniformemente e aleatoriamente, uma vez que calculamos uma probabilidade nula de estarem assim arranjados devido ao acaso. Comparando diferentes estatísticas, pudemos encontrar as direções ($l \in [120^\circ, 180^\circ]$, $b \in [30^\circ, 75^\circ]$) e ($l \in [210^\circ, 270^\circ]$, $b \in [-30^\circ, -75^\circ]$) como sendo aquelas nas quais os alinhamentos de galáxias se apresentam mais fortes

(maiores valores de r e ângulos de posição alinhados).

Por fim, buscamos relacionar diversas observações de direções de anisotropia, tentando encontrar alguma concordância entre elas. Com isso foi possível separar essas direções em quatro grupos de concentração, nos quais recaíram eixos oriundos de pesquisas de diferentes naturezas (supernovas, quasares, radiação, etc.), o que não estabelece qualquer padrão de relação entre esses eixos. A própria pluralidade de eixos encontrados para uma mesma observação (como supernovas, por exemplo) depõe contra uma causa universal para a existência de alguma anisotropia. As diferenças entre as direções dos eixos podem ser resultado do método estatístico utilizado por cada pesquisa ou de algum viés observacional presente nos dados (por exemplo, uma mesma técnica aplicada a amostras diferentes de supernovas resulta em eixos diferentes, como no trabalho de Gupta e Singh [82]), o que torna mais difícil concluirmos em favor de uma anisotropia universal e obtermos sua direção e possível causa.

De qualquer forma, achamos que já existe um vasto número de pesquisas, complementado com esta nossa, apontando para a existência de mecanismos globais responsáveis pelo surgimento dos fenômenos observados, os quais não podem ser explicados à luz de um Universo homogêneo e isotrópico e, portanto, essas evidências não devem ser ignoradas. Por enquanto, só podemos afirmar com certeza que esses indícios lançam dúvidas sobre o paradigma vigente (nas palavras de Kuhn) e são justamente as dúvidas que movem a ciência. Tal como ocorreu no passado, somente mais observações, juntamente com o avanço tecnológico, podem, no futuro (próximo ou distante), fazer-nos concluir de uma forma mais concreta em favor da existência ou não de uma anisotropia universal, uma vez que já conseguimos coisas tidas como impossíveis no passado, "alcançar" regiões longínquas do Universo e "enxergar" bilhões de anos atrás. Tudo isso a partir de um pequeno ponto chamado Terra, localizado em algum lugar na vastidão do Universo, cujo único privilégio, até onde sabemos, é o de ter seres pensando em que consiste esta vastidão.

REFERÊNCIAS

- [1] ARISTÓTELES. *Do Céu*. São Paulo: Edipro, 2014. (Tradução e notas por Edson Bini).
- [2] ARISTÓTELES. *Do Cælo*. Acessado em setembro 2014. <https://archive.org/details/decaeloleofric00arisuoft>.
- [3] KOYRÉ, A. *Closed World to the Infinite Universe*. London: The Johns Hopkins Press, 1968.
- [4] PEDERSEN, O. *A Survey of the Almagest*. : Springer, 2011. (Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences,).
- [5] ROCHA, J. F. (Org.). *Origens e Evolução das Ideias da Física*. Salvador: Edufba, 2011.
- [6] GALILEI, G. *Sidereus Nuncius - O Mensageiro das Estrelas*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 3ª edição, 2010. (Tradução e notas por Henrique Leitão).
- [7] MARTINS, R. de A. *A maçã de Newton: história, lendas e tolices, pp. 167-189, in: Cibelle Celestino Silva (ed.). Estudos de história e filosofia das ciências: subsídios para aplicação no ensino*. São Paulo: Livraria de Física, 2006.
- [8] NEWTON, I. *Newton's Principia. The Mathematical Principles of Natural Philosophy*. New York: Daniel Adee, 1846. (Tradução para o inglês por Andrew Motte e biografia do autor por N. W. Chittenden).
- [9] ANDRADE, E. M. P. de. *Ação a Distância e Não-Localidade*. Tese (Doutorado) — História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia - UFRJ, 2009.
- [10] CAPRIA, M. M. *Physics Before and After Einstein*. Amsterdam: IOS Press, 2005.

-
- [11] WAGNER, T. et al. Torsion-balance tests of the weak equivalence principle. *Class.Quant.Grav.*, v. 29, p. 184002, 2012.
- [12] EINSTEIN, A. *The Foundation of the General Theory of Relativity. In: The Principle of Relativity.* USA: Dover Publications, Inc, 1923.
- [13] EINSTEIN, A. *The Foundation of the General Theory of Relativity. In: The Collected Papers of Albert Einstein.* v. 06, Doc. 30. New Jersey: Princeton Press, 1997.
- [14] WEINBERG, S. *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity.* New York: John Wiley & Sons, Inc, 1972.
- [15] D'INVERNO, R. *Introducing Einstein's Relativity.* New York: Oxford University Press, 2005.
- [16] WAGA, I. Cem anos de descobertas em cosmologia e novos desafios para o século XXI. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, n. 1, v. 27, p. 157–173, 2005.
- [17] HUBBLE, E. A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. *PNAS*, n. 03, v. 15, p. 168–173, 1929.
- [18] FILIPPENKO, A. V. Einstein's biggest blunder? high-redshift supernovae and the accelerating universe. *Astronomical Society of the Pacific*, v. 113, n. 790, p. 1441–1448, 2001.
- [19] ASSIS, A. K. T.; NEVES, M. C. D. History of the 2.7 k temperature prior to penzias and wilson. *APEIRON*, v. 02, n.03, p. 79–87, 1995.
- [20] DICKE, R. H. et al. Cosmic black-body radiation. *Astrophysical Journal*, v. 142, p. 414–419, 1965.
- [21] PENZIAS, A. A.; WILSON, R. W. A measurement of excess antenna temperature at 4080 Mc/s. *Astrophysical Journal*, v. 142, p. 419–421, 1965.
- [22] WRIGHT, E. et al. Interpretation of the Cosmic Microwave Background radiation anisotropy detected by the COBE differential microwave radiometer. *Astrophys.J.*, v. 396, p. L13–L18, 1992.
- [23] MATHER, J. C. et al. Calibrator design for the COBE far infrared absolute spectrophotometer (FIRAS). *Astrophys.J.*, v. 512, p. 511–520, 1999.

- [24] FIXSEN, D. J. et al. The cosmic microwave background spectrum from the full COBE FIRAS data set. *The Astrophysical Journal*, v. 473, p. 576–587, 1996.
- [25] RYDEN, B. *Introduction to Cosmology*. Athens: Ed. Addison Wesley, 2003.
- [26] RIESS, A. G. et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *Astron.J.*, v. 116, p. 1009–1038, 1998.
- [27] PERLMUTTER, S. et al. Measurements of Omega and Lambda from 42 high redshift supernovae. *Astrophys.J.*, v. 517, p. 565–586, 1999.
- [28] BOCZKO, R. *Conceitos de Astronomia*. São Paulo: Edgard Blücher, 1984.
- [29] EINASTO, J. et al. Superclusters of galaxies from the 2df Redshift Survey. 1. The Catalogue. *Astron.Astrophys.*, v. 462, p. 811, 2007.
- [30] HUCHRA, J. P. et al. The 2MASS Redshift Survey - Description and data Release. arXiv:1108.0669, 2011.
- [31] WEINBERG, S. *Cosmology*. New York: Oxford University Press, 2008.
- [32] DODELSON, S. *Modern Cosmology*. San Diego: Academic Press, 2003.
- [33] MENEZES JR., R. S. *Relações Distância-Redshift e Testes de Supernovas Ia em um Modelo Cosmológico Anisotrópico*. Tese (Mestrado) — Instituto de Física - UFBA, 2010.
- [34] KESSLER, R. et al. First-year Sloan Digital Sky Survey-II (SDSS-II) Supernova Results: Hubble Diagram and Cosmological Parameters. *Astrophys.J.Suppl.*, v. 185, p. 32–84, 2009.
- [35] AMANULLAH, R. et al. Spectra and Light Curves of Six Type Ia Supernovae at $0.511 < z < 1.12$ and the Union2 Compilation. *Astrophys.J.*, v. 716, p. 712–738, 2010.
- [36] SUZUKI, N. et al. The Hubble Space Telescope Cluster Supernova Survey: V. Improving the Dark Energy Constraints Above $z > 1$ and Building an Early-Type-Hosted Supernova Sample. *Astrophys.J.*, v. 746, p. 85, 2012.
- [37] KOMATSU, E. et al. Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation. *Astrophys.J.Suppl.*, v. 180, p. 330–376, 2009.

-
- [38] FREEDMAN, W. et al. Final results from the Hubble Space Telescope key project to measure the Hubble constant. *Astrophys.J.*, v. 553, p. 47–72, 2001.
- [39] ADE, P. et al. Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results. *Astron.Astrophys.*, v. 571, p. A1, 2014.
- [40] WHITTAKER, E. T. VIII. Spin in the universe. *Philosophical Magazine Series 7*, v. 36, n. 253, p. 101–113, 1945.
- [41] KANTOWSKI, R.; SACHS, R. K. Some spatially homogeneous anisotropic relativistic cosmological models. *Journal of Mathematical Physics*, v. 7, n. 3, 1966.
- [42] ADHAV, K. S. et al. Kantowski-sachs cosmological models with anisotropic dark energy. *Cent. Eur. J. Phys*, v. 9, n. 4, p. 919–925, 2011.
- [43] REBOUÇAS, M. J.; TIOMNO, J. Homogeneity of riemannian space-times of gödel type. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, v. 28, p. 1251–1264, Sep 1983.
- [44] KOROTKII, V. A.; OBUKHOV, Y. N. On cosmic rotation. (gr-qc/9604049), 1996.
- [45] CARNEIRO, S.; MARUGAN, G. A. M. Anisotropic cosmologies containing isotropic background radiation. *Phys.Rev.*, D64, p. 083502, 2001.
- [46] CARNEIRO, S. Anisotropic open cosmologies. *Gen.Rel.Grav.*, v. 34, p. 793, 2002.
- [47] CARNEIRO, S.; MARUGAN, G. A. M. An Anisotropic cosmological model with isotropic background radiation. *Lect.Notes Phys.*, v. 617, p. 302, 2003.
- [48] GAMOW, G. Rotating universe? *Nature*, v. 158, p. 549, 1946.
- [49] GAMOW, G. The role of turbulence in the evolution of the universe. *Phys. Rev.*, v. 86, p. 251, 1952.
- [50] GÖDEL, K. An example of a new type of cosmological solutions of Einstein's field equations of gravitation. *Reviews of Modern Physics*, v. 21, n. 3, 1949.
- [51] COLLINS, C.; HAWKING, S. The rotation and distortion of the universe. *Mon. Not. R. Astr. Soc.*, v. 162, p. 307–320, 1973.

-
- [52] LANDAU, L. D.; LIFSHITZ, E. M. *Course of Theoretical Physics - The Classical Theory of Fields*. [S.l.]: Butterworth Heinemann. 411 p.
- [53] BENNETT, C. et al. Four year COBE DMR cosmic microwave background observations: Maps and basic results. *Astrophys.J.*, v. 464, p. L1–L4, 1996.
- [54] BENNETT, C. et al. On the rotation of the universe. *Mon. Not. R. Astr. Soc.*, v. 142, p. 129–141, 1969.
- [55] KOGUT, A.; HINSHAW, G.; BANDAY, A. Limits to global rotation and shear from the COBE DMR four year sky maps. *Phys.Rev.*, D55, p. 1901–1905, 1997.
- [56] FENNELLY, A. J. Effects of a rotation of the universe on the number counts of radio sources - Goedel's universe. *The Astrophysical Journal*, v. 207, p. 693–699, 1976.
- [57] OBUKHOV, Y. N. On physical foundations and observational effects of cosmic rotation. (astro-ph/0008106), p. 23–96, 2000.
- [58] MENEZES JR., R. S.; PIGOZZO, C.; CARNEIRO, S. Distance-redshift relations in an anisotropic cosmological model. *JCAP*, v. 1303, p. 033, 2013.
- [59] MIRANDA, W.; CARNEIRO, S.; PIGOZZO, C. SNe Ia Tests of Quintessence Tracker Cosmology in an Anisotropic Background. *JCAP*, v. 1407, p. 043, 2014.
- [60] BIRCH, P. Is the universe rotating? *Nature*, v. 298, n. 29, p. 451–454, 1982.
- [61] KENDALL, D. G.; YOUNG, G. A. Indirectional statistics and the significance of an asymmetry discovered by Birch. *The Astrophysical Journal*, v. 207, p. 693–699, 1976.
- [62] ANDREASYAN, R. The problem of the existence of large-scale anisotropy in metagalactic space. *Astrophysics*, Kluwer Academic Publishers-Plenum Publishers, v. 24, n. 2, p. 213–220, 1986.
- [63] NODLAND, B.; RALSTON, J. Indication of anisotropy in electromagnetic propagation over cosmological distances. *Phys. Rev. Lett.*, v. 78, p. 3043–3046, 1997.
- [64] RALSTON, J. P.; NODLAND, B. An Update on cosmological anisotropy in electromagnetic propagation. *AIP Conf.Proc.*, v. 412, p. 432, 1997.

-
- [65] BROADHURST, T. et al. Large-scale distribution of galaxies at the Galactic poles. *Nature*, v. 343, p. 726–728, 1990.
- [66] WU, G. X. et al. Orientation of the disk galaxies in the Coma cluster. *Astron. Astrophys.*, v. 323, p. 317–323, 1997.
- [67] HAO, J. et al. Intrinsic Alignment of Cluster Galaxies: The Redshift Evolution. *The Astrophysical Journal*, v. 740, p. 39, 2011.
- [68] HUTSEMEKERS, D. Evidence for very large-scale coherent orientations of quasar polarization vectors. *Astron. Astrophys.*, v. 332, p. 410–428, 1998.
- [69] HUTSEMEKERS, D.; LAMY, H. Confirmation of the existence of coherent orientations of quasar polarization vectors on cosmological scales. *Astron. Astrophys.*, v. 367, p. 381–387, 2001.
- [70] CABANAC, R. A. et al. Large scale correlations of quasar polarisation vectors: Hints of extreme scale structures? *ASP Conf. Ser.*, v. 343, p. 498, 2005.
- [71] HUTSEMEKERS, D. et al. Mapping extreme-scale alignments of quasar polarization vectors. *Astron. Astrophys.*, v. 441, p. 915–930, 2005.
- [72] JAIN, P.; RALSTON, J. P. Anisotropy in the propagation of radio polarizations from cosmologically distant galaxies. *Mod.Phys.Lett.*, A14, p. 417–432, 1999.
- [73] WATKINS, R.; FELDMAN, H. A.; HUDSON, M. J. Consistently Large Cosmic Flows on Scales of 100 Mpc/h: a Challenge for the Standard LCDM Cosmology. *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*, v. 392, p. 743–756, 2009.
- [74] ANTONIOU, I.; PERIVOLAROPOULOS, L. Searching for a cosmological preferred axis: Union2 data analysis and comparison with other probes. *JCAP*, v. 12, p. 12, 2010.
- [75] WEBB, J. K. et al. Indications of a spatial variation of the fine structure constant. *Phys.Rev. Lett.*, v. 107, p. 191101, 2011.
- [76] MARIANO, A.; PERIVOLAROPOULOS, L. Is there correlation between fine structure and dark energy cosmic dipoles? *Physical Review D*, v. 86, n. 8, p. 083517, 2012.

- [77] MARIANO, A.; PERIVOLAROPOULOS, L. CMB maximum temperature asymmetry axis: Alignment with other cosmic asymmetries. *Physical Review D*, v. 87, n. 4, p. 043511, 2013.
- [78] KOIVISTO, T. S. et al. On the possibility of anisotropic curvature in cosmology. *Physical Review D*, v. 83, n. 2, p. 023509, 2011.
- [79] CAI, R.-G.; TUO, Z.-L. Direction dependence of the deceleration parameter. *JCAP*, v. 2, p. 4, 2012.
- [80] KALUS, B. et al. Constraints on anisotropic cosmic expansion from supernovae. *Astronomy & Astrophysics*, v. 553, p. A56, 2013.
- [81] YANG, X.; WANG, F.; CHU, Z. Searching for a preferred direction with Union2.1 data. *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*, v. 437, p. 1840–1846, 2014.
- [82] GUPTA, S.; SINGH, M. High-z Supernova Type Ia Data: non-Gaussianity and Direction Dependence. *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*, v. 440, p. 3257–3261, 2014.
- [83] LINEWEAVER, C. et al. The dipole observed in the COBE DMR four-year data. *Astrophys.J.*, v. 470, p. 38–42, 1996.
- [84] TEGMARK, M.; OLIVEIRA-COSTA, A. de; HAMILTON, A. A high resolution foreground cleaned CMB map from WMAP. *Phys.Rev.*, D68, p. 123523, 2003.
- [85] LAND, K.; MAGUEIJO, J. The Axis of evil. *Phys.Rev.Lett.*, v. 95, p. 071301, 2005.
- [86] FROMMERT, M.; ENSSLIN, T. A. The axis of evil - a polarization perspective. 2010 [arXiv:0908.0453v2].
- [87] BIELEWICZ, P.; GORSKI, K.; BANDAY, A. Low order multipole maps of CMB anisotropy derived from WMAP. *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*, v. 355, p. 1283, 2004.
- [88] BERNUI, A.; OLIVEIRA, A.; PEREIRA, T. North-South non-Gaussian asymmetry in PLANCK CMB maps. *JCAP*, v. 1410, n. 10, p. 041, 2014.
- [89] KOROTKII, V.; OBUKHOV, Y. Kinematic analysis of cosmological models with rotation. *Sov.Phys.JTEP*, v. 1410, n. 72(1), p. 11–15, 1991.

- [90] MISNER, C.; THORN, K.; WHEELER, J. *Gravitation*. San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1970.
- [91] CHANDRASEKHAR, S.; WRIGHT, J. P. The Geodesics in Gödel's Universe. *Proceedings of the National Academy of Science*, v. 47, p. 341–347, 1961.
- [92] MAITRA, S. C. Stationary dust-filled cosmological solution with $\Lambda = 0$ and without closed timelike lines. *J. Math. Phys.*, v. 7, p. 1025–1030, 1966.
- [93] GLEISER, R. J. et al. Closed timelike curves and geodesics of Gödel-type metrics. *Class.Quant.Grav.*, v. 23, p. 2653–2664, 2006.
- [94] HARVEY, A.; SCHUCKING, E. L.; SUROWITZ, E. J. Redshifts and Killing vectors. *Am.J.Phys.*, v. 74, p. 1017–1024, 2006.
- [95] ELLIS, G. Republication of: Relativistic cosmology. *General Relativity and Gravitation*, Springer US, v. 41, n. 3, p. 581–660, 2009. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s10714-009-0760-7>>.
- [96] HOGG, D. W. Distance measures in cosmology. 1999. Disponível em: <<http://arxiv.org/pdf/astro-ph/9905116v4.pdf>>.
- [97] ELLIS, G. F. R. On the definition of distance in general relativity: I. M. H. Etherington (Philosophical Magazine ser. 7, vol. 15, 761 (1933)). *General Relativity and Gravitation*, v. 39, p. 1047–1052, 2007.
- [98] ANDRAE, R. Error estimation in astronomy: A guide. *ArXiv e-prints*, 2010.
- [99] PRESS, W. H. et al. *Numerical Recipes in FORTRAN: The Art of Scientific Computing*. second edition. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- [100] TAYLOR, J. *An Introduction to Error Analysis: The Study of Uncertainties in Physical Measurements*. second edition. Sausalito: University Science Books, 1997.
- [101] GREGORY, P. *Bayesian Logical Data Analysis for the Physical Sciences: A Comparative Approach with Mathematica Support*. Cambridge: Cambridge University Press, 2010.
- [102] FILHO, K. O.; SARAIVA, M. F. *Astronomia e Astrofísica*. 3ª edição. [S.l.]: Livraria da Física, 2014.

- [103] PATHRIA, R. K.; BEALE, P. D. *Statistical Mechanics*. 3^a edição. [S.l.]: Elsevir Ltd., 2011.
- [104] WANG, X. et al. The Last stand before MAP: Cosmological parameters from lensing, CMB and galaxy clustering. *Phys.Rev.*, D68, p. 123001, 2003.
- [105] HINSHAW, G. et al. Three-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: temperature analysis. *Astrophys.J.Suppl.*, v. 170, p. 288, 2007.
- [106] ELGARØY, O.; MULTAMÄKI, T. On using the cosmic microwave background shift parameter in tests of models of dark energy. *Astronomy and Astrophysics*, v. 471, p. 65–70, 2007.
- [107] KOMATSU, E. et al. Five-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: Cosmological interpretation. *Astrophys. J. Suppl.*, v. 180, p. 330–376, 2009.
- [108] SCHMIDT, M. 3C 273 : A Star-Like Object with Large Red-Shift. *Nature*, v. 197, p. 1040, 1963.
- [109] MORTLOCK, D. J. et al. A luminous quasar at a redshift of $z=7.085$. *Nature*, v. 474, n. 7353, p. 616–619, 2011.
- [110] HUTSEMÉKERS, D. et al. Alignment of quasar polarizations with large-scale structures. *Astron. Astrophys.*, v. 572, p. A18, 2014.
- [111] MARDIA, K. V.; JUPP, P. E. *Directional Statistics: Wiley series in probability and statistics*. [S.l.]: John Wiley ans Sons Ltd., 2000.
- [112] GELMAN, A. P value and statistical practice. *Epidemiology*, v. 24, n. 1, p. 69–72, 2013.
- [113] FERREIRA, I. S. *Polarização da Radiação Galática em 5 GHz: Instrumentação, Medidas e Mapas*. Tese (Doutorado) — Instituto de Pesquisas Espaciais-INPE, 2008. Disponível em: <<http://mtc-m17.sid.inpe.br/col/sid.inpe.br/mtc-m17@80/2008/02.29.19.28/doc/publicacao.pdf>>
- [114] RYBICKI, G. B.; LIGHTMAN, A. P. *Radiative Processes in Astrophysics*. Weinheim: WILEY-VCH, 2004.

-
- [115] BIETENHOLZ, M.; KRONBERG, P. Is there really evidence for universal rotation? *Astrophys. J.*, v. 287, p. L1–L2, 1984.
- [116] BIETENHOLZ, M. Determining dependence between directional quantities and position on a sphere. *Astron. J.*, v. 91, n. 5, p. 1249–1252, 1986.
- [117] LI, L.-X. Effect of the Global Rotation of the Universe on the Formation of Galaxies. *General Relativity and Gravitation*, v. 30, p. 497–507, 1998.
- [118] PATUREL, G. et al. HYPERLEDA. I. Identification and designation of galaxies. *Astronomy and Astrophysics*, v. 412, p. 45–55, 2003.
- [119] BINNEY, J.; MERRIFIELD, M. *Galactic Astronomy*. New Jersey: Princeton University Press, 1998.
- [120] LAPAINE, M. Mollweide Map Projection. *Scientific and Professional Journal of the Croatian Society for Geometry and Graphics*, v. 15, 2011.
- [121] GOTT, J. R. et al. A map of the universe. *The Astrophysical Journal*, v. 624, p. 463–484, 2005.
- [122] KUHN, T. *A Estrutura das Revoluções Científicas*. 5^a. São Paulo: Perspectiva, 1998.