



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
Programa de Pós-graduação em Física

A interação do bottomonium Υ com um meio hadrônico

Hildeson Paulo Lessa Vieira

Salvador
2019



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
INSTITUTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA



A interação do bottomonium Υ com um meio hadrônico

Hildeson Paulo Lessa Vieira

Orientador: Prof. Dr. Luciano Melo Abreu

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da UFBA (área de concentração: Teoria Quântica dos Campos) como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Salvador, BA, dezembro de 2019

Agradecimentos

Ao professor Dr. Luciano Melo Abreu pelos conhecimentos transmitidos e pelo contínuo apoio e incentivo

Ao colaborador Erich Cavalcanti por todo o trabalho realizado em conjunto e por todas as dúvidas respondidas.

Aos colegas do grupo teórico do Instituto de Física da UFBA: Francisco Miguel e Aline por colaborarem pela existência de um agradável e produtivo ambiente de trabalho.

Aos meus pais e meus irmãos, em especial, meu saudoso irmão Warley (*in memoriam*), por tornarem tudo isso possível e por sua constante presença e apoio às minhas ambições. Acima de tudo, agradeço pelo amor e ensinamento que me foram dados.

À minha fiel companheira de batalha, Bianca, por estar ao meu lado e compartilhar várias noites em claro nos momentos de desenvolvimento do trabalho.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

Resumo

Os mésons pesados desempenham um papel importante na compreensão da matéria fortemente interagente. Espera-se que os quarkonia (como os charmonia e bottomonia) que sobreviveram à fase plasma de quarks e glúons sofram colisões com outras partículas que compõem a matéria hadrônica. Neste trabalho, apresentamos um estudo sobre as interações do méson Υ com um meio hadrônico. As interações méson-méson são descritas por uma lagrangiana efetiva que se baseia numa teoria de perturbação quiral estendida para a simetria $SU(4)$, que permitem obter as amplitudes de canais acopladas unitarizadas projetadas em onda-s. A simetria é explicitamente quebrada para $SU(3)$ por supressão das interações conduzidas por mésons constituído por quark b . Calculamos as seções de choque para espalhamento por mésons pseudo-escalares e vetoriais, bem como seus processos inversos. Mantendo a validade desta abordagem atual na faixa de baixa energia CM , os canais mais relevantes são avaliados.

Palavras-chave: Interações mésons-mésons, teoria de perturbação quiral, mésons constituídos por quark b .

Abstract

Heavy mesons play an important role to understand the properties of strongly interacting matter. Quarkonia that survived after the quark-gluon plasma phase are expected to collide with other particles that constitute hadronic matter. In this work, we present a study on the interactions of the Υ meson with a hadronic medium. The meson-meson interactions are described by an effective Lagrangian that is based on $SU(4)$ symmetry, within the framework of unitarized coupled channels projected onto s-waves. The symmetry is explicitly broken to $SU(3)$ by suppression of the interactions driven by bottomed mesons. We calculate the cross sections for Υ scattering by light pseudoscalar and vector mesons, as well as their inverse processes. The most relevant channels are evaluated and a comparison of the findings with existing literature is performed.

Keywords: Meson-meson interactions, chiral perturbation theory, quark b mesons.

Sumário

Sumário	i
Lista de Figuras	iii
Lista de Tabelas	v
1 Introdução	1
2 O Modelo Padrão da física de partículas	3
2.1 As partículas elementares e suas interações	3
2.1.1 Os quarks	5
2.1.2 Os léptons	7
2.1.3 Os mediadores das interações e o Bóson de Higgs	8
2.2 Os Hádrons	9
3 Teorias de campos efetivas	15
3.1 A Cromodinâmica Quântica em Baixas Energias	16
3.2 Simetria Quiral	17
3.3 Lagrangiana Efetiva Quiral	21
4 Método de unitarização para a interação do bottomonium	27
4.1 Lagrangiana Efetiva	28
4.2 Amplitudes em canais acoplados	31
4.2.1 Projetores de Spin	35
4.3 Amplitudes unitarizadas projetadas na onda-s	37
4.4 Seção de Choque para amplitudes em canais acoplados unitarizados . . .	39
4.5 Resultados	40
5 Conclusão	49
Referências bibliográficas	51

A	Geradores do $SU(4)$	57
B	Cálculo de G_{PP}, G_{PV} e G_{VV}	61
B.1	Caso G_{PP}	61
B.2	Caso G_{PV}	65
B.3	Caso G_{VV}	67
C	Coeficientes ζ_{ij}, ξ_{ij} e χ_{ij}	69
C.1	$VV \rightarrow VV$ e $VV \rightarrow PP$	69
C.2	$VP \rightarrow VP$ ($S = 1$)	71
D	Seção de choque	73

Lista de Figuras

2.1	Interação das partículas elementares no modelo padrão	4
2.2	Modelo Padrão da física de partículas	4
4.1	Diagramas de Feynman representando a equação de Bethe-Salpeter para as amplitudes de espalhamento. Cada loop (bolha) indica uma integral G de loop de dois mésons.	39
4.2	Seção de choque para o espalhamento $\Upsilon\pi$ nos estados finais permitidos como uma função da energia $CM\sqrt{s}$: Uso de amplitude em nível de árvore.	42
4.3	Seção de choque para o espalhamento $\Upsilon\pi$ nos estados finais permitidos como uma função da energia $CM\sqrt{s}$: Uso de amplitudes em canais acoplados unitarizados.	43
4.4	Seção de choque para o espalhamento ΥK nos estados finais permitidos como uma função da energia $CM\sqrt{s}$: Uso de amplitudes unitarizados.	43
4.5	Seção de choque para o espalhamento $\Upsilon\eta$ nos estados finais permitidos como uma função da energia $CM\sqrt{s}$: Uso de amplitudes unitarizados.	44
4.6	Seção de choque para o espalhamento $\Upsilon\rho$ nos estados finais permitidos como uma função da energia $CM\sqrt{s}$: Uso de amplitudes unitarizados.	44
4.7	Seção de choque para o espalhamento ΥK^* nos estados finais permitidos como uma função da energia $CM\sqrt{s}$: Uso de amplitudes unitarizados.	45
4.8	Seção de choque para o espalhamento $\Upsilon\omega$ nos estados finais permitidos como uma função da energia $CM\sqrt{s}$: Uso de amplitudes unitarizados.	45
4.9	Seções de choque em função da energia do centro de massa \sqrt{s} para espalhamentos ΥX em todos os estados finais permitidos, onde X denotam os mésons $\pi, K, \eta, \rho, K^*, \omega$	46
4.10	Seções de choque em função da energia do centro de massa \sqrt{s} para espalhamento ΥX em todos os estados iniciais permitidos, onde X denotam os mésons $\pi, K, \eta, \rho, K^*, \omega$ (reações inversas da Figura (4.9)).	46

Lista de Tabelas

2.1	Números Quânticos dos Quarks.	7
2.2	Algumas propriedades dos mésons pseudoescalares.	11
2.3	Algumas propriedades dos mésons vetoriais.	12
2.4	Família de bottomonium	13
4.1	Valores dos coeficientes χ para cada reação.	40
4.2	Conteúdo do canal em cada setor. É mostrado apenas canais relevantes para processos de onda S.	41
A.1	Constante de estrutura f_{abc} para $SU(4)$	59

Capítulo 1

Introdução

Experimentos recentes de colisão de íons pesados (LHC, FAIR ou NICA [1, 2]) geraram uma era próspera na física de partículas e nuclear. Medições que pareciam difíceis de serem realizadas duas ou três décadas atrás agora podem ser feitas com precisão sem precedentes. Entre eles, provou-se que aqueles relacionados a hádrons pesados desempenham um papel essencial. Esses estados são de particular interesse, pois carregam quarks pesados produzidos por glúons nos estágios iniciais das colisões. Percebendo que o meio hadrônico não é quente o suficiente para excitar os pares de quarks pesados, os hádrons pesados são objetos relevantes para entender a evolução da matéria partônica, em contraste com os hádrons leves, que podem ser produzidos no meio térmico em estágios posteriores.

Assim sendo, os hádrons pesados demonstram ter um papel pertinente para analisar as propriedades da fase de plasma de quarks e glúons (QGP) produzida na colisão. Durante a fase QGP sugeriu-se a supressão da multiplicidade dos quarkonia ¹ devido ao mecanismo de blindagem da interação $c\bar{c}$ [3]. Vários trabalhos na literatura evidenciaram a supressão de quarkonium nos experimentos [4–6] De fato, experimentos de alta energia realizados no LHC, envolvendo a produção desse estado, confirmaram o quanto a QGP é complexa e rica em informações [7].

Outros mecanismos também foram propostos para explicar a diminuição da multiplicidade de quarkonia. Um delas se baseia no fato de que os quarkonia que sobreviveram à QGP, tendem a interagir com outras partículas que também foram geradas no meio. Sendo assim, as interações inelásticas dos quarkonia com o meio hadrônico circundante

¹Estado ligado de um quark pesado Q e o seu respectivo anti-quark pesado \bar{Q} , no caso, $c\bar{c}$ para o charmonium e $b\bar{b}$ para o bottomonium, sendo J/ψ e Υ seus estados fundamentais, respectivamente.

formado, gerado após o resfriamento da QGP, pode ter significância na análise da abundância dos quarkonia [8–11].

Nesse sentido, uma grande quantidade de esforço foi dedicada para estimar as interações de charmonia com hádrons leves (envolvendo principalmente mésons π e ρ) usando diferentes abordagens [10–13]. A maioria dessas análises explora as reações $J/\psi\pi$ com resultados razoáveis e pode ser classificada do seguinte modo: interações baseadas em lagrangianas efetivas [10, 11] e estrutura de modelo de quarks constituinte [12, 13].

Em contraposto ao charmonium J/ψ , interações envolvendo o bottomonium Υ com um meio hadrônico, é um tema pouco explorado na literatura. Dessa forma acreditamos que ainda há espaço suficiente para outras contribuições sobre esse assunto. Dentre os trabalhos que abrangem os bottomonia, a maioria utiliza uma abordagem de lagrangiana quiral com simetria $SU(4)$, porém para a obtenção das seções de choque, fazem uso de fatores de forma que são dependentes dos valores de corte [14].

Nesta dissertação, contribuiremos em cálculos sobre as interações de Υ com um meio hadrônico circundante. Consideramos o meio composto pelos mésons pseudoscalares e os vetoriais mais leves, com o objetivo de calcular as seções de choque para o espalhamento de ΥX e seus processos inversos, em que X representa os mesons pseudoscalares (π , K e η) e mésons vetoriais (ρ , K^* e ω), a partir da abordagem de amplitudes de canal acoplado unitarizadas projetadas em onda-s [10, 15–18], analisando a magnitude das seções de choque unitarizadas dos diferentes canais.

Este trabalho está estruturado da seguinte maneira: No capítulo 2, faremos um breve resumo sobre o Modelo Padrão da física de partículas. No capítulo 3 apresentaremos a Teoria de Campos Efetivas, a fim de descrever a lagrangiana efetiva em teoria de perturbação quiral, com a simetria apropriada. No capítulo 4 discutiremos o formalismo para o método de unitarização juntamente com os resultados, apresentados na seção 4.5 para a interação do bottomonium Υ com o meio hadrônico. Resumimos as conclusões e perspectivas futuras no capítulo 5. Algumas tabelas e cálculos relevantes são apresentados nos Apêndices A, B, C e D.

Capítulo 2

O Modelo Padrão da física de partículas

O Modelo Padrão da física de partículas, foi construído a partir de um conjunto de ideias teóricas no intuito de explicar como os blocos básicos da matéria interagem com a presença das forças fundamentais conhecidas até o momento, não incluindo a interação gravitacional. O modelo busca descrever os constituintes fundamentais da natureza, incluindo as partículas elementares e suas interações, que são descritas pela troca de bósons mediadores das interações, comprovando os dados experimentais atuais [19].

Neste capítulo discutiremos sobre as partículas elementares (quarks e léptons) juntamente com seus mediadores das interações na seção 2.1 e, na seção 2.2 iremos apresentar uma estrutura constituída por quarks, no caso, os hádrons, com foco em bottomonium que será o interesse principal desta dissertação.

2.1 As partículas elementares e suas interações

O Modelo Padrão da física de partículas é o principal modelo teórico capaz de descrever as leis da natureza abrangendo os constituintes fundamentais do universo, as partículas elementares, e suas interações, são elas: as interações forte, fraca e eletromagnética. A figura (2.1) demonstra as interações entre as partículas fundamentais no Modelo Padrão. Toda matéria é composta por espécies de partículas elementares; os férmions, compostos por seis léptons e seis quarks; os bósons, que são chamadas de partículas mediadoras. Estas partículas interagem entre si através das quatro interações fundamentais da natureza, onde, cada interação é dada por uma teoria física e mediada pela troca de partículas mediadoras, e para cada tipo de quark e lépton existem suas respectivas antipartículas [20–22].

Este esquema pode ser visto na Figura (2.2)

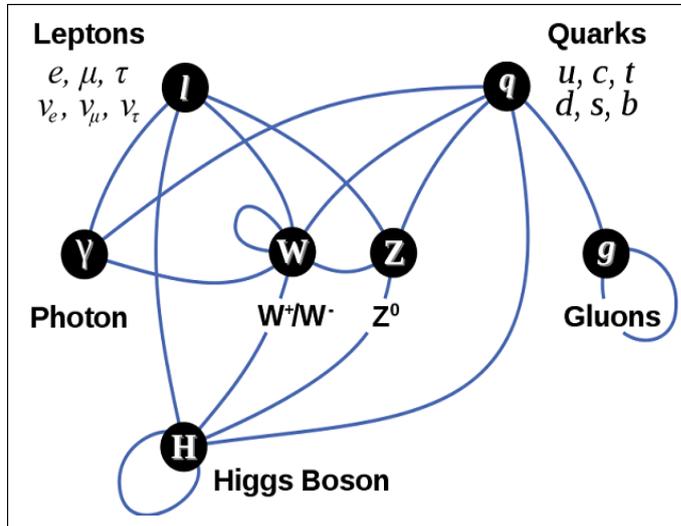


Figura 2.1: Interação das partículas elementares no modelo padrão

Fonte: [23]

QUARKS	UP mass 2,3 MeV/c ² charge 2/3 spin 1/2 u	CHARM 1,275 GeV/c ² 2/3 1/2 c	TOP 173,07 GeV/c ² 2/3 1/2 t	GLÚON 0 0 1 g	BÓSON DE HIGGS 126 GeV/c ² 0 0 H
	DOWN 4,8 MeV/c ² -1/3 1/2 d	STRANGE 95 MeV/c ² -1/3 1/2 s	BOTTOM 4,18 GeV/c ² -1/3 1/2 b	FÓTON 0 0 1 γ	
	ELÉTRON 0,511 MeV/c ² -1 1/2 e	MUON 105,7 MeV/c ² -1 1/2 μ	TAU 1,777 GeV/c ² -1 1/2 τ	Z BOSON 91,2 GeV/c ² 0 1 Z	
	ELÉTRON NEUTRINO <2,2 eV/c ² 0 1/2 ν_e	MUON NEUTRINO <0,17 MeV/c ² 0 1/2 ν_μ	TAU NEUTRINO <15,5 MeV/c ² 0 1/2 ν_τ	W BOSON 80,4 GeV/c ² ±1 1 W	
	LEPTONS				

Figura 2.2: Modelo Padrão da física de partículas

Fonte: [24]

2.1.1 Os quarks

Os números quânticos capazes de distinguir os tipos de quarks conhecidos são chamados *números quânticos de sabor*, sendo eles: *up* (u), *down* (d), *strange* (s), *charm* (c), *bottom* (b) e *top* (t), classificados do mais leve ao mais pesado, respectivamente. Estas partículas possuem suas respectivas antipartículas definidas por \bar{u} , \bar{d} , \bar{s} , \bar{c} , \bar{b} e \bar{t} .

Considerando os quarks e antiquarks em um sistema físico é possível definir os números quânticos N_u , N_d , S (estranheza), B (beleza), C (charme) e T (top), associados aos seis sabores de quarks, onde denotamos que q e \bar{q} refere-se aos quarks e antiquarks leves (u , \bar{u} , d , \bar{d} , s e \bar{s}); Q e \bar{Q} refere-se aos quarks e antiquarks pesados (b , \bar{b} , c , \bar{c} , t e \bar{t}); e, $N(q)$ e $N(\bar{q})$ é referente aos números de quarks e antiquarks. Sendo assim, temos,

$$N_u = N(u) - N(\bar{u}); \quad (2.1)$$

$$N_d = N(d) - N(\bar{d}); \quad (2.2)$$

$$S \equiv -N_s \equiv -[N(s) - N(\bar{s})]; \quad (2.3)$$

$$B \equiv -N_b \equiv -[N(b) - N(\bar{b})]; \quad (2.4)$$

$$C \equiv N_c \equiv [N(c) - N(\bar{c})]; \quad (2.5)$$

$$T \equiv N_t \equiv [N(t) - N(\bar{t})]. \quad (2.6)$$

As cargas elétricas dos quarks podem ser definidas a partir dos sabores obtidos pelas

Equações (2.1) a (2.5), então,

$$\begin{aligned} Q_{el} &= \frac{2}{3}[N_u + N_c + N_t] - \frac{1}{3}[N_d + N_s + N_b] \\ &= \frac{2}{3}[N_u + C + T] - \frac{1}{3}[N_d - S - B]. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Os números quânticos internos, assim chamados por não estarem associados com movimento ou com as propriedades espaciais das funções de estado, são conservados na interação forte e, seus valores correspondem as partículas dos quarks, assim como seus valores opostos correspondem aos valores das antipartículas.

Nos primórdios dos estudos da física notou-se que a força nuclear não depende da carga e, que prótons e nêutrons são similares, nas circunstâncias dadas pela interação nuclear forte, seus potenciais de interação são aproximadamente os mesmos ¹, portanto, atualmente consideramos que prótons e nêutrons são estados de uma entidade comum, denominada núcleon, definido por uma simetria chamada isospin forte I . Tal simetria pode ser aplicada aos quarks, que compõem os prótons e nêutrons, u e d . Logo, podemos definir I por:

$$I \equiv (I_3)_{max}, \quad (2.8)$$

onde I_3 , a terceira componente do isospin é dada por:

$$I_3 = \frac{1}{2}[N_u - N_d], \quad (2.9)$$

N_u e N_d foram definidos pelas Equações (2.1) e (2.2) respectivamente.

Os quarks podem ser divididos em três famílias denotadas por (u, d) , (c, s) , (t, b) ,

¹Considerando na idealidade, desconsiderando a carga do próton, Heisenberg [25] notou que não é possível distinguir prótons e nêutrons do ponto de vista da interação forte

onde os quarks u , c e t possuem carga $+\frac{2}{3}$ e os quarks d , s e b possuem carga $-\frac{1}{3}$, seus respectivos antiquarks possuem carga de mesmo valor, porém de sinais opostos.

Por fim, podemos definir todas as informações referentes aos quarks na tabela 2.1.

Tabela 2.1: Números Quânticos dos Quarks.

Nome	Símbolo	Massa	Q	I	B	S	C	\tilde{B}	T
Down	d	$m_d \approx 4,8 \text{ MeV}$	-1/3	1/2	1/3	0	0	0	0
Up	u	$m_u \approx 2,4 \text{ MeV}$	+2/3	1/2	1/3	0	0	0	0
Strange	s	$m_s \approx 104 \text{ GeV}$	-1/3	0	1/3	-1	0	0	0
Charmed	c	$m_c \approx 1,27 \text{ MeV}$	+2/3	0	1/3	0	1	0	0
Bottom	b	$m_b \approx 4,2 \text{ GeV}$	-1/3	0	1/3	0	0	-1	0
Top	t	$m_t \approx 172 \text{ GeV}$	+2/3	0	1/3	0	0	0	1

Fonte: [22]

2.1.2 Os léptons

Os léptons são divididos em três famílias (gerações), são eles: a primeira geração é representada pelo elétron, e^- , e seu neutrino ν_e ; o múon, μ^- , e seu neutrino ν_μ representam a segunda geração, por fim, a terceira geração é dada pelo tau, τ , e seu neutrino ν_τ . O elétron, o múon e o tau possuem carga -1 , seus respectivos neutrinos possuem carga nula, além disso, cada família de lépton possuem suas respectivas antipartículas, o anti-elétron (pósitron), e^+ ; o antimúon, μ^+ ; e o antitau, τ^+ , com carga elétrica $+1$, suas respectivas antipartículas, $\bar{\nu}_e$; $\bar{\nu}_\mu$ e; $\bar{\nu}_\tau$, possuem carga nula.

Os léptons carregados interagem através da força eletromagnética e força fraca, os léptons neutros são observados por interação fraca, tornando sua detecção com nível de dificuldade elevado. Estes léptons podem ser classificados com base em suas cargas elétricas, Q_{el} , e seus números quânticos, conhecidos por números leptônicos, são eles, o número eletrônico, L_e ; o número muônico, L_μ ; e o número tauônico, L_τ . O número eletrônico é definido, para qualquer estado, por

$$L_e \equiv [N(e^-) - N(e^+)] + [N(\nu_e) - N(\bar{\nu}_e)], \quad (2.10)$$

onde $N(e^-)$, $N(e^+)$, $N(\nu_e)$, $N(\bar{\nu}_e)$ são, respectivamente, o número de elétrons, o número de pósitrons, o número de neutrinos do elétron e o número de antineutrinos do elétron. Para estados de uma única partícula temos, $L_e = 1$ para $N(e^-)$ e $N(\nu_e)$; $L_e = -1$ para $N(e^+)$ e $N(\bar{\nu}_e)$ e, $L_e = 0$ para todas as outras partículas.

Para definir o número muônico e tauônico, temos,

$$L_\mu \equiv [N(\mu^-) - N(\mu^+)] + [N(\nu_\mu) - N(\bar{\nu}_\mu)], \quad (2.11)$$

e

$$L_\tau \equiv [N(\tau^-) - N(\tau^+)] + [N(\nu_\tau) - N(\bar{\nu}_\tau)]. \quad (2.12)$$

Tratando-se quarks e léptons sabe-se que cada nova geração tende a ser mais pesada que as anteriores, assim, toda matéria visível no planeta é constituída a partir da primeira geração, partículas estáveis, de partículas de matéria (quarks *up*, quarks *down* e elétrons), pois todas as partículas de segunda e terceira gerações são instáveis e acabam por decair tornando-se partículas de primeira geração.

2.1.3 Os mediadores das interações e o Bóson de Higgs

As interações fundamentais são mediadas pelos bósons, que são: os fótons, γ (para a força eletromagnética), onde este não contém massa e possui spin 1; W^\pm e Z (para as interações fracas), partículas massivas de spin 1; os glúons, g (para as interações fortes), onde este também não possui massa e possui spin 1; e, os grávitons, G (para a interação gravitacional), que ainda são hipotéticos mas teriam spin 2. Estes quatro grupos constituem os bósons de calibre. Além destes, existe ainda o bóson de Higgs (H^0), um bóson

escalar de spin 0 responsável por atribuir massa às demais partículas do modelo.

Para cada interação fundamental existe um tipo de carga. A carga da interação forte (escala subatômica), conhecida por carga de cor, existe em três tipos: vermelha, verde e azul. Os quarks são os únicos férmions a participarem da interação forte pois carregam carga de cor. Os férmions, possuem isospin fraco e interagem por força nuclear fraca (escala subatômica). O elétron, o múon, o tau e os quarks possuem carga elétrica e interagem eletromagneticamente (longo alcance) entre si. Os neutrinos não carga de cor ou elétrica, logo, interagem via força nuclear fraca.

Os Hádrons, estados ligados de quarks, interagem por força nuclear forte que podem ser classificados em mésons (estados ligados de um par quark-antiquark) e bárions (estados ligados de três quarks ou três antiquarks) e, são chamadas partículas "sem cor" ou de cor branca. Na próxima seção iremos tratar mais a fundo sobre a estrutura hadrônica.

2.2 Os Hádrons

Os hádrons, interpretados inicialmente por Gell-Mann e Zweig, por volta dos anos 60, foram classificados por um número menor de partículas constituintes, denominadas quarks. Dentro desta estrutura foram definidos os bárions, estados ligados de três quarks, que são partículas de spin semi inteiro ($1/2$ ou $3/2$); os antibárions, suas antipartículas; e os mésons formados por um par quark-antiquark. Os quarks se combinam formando os hádrons, partículas sem cor (cor branca) e de carga elétrica nula.

Tratando-se dos mésons $q\bar{q}$, como dito anteriormente, suas antipartículas, no caso, os antiquarks, possuem cores correspondentes às suas partículas, os quarks. No caso dos bárions, os três quarks possuem cores diferentes, com isso eles possuem funções de estado antissimétrica no espaço das cores. Nas duas situações o resultado é um objeto incolor, ou seja, de cor global neutra.

Os hádrons mais bem estabelecidos no Modelo Padrão são os bárions e mésons. O próton p e o nêutron n são bárions constituídos por quarks uud e udd , assim como suas respectivas anti partículas, o antipróton, \bar{p} , e o antinêutron, \bar{n} , que são compostos pelos antiquarks $\bar{u}\bar{u}\bar{d}$ e $\bar{u}\bar{d}\bar{d}$, respectivamente. Quanto aos píons π^+ e π^- são mésons compostos pelos pares de quark-antiquark $u\bar{d}$ e $\bar{u}d$, respectivamente.

Os mésons K, ou mésons estranhos, são constituídos por um quark s e um antiquark ou, um antiquark \bar{s} e um quark mais leve; os mésons D, conhecidos por mésons charmosos, são constituídos por um quark c e um antiquark, ou um antiquark \bar{c} e um quark leve. Por fim, os mésons B, mésons bottom, contém um quark b e um antiquark ou um antiquark \bar{b} e um quark leve.

Os mésons podem ser rotulados pelos seus número quânticos, que são definidos por $I^G(J^{PC})$, onde I é a projeção do isospin; J é o momento angular total ($J = L + S$); P é a P-paridade ($P = (-1)^{L+1}$); C é a conjugação de carga ($C = (-1)^{L+S}$); e G é a G-paridade ($G = (-1)^{L+S+I}$). De forma mais clara, temos nas Tabelas (2.2) e (2.3) alguns mésons convencionais com o conteúdo de seus quarks de valência, suas massas aproximadas e os números quânticos J, P e C.

Tabela 2.2: Algumas propriedades dos mésons pseudoescalares.

Nome da partícula	Símbolo	Conteúdo quarkiônico	Massa de repouso (MeV)	I^G	J^{PC}
Píon	π^+	$u\bar{d}$	139.571	1^-	0^-
	π^-	$d\bar{u}$	139.571	1^-	0^-
	π^0	$u\bar{u}$ ou $d\bar{d}$	134.977	1^-	0^{-+}
Káon	K^+	$u\bar{s}$	493.677	$1/2$	0^-
	K^-	$s\bar{u}$	493.677	$1/2$	0^-
	K^0	$d\bar{s}$	497.611	$1/2$	0^-
Méson D	D^+	$c\bar{d}$	1869.65	$1/2$	0^-
	D^-	$d\bar{c}$	1869.65	$1/2$	0^-
	D^0	$c\bar{u}$	1864.83	$1/2$	0^-
Méson D estranho	D_s^+	$c\bar{s}$	1968.34	0	0^-
	D_s^-	$s\bar{c}$	1968.34	0	0^-
Méson eta-c	η_c	$c\bar{c}$	2983.9	0^+	0^{-+}
Méson B	B^+	$u\bar{b}$	5279.32	$1/2$	0^-
	B^-	$b\bar{u}$	5279.32	$1/2$	0^-
	B^0	$d\bar{b}$	5279.63	$1/2$	0^-
Méson B estranho	B_s^0	$s\bar{b}$	5366.89	0	0^-
Méson B charmoso	B_c^+	$c\bar{b}$	6274.9	0	0^-
	B_c^-	$b\bar{c}$	6274.9	0	0^-
Méson eta-b	η_b	$b\bar{b}$	9399.0	0^+	0^{-+}

Fonte: [26]

Tabela 2.3: Algumas propriedades dos mésons vetoriais.

Nome da partícula	Símbolo	Conteúdo quarkiônico	Massa de repouso (MeV)	I^G	J^{PC}
Méson rho carregado	ρ^+	$u\bar{d}$	775.26	1^+	1^{--}
	ρ^-	$d\bar{u}$	775.26	1^+	1^{--}
Méson rho neutro	ρ^0	$u\bar{u}$ ou $d\bar{d}$	775.49 [†]	1^+	1^{--}
Méson ômega	ω	$u\bar{u}$ ou $d\bar{d}$	782.65	0^-	1^{--}
Káon	K^{*+}	$u\bar{s}$	891.76	$1/2$	1^-
	K^{*-}	$s\bar{u}$	891.76	$1/2$	1^-
	K^{*0}	$s\bar{u}$	895.55	$1/2$	1^-
Méson phi	ϕ	$s\bar{s}$	1019.461	0^-	1^{--}
Méson D	D^{*+}	$c\bar{d}$	2010.26	$1/2$	1^-
	D^{*-}	$d\bar{c}$	2010.26	$1/2$	1^-
	D^{*0}	$c\bar{u}$	2006.85	$1/2$	1^-
Méson D estranho	D_s^{*+}	$c\bar{s}$	2112.2	0	1^-
	D_s^{*-}	$s\bar{c}$	2112.2	0	1^-
J/Psi	J/ψ	$c\bar{c}$	3096.900	0^-	1^{--}
Méson B	B^{*+}	$u\bar{b}$	5324.65	$1/2$	1^-
	B^{*-}	$b\bar{u}$	5324.65	$1/2$	1^-
	B^{*0}	$d\bar{b}$	5325.2 ^{††}	$1/2$	1^-
Méson B estranho	B_s^{*0}	$s\bar{b}$	5415.4	0	1^-
Méson B charmoso	B_c^{*+}	$c\bar{b}$	–	0	1^-
	B_c^{*-}	$b\bar{c}$	–	0	1^-
Méson upsilon	Υ	$b\bar{b}$	9460.30	0^-	1^{--}

Fonte: [26], † [27], †† [28]

Como mostrado na tabela 2.1, os quarks podem ser agrupados em quarks leves (u , d e s) e os quarks pesados (c , t e b), no qual um estado mesônico é constituído por um quark pesado e seu correspondente antiquark pesado denominado de quarkonium, que por sua vez pode ser dividido em charmonium e bottomonium. O "toponium" é um estado impossível de ocorrer pois não sofre hadronização, pois, o tempo de vida do quark top é inferior ao tempo necessário para que haja recombinação. Em nossos estudos, apenas o bottomonium é de interesse.

Dentre os mésons listados na tabela 2.3, um deles chama a atenção por ser constituído de um quark e seu correspondente antiquark de mesmo sabor, o Υ ($b\bar{b}$). O bottomonium é constituído por um estado ligado de um bottom e um anti bottom ($b\bar{b}$), cujo estado fundamental é o Υ . A primeira constatação do Υ se deu no ano de 1977 no ATLAS no LHC [29], o número de propriedades do bottomonium é bem descrito pelo modelo de quarks. Na tabela 2.4 estão apresentados alguns estados possíveis.

Tabela 2.4: Família de bottomonium

Méson	Quark Constituinte	Massa (MeV)	J^{PC}
$\Upsilon(1S)$	$\bar{b}b$	9460	1^{--}
$\Upsilon(2S)$	$\bar{b}b$	10023	1^{--}
$\Upsilon(3S)$	$\bar{b}b$	10355	1^{--}
$\Upsilon(4S)$	$\bar{b}b$	10579	1^{--}
$\Upsilon(5S)$	$\bar{b}b$	10876	1^{--}
$h_b(1P)$	$\bar{b}b$	9899	1^{+-}
$h_b(2P)$	$\bar{b}b$	10259	1^{+-}

Fonte: [20]

O objetivo desta dissertação é baseado na interação do estado fundamental do bottomonium, ou seja, o Υ com o meio hadrónico, para tal, iremos apresentar no próximo capítulo o substrato matemático necessário.

Capítulo 3

Teorias de campos efetivas

Uma teoria de campos efetiva se baseia numa aproximação de baixa energia de uma teoria mais fundamental, onde esta aproximação é válida para as energias consideradas pequenas quando comparadas com alguma escala. Normalmente a maioria dos sistemas possuem várias escalas características, mas podemos considerar uma escala de cada vez. Portanto, uma teoria de campos efetiva tem como princípio que não é preciso conhecer detalhes da teoria fundamental a energias elevadas se o objetivo é encontrar uma descrição útil da física no domínio de energia de interesse [30].

As teorias de campos efetivas devem acatar as simetrias da teoria fundamental e, simultaneamente, definir outras simetrias indispensáveis na construção da teoria física de interesse, na escala de energia do sistema físico investigado, sendo assim, dependendo da escala típica do sistema e das energias trocadas pelos graus de liberdades dinâmicos, simetrias indispensáveis, que não são simetrias da teoria fundamental, podem surgir. Neste trabalho, o interesse é voltado para a dinâmica dos mésons contendo quarks b e, além da simetria quiral, as simetrias de spin e de sabor dos quarks pesados devem ser incluídas a fim de construir uma teoria consistente com a física que queremos tratar [31, 32]

A fim de elaborar uma teoria de campo consistente no setor dos mésons pesados iremos explicar neste capítulo as ideias teóricas básicas para o estudo dos hádrons pesados, começando, na seção 3.1, discutindo a teoria cromodinâmica quântica (QCD - Quantum Chromo Dynamics) descrevendo a dinâmica dos quarks e glúons, constituintes fundamentais dos hádrons.

3.1 A Cromodinâmica Quântica em Baixas Energias

A teoria quântica de campos, denominada de cromodinâmica quântica (QCD) é tida como a teoria fundamental das interações fortes. Por conta da liberdade assintótica a teoria de perturbações pode ser aplicada a distâncias curtas e, suas presunções resultantes do uso da técnica de perturbação explicaram fenômenos com grandes transferências de momento [33]. Apesar disso, no domínio de baixas energias, ocorre o confinamento de cor dos graus de liberdade fundamentais da QCD, ou seja, o confinamento dos quarks e dos glúons, tornando difícil realizar uma análise completa da dinâmica da QCD em termos dos graus de liberdade fundamentais.

Devido à dificuldade, alternativas foram propostas para tentar analisar os estados assintóticos hadrônicos viabilizando o surgimento de possibilidades no cenário não perturbativo da teoria. Por exemplo, o método proposto por Shifman, Vainshtein e Zakharov que consiste no cálculo de funções de correlação de operadores locais onde cada operador é construído usando campos de quarks e/ou glúons, a fim de obter os mesmos números quânticos do hádron que representam. Este método é baseado no princípio de dualidade, que define que um hádron pode ser descrito de forma equivalente em termos de graus de liberdade da QCD ou em termos de graus de liberdade fenomenológicos, dependendo do caso [34]. O método da QCD na rede (LQCD - Lattice QCD), possui a ideia de formular a QCD em uma rede de pontos no espaço e no tempo, ou seja, quando o tamanho da rede é infinitamente grande e seus pontos infinitesimalmente próximos uns dos outros, recupera-se a QCD no espaço e tempo contínuos [30–34].

Outro método de presunção das propriedades dos hádrons é o questionamento através das teorias de campos efetivas, pois essas teorias devem respeitar as simetrias da teoria fundamental e determinar outras simetrias que sejam indispensáveis para construção da teoria física de interesse no limite de energia do sistema físico investigado [30, 35], que é a opção que iremos explorar neste trabalho.

Em caso de energias baixas, uma simplificação da dinâmica da interação forte é realizada, onde abaixo da região de ressonância ($E < 1$ GeV), o espectro hadrônico contém apenas um octeto de partículas pseudoscalares muito leves (π , η e K), cujas interações podem ser entendidas com considerações de simetria global. Com o uso de simetria global ocorreu o desenvolvimento de um poderoso arsenal teórico, a Teoria de Perturbação Quiral (ChPT - Chiral Perturbation Theory), proposta por Weinberg [36] e elaborada por

Gasser e Leutwyler [37], a fim de analisar as implicações em baixas energias das simetrias da QCD [21, 32, 33].

3.2 Simetria Quiral

Analisando as propriedades da QCD em baixas energias para os quarks leves e considerando o limite de massa nula (limite quiral) $m_l \rightarrow 0$ para os quarks u , d e s é possível reescrever a Lagrangiana da QCD como:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{QCD}^0 &= \sum_{c,c'=1}^3 \sum_{\alpha,\alpha'=1}^4 \sum_{l=u,d,s} \bar{q}_{\alpha,l,c} \gamma_{\alpha,\alpha'}^\mu D_\mu^{cc'} q_{\alpha',l,c'} - \frac{1}{4} G_{a\mu\nu} G_a^{\mu\nu} \\ &= \sum_{l=u,d,s} \bar{q}_l i \gamma^\mu D_\mu q_l - \frac{1}{4} G_{a\mu\nu} G_a^{\mu\nu}.\end{aligned}\quad (3.1)$$

onde, $G_{\mu\nu}$ é o quadrado do tensor de calibre não-abeliano, Com $P_R = \frac{1+\gamma_5}{2}$ e $P_L = \frac{1-\gamma_5}{2}$ sendo os os operadores de projeção *right* e *left*, respectivamente, obtemos os férmions quirais

$$q_{Rl} = P_R q_l, \quad q_{Ll} = P_L q_l. \quad (3.2)$$

Sendo assim, a lagrangiana no limite quiral é dada por

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{QCD}^0 &= \sum_{c,c'=1}^3 \sum_{\alpha,\alpha'=1}^4 \sum_{l=u,d,s} (i \bar{q}_{R,\alpha,l,c} \gamma_{\alpha,\alpha'}^\mu D_\mu^{cc'} q_{R,\alpha',l,c'} + i \bar{q}_{L,\alpha,l,c} \gamma_{\alpha,\alpha'}^\mu D_\mu^{cc'} q_{L,\alpha',l,c'}) \\ &\quad - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} \\ &= \sum_{l=u,d,s} (\bar{q}_{R,l} i \not{D} q_{R,l} + \bar{q}_{L,l} i \not{D} q_{L,l}) - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}.\end{aligned}\quad (3.3)$$

Sabe-se que \mathcal{L}_{QCD}^0 é invariante mediante as transformações de simetria quiral por conta da independência de sabor da derivada covariante. Logo, $G = SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R$ dos quarks *left* e *right* no espaço de sabores

$$\begin{aligned} q_L &\xrightarrow{G} g_L q_L = \exp\left(-i \sum_{a=1}^{N_f^2-1} \Theta_{La} \frac{\lambda_a}{2}\right) q_L \\ q_R &\xrightarrow{G} g_R q_R = \exp\left(-i \sum_{a=1}^{N_f^2-1} \Theta_{Ra} \frac{\lambda_a}{2}\right) q_R, \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde a letra q denota os quarks de sabores leves (u, des) e os seus espinores de Dirac respectivos e, $g_L \in SU(N_f)_L$ e $g_R \in SU(N_f)_R$. É possível observar que as matrizes de Gell-Mann, λ_a , atuam no espaço dos sabores.

A partir deste momento iremos nos referir á invariância de \mathcal{L}_{QCD}^0 em $SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R$, quando $N_f = 2$ ou 3 , como simetria quiral.

As correntes de Noether, considerando $N_f = 3$, associadas ao grupo quiral G são

$$J_{La}^\mu = \bar{q} L \gamma^\mu \frac{\lambda_a}{2} q_L, \quad J_{Ra}^\mu = \bar{q} R \gamma^\mu \frac{\lambda_a}{2} q_R \quad (a = 1, 2, \dots, 8). \quad (3.5)$$

As cargas de Noether correspondentes a essas correntes são

$$Q_{La} = \int d^3x J_{La}^0(x), \quad Q_{Ra} = \int d^3x J_{Ra}^0(x). \quad (3.6)$$

satisfazendo a seguinte relação de comutação

$$[Q_{Xa}, Q_{Yb}] = i\delta_{XY} f_{abc} Q_{Xc}, \quad (X, Y = L, R; \quad a, b, c = 1, 2, \dots, 8). \quad (3.7)$$

Sabe-se que a invariância da \mathcal{L}_{QCD}^0 em uma transformação de simetria global $G = SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R$ implica que o hamiltoniano da QCD no limite quiral, H_{QCD}^0 , exiba tal simetria global. Os operadores de carga de Noether são independentes do tempo, eles comutam com o hamiltoniano quiral, quando as correntes de simetria conservadas, então,

$$[Q_{Xa}, H_{QCD}^0] = 0, \quad (X = L, R). \quad (3.8)$$

Das considerações de simetria que envolvem o H_{QCD}^0 espera-se que os hádrons, construídos a partir das representações irredutíveis do grupo G , se organizassem de forma aproximada em multipletos degenerados, no entanto, a simetria quiral no setor de quarks leves (u, d, s) não é vista no espectro hadrônico, então, para resolver esta situação em vez das correntes quirais definidas na Equação 3.6, utilizaremos as correntes J_{Va}^μ e J_{Aa}^μ como combinações lineares das correntes quirais, assim,

$$\begin{aligned} J_{Va}^\mu &= J_{Ra}^\mu + J_{La}^\mu = \bar{q}\gamma^\mu \frac{\lambda_a}{2} q, \\ J_{Aa}^\mu &= J_{Ra}^\mu - J_{La}^\mu = \bar{q}\gamma^\mu \gamma_5 \frac{\lambda_a}{2} q. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Tais combinações se transformam como correntes vetoriais e axiais, sob a operação de paridade P , respectivamente,

$$\begin{aligned} P : J_{Va}^\mu(t, \vec{x}) &\rightarrow J_{\mu, Va}(t, -\vec{x}), \\ P : J_{Aa}^\mu(t, \vec{x}) &\rightarrow -J_{\mu, Aa}(t, -\vec{x}) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Sendo assim, embora bem classificados em representações de $SU(3)_V$, os hádrons não podem ser bem representados pelas representações de $SU(3)_A$ pois não existem multipletos degenerados com paridade oposta e, o octeto dos mésons pseudoescalares é muito mais leve do que todos os outros estados hadrônicos.

A fim de concordar com o fato experimental, o estado de vácuo da teoria não deve

ser simétrico sob o grupo quiral G . Portanto, a quebra espontânea de simetria $SU(3)_L \times SU(3)_R \rightarrow SU(3)_{V=L+R}$ e, de acordo com o teorema de Goldstone [46,50], um octeto de bósons pseudoscalares, sem massa, aparece na teoria, mais especificamente, considerando uma corrente de Noether, Q , e assumindo a existência de um operador, por exemplo O , tal que

$$\langle 0|[Q, O]|0\rangle \neq 0, \quad (3.11)$$

isto é possível apenas se $Q|0\rangle \neq 0$. O teorema de Goldstone então afirma que existe um estado sem massa, $|G\rangle$, tal que

$$\langle 0|J^0|G\rangle\langle G|O|0\rangle \neq 0. \quad (3.12)$$

Dada a existência de oito geradores axiais, responsáveis pela quebra espontânea da simetria quiral, $Q_{Aa} = Q_{Ra} - Q_{La}$, devem haver oito bósons de Goldstone pseudoscalares, $|G_a\rangle$, sendo possível identificar com oito estados hadrônicos mais leves (π^+ , π^- , π^0 , η , K^+ , K^- , K^0 e \bar{K}^0) pois suas pequenas massas geradas pela matriz de massa de quarks, que quebra explicitamente a simetria quiral da lagrangiana da QCD. Os operadores O_a correspondentes devem ser operadores pseudoscalares. As possibilidades mais simples são $O_a = \bar{q}\gamma_5\lambda_a q$, que atendem a

$$\langle 0|[Q_{Aa}, \bar{q}\gamma_5\lambda_b q]|0\rangle = -\frac{1}{2}\langle 0|\bar{q}\{\lambda_a, \lambda_b\}q|0\rangle = -\frac{2}{3}\delta_{ab}\langle 0|\bar{q}q|0\rangle. \quad (3.13)$$

Então, o condensado de quarks é dado por

$$\langle 0|\bar{u}u|0\rangle = \langle 0|\bar{d}d|0\rangle = \langle 0|\bar{s}s|0\rangle \neq 0, \quad (3.14)$$

podendo ser descrito como o parâmetro natural da quebra espontânea da simetria qui-

ral. Então, é possível notar que a simetria quiral é espontaneamente quebrada pelo valor esperado do operador bilinear para $F \neq 0$

$$\langle 0 | \bar{q}_{Ra} q_{Lb} | 0 \rangle = \delta_{ab} B F_0^2 \quad (3.15)$$

onde F_0 é a ordem dominante da constante de decaimento do pión, f_π , ou, simplesmente, f e os índices a e b são os índices dos sabores dos quarks leves u , d e s .

O resultado esperado, diferente de zero, do estado de vácuo do operador $\bar{q}q$, no limite quiral, é uma condição suficiente para a quebra espontânea de simetria quiral da QCD em temperatura nula. Com o aumento de temperatura, em última instância, a uma transição de fase para o regime em que a simetria quiral é restaurada.

3.3 Lagrangiana Efetiva Quiral

Os bósons de Goldstone dos mésons pseudoescalares acarretam fortes vínculos em suas interações podendo serem analisadas de forma mais simples com base em uma lagrangiana efetiva. Sabendo que existe uma diferença de massa separando o octeto pseudoescalar do resto do espectro hadrônico, torna-se possível construir uma teoria efetiva contendo apenas os modos de Goldstone. Partiremos do princípio da quebra espontânea da simetria quiral (SCSB - *Spontaneous Chiral Symmetry Breaking*), ou seja,

$$G \equiv SU(3)_L \times SU(3)_R \xrightarrow{\text{SCSB}} H \equiv SU(3)_V. \quad (3.16)$$

Estes bósons podem ser representados por uma matriz unitária especial 3×3 . Note que $\Sigma(P) \equiv \tilde{L}\tilde{R}^\dagger$, em que $\tilde{R} \in SU(3)_L$ e P é o campo associado aos campos dos bósons de Goldstone. Assim, Σ se transforma perante uma transformação do grupo $SU(3)_L \times SU(3)_R$, como,

$$\Sigma \rightarrow L\Sigma R^\dagger. \quad (3.17)$$

Portanto, temos,

$$\Sigma(P) \equiv \tilde{L}(P)\tilde{R}^\dagger(P), \quad \Sigma(P) \xrightarrow{G=SU(3)_L \times SU(3)_R} L\Sigma R^\dagger, \quad (3.18)$$

em que,

$$\Sigma(P) = \exp\left(\frac{2iP}{f}\right), \quad (3.19)$$

assim,

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\eta & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{1}{\sqrt{2}}\pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\eta & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\frac{2}{\sqrt{6}}\eta \end{pmatrix}. \quad (3.20)$$

Esta parametrização é apropriada para os campos de Goldstone. Observe que $\Sigma(P)$ se transforma linearmente sob grupo quiral como mostrado na Equação (3.18), porém a transformação induzida nos campos dos bósons de Goldstone, representados na Equação (3.20), é não-linear. Logo, a lagrangiana efetiva a construir, da forma menos complexa, sendo invariante sob uma simetria global $SU(3)_L \times SU(3)_R$ é,

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{f^2}{8} \text{Tr} \left(\partial^\mu \Sigma \partial_\mu \Sigma^\dagger \right). \quad (3.21)$$

Então, ao expandir $\Sigma(P)$, em uma série de potências em P , é possível obter os termos

cinéticos dos campos dos pseudo-bósons e um conjunto crescente de termos de interação envolvendo produtos entre os campos. As interações entre os pseudo-bósons de Goldstone podem ser previstas em termos de um único acoplamento (f) fixando o coeficiente global $f^2/8$ na Equação (3.21), pois sabe-se que todos os termos cinéticos devem estar devidamente normalizados.

A fim de representar corretamente o espectro físico, a simetria quiral, por não ser uma simetria exata da QCD, deve ser quebrada introduzindo os termos de massa dos quarks, desta forma, temos,:

$$\mathcal{L}_m = -\bar{q}_R \hat{m} q_L - \bar{q}_L \hat{m} q_R, \quad \hat{m} = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_d & 0 \\ 0 & 0 & m_s \end{pmatrix}. \quad (3.22)$$

A lagrangiana na Equação (3.22) se transforma como um membro da representação $(3_L, 3_R^* \oplus 3_L^*, 3_R)$. Partindo do pressuposto que \hat{m} é apenas uma matriz constante e não se transforma junto com os campos de quarks, a lagrangiana \mathcal{L}_m será invariante se \hat{m} se transformar, sob a ação do grupo quiral, evitando assim, as consequências da equação (3.22) em (3.21), logo,

$$\hat{m} \xrightarrow{G=SU(3)_L \times SU(3)_R} L \hat{m} R^\dagger. \quad (3.23)$$

Assim, uma lagrangiana efetiva geral, invariante sob as Equações (3.18) e (3.23), é dada por:

$$\frac{f^2 B_0}{8} \text{Tr}(\hat{m} \Sigma^\dagger + \Sigma \hat{m}^\dagger), \quad (3.24)$$

onde B_0 é uma constante para cálculo das massas dos bósons de Goldstone. Aplicando este termo na Equação (3.21) determinamos as massas dos bósons de Goldstone identificando os termos de segunda ordem nos campos em \mathcal{L}_m , assim, temos:

$$\mathcal{L}_m = -\frac{B_0}{2} \text{Tr}(M^2 \hat{m}). \quad (3.25)$$

A partir da Equação (3.21) é possível saber o procedimento de interação entre os campos dos bósons de Goldstone, porém, é melhor introduzir mais campos em consonância com outros tipos de hádrons que estejam associados com o espectro. Para realizar a introdução dos acoplamentos dos novos campos com os bósons de Goldstone iremos introduzir a simetria global da lagrangiana efetiva para uma simetria local e inserir na lagrangiana da QCD os campos externos v_μ (vetorial), a_μ (axial), s (escalar) e p (pseudoescalar) descrevendo os princípios que auxiliam na construção da lagrangiana efetiva que tenha uma simetria local de $G = SU(3)_L \times SU(3)_R$. A matriz Σ se transforma em:

$$\Sigma(x) \xrightarrow{SU(3)_L \times SU(3)_R} \Sigma'(x) = L(x)\Sigma(x)R^\dagger(x), \quad (3.26)$$

onde $L(x)$ e $R(x)$ são as matrizes do grupo $SU(3)$ dependentes do ponto do espaço-tempo, ou seja,

$$\begin{aligned} L(x) &= \exp\left(-i \sum_{a=1}^8 \Theta_{La}(x) \frac{\lambda_a}{2}\right), \\ R(x) &= \exp\left(-i \sum_{a=1}^8 \Theta_{Ra}(x) \frac{\lambda_a}{2}\right). \end{aligned} \quad (3.27)$$

Como nas teorias de calibre é preciso campos externos $l^\mu(x) \equiv 1/2[V^\mu(x) + A^\mu(x)]$ e $r^\mu(x) \equiv 1/2[V^\mu(x) - A^\mu(x)]$ correspondentes aos parâmetros $\Theta_{La}(x)$ e $\Theta_{Ra}(x)$ de $L(x)$ e $R(x)$, respectivamente.

A derivada covariante $D_\mu A$, para qualquer objeto A que se transforme como $\Sigma(x)$, é dada por,

$$D_\mu A \equiv \partial_\mu A - i l_\mu A + i A r_\mu. \quad (3.28)$$

Os campos externos l_μ e r_μ se transformam sob uma modificação da simetria local do grupo $G = SU(3)_L \times SU(3)_R$ da seguinte maneira,

$$\begin{aligned} l_\mu &\xrightarrow{SU(3)_L \times SU(3)_R} l'_\mu = L l_\mu L^\dagger + i L \partial_\mu L^\dagger = L l_\mu L^\dagger - i \partial_\mu L L^\dagger, \\ r_\mu &\xrightarrow{SU(3)_L \times SU(3)_R} r'_\mu = R r_\mu R^\dagger + i R \partial_\mu R^\dagger = R r_\mu R^\dagger - i \partial_\mu R R^\dagger \end{aligned} \quad (3.29)$$

A derivada covariante de A se transforma sob simetria local do grupo G , logo,

$$D_\mu A \xrightarrow{G} L(D_\mu A)R^\dagger. \quad (3.30)$$

A fim de dotar os campos r_μ e l_μ de dinâmica, inserimos os tensores

$$F_{R\mu\nu} \equiv \partial_\mu r_\nu - \partial_\nu r_\mu - i[r_\mu, r_\nu], \quad (3.31)$$

$$F_{L\mu\nu} \equiv \partial_\mu l_\nu - \partial_\nu l_\mu - i[l_\mu, l_\nu], \quad (3.32)$$

de forma que,

$$Tr(F_{L\mu\nu}) = Tr(F_{R\mu\nu}) = 0 \quad (3.33)$$

Por fim, de acordo a convenção de Gasser e Leutwyler, inserimos a combinação linear

$\chi = 2B_0(s + ip)$ que parametriza a quebra explícita da simetria quiral de forma que a lagrangiana efetiva quiral geral, invariante local sob ação do grupo G é dada por:

$$\mathcal{L}_2 = \frac{f^2}{8} \text{Tr}[D_\mu \Sigma (D^\mu \Sigma)^\dagger] + \frac{f^2}{8} \text{Tr}(\chi \Sigma^\dagger + \Sigma \chi^\dagger). \quad (3.34)$$

Devido a exigência de que os termos cinéticos estejam normalizados fixa o coeficiente global $f^2/8$ no primeiro termo da Equação (3.34) e, o segundo termo quebra explicitamente a simetria quiral, pois χ é um termo de massa.

No próximo capítulo, iremos generalizar a lagrangiana quiral da Equação (3.34) para tratar de sabores mais pesados, fazendo as modificações devidas.

Capítulo 4

Método de unitarização para a interação do bottomonium

Nos últimos anos, várias colaborações experimentais relataram a observação de estados de quarkonium, tanto no espectros de charmonium como de bottomonium, tendo como partícula fundamental o J/ψ e Υ , respectivamente. As primeiras detecções do J/ψ foi em 1974 [38], e o Υ em 1977 [29]. Os estados de quarkonia são de grande importância por serem constituídos por quarks pesados que produzidos nos instantes iniciais da colisão de íons pesados. Portanto, elas vão ter um tempo de vida maior, frente as demais partículas mais leves, permitindo que carreguem por mais tempo informações que se passaram durante a QGP.

Assim, contribuiremos com cálculos para as interações de Υ com o meio hadrônico circundante. Consideramos o meio composto pelos mésons pseudoscalares mais leves (π, K, η) e os mésons vetoriais mais leves (ρ, K^*, ω), a fim de calcularmos as seções de choque para o espalhamento ΥX e seus processos inversos, sendo X os mésons pseudoscalares e os mésons vetoriais, utilizando da estrutura de amplitudes unitarizadas de canais acoplados projetadas em onda-s [10, 15, 17, 18, 39].

Este capítulo será estruturado da seguinte forma: na seção 4.1 explicitaremos a Lagrangiana Efetiva da teoria, em seguida, na seção 4.2 será mostrado as amplitudes em canais acoplados para os processos permitidos. Na seção 4.3 são projetadas as amplitudes em onda-s obtidas na seção 4.2. Na seção 4.4 será apresentada as seções de choque para amplitudes em canais acoplados unitarizados, por fim, na seção 4.5, será apresentado os resultados para os espalhamentos permitidos.

4.1 Lagrangiana Efetiva

Para estudar os processos envolvendo o Υ , é necessário prover de uma lagrangiana efetiva. No Capítulo (3) foi apresentado o substrato matemático para determiná-la. Na seção (3.3) obtemos a Equação (3.34) representando a lagrangiana efetiva quiral eue apartir de agora, iremos generalizar para tratar de sabores pesados. No cenário sem decaimentos fracos, a simetria de isospin $SU(2)$ é aproximada ($m_d \approx m_u$). Entretanto, uma simetria considerando mais sabores é inexata devido à diferença nas escalas de massa, assim qualquer modelo que adote uma simetria $SU(N_f)$, com N_f superior a 2, necessitará de um mecanismo de quebra. Como nosso interesse neste estudo se concentra em estados bottomonium, consideramos uma simetria do tipo $SU(4)$ e adicionaremos mecanismos de quebra explícita no formalismo. Assim, a lagrangiana efetiva que representa a interação entre quatro corpos, gerada da expansão da Equação (3.34), usada no presente estudo, é baseada em teoria de perturbação quiral de ordem mais baixa estendida para a simetria $SU(4)$ [10, 16, 18], dada por:

$$\mathcal{L}_{int} = -\frac{1}{4f^2} Tr(j^\mu g_\mu) - \frac{1}{4f^2} Tr(g^\mu g_\mu), \quad (4.1)$$

onde $Tr(\dots)$ denota o traço sobre os índices de sabores. Os termos J^μ e g^μ são definidos por:

$$J^\mu = [P, \partial^\mu P], \quad (4.2)$$

$$g^\mu = [V^\nu, \partial^\mu V_\nu], \quad (4.3)$$

sendo, (4.2) e (4.3) as correntes pseudoescalar e vetorial, respectivamente, com P e V dados por:

$$P = \sum_{i=1}^{15} \frac{\Phi_i}{\sqrt{2}} \lambda_i, \quad (4.4)$$

$$V_V = \sum_{i=1}^{15} \frac{v_{vi}}{\sqrt{2}} \lambda_i, \quad (4.5)$$

que são as matrizes 4×4 , com φ_i e v_{vi} , compostos por 15-plets, com campos pseudo-escalares e vetoriais, respectivamente e, λ_i são as matrizes de Gell-Mann para o $SU(4)$ (listadas no Apêndice (A)). Portanto,

$$P = \begin{pmatrix} \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta}{\sqrt{6}} + \frac{\eta_b}{\sqrt{12}} & \pi^+ & K^+ & \bar{B}^0 \\ \pi^- & -\frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta}{\sqrt{6}} + \frac{\eta_b}{\sqrt{12}} & K^0 & B^- \\ K^- & K^0 & -2\frac{\eta}{\sqrt{6}} + \frac{\eta_b}{\sqrt{12}} & B_s^- \\ B^0 & B^+ & B_s^+ & -\frac{\sqrt{3}}{2}\eta_b \end{pmatrix}, \quad (4.6)$$

$$V_V = \begin{pmatrix} \frac{\rho^0}{\sqrt{2}} + \frac{\omega}{\sqrt{6}} + \frac{\Upsilon}{\sqrt{12}} & \rho^+ & K^{*+} & \bar{B}^{*0} \\ \rho^- & -\frac{\rho^0}{\sqrt{2}} + \frac{\omega}{\sqrt{6}} + \frac{\Upsilon}{\sqrt{12}} & K^{*0} & B^{*-} \\ K^{*-} & K^{*0} & -2\frac{\omega}{\sqrt{6}} + \frac{\Upsilon}{\sqrt{12}} & B_s^{*-} \\ B^{*0} & B^{*+} & B_s^{*+} & -\frac{\sqrt{3}}{2}\Upsilon \end{pmatrix}_\mu. \quad (4.7)$$

O parâmetro f da Equação (4.1) é a constante de decaimento do méson, que no caso do $SU(3)$ é a constante de decaimento do pión. No entanto, f^2 , que aparecerá nas amplitudes, deve ser substituído¹ por \sqrt{f} para cada vértice de méson, com $\sqrt{f_\pi}$ para mésons leves e $\sqrt{f_B}$ para os mésons pesados.

A fim de analisarmos a lagrangiana, iremos abrir explicitamente a Equação (4.1) em termo das componentes e aplicando as Equações (4.2) e (4.3), logo,

$$\mathcal{L}_{PPVV} = -\frac{1}{4f^2} Tr(j^\mu \mathcal{J}_\mu) = -\frac{1}{4f^2} Tr([\partial^\mu P, P][\partial_\mu V, V]), \quad (4.8)$$

¹Pelo fato da constante de decaimento do méson-B ser maior, $f_B = 196$ MeV. Por isso é substituído o fator f^2 por $\sqrt{f_\pi}$ no vértice para cada perna do méson leve e $\sqrt{f_B}$ para cada parte pesada.

$$\mathcal{L}_{VVVV} = -\frac{1}{4f^2} \text{Tr}(g^\mu g_\mu) = -\frac{1}{4f^2} \text{Tr}([\partial^\mu V, V][\partial_\mu V, V]). \quad (4.9)$$

Substituindo as Equações (4.4) e (4.5),

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{PPVV} &= -\frac{1}{4f^2} \text{Tr} \left(\left[\partial^\mu \sum_i \frac{\varphi_i}{\sqrt{2}} \lambda_i, \sum_j \frac{\varphi_j}{\sqrt{2}} \lambda_j \right] \left[\partial_\mu \sum_k \frac{v_{vk}}{\sqrt{2}} \lambda_k, \sum_l \frac{v_{vl}}{\sqrt{2}} \lambda_l \right] \right) \\ &= -\frac{1}{4f^2} \frac{1}{4} \sum_{\{i,j,k,l\}} (\partial^\mu \varphi_i) \varphi_j (\partial_\mu v_{vk}) v_l^y \text{Tr}([\lambda_i, \lambda_j][\lambda_k, \lambda_l]), \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{VVVV} &= -\frac{1}{4f^2} \text{Tr}([\partial^\mu \sum_i \frac{v_{\rho i}}{\sqrt{2}} \lambda_i, \sum_j \frac{v_j^\rho}{\sqrt{2}} \lambda_j][\partial_\mu \sum_k \frac{v_{vk}}{\sqrt{2}} \lambda_k, \sum_l \frac{v_l^y}{\sqrt{2}} \lambda_l]) \\ &= -\frac{1}{4f^2} \frac{1}{4} \sum_{\{i,j,k,l\}} (\partial^\mu v_{\rho i}) v_{\rho j} (\partial_\mu v_{vk}) v_l^y \text{Tr}([\lambda_i, \lambda_j][\lambda_k, \lambda_l]). \end{aligned} \quad (4.11)$$

Utilizando as propriedades das Matrizes de Gell-Mann do SU(4) [40]:

$$\left[\frac{\lambda_a}{2}, \frac{\lambda_b}{2} \right] = if_{abc} \frac{\lambda_c}{2}; \quad a, b, c = 1, 2, \dots, 15. \quad (4.12)$$

$$\text{Tr}(\lambda_a \lambda_b) = 2\delta_{ab}; \quad a, b = 1, 2, \dots, 15. \quad (4.13)$$

onde f_{abc} é a constante de estrutura da álgebra, que estão listadas na Tabela (A.1). Então,

$$\mathcal{L}_{PPVV} = \frac{1}{2f^2} \sum_{\{i,j,k,l,m\}} (\partial^\mu \varphi_i) \varphi_j (\partial_\mu v_{vj}) v_l^y f_{ijm} f_{klm}, \quad (4.14)$$

$$\mathcal{L}_{VVVV} = \frac{1}{2f^2} \sum_{\{i,j,k,l,m\}} (\partial^\mu \mathfrak{v}_{\rho i}) \mathfrak{v}_j^\rho (\partial_\mu \mathfrak{v}_{\nu k}) \mathfrak{v}_l^\nu f_{ijm} f_{klm}. \quad (4.15)$$

As Equações (4.14) e (4.15), tratam-se de interação do tipo quatro corpos, que permitem os casos $VV \rightarrow VV$, $VP \rightarrow VP$ e $VV \rightarrow PP$, pois nosso interesse principal é a interação de bottomonium Υ com os mésons pseudoescalares P e vetoriais V mais leves. Portanto, na próxima seção vamos computar as amplitudes de espalhamento associadas aos relevantes processos.

4.2 Amplitudes em canais acoplados

A partir de agora, vamos calcular as amplitudes em canais acoplados, onde os acoplamentos dados pela lagrangiana efetiva na Equação (4.1), ou como foi explicitada nas Equações (4.14) e (4.15), permitem os seguintes processos envolvendo o bottomonium Υ nos estados iniciais:

$$\begin{aligned} (1) & \Upsilon(p_a) V(p_b) \rightarrow V(p_c) V(p_d), \\ (2) & \Upsilon(p_a) P(p_b) \rightarrow P(p_c) V(p_d), \\ (3) & \Upsilon(p_a) V(p_b) \rightarrow P(p_c) P(p_d), \end{aligned} \quad (4.16)$$

onde P e V , nos estados iniciais e finais, são os mésons pseudoscalares e vetoriais; p_i denota o momento da partícula i ; as partículas a e b representam os mésons do estado inicial e as partículas c e d para os mésons do estado final.

Portanto, considerando um processo em que o estado de entrada seja $|\mathfrak{v}_a \mathfrak{v}_b\rangle$ e o estado de saída $|\mathfrak{v}_c \mathfrak{v}_d\rangle$, para este caso, existem três canais possíveis representados pelas correntes $S = \mathcal{J}_{ab} \mathcal{J}_{cd}$, $T = \mathcal{J}_{ac} \mathcal{J}_{bd}$ e $U = \mathcal{J}_{ad} \mathcal{J}_{bc}$. No primeiro canal,

$$S = 2 \frac{1}{2f^2} \boldsymbol{\varepsilon}(a) \bullet \boldsymbol{\varepsilon}(b) \boldsymbol{\varepsilon}(c) \bullet \boldsymbol{\varepsilon}(d) f_{abm} f_{cdm} (p_a - p_b)(p_d - p_c), \quad (4.17)$$

32CAPÍTULO 4. MÉTODO DE UNITARIZAÇÃO PARA A INTERAÇÃO DO BOTTOMONIUM

sendo $\varepsilon(i)$ o vetor de polarização do campo vetorial ν_{vi} , devido a simetria de troca ($S = \mathcal{J}_{ab}\mathcal{J}_{cd}$ ou $S = \mathcal{J}_{cd}\mathcal{J}_{ab}$), foi adicionado um fator 2. O termo $(p_a - p_b)(p_d - p_c)$ da Equação(4.17), pode ser reescrito em função das variáveis de Mandelstam,

$$s = (p_a + p_b)^2, \quad (4.18)$$

$$t = (p_a - p_c)^2, \quad (4.19)$$

$$u = (p_a + p_d)^2. \quad (4.20)$$

Assim,

$$\begin{aligned} (p_a - p_b)(p_d - p_c) &= [p_a - (p_c + p_d - p_a)](p_d - p_c) \\ &= 2p_a(p_d - p_c) - p_d^2 + p_c^2 \\ &= 2p_a(p_d - p_c) - p_d^2 + p_c^2 + p_d^2 - p_a^2 \\ &= (p_a - p_c)^2 - (p_a - p_d)^2. \\ &= t - u \end{aligned} \quad (4.21)$$

De modo que a Equação (4.17) fica

$$S = \frac{1}{f^2} \varepsilon(a) \bullet \varepsilon(b) \varepsilon(c) \bullet \varepsilon(d) f_{abm} f_{cdm} (t - u). \quad (4.22)$$

Para o próximo canal,

$$\begin{aligned} T &= 2 \frac{1}{2f^2} \varepsilon(a) \bullet \varepsilon(c) \varepsilon(b) \bullet \varepsilon(d) f_{acm} f_{bdm} (p_a + p_c)(p_b + p_c) \\ &= \frac{1}{f^2} \varepsilon(a) \bullet \varepsilon(c) \varepsilon(b) \bullet \varepsilon(d) f_{acm} f_{bdm} (s - u). \end{aligned} \quad (4.23)$$

Por fim, o último canal,

$$\begin{aligned}
U &= 2 \frac{1}{2f^2} \varepsilon(a) \bullet \varepsilon(d) \varepsilon(b) \bullet \varepsilon(c) f_{adm} f_{bcm} (p_a + p_d) (p_b + p_d) \\
&= \frac{1}{f^2} \varepsilon(a) \bullet \varepsilon(d) \varepsilon(b) \bullet \varepsilon(c) f_{adm} f_{bcm} (s - t).
\end{aligned} \tag{4.24}$$

Somando os canais das Equações (4.20), (4.21), (4.22), obtemos:

$$\begin{aligned}
\langle \nu_c \nu_d | \mathcal{L} | \nu_a \nu_b \rangle &= \frac{1}{f^2} \varepsilon(a) \bullet \varepsilon(b) \varepsilon(c) \bullet \varepsilon(d) f_{abm} f_{cdm} (t - u) \\
&\quad + \frac{1}{f^2} \varepsilon(a) \bullet \varepsilon(c) \varepsilon(b) \bullet \varepsilon(d) f_{acm} f_{bdm} (s - u) \\
&\quad + \frac{1}{f^2} \varepsilon(a) \bullet \varepsilon(d) \varepsilon(b) \bullet \varepsilon(c) f_{adm} f_{bcm} (s - t).
\end{aligned} \tag{4.25}$$

Analisando outra situação, temos o estado de entrada $|\nu_a \varphi_b\rangle$ e o estado de saída, $|\nu_c \varphi_d\rangle$. Neste caso haverá somente a corrente $T = \mathcal{J}_{ac} \mathcal{J}_{bd} = \frac{1}{2f^2} \varepsilon(a) \bullet \varepsilon(c) f_{acm} f_{bdm} (s - u)$, sendo que não teremos o fator 2 da simetria de troca, logo:

$$\langle \nu_c \varphi_d | \mathcal{L} | \nu_a \varphi_b \rangle = \frac{1}{2f^2} \varepsilon(a) \bullet \varepsilon(c) f_{acm} f_{bdm} (s - u). \tag{4.26}$$

Para o último caso de interesse, analisaremos o estado de entrada $|\nu_a \nu_b\rangle$ e o estado de saída $|\varphi_c \varphi_d\rangle$. De forma análoga ao caso anterior haverá apenas um tipo de corrente $S = \mathcal{J}_{ab} \mathcal{J}_{cd} = \frac{1}{2f^2} \varepsilon(a) \bullet \varepsilon(b) f_{abm} f_{cdm} (t - u)$, que também não terá o fator 2 de troca, portanto,

$$\langle \varphi_c \varphi_d | \mathcal{L} | \nu_a \nu_b \rangle = \frac{1}{2f^2} \varepsilon(a) \bullet \varepsilon(b) f_{abm} f_{cdm} (t - u). \tag{4.27}$$

Assim, as amplitudes invariantes dada pela lagrangiana efetiva na Equação (4.1), para processos do tipo $VV \rightarrow VV$, será dado pela Equação (4.25); para processos $VP \rightarrow VP$ será dado pela Equação (4.26) e, $VV \rightarrow PP$ pela Equação (4.27). Redefinindo essas equações por:

$VV \rightarrow VV$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}_{1;ij}(s, t, u) &= \frac{\zeta_{ij}^{(s)}}{f^2} (t - u) \varepsilon_a \bullet \varepsilon_b \varepsilon_c^* \bullet \varepsilon_d^* \\
 &+ \frac{\zeta_{ij}^{(t)}}{f^2} (s - u) \varepsilon_a \bullet \varepsilon_c^* \varepsilon_b \bullet \varepsilon_d^* \\
 &+ \frac{\zeta_{ij}^{(u)}}{f^2} (s - t) \varepsilon_a \bullet \varepsilon_d^* \varepsilon_b \bullet \varepsilon_c^*.
 \end{aligned} \tag{4.28}$$

$VP \rightarrow VP$

$$\mathcal{M}_{2;ij}(s, t, u) = \frac{\xi_{ij}}{2f^2} (s - u) \varepsilon_a \bullet \varepsilon_c^*. \tag{4.29}$$

$VV \rightarrow PP$

$$\mathcal{M}_{3;ij}(s, t, u) = \frac{\chi_{ij}}{2f^2} (t - u) \varepsilon_a \bullet \varepsilon_b. \tag{4.30}$$

Nas Equações (4.28), (4.29) e (4.30), os rótulos i e j referem-se aos canais inicial e final, reiterando que s , t e u são para as variáveis de Mandelstam, e $\varepsilon_{a,b,c,d}$ ao vetor de polarização, relacionado à respectiva partícula de vetor a, b, c, d . Para essas redefinições, os coeficientes ζ_{ij} , ξ_{ij} e χ_{ij} irão depender dos canais inicial e final de cada processo e estão disponíveis no Apêndice (C) em uma base de isospin.

Para os processos listados em (4.16) será necessário que tenham conservação dos números quânticos ($I^G(J^{PC})$) para os pares de mésons de entrada e saída.

Através dos canais envolvendo pares de mésons vetoriais, demonstrado na Equação (4.28), é necessário distinguir os valores permitidos de spin 0, 1 ou 2, e para tal, utilizamos projetores de spin [15, 16, 18], que será detalhado na subseção a seguir.

4.2.1 Projetores de Spin

As interações dadas pelas Equações (4.22) e (4.23) será do tipo corrente-corrente, e cada um dos canais é associado a uma composição específica dos vetores de polarização. Então para o caso $VV \rightarrow VV$, por generalidade, temos:

$$S \sim P_S = \boldsymbol{\varepsilon}(a) \bullet \boldsymbol{\varepsilon}(b) \boldsymbol{\varepsilon}(c) \bullet \boldsymbol{\varepsilon}(d), \quad (4.31)$$

$$T \sim P_T = \boldsymbol{\varepsilon}(a) \bullet \boldsymbol{\varepsilon}(c) \boldsymbol{\varepsilon}(b) \bullet \boldsymbol{\varepsilon}(d), \quad (4.32)$$

$$U \sim P_U = \boldsymbol{\varepsilon}(a) \bullet \boldsymbol{\varepsilon}(d) \boldsymbol{\varepsilon}(b) \bullet \boldsymbol{\varepsilon}(c). \quad (4.33)$$

Para esta representação, existe uma mistura nas componentes de spin total possíveis. Este problema pode ser resolvido decompondo os vetores de polarização de cada par de mésons vetoriais de entrada/saída nas seguintes representações: escalar ($S = 0$), tensor antissimétrico ($S = 1$) e tensor simétrico ($S = 2$), da seguinte forma,

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i^{(a)} \boldsymbol{\varepsilon}_j^{(b)} = \underbrace{\frac{\delta_{ij}}{3} \boldsymbol{\varepsilon}_k^{(a)} \boldsymbol{\varepsilon}_k^{(b)}}_{S=0} + \underbrace{\frac{1}{2} \left(\boldsymbol{\varepsilon}_i^{(a)} \boldsymbol{\varepsilon}_j^{(b)} - \boldsymbol{\varepsilon}_j^{(a)} \boldsymbol{\varepsilon}_i^{(b)} \right)}_{S=1} + \underbrace{\frac{1}{2} \left(\boldsymbol{\varepsilon}_i^{(a)} \boldsymbol{\varepsilon}_j^{(b)} + \boldsymbol{\varepsilon}_j^{(a)} \boldsymbol{\varepsilon}_i^{(b)} \right) - \frac{\delta_{ij}}{3} \boldsymbol{\varepsilon}_k^{(a)} \boldsymbol{\varepsilon}_k^{(b)}}_{S=2}. \quad (4.34)$$

Assim, um processo com spin total $S = 0$ deverá ser proporcional a:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^{(S=0)} &= \left[\frac{\delta_{ij}}{3} \boldsymbol{\varepsilon}_k^{(a)} \boldsymbol{\varepsilon}_k^{(b)} \right] \left[\frac{\delta_{ij}}{3} \boldsymbol{\varepsilon}_k^{(c)} \boldsymbol{\varepsilon}_k^{(d)} \right] \\ &= \frac{1}{3} \boldsymbol{\varepsilon}(a) \bullet \boldsymbol{\varepsilon}(b) \boldsymbol{\varepsilon}(c) \bullet \boldsymbol{\varepsilon}(d) \end{aligned} \quad (4.35)$$

$$= \frac{P_S}{3}. \quad (4.36)$$

De forma similar, o caso $S = 1$, temos:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}^{S=1} &= \left[\frac{1}{2} \left(\boldsymbol{\varepsilon}_i^{(a)} \boldsymbol{\varepsilon}_j^{(b)} - \boldsymbol{\varepsilon}_j^{(a)} \boldsymbol{\varepsilon}_i^{(b)} \right) \right] \left[\frac{1}{2} \left(\boldsymbol{\varepsilon}_i^{(c)} \boldsymbol{\varepsilon}_j^{(d)} - \boldsymbol{\varepsilon}_j^{(c)} \boldsymbol{\varepsilon}_i^{(d)} \right) \right] \\
 &= \frac{\boldsymbol{\varepsilon}(a) \bullet \boldsymbol{\varepsilon}(c) \boldsymbol{\varepsilon}(b) \bullet \boldsymbol{\varepsilon}(d) - \boldsymbol{\varepsilon}(a) \bullet \boldsymbol{\varepsilon}(d) \boldsymbol{\varepsilon}(b) \bullet \boldsymbol{\varepsilon}(c)}{2} \\
 &= \frac{P_{\mathcal{T}} - P_{\mathcal{U}}}{2}.
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

Por fim, para o caso $S = 2$, temos:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}^{S=2} &= \left[\frac{1}{2} \left(\boldsymbol{\varepsilon}_i^{(a)} \boldsymbol{\varepsilon}_j^{(b)} - \boldsymbol{\varepsilon}_j^{(a)} \boldsymbol{\varepsilon}_i^{(b)} \right) - \frac{\delta_{ij}}{3} \boldsymbol{\varepsilon}_k^{(a)} \boldsymbol{\varepsilon}_k^{(b)} \right] \left[\frac{1}{2} \left(\boldsymbol{\varepsilon}_i^{(c)} \boldsymbol{\varepsilon}_j^{(d)} - \boldsymbol{\varepsilon}_j^{(c)} \boldsymbol{\varepsilon}_i^{(d)} \right) - \frac{\delta_{ij}}{3} \boldsymbol{\varepsilon}_k^{(c)} \boldsymbol{\varepsilon}_k^{(d)} \right] \\
 &= \frac{1}{2} (\boldsymbol{\varepsilon}(a) \bullet \boldsymbol{\varepsilon}(c) \boldsymbol{\varepsilon}(b) \bullet \boldsymbol{\varepsilon}(d) - \boldsymbol{\varepsilon}(a) \bullet \boldsymbol{\varepsilon}(d) \boldsymbol{\varepsilon}(b) \bullet \boldsymbol{\varepsilon}(c)) - \frac{1}{3} \boldsymbol{\varepsilon}(a) \bullet \boldsymbol{\varepsilon}(b) \boldsymbol{\varepsilon}(c) \bullet \boldsymbol{\varepsilon}(d)) \\
 &= \frac{P_{\mathcal{T}} - P_{\mathcal{U}}}{2} + \frac{P_{\mathcal{S}}}{3}.
 \end{aligned} \tag{4.38}$$

Com estas informações seremos capazes de determinar as amplitudes para cada spin total. Suponhamos que em determinado processo a amplitude encontrada é do tipo

$$\mathcal{A} = \alpha P_{\mathcal{S}} + \beta P_{\mathcal{T}} + \gamma P_{\mathcal{U}}. \tag{4.39}$$

podemos reescrever a Equação (4.39) em termo da decomposição de spin dada pelas Equações (4.36), (4.37) e (4.38), sendo assim, temos:

$$\mathcal{A} = (3\alpha + \beta + \gamma) \mathcal{A}^{(S=0)} + (\beta - \gamma) \mathcal{A}^{(S=1)} + (\beta + \gamma) \mathcal{A}^{(S=2)}. \tag{4.40}$$

Desta forma, os coeficientes na amplitude dependem do momento angular total. Os processos $VV \rightarrow PP$ dado pela Equação (4.30), terá apenas a contribuição de $\frac{\delta_{ij}}{3} \boldsymbol{\varepsilon}_k^{(a)} \boldsymbol{\varepsilon}_k^{(b)}$.

4.3 Amplitudes unitarizadas projetadas na onda-s

Nesta seção, vamos determinar as amplitudes em canais acoplados unitarizados em onda-s. As amplitudes na Seção (4.2), no caso, as Equações (4.28), (4.29) e (4.30), foram obtidas em ordem mais baixa de perturbação quiral, ou seja, nível árvore. Essas amplitudes têm um comportamento descontrolado das seções de choque, em alguns casos, a medida que aumenta a escala de energia. Para corrigir este problema, é necessário introduzir um mecanismo de controle. A maioria dos cálculos encontrados na literatura para algumas reações de nosso interesse faz uso de fatores de forma com diferentes formas funcionais e valores de corte [10, 11, 41–50], que não será o foco desta dissertação.

Outra alternativa para controlar o comportamento em altas energia, que é o nosso objetivo, é a aplicação do método de unitarização nas amplitudes dos canais acoplados. A validade do teorema óptico é garantido e aprimora a faixa de aplicabilidade do modelo efetivo e descreve adequadamente ressonâncias hadrônicas e espalhamento méson-méson.

Na literatura, vários procedimentos de unitarização foram utilizados para obter uma matriz de espalhamento que preenche a unitariedade exata em canais acoplados [51–53], no nosso caso, a unitarização será dada através da equação de Bethe-Salpeter, que retoma a série diagramática, cujo o núcleo é a projeção da onda-s das Equações (4.28), (4.29) ou (4.30), e pode ser visto esquematicamente como a soma dos processos mostrados na Figura 4.1. Desta forma, a amplitude unitarizada, [10, 15, 17, 18, 39, 53–56]

$$\mathcal{T}(s) = \frac{V(s)}{1 + V(s)G(s)}, \quad (4.41)$$

onde esta é uma equação matricial². $V(s)$ é a amplitude de espalhamento projetada pela onda-s, que é dada por:

$$V_{r:ij}(s) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d(\cos\theta) \mathcal{M}_{r:ij}(s, t(s, \cos\theta), u(s, \cos\theta)), \quad (4.42)$$

²O denominador da Equação (4.41) permitem que os loops gerem mésons virtuais que se acoplem aos estados permitidos, assim possibilitando obter amplitudes não nulas em contraposto ao nível de árvore.

com $r = 1, 2, 3$ e $G(s)$ da Equação (4.41) são as integrais do loop de dois mésons. No caso de dois mésons pseudoscalares (PP), é dado por:

$$G_{PP}(s) = i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{1}{(q^2 - m_1^2 + i\epsilon)[(P - q)^2 - m_2^2 + i\epsilon]}. \quad (4.43)$$

onde $P^2 = s$ e m_1 e m_2 são as massas dos mésons pseudoscalares. Aplicamos a regularização dimensional, esta integral é reescrita,

$$\begin{aligned} G_{PP}(s) = \frac{1}{16\pi^2} \left\{ a(\mu) + \ln \frac{m_1^2}{\mu^2} + \frac{m_2^2 - m_1^2 + s}{2s} \ln \frac{m_2^2}{m_1^2} \right. \\ + \frac{p}{\sqrt{s}} [\ln(s - (m_1^2 - m_2^2) + 2p\sqrt{s}) \\ + \ln(s + (m_1^2 - m_2^2) + 2p\sqrt{s}) \\ - \ln(s - (m_1^2 - m_2^2) - 2p\sqrt{s}) \\ \left. - \ln(s + (m_1^2 - m_2^2) - 2p\sqrt{s}) - 2\pi i \right\}. \quad (4.44) \end{aligned}$$

sendo μ a escala de energia da regularização dimensional. Alterações na escala são reabsorvidas na constante de subtração $a(\mu)$, para que os resultados permaneçam independentes da escala. Na Equação (4.45), p denota o tri-momento do méson vetorial ou pseudoscalar no centro de massa, e é dado por

$$p = \frac{1}{2\sqrt{s}} \sqrt{[s - (m_1 + m_2)^2][s - (m_1 - m_2)^2]} \quad (4.45)$$

Agora, para a integral que envolve dois mésons, um méson pseudoscalar e um méson vetorial (PV) e dois mésons vetoriais (VV), podem ser escritas em termos de $G_{PP}(s)$ [15–17], portando,

$$G_{VP}(s) = \left(1 + \frac{p^2}{3M_1^2} \right) G_{PP}(s), \quad (4.46)$$

$$G_{VV}(s) = \left(1 + \frac{p^2}{3M_1^2}\right) \left(1 + \frac{p^2}{3M_2^2}\right) G_{PP}(s). \quad (4.47)$$

onde M_1 e M_2 são as massas dos mésons vetoriais no loop. Note que as massas que aparecem em $G_{PP}(s)$ nas Equações (4.46) e (4.47), devem ser substituídos pelas massas de acordo com cada caso.

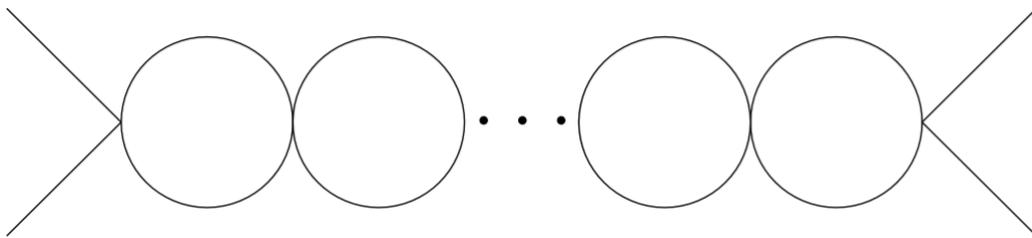


Figura 4.1: Diagramas de Feynman representando a equação de Bethe-Salpeter para as amplitudes de espalhamento. Cada loop (bolha) indica uma integral G de loop de dois mésons.

Para maiores detalhes as Equações (4.43), (4.46) e (4.47), estão deduzidas no Apêndice B.

4.4 Seção de Choque para amplitudes em canais acoplados unitarizados

Uma vez obtidas as amplitudes em canais acoplado unitarizados, vamos concluir definindo a seção de choque na média sobre os spins e isospins, dos processos discutidos na Seção (4.2), que em relação no referencial de centro de massa dado por:

$$\sigma(s) = \frac{\chi}{32\pi s} \sum_{isospin} \left| \frac{p_f}{p_i} \right| |\mathcal{T}(s)|^2. \quad (4.48)$$

onde s é a variável de Mandelstam definida na Equação (4.18), p_f e p_i são os momentos das partículas, $\mathcal{T}(s)$ são as amplitudes em canais acoplados unitarizados definido na Equação(4.41) e o χ é uma constante cujo valor depende do momento angular total do canal (ver Tabela 4.1).

Tabela 4.1: Valores dos coeficientes χ para cada reação.

Reações	χ
$PP \rightarrow PP, VP \rightarrow VP$	2
$PP \rightarrow VV$	6
$VV \rightarrow PP$	2/3
$VV \rightarrow VV; S = 0$	2/9
$VV \rightarrow VV; S = 1$	2/3
$VV \rightarrow VV; S = 2$	10/9

Na próxima seção, usamos o formalismo desenvolvido neste capítulo, para calcular as seções de choque das reações envolvendo o bottomonium Υ interagindo com os mésons mais leves, para os casos permitidos, onde discutiremos os resultados.

4.5 Resultados

Agora vamos analisar as seções de choque para o espalhamento elástico e inelástico de Υ por mésons pseudoescalares e vetoriais, usando a estrutura de amplitudes de canal acoplado unitarizadas obtidas nas seções anteriores. Iremos concentrar nos canais constituídos por ΥX , onde X são os mésons associados aos campos introduzidos nas matrizes P e V citadas nas Equações (4.6) e (4.7), ou seja, os mésons $\pi, K, \eta, \rho, K^*, \omega$.

Nesse contexto, é necessário leva em conta os números quântico $I^G(J^{PC})$, charme (C) e estranheza (S) de cada canal. Na Tabela 4.2 é apresentado o conteúdo do canal em cada setor, determinado pela análise dos pares de mésons com os mesmos números quânticos e com possíveis transições entre eles. Logo, a decomposição desses canais, envolvendo mésons leves e pesados, nos permite obter os coeficientes ξ_{ij}, χ_{ij} e ζ_{ij} , dados nas Equações (4.28), (4.29) e (4.30).

Como mencionado na Seção (4.1), foi adotado uma simetria que abragem mais sabores (no caso $SU(4)$), que não é uma simetria exata. Por isso, é necessário quebrá-la de maneira apropriada. Isso é feito com fatores que correspondem $\gamma = -(\frac{m_L}{m_H})^2$ para mésons-

Tabela 4.2: Conteúdo do canal em cada setor. É mostrado apenas canais relevantes para processos de onda S.

$I^G(J^{PC})$	$C = S = 0$
$0^+(0^{++}), 0^-(1^{+-}), 0^+(2^{++})$	$\Upsilon\Upsilon, \omega\omega, \rho\rho, B_s^*\bar{B}_s^*$
$0^-(1^{+-})$	$\pi\rho, \eta\omega, \eta\Upsilon, \eta_b\omega, K\bar{K}^* - c.c.; c.$ $\eta_b\Upsilon, B\bar{B}^* - c.c., B_s\bar{B}_s^* + c.c.$
$1^-(0^{++})$	$\rho\omega, K^*\bar{K}^*, \eta\pi, \bar{K}K,$ $\rho\Upsilon, B^*\bar{B}^*, \eta_b\pi, \bar{B}B$
$1^+(1^{+-}), 1^-(2^{++})$	$\rho\Upsilon, \rho\omega, K^*\bar{K}^*, B^*\bar{B}^*$
$1^+(1^{+-})$	$\pi\omega, \eta\rho, K\bar{K}^* + c.c.,$ $\pi\Upsilon, \eta_b\rho, B\bar{B}^* + c.c.$

$I^G(J^{PC})$	$C = 0, S = 1$
$\frac{1}{2}(0^+)$	$K\eta, K\pi, K_\omega^*, K^*\rho,$ $K\eta_b, B_s\bar{B}_s, K^*\Upsilon, B_s^*\bar{B}_s^*$
$\frac{1}{2}(1^+), \frac{1}{2}(2^+)$	$K^*\Upsilon, K^*\omega, K^*\rho, B_s^*\bar{B}_s^*$
$\frac{1}{2}(1^+)$	$\pi K^*, \eta K^*, K\rho, K\omega,$ $\eta_b K^*, \Upsilon K, \bar{B}B_s^*, \bar{B}^*B_s$

B e $\Psi = -\frac{1}{3} + \frac{4}{3} \left(\frac{m_L}{m_H} \right)^2$ para bottomonium. Usaremos $m_L = 800$ MeV, $m_H = 5000$ MeV e $m'_H = 9000$ MeV, de acordo com trabalhos anteriores [14–16, 57].

Empregamos nos cálculos os seguintes valores para as massas: $m_\pi = 138.04$ MeV, $m_K = 494.99$ MeV, $m_\eta = 548.00$ MeV, $m_B = 5279.42$ MeV, $m_{B_s} = 5308.59$ MeV, $m_{\eta_b} = 9399.00$ MeV, $m_\rho = 775.34$ MeV, $m_{K^*} = 893.02$ MeV, $m_\omega = 782.65$ MeV, $m_{B^*} = 5324.83$ MeV, $m_{B_s^*} = 5355.08$ MeV e $m_\Upsilon = 9460.30$ MeV; Para as constantes de decaimento: $f_\pi = 93$ MeV e $f_B = 196$ MeV. Fixamos os parâmetros livres na função loop na Equação (4.43): ajustando a escala $\mu = 1500$ MeV, a constante de subtração $a(\mu)$ é ajustada para os casos: para $a_L(\mu) = -2.79$ utilizados nos canais que envolvem apenas mésons leves e $a_H(\mu) = -3.56$ para o caso que envolvem mésons pesados [10, 14, 15, 17, 57, 58].

A seguir, apresentaremos e discutiremos as seções de choque para as interações $\Upsilon -$ méson em relação ao conteúdo do canal em cada setor. Para os processos analisados, serão levados em conta a conservação do número quântico $I^G(J^{PC})$ para as transições. Começamos pelas reações envolvendo o canal $\Upsilon\pi (1^+(1^{+-}))$. De acordo com a Tabela 4.2, os estados finais permitidos são $\Upsilon\pi \rightarrow \Upsilon\pi, \rho\eta_b, (\bar{B}^*B + c.c.)/\sqrt{2}, \omega\pi, (\bar{K}^*K + c.c.)/\sqrt{2}, \rho\eta$. Na Figura 4.2, não foi aplicado o método de unitarização, ou seja, as amplitudes estão em nível árvore. Portanto, para o espalhamento $\Upsilon\pi$ a única reação que gerou seção de choque

não nula é $(\bar{B}^*B + c.c.)/\sqrt{2}$, no entanto, apresenta um comportamento descontrolado a medida que a energia \sqrt{s} aumenta (comprovando a teoria citada na Seção 4.3). Uma vez que a amplitude é unitarizada, os loops de mésons geram seções de choque diferentes de zero para todas as reações (ver Figura 4.3), com um comportamento semelhante: elas atingem um pico logo após o respectivo limiar e diminuem rápida ou lentamente à medida que a energia \sqrt{s} aumenta, dependendo da reação. Além disso, pode-se observar que os processos mais relevantes são aqueles cujo estado final carrega quarks b . As contribuições com os estados finais $\Upsilon\pi$, $\rho\eta_b$, $(\bar{B}^*B - c.c.)/\sqrt{2}$ podem ser consideradas aproximadamente com a mesma ordem de grandeza na faixa de energia em consideração. Por outro lado, são maiores que as seções de choque para os estados finais $\omega\pi$, $\rho\eta$, $(\bar{K}^*K + c.c.)/\sqrt{2}$, em cerca de um fator 10^8 , o que justifica a negligência dessas últimas reações para fins práticos.

Nas Figuras 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8, também são plotadas as seções de choque para espalhamentos de ΥK , $\Upsilon\eta$, $\Upsilon\rho$, ΥK^* e $\Upsilon\omega$ nos estados finais permitidos. A análise destes gráficos nos permite inferir o seguinte:

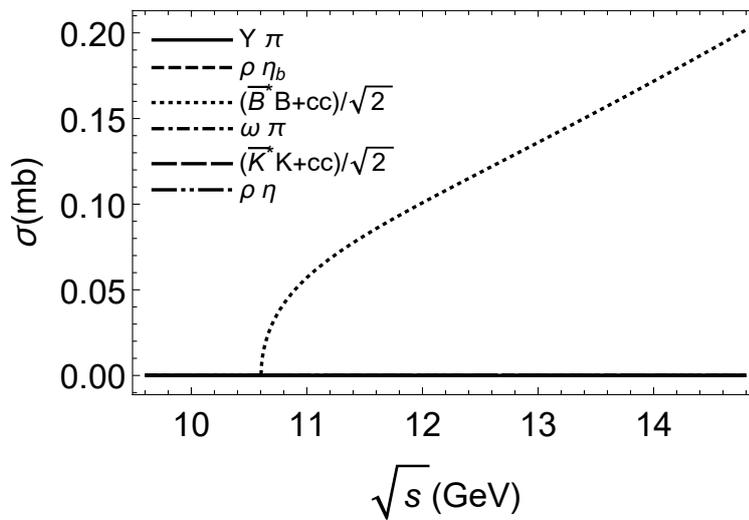


Figura 4.2: Seção de choque para o espalhamento $\Upsilon\pi$ nos estados finais permitidos como uma função da energia $CM\sqrt{s}$: Uso de amplitude em nível de árvore.

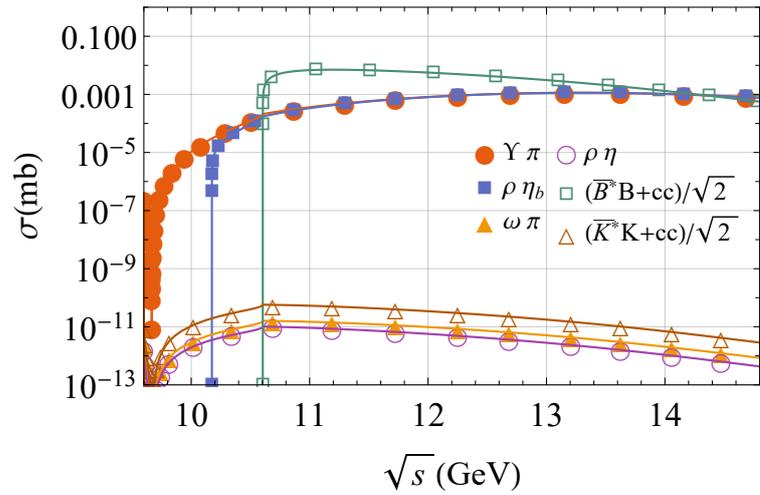


Figura 4.3: Seção de choque para o espalhamento $\Upsilon\pi$ nos estados finais permitidos como uma função da energia $CM\sqrt{s}$: Uso de amplitudes em canais acoplados unitarizados.

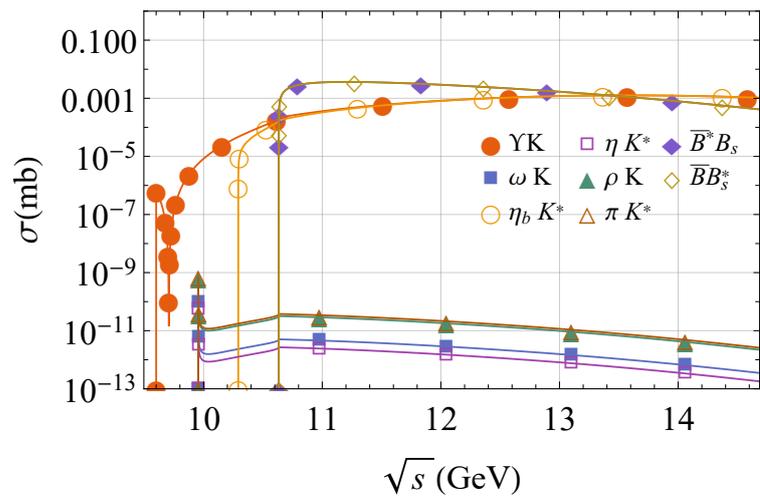


Figura 4.4: Seção de choque para o espalhamento ΥK nos estados finais permitidos como uma função da energia $CM\sqrt{s}$: Uso de amplitudes unitarizados.

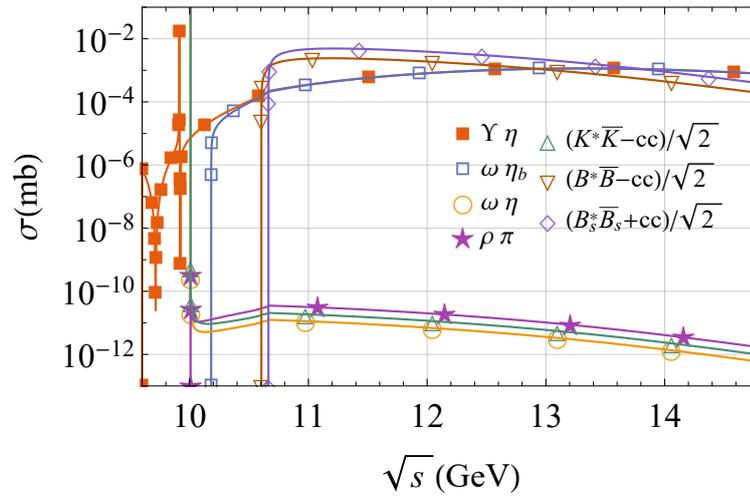


Figura 4.5: Seção de choque para o espalhamento $\Upsilon\eta$ nos estados finais permitidos como uma função da energia $CM\sqrt{s}$: Uso de amplitudes unitarizados.

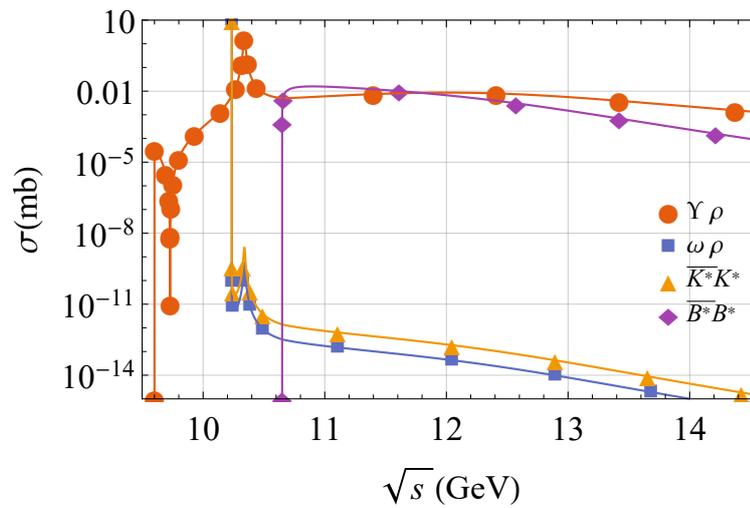


Figura 4.6: Seção de choque para o espalhamento $\Upsilon\rho$ nos estados finais permitidos como uma função da energia $CM\sqrt{s}$: Uso de amplitudes unitarizados.

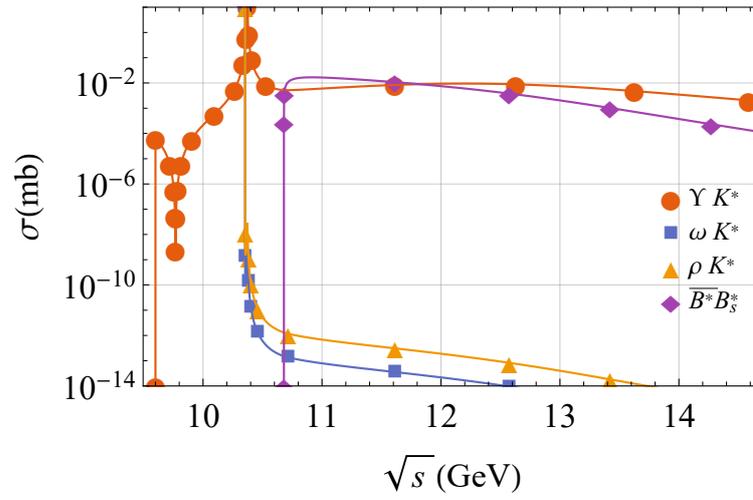


Figura 4.7: Seção de choque para o espalhamento ΥK^* nos estados finais permitidos como uma função da energia $CM\sqrt{s}$: Uso de amplitudes unitarizados.

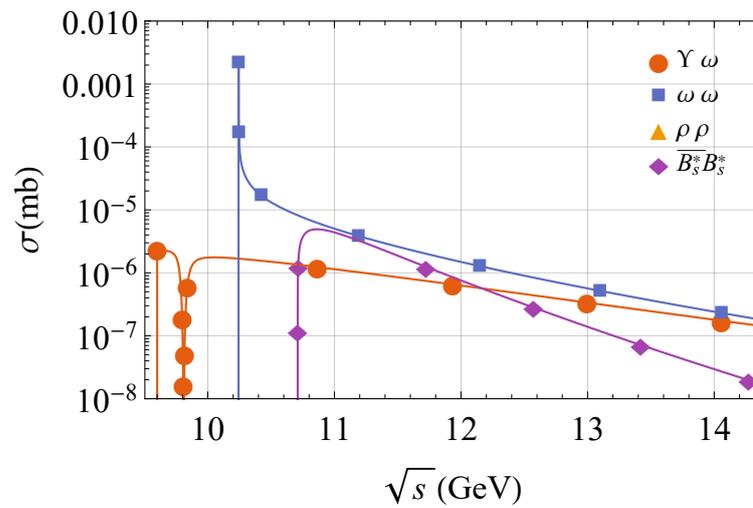


Figura 4.8: Seção de choque para o espalhamento $\Upsilon\omega$ nos estados finais permitidos como uma função da energia $CM\sqrt{s}$: Uso de amplitudes unitarizados.

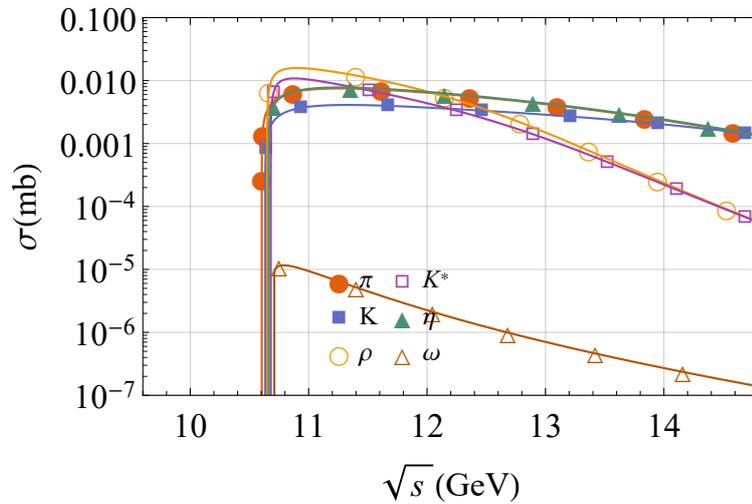


Figura 4.9: Seções de choque em função da energia do centro de massa \sqrt{s} para espalhamentos ΥX em todos os estados finais permitidos, onde X denotam os mésons $\pi, K, \eta, \rho, K^*, \omega$.

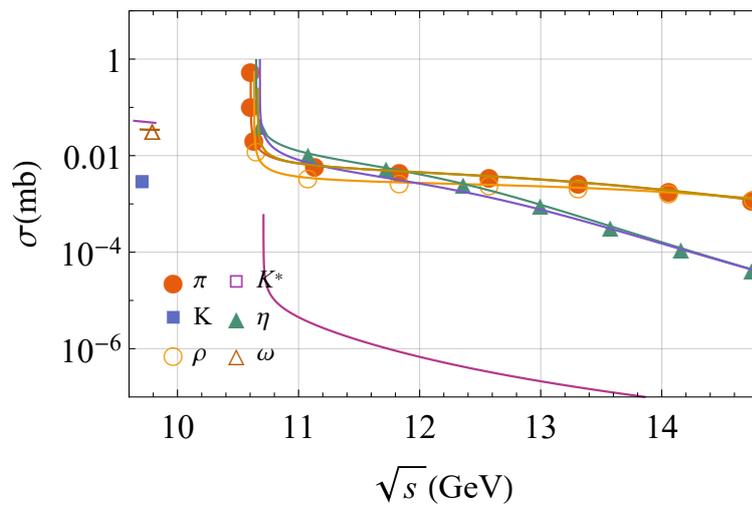


Figura 4.10: Seções de choque em função da energia do centro de massa \sqrt{s} para espalhamento ΥX em todos os estados iniciais permitidos, onde X denotam os mésons $\pi, K, \eta, \rho, K^*, \omega$ (reações inversas da Figura (4.9)).

- Na ordem de perturbação quiral mais baixa, ou seja, nível de árvore, apenas as reações com mésons contendo quark b nos estados finais têm seções de choque com resultados relevantes, com um comportamento descontrolado com energia \sqrt{s} .
- As amplitudes de canais acoplados unitarizadas através do loop do méson geram seções de choque que não são geradas a nível de árvore, que por sua vez, têm suas

magnitudes controladas, com um pico logo após o limiar e uma diminuição com o aumento da energia \sqrt{s} .

- As contribuições mais relevantes são reações com os estados finais contendo mésons contendo quark b , enquanto as outras têm uma magnitude muito pequena e são altamente suprimidas à medida que a energia aumenta. Precisamente, os processos mais relevantes são os elásticos, $\Upsilon X \rightarrow \Upsilon X$, bem como os inelásticos $\Upsilon X \rightarrow \eta_b Y$.
- No caso de espalhamento $\Upsilon \omega$, o estado final $\rho\rho$ não aparece no gráfico, pois os loops de mésons não geram combinações permitidas para este canal.
- Empregamos a lagrangiana de ordem mais baixa na expansão quiral, com suas contribuições projetadas na onda-s. Nesse sentido, ondas parciais mais altas dominariam a seção de choque com maiores energias de CM acima do limite, o que modificaria a diminuição mais rápida das seções de choque.

Além disso, devemos acrescentar alguns comentários sobre a grande supressão da magnitude para os processos $VV \rightarrow PP$. Devido à natureza dessa interação, a única maneira de obter uma reação desse tipo é através do canal S , como mostrado na Equação (4.27), que é proporcional ao termo $(t - u)$. Em particular, se o canal for zero, como no espalhamento $\Upsilon \omega$, as reações $VV \rightarrow PP$ são proibidas. No entanto, no caso $\Upsilon \rho$ e ΥK^* não têm todos os canais S sendo nulos. Observe que na onda-s, $(t - u)$ e $(m_1^2 - m_2^2)(M_1^2 - M_2^2)$, onde m_i são as massas das partículas de entrada e M_i as massas das partículas de saída. Consequentemente, quando as partículas de entrada ou saída têm massas próximas o canal S fica altamente suprimido.

Todos os resultados apresentados podem ser resumidos na Figura 4.9, onde foram estimadas as seções de choque do Υ com cada méson, resultando em todos os canais possíveis. Finalmente, na Figura 4.10 são mostradas as seções de choque para reações inversas discutidas na Figura 4.9, isto é, todos os canais permitidos gerando Υ -(mésons pseudoescalares ou vetoriais). Observamos que as seções de choque para processos diretos e inversos podem ser consideradas aproximadamente da mesma ordem de grandeza: elas estão entre 10^{-3} e 1 mbarn na faixa de $10 \text{ GeV} < \sqrt{s} < 13 \text{ GeV}$ e são suprimidas com altas energias.

Portanto, os resultados relatados nesta seção, permitem avaliar as interações mais relevantes entre o bottomonium Υ e o meio hadrônico, composto pelos mésons mais leves, e

48CAPÍTULO 4. MÉTODO DE UNITARIZAÇÃO PARA A INTERAÇÃO DO BOTTOMONIUM

serão úteis para a determinação da evolução da abundância de Υ em colisões de alta energia, mesmo quanto à correspondência entre outros procedimentos. Na próxima seção, iremos apresentar as conclusões dessa dissertação.

Capítulo 5

Conclusão

Neste trabalho avaliamos as interações de Υ com um meio hadrônico, considerando o meio composto por mésons pseudoscalares (π, K, η) e mésons vetoriais (ρ, K^*, ω) . Calculamos as seções de choque para o espalhamento Υ por mésons leves, bem como seus processos inversos. No âmbito das amplitudes em canal acoplado unitarizadas, analisamos as magnitudes das seções de choque que são permitidas para os diferentes canais.

A aplicação da unitarização nas amplitudes em canal acoplado, através dos loops de mésons, geraram seções de choque não nulas, que por sua vez são controladas, inclusive as reações de mésons constituídos por quark b nos estados finais (que possuem seção de choque descontrolada com amplitudes no nível árvores). Além disso, a partir dos resultados, podemos inferir que as reações com o estado final de mésons constituídos por quark b sendo as contribuições mais relevantes para as seções de choque, enquanto as outras têm uma magnitude muito pequena e são altamente suprimidas à medida que a energia aumenta. Outra característica é a contribuição insignificante dos processos $VV \rightarrow PP$, tanto nos loops mesônicos quanto nos estados finais.

No que se diz respeito às estimativas das seções de choque para Υ com cada méson, resultando em todos os canais possíveis, eles sugerem que os espalhamentos $\Upsilon P \rightarrow Todos$ têm magnitudes maiores do que aquelas com mésons vetoriais, no caso $\Upsilon V \rightarrow Todos$, na maior faixa de energia do centro de massa \sqrt{s} .

É relevante observar as limitações do tratamento das amplitudes. Como foi empregada a Lagrangiana de ordem mais baixa na expansão quirial, com suas contribuições projetadas em onda-s, em princípio, a investigação da faixa de baixa energia perto do limiar é válida apesar de existirem resultados relatados na literatura cujo comportamento de alta energia

é qualitativamente semelhante ao nosso.

A fim de melhorar os resultados obtidos, será necessário realizar estudos mais aprimorados para realizar uma comparação mais precisa com as previsões feitas por outros modelos fenomenológicos. A análise de ondas parciais mais altas, em especial, modificaria a diminuição das seções de choque em energias maiores tornando-se conveniente na determinação da evolução da abundância de Υ em colisões de alta energia.

Referências Bibliográficas

- [1] N. P. Samios, “Conceptual design of the relativistic heavy ion collider: Rhic,” tech. rep., Brookhaven National Lab., Upton, NY (USA), 1989.
- [2] L. V. Bravina and E. E. Zabrodin, “Directed flow in heavy-ion collisions at nica: What is interesting to measure?,” *The European Physical Journal A*, vol. 52, Aug 2016.
- [3] R. Rapp, D. Blaschke, and P. Crochet, “Charmonium and bottomonium in heavy-ion collisions,” *Progress in particle and nuclear physics*, vol. 65, no. 2, pp. 209–266, 2010.
- [4] M. C. Abreu, B. Alessandro, C. Alexa, J. Astruc, C. Baglin, A. Baldit, M. Bedjidian, F. Bellaiche, S. Beole, V. Boldea, *et al.*, “Anomalous j/ψ suppression in pb pb interactions at 158 gev/c per nucleon,” *Physics Letters B*, vol. 410, no. 2-4, pp. 337–343, 1997.
- [5] R. Ma, “Quarkonium production in nuclear collisions,” *Nuclear Physics A*, vol. 982, p. 120–126, Feb 2019.
- [6] E. G. Ferreira, “Global description of bottomonium suppression in proton-nucleus and nucleus-nucleus collisions at lhc energies,” *PoS*, vol. DIS2018, p. 130, 2018.
- [7] B. Abelev, J. Adam, D. Adamová, M. Aggarwal, G. Aglieri Rinella, M. Agnello, A. Agocs, A. Agostinelli, N. Agrawal, Z. Ahammed, and *et al.*, “Centrality, rapidity and transverse momentum dependence of j/ψ suppression in pb-pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ tev,” *Physics Letters B*, vol. 734, p. 314–327, Jun 2014.
- [8] B. Kopeliovich, H. Pirner, I. Potashnikova, K. Reygers, and I. Schmidt, “Heavy quarkonium in saturated environment of high-multiplicity pp collisions,” *arXiv preprint arXiv:1910.09682*, 2019.

- [9] M. Strickland, “Using bottomonium production as a tomographic probe of the quark-gluon plasma,” *arXiv preprint arXiv:1906.00888*, 2019.
- [10] M. Cleven, V. K. Magas, and A. Ramos, “Properties of open and hidden charm mesons in light quark matter,” *Phys. Rev. C*, vol. 96, p. 045201, Oct 2017.
- [11] L. Abreu, K. Khemchandani, A. M. Torres, F. S. Navarra, and M. Nielsen, “Update on j/ψ regeneration in a hadron gas,” *Physical Review C*, vol. 97, no. 4, p. 044902, 2018.
- [12] J. Zhou and X.-M. Xu, “Temperature-dependent cross sections for charmonium dissociation in collisions with pions and ρ mesons in hadronic matter,” *Physical Review C*, vol. 85, no. 6, p. 064904, 2012.
- [13] F.-R. Liu, S.-T. Ji, and X.-M. Xu, “ k^* - charmonium dissociation cross sections and charmonium dissociation rates in hadronic matter,” *Journal of the Korean Physical Society*, vol. 69, no. 4, pp. 472–487, 2016.
- [14] L. Abreu, K. Khemchandani, A. M. Torres, F. S. Navarra, M. Nielsen, and A. Vasconcellos, “Production and absorption of exotic bottomoniumlike states in high energy heavy ion collisions,” *Physical Review D*, vol. 95, no. 9, p. 096002, 2017.
- [15] L. Roca, E. Oset, and J. Singh, “Low lying axial-vector mesons as dynamically generated resonances,” *Physical Review D*, vol. 72, no. 1, p. 014002, 2005.
- [16] L. Abreu, E. Cavalcanti, and A. Malbouisson, “Impact of unitarization on the j/ψ -light meson cross section,” *Nuclear Physics A*, vol. 978, 08 2018.
- [17] D. Gamermann and E. Oset, “Axial resonances in the open and hidden charm sectors,” *The European Physical Journal A*, vol. 33, no. 2, pp. 119–131, 2007.
- [18] L. M. Abreu, D. Cabrera, F. J. Llanes-Estrada, and J. M. Torres-Rincon, “Charm diffusion in a pion gas implementing unitarity, chiral and heavy quark symmetries,” *Annals of Physics*, vol. 326, no. 10, pp. 2737–2772, 2011.
- [19] M. E. Peskin, *An introduction to quantum field theory*. Frontiers in Physics, CRC Press, 2018.
- [20] A. L. L. F. Vasconcellos, *Estudo dos Estados Exóticos no setor de Bottomonium via Teorias de Campos Efetivas*. Tese de doutorado em física, Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, 2017.

- [21] M. D. Schwartz, *Quantum field theory and the standard model*. Cambridge University Press, 2014.
- [22] B. R. Martin and G. Shaw, *Particle physics*. John Wiley & Sons, 2017.
- [23] Sembl, “Elementary particle interactions.png.” <http://www.semb1.net/wp-content/uploads/2012/07/Elementary-particle-interactions.png>., note=[Online; accessed 16-November-2019], 2012.
- [24] User:MissMJ, “Standard model of elementary particles.svg.” <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=49632920>, note=[Online; accessed 13-April-2019], 2016.
- [25] W. Heisenberg, “Uber den bau der atomkerne. i,” *Zeitschrift fur Physik*, vol. 77, no. 1, pp. 1–11, 1932.
- [26] M. Tanabashi *et al.*, “Review of particle physics,” *Phys. Rev.*, vol. D98, no. 3, p. 030001, 2018.
- [27] C. Amsler *et al.*, “Review of particle physics,” *Phys. Lett.*, vol. B667, pp. 1–1340, 2008.
- [28] K. A. Olive *et al.*, “Review of particle physics,” *Chin. Phys.*, vol. C38, p. 090001, 2014.
- [29] S. Herb, D. Hom, L. Lederman, J. Sens, H. Snyder, J. Yoh, J. Appel, B. Brown, C. Brown, W. R. Innes, *et al.*, “Observation of a dimuon resonance at 9.5 gev in 400 gev proton-nucleus collisions,” *Physical Review Letters*, vol. 39, no. 5, p. 252, 1977.
- [30] C. H. Duque, *An Effective Field Theory study of heavy meson-heavy antimeson molecules based on Heavy Quark Symmetries*. PhD thesis, Universitat de València, 2015.
- [31] R. Casalbuoni, A. Deandrea, N. Di Bartolomeo, R. Gatto, F. Feruglio, and G. Nardulli, “Phenomenology of heavy meson chiral lagrangians,” *Physics Reports*, vol. 281, p. 145–238, Mar 1997.
- [32] S. Scherer and M. R. Schindler, *A primer for chiral perturbation theory*, vol. 830. Springer Science & Business Media, 2012.
- [33] A. Pich, “Effective field theory,” *arXiv preprint hep-ph/9806303*, 1998.

- [34] J. M. Dias, *Estudo da largura de estados exóticos do Charmonium usando as regras de soma da QCD*. Tese de doutorado em física, Instituto de Física, Universidade de São Paulo, 2015.
- [35] A. Hosaka, T. Iijima, K. Miyabayashi, Y. Sakai, and S. Yasui, “Exotic hadrons with heavy flavors: X, y, z, and related states,” *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, vol. 2016, no. 6, p. 062C01, 2016.
- [36] S. Weinberg, “Phenomenological lagrangians,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 96, no. 1-2, pp. 327–340, 1979.
- [37] J. Gasser and H. Leutwyler, “Chiral perturbation theory to one loop,” *Annals of Physics*, vol. 158, no. 1, pp. 142–210, 1984.
- [38] J.-J. Aubert, U. Becker, P. Biggs, J. Burger, M. Chen, G. Everhart, P. Goldhagen, J. Leong, T. McCorrison, T. Rhoades, *et al.*, “Experimental observation of a heavy particle j ,” *Physical Review Letters*, vol. 33, no. 23, p. 1404, 1974.
- [39] L. M. Abreu, D. Cabrera, and J. M. Torres-Rincon, “Transport properties of bottomed mesons in a hot mesonic gas,” *Physical Review D*, vol. 87, no. 3, p. 034019, 2013.
- [40] M. A. Sbaih, M. K. Srour, M. Hamada, and H. Fayad, “Lie algebra and representation of $su(4)$,” *Electron. J. Theor. Phys*, vol. 10, pp. 9–26, 2013.
- [41] S. G. Matinyan and B. Muller, “Model of charmonium absorption by light mesons,” *Physical Review C*, vol. 58, no. 5, p. 2994, 1998.
- [42] K. L. Haglin, “Charmonium dissociation in hadronic matter,” *Physical Review C*, vol. 61, no. 3, p. 031902, 2000.
- [43] P. Braun-Munzinger and K. Redlich, “Charmonium production from secondary collisions at lhc energy,” *The European Physical Journal C-Particles and Fields*, vol. 16, no. 3, pp. 519–525, 2000.
- [44] Z. Lin and C. M. Ko, “Model for j/ψ absorption in hadronic matter,” *Physical Review C*, vol. 62, no. 3, p. 034903, 2000.
- [45] K. L. Haglin and C. Gale, “Hadronic interactions of the j/ψ ,” *Physical Review C*, vol. 63, no. 6, p. 065201, 2001.

- [46] Y. Oh, T. Song, and S. H. Lee, “ J/ψ absorption by π and ρ mesons in a meson exchange model with anomalous parity interactions,” *Physical Review C*, vol. 63, no. 3, p. 034901, 2001.
- [47] Y. Oh, T. Song, S. H. Lee, and C.-Y. Wong, “Form-factor dependence of the j/ψ dissociation cross sections in meson exchange model,” *J. Korean Phys. Soc.*, vol. 43, p. 1003, 2003.
- [48] A. Bourque, C. Gale, and K. Haglin, “Hadronic interactions of the j/ψ and adler’s theorem,” *Physical Review C*, vol. 70, no. 5, p. 055203, 2004.
- [49] F. Carvalho, F. Duraes, F. Navarra, and M. Nielsen, “Hadronic form factors and the j/ψ secondary production cross section: An update,” *Physical Review C*, vol. 72, no. 2, p. 024902, 2005.
- [50] S. Mitra, S. Ghosh, S. K. Das, S. Sarkar, and J.-e. Alam, “Diffusion of hidden charm mesons in hadronic medium,” *Nuclear Physics A*, vol. 951, pp. 75–85, 2016.
- [51] A. Dobado and J. Pelaez, “Inverse amplitude method in chiral perturbation theory,” *Physical Review D*, vol. 56, no. 5, p. 3057, 1997.
- [52] J. Oller and E. Oset, “Erratum to chiral symmetry amplitudes in the s-wave isoscalar and isovector channels and the scalar mesons (nucl. phys. a 620 (1997) 438-456),” *Nuclear Physics-Section A*, vol. 652, no. 4, p. 407, 1999.
- [53] J. A. Oller, E. Oset, and J. Pelaez, “Meson-meson interactions in a nonperturbative chiral approach,” *Physical Review D*, vol. 59, no. 7, p. 074001, 1999.
- [54] J. Weinstein and N. Isgur, “ $K \bar{K}$ molecules,” *Physical Review D*, vol. 41, no. 7, p. 2236, 1990.
- [55] G. Janssen, B. Pearce, K. Holinde, and J. Speth, “Structure of the scalar mesons f_0 (980) and a_0 (980),” *Physical Review D*, vol. 52, no. 5, p. 2690, 1995.
- [56] J. A. Oller and E. Oset, “Chiral symmetry amplitudes in the s-wave isoscalar and isovector channels and the σ , f_0 (980), a_0 (980) scalar mesons,” *Nuclear Physics A*, vol. 620, no. 4, pp. 438–456, 1997.
- [57] J. M. Dias, F. Aceti, and E. Oset, “Study of $b\bar{b}^*$ and $B^*\bar{b}^*$ interactions in $i = 1$ and relationship to the $Z_b(10610)$, $Z_b(10650)$ states,” *Phys. Rev. D*, vol. 91, p. 076001, Apr 2015.

- [58] G. L. Yu, Z. G. Wang, and Z. Y. Li, “Strong coupling constants and radiative decays of the heavy tensor mesons,” *arXiv preprint arXiv:1905.11236*, 2019.
- [59] R. Molina, D. Nicmorus, and E. Oset, “The ρ ρ interaction in the hidden gauge formalism and the $f_0(1370)$ and $f_2(1270)$ resonances,” *Physical Review D*, vol. 78, no. 11, p. 114018, 2008.

Apêndice A

Geradores do $SU(4)$

O grupo $SU(4)$ é representado como

$$SU(4) = \{A = \text{matrizes } 4 \times 4 \mid A^\dagger A = 1, \det(A) = 1\}. \quad (\text{A.1})$$

Os geradores são matrizes Hermitiana, análogos às matrizes de Pauli do $SU(2)$ e às matrizes Gell-Mann do $SU(3)$, que são [40]:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_9 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_{10} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_{11} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_{12} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\lambda_{13} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_{14} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{pmatrix} & \lambda_{15} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

As matrizes λ_a são ortogonais e satisfazem,

$$Tr(\lambda_a \lambda_b) = 2\delta_{ab}; \quad a, b = 1, 2, \dots, 15. \quad (\text{A.2})$$

Essas matrizes obedecem à relação de comutação,

$$\left[\frac{\lambda_a}{2}, \frac{\lambda_b}{2} \right] = if_{abc} \frac{\lambda_c}{2}; \quad a, b, c = 1, 2, \dots, 15, \quad (\text{A.3})$$

onde $[]$ representa a relação de comutação. Para $SU(4)$, f_{abc} é indicado pela constante de estrutura. As constantes de estrutura são completamente antissimétricas sob a permutação de quaisquer dos índices que satisfaçam $a < b < c$, logo f_{abc} são apresentados na Tabela (A.1).

Tabela A.1: Constante de estrutura f_{abc} para $SU(4)$

a	b	c	f_{abc}
1	2	3	1
1	4	7	$\frac{1}{2}$
1	5	6	$-\frac{1}{2}$
2	4	6	$\frac{1}{2}$
2	5	7	$\frac{1}{2}$
3	4	5	$\frac{1}{2}$
3	6	7	$-\frac{1}{2}$
4	5	8	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
6	7	8	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
1	9	12	$\frac{1}{2}$
1	10	11	$-\frac{1}{2}$
2	9	11	$\frac{1}{2}$
2	10	12	$\frac{1}{2}$
3	9	10	$\frac{1}{2}$
3	11	12	$-\frac{1}{2}$
4	9	14	$\frac{1}{2}$
4	10	13	$-\frac{1}{2}$
5	9	13	$\frac{1}{2}$
5	10	14	$\frac{1}{2}$
6	11	14	$\frac{1}{2}$
6	12	13	$-\frac{1}{2}$
7	11	13	$\frac{1}{2}$
7	12	14	$\frac{1}{2}$
8	9	10	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$
8	11	12	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$
8	13	14	$-\frac{1}{2\sqrt{3}}$
9	10	15	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$
11	12	15	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$
13	14	15	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$

Apêndice B

Cálculo de G_{PP} , G_{PV} e G_{VV}

Aqui iremos detalhar a obtenção das Equações (4.43), (4.46) e (4.47), ou seja, as contribuições para o caso G_{PP} (dois mésons pseudoscalares), G_{PV} (um méson pseudoscalar e um méson vetorial) e G_{VV} (dois mésons vetoriais), que serão dadas nas seções seguintes.

B.1 Caso G_{PP}

A bolha com duas linhas pseudoscalares,

$$G_{PP}(s) = i \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{1}{(q^2 - m_1^2 + i0^+)[(P - q)^2 - m_2^2 + i0^+]}, \quad (\text{B.1})$$

sendo $s = P^2$ e, m_1 e m_2 , as massas das partículas, podemos utilizar a parametrização de Feynman reduzindo a

$$G_{PP}(s) = i \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \int_0^1 dz \frac{1}{[q^2 - m_1^2 + i0^+ + (P^2 - 2P \cdot q - m_2^2 + m_1^2)z]^2}. \quad (\text{B.2})$$

Fazendo um deslocamento em um momento interno ($q \rightarrow q + Pz$) levando a $q^2 = 2P \cdot qz \rightarrow q^2 - P^2z^2$ temos,

$$G_{PP}(s) = i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \int_0^1 dz \frac{1}{[q^2 + P^2 z(1-z) - m_2^2 z - m_1^2(1-z) + i0^+]^2}, \quad (\text{B.3})$$

Integrando como uma regularização dimensional ($D = 4 - 2\varepsilon$),

$$G_{PP}(s) = - \int_0^1 dz \frac{\Gamma(2 - \frac{D}{2})}{(4\pi)^{\frac{D}{2}}} \left[\frac{m_2^2 z + m_1^2(1-z) - P^2 z(1-z)}{\mu^2} \right]^{\frac{D}{2}-2}, \quad (\text{B.4})$$

$$(\text{B.5})$$

onde μ é uma escala de massa. Salientando a dimensionalidade temos,

$$\begin{aligned} G_{PP}(s) &= - \int_0^1 dz \frac{\Gamma(\varepsilon)}{(4\pi)^2} \left[\frac{m_2^2 z + m_1^2(1-z) - P^2 z(1-z)}{4\pi\mu^2} \right]^{-\varepsilon} \\ &= - \frac{1}{(4\pi)^2} \left(\frac{1}{\varepsilon} - \gamma \right) + \frac{1}{(4\pi)^2} \int_0^1 dz \log \left[\frac{m_2^2 z + m_1^2(1-z) - P^2 z(1-z)}{4\pi\mu^2} \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

A fim de calcular a integral do logaritmo iremos reorganizar a seguinte expressão,

$$\int_0^1 dz \log \left[\frac{m_2^2 z + m_1^2(1-z) - P^2 z(1-z)}{4\pi\mu^2} \right] \quad (\text{B.7})$$

$$= \int_0^1 dz \log \left[\left(\frac{P^2}{4\pi\mu^2} \right) \left(z^2 + z \left(\frac{m_2^2 - m_1^2 - P^2}{P^2} \right) + \frac{m_1^2}{P^2} \right) \right]$$

$$= \int_0^1 dz \log \left[\left(\frac{s}{4\pi\mu^2} \right) (z - z_-)(z - z_+) \right]. \quad (\text{B.8})$$

Sendo,

$$z_{\pm} = \frac{s - \Delta}{2s} \pm \frac{\sqrt{\lambda(s, m_1^2, m_2^2)}}{2s}, \quad (\text{B.9})$$

$$\Delta = m_2^2 - m_1^2, \quad (\text{B.10})$$

$$\lambda(a, b, c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2(ab + ac + bc), \quad (\text{B.11})$$

a integração no logaritmo se torna $\int_0^1 dz \ln(z - a) = -1 + a \ln \frac{-a}{1-a} + \ln(1 - a)$. Substituindo, temos:

$$\begin{aligned} \int_0^1 dz \log[(z - z_-)(z - z_+)] &= -2 + \log \left[\frac{s + \Delta + \sqrt{\lambda}}{2s} \right] + \log \left[\frac{s + \Delta - \sqrt{\lambda}}{2s} \right] + \\ &+ \left(\frac{s - \Delta - \sqrt{\lambda}}{2s} \right) \ln \left[\frac{-s + \Delta + \sqrt{\lambda}}{s + \Delta + \sqrt{\lambda}} \right] + \left(\frac{s - \Delta + \sqrt{\lambda}}{2s} \right) \ln \left[\frac{-s + \Delta - \sqrt{\lambda}}{s + \Delta - \sqrt{\lambda}} \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Unindo os logarítimos e utilizando $\lambda = (\delta - s)^2 - 4sm_1^2 = (\delta + s)^2 - 4sm_2^2$, temos,

$$\begin{aligned} \int_0^1 dz \log[(z - z_-)(z - z_+)] &= -2 + \log \left[\frac{(s + \Delta)^2 - \lambda}{4s^2} \right] + \left(\frac{s - \Delta}{2s} \right) \ln \left[\frac{(\Delta - s)^2 - \lambda}{(\Delta + s)^2 - \lambda} \right] \\ &+ \frac{\sqrt{\lambda}}{2s} \left[\ln \left(\frac{-s + \Delta - \sqrt{\lambda}}{s + \Delta - \sqrt{\lambda}} \right) - \ln \left(\frac{-s + \Delta + \sqrt{\lambda}}{s + \Delta + \sqrt{\lambda}} \right) \right], \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

$$\int_0^1 dz \log[(z - z_-)(z - z_+)] = -2 + \ln \left[\frac{m_1 m_2}{s} \right] - \frac{\Delta}{2s} \ln \left[\frac{m_1^2}{m_2^2} \right] +$$

$$+ \frac{\sqrt{\lambda}}{2s} \left[\ln \left(\frac{-s + \Delta - \sqrt{\lambda}}{s + \Delta - \sqrt{\lambda}} \right) - \ln \left(\frac{-s + \Delta + \sqrt{\lambda}}{s + \Delta + \sqrt{\lambda}} \right) \right]. \quad (\text{B.14})$$

Então, retornando para $G_{PP}(s)$,

$$G_{PP}(s) = -\frac{1}{(4\pi)^2} \left(\frac{1}{\varepsilon} - \lambda + 2 \right) + \frac{1}{(4\pi)^2} \ln \left(\frac{m_1 m_2}{4\pi\mu^2} \right) - \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{\Delta}{2s} \ln \left[\frac{m_1^2}{m_2^2} \right] \\ + \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{\Delta}{2s} \left[\ln \left(\frac{-s + \Delta - \sqrt{\lambda}}{s + \Delta - \sqrt{\lambda}} \right) - \ln \left(\frac{-s + \Delta + \sqrt{\lambda}}{s + \Delta + \sqrt{\lambda}} \right) \right]. \quad (\text{B.15})$$

Sendo que, a componente independente da variável de Mandelstam s , referente às massas m_1 e m_2 e, da escala μ , é divergente. Logo, considerando uma constante α , obtida de forma fenomenológica por comparação a um experimento, nota-se que as constantes α e μ são relacionadas, então, é escolhido de forma arbitrária o valor de uma delas e define-se a outra com um experimento.

Região	Intervalo	λ
(I)	$s < (m_1 - m_2)^2$	$\lambda > 0$
(II)	$(m_1 - m_2)^2 \leq s < (m_1 + m_2)^2$	$\lambda < 0$
(III)	$s \geq (m_1 + m_2)^2$	$\lambda > 0$

Analisando a região de validade do logaritmo através da raiz quadrada da função de Kallen $\lambda(s, m_1^2, m_2^2)$ obtemos as três regiões distintas. Logo, a fim de viabilizar a análise será adotado $\delta > 0$, sendo que o procedimento para $\delta < 0$ é similar.

Na região (II) é necessário realizar uma nova divisão. A parte (IIa) é

$$(m_1 - m_2)^2 \leq s < \delta = (m_2^2 - m_1^2) \quad (\text{B.16})$$

e, na parte (IIb),

$$\delta = (m_2^2 - m_1^2) < s < (m_1 + m_2)^2 \quad (\text{B.17})$$

Esta análise tem o propósito de verificar o sinal da componente real do logaritmo a fim de avaliar a fase associada. Para os casos positivos não existe fase, para os casos negativos adiciona-se uma fase $e^{\pm i\pi}$.

Sinal das componentes	(I)	(II) $s < \delta$	(II) $s > \delta$	(III)
$\delta - s - \sqrt{\lambda}$	+	+	-	-
$\delta - s + \sqrt{\lambda}$	+	+	-	-
$\delta + s - \sqrt{\lambda}$	+	+	+	+
$\delta + s + \sqrt{\lambda}$	+	+	+	+

Logo, para cada região, temos,

$$(I) \quad \frac{\sqrt{\lambda}}{2s} \left[\ln \left(\frac{-s + \delta - \sqrt{\lambda}}{s + \delta - \sqrt{\lambda}} \right) - \ln \left(\frac{-s + \delta + \sqrt{\lambda}}{s + \delta + \sqrt{\lambda}} \right) \right],$$

$$(IIa) \quad \frac{\sqrt{|\lambda|}}{s} \left[\arctan \frac{\sqrt{|\lambda|}}{s - \delta} + \arctan \frac{\sqrt{|\lambda|}}{s + \delta} \right],$$

$$(IIb) \quad \frac{\sqrt{|\lambda|}}{s} \left[\arctan \frac{\sqrt{|\lambda|}}{s - \delta} + \arctan \frac{\sqrt{|\lambda|}}{s + \delta} + \pi \right],$$

$$(III) \quad \frac{\sqrt{\lambda}}{2s} \left[\ln \left(\frac{s - \delta + \sqrt{\lambda}}{s + \delta - \sqrt{\lambda}} \right) - \ln \left(\frac{s - \delta - \sqrt{\lambda}}{s + \delta + \sqrt{\lambda}} \right) - 2i\pi \right]$$

B.2 Caso G_{PV}

Para o caso de um méson pseudoescalar e um méson vetorial (PV), a expressão para a bolha com uma linha vetorial e uma linha escalar é

Para o caso PV

$$G_{PV}(s) = i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{M^2}}{q^2 - M^2 + i0^+} \frac{1}{(P - q)^2 - m^2 + i0^+}, \quad (\text{B.18})$$

Sendo M a massa do méson vetorial e m a massa do méson pseudoscalar. Utilizaremos a aproximação de que somente as componentes espaciais do vetor de polarização serão relevantes, assim,

$$-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{M^2} \approx \delta_{ij} + \frac{q_i q_j}{M^2}. \quad (\text{B.19})$$

Além disto, também é utilizado que somente a momento “on-shell” será relevante e, que a componente “off-shell” não introduz nenhuma contribuição relevante [53],

$$\delta_{ij} + \frac{q_i q_j}{M^2} \approx \delta_{ij} \left(1 + \frac{\vec{q}_{on}^2}{3M^2} \right). \quad (\text{B.20})$$

O momento “on-shell” $\vec{q}_{on}^2 = \frac{\lambda(s, M^2, m^2)}{4s}$ sendo λ a função de Kallen ou, por conveniência, $p = \frac{1}{2\sqrt{s}} \sqrt{[s - (m_1 + m_2)^2][s - (m_1 - m_2)^2]}$. Com estas considerações, a bolha se torna simplesmente,

$$G_{PV}(s) = \left(1 + \frac{\lambda(s, M^2, m^2)}{12M^2 s} \right) G_{PP}(s). \quad (\text{B.21})$$

Ou

$$G_{PV}(s) = \left(1 + \frac{p^2}{3M_1^2} \right) G_{PP}(s). \quad (\text{B.22})$$

B.3 Caso G_{VV}

Para o caso de dois mésons vetoriais (VV), tem a peculiaridade de ter três possibilidades distintas de spin total ($S = 0, 1, 2$) associadas ao vértice:

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{abcd}^{S=0} &= \frac{1}{3} \boldsymbol{\varepsilon}^{(a)} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^{(b)} \boldsymbol{\varepsilon}^{(c)} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^{(d)}, \\ \mathcal{A}_{abcd}^{S=1} &= \frac{1}{2} \left[\boldsymbol{\varepsilon}^{(a)} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^{(c)} \boldsymbol{\varepsilon}^{(b)} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^{(d)} - \boldsymbol{\varepsilon}^{(a)} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^{(d)} \boldsymbol{\varepsilon}^{(b)} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^{(c)} \right], \\ \mathcal{A}_{abcd}^{S=2} &= \frac{1}{2} \left[\boldsymbol{\varepsilon}^{(a)} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^{(c)} \boldsymbol{\varepsilon}^{(b)} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^{(d)} + \boldsymbol{\varepsilon}^{(a)} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^{(d)} \boldsymbol{\varepsilon}^{(b)} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^{(c)} \right] - \frac{1}{3} \boldsymbol{\varepsilon}^{(a)} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^{(b)} \boldsymbol{\varepsilon}^{(c)} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^{(d)}.\end{aligned}\quad (\text{B.23})$$

A correção de uma única bolha terá a composição $\mathcal{A}_{ab12} \mathcal{A}_{12cd}$, para cada um destes caso isto resultarem,

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{ab12}^{S=0} \mathcal{A}_{12cd}^{S=0} &= \mathcal{A}_{abcd}^{S=0} \frac{1}{3} \boldsymbol{\varepsilon}_\mu^{(1)} \boldsymbol{\varepsilon}_{\mu'}^{(1)} \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)\mu} \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)\mu'}, \\ \mathcal{A}_{ab12}^{S=1} \mathcal{A}_{12cd}^{S=0} &= \frac{1}{2} \left[\boldsymbol{\varepsilon}^{(a)\mu} \boldsymbol{\varepsilon}^{(c)\mu'} \boldsymbol{\varepsilon}_\nu^{(b)} \boldsymbol{\varepsilon}_{\nu'}^{(d)} \text{varepsilonpsilon}^{(a)\mu} \boldsymbol{\varepsilon}^{(d)\mu'} \boldsymbol{\varepsilon}_\nu^{(b)} \boldsymbol{\varepsilon}_{\nu'}^{(c)} \right] \boldsymbol{\varepsilon}_\mu^{(1)} \boldsymbol{\varepsilon}_{\mu'}^{(1)} \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)\nu} \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)\nu'}.\end{aligned}\quad (\text{B.24})$$

O fator $\frac{1}{3}$ será compensado pela repetição de índices em $\boldsymbol{\varepsilon}_\mu^{(1)} \boldsymbol{\varepsilon}_{\mu'}^{(1)} \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)\mu} \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)\mu'}$. O resultado básico é que a composição de cada caso leva a um fator extra

$$\boldsymbol{\varepsilon}_\mu^{(1)} \boldsymbol{\varepsilon}_{\mu'}^{(1)} \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)\nu} \boldsymbol{\varepsilon}^{(2)\nu'} = \left(-g^{\mu\mu'} + \frac{q^\mu q^{\mu'}}{m_1^2} \right) \left(-g^{\nu\nu'} + \frac{(P-q)^\nu (P-q)^{\nu'}}{m_2^2} \right), \quad (\text{B.25})$$

que é simplesmente o numerador da bolha vetorial. Assim,

$$G_{VV}(s) = i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{-g^{\mu\mu'} + \frac{q^\mu q^{\mu'}}{m_1^2}}{q^2 - M^2 + i0^+} \frac{-g^{\nu\nu'} + \frac{(P-q)^\nu (P-q)^{\nu'}}{m_2^2}}{(P-q)^2 - m_2^2 + i0^+}, \quad (\text{B.26})$$

Sendo m_1 e m_2 as massa dos mésons vetoriais.

Utilizaremos exatamente as mesmas aproximações do caso PV [59], deste modo,

$$G_{VV}(s) = \left(1 + \frac{\lambda(s, m_1^2, m_2^2)}{12m_1^2 s}\right) \left(1 + \frac{\lambda(s, m_1^2, m_2^2)}{12m_2^2 s}\right) G_{PP}(s), \quad (\text{B.27})$$

$$G_{VV}(s) = \left(1 + \frac{p^2}{3M_1^2}\right) \left(1 + \frac{p^2}{3M_2^2}\right) G_{PP}(s). \quad (\text{B.28})$$

Apêndice C

Coeficientes ζ_{ij} , ξ_{ij} e χ_{ij}

Através das Equações (4.28), (4.29) e (4.30) foram citados os coeficientes ζ_{ij} , ξ_{ij} e χ_{ij} que são gerados devido a decomposição dos canais envolvendo mésons leves e pesados que nos permite obtê-las. Nesta seção iremos resumir os valores que eles devem assumir com a escolha de uma base de isospin apropriada de acordo com o tipo de processo ($VV \rightarrow VV$, $VP \rightarrow VP$, $VV \rightarrow PP$). Onde foi denotado,

$$\gamma = \left(\frac{m_L}{m_H} \right)^2, \quad (\text{C.1})$$

$$\psi = -\frac{1}{3} + \frac{4}{3} \left(\frac{m_L}{m'_H} \right)^2, \quad (\text{C.2})$$

onde os valores destas massas, m_L , m_H e m'_H , estão citadas na seção Resultados.

C.1 $VV \rightarrow VV$ e $VV \rightarrow PP$

Como é descrito na Equação (4.28), no caso, processos do tipo $VV \rightarrow VV$ que constam os coeficientes $\zeta_{ij}^{(s)}$, $\zeta_{ij}^{(t)}$ e $\zeta_{ij}^{(u)}$ têm seus valores apresentados nas tabelas seguintes. Para processos $VV \rightarrow PP$ os coeficientes são obtidos apenas pela substituição do par vetorial no estado final de $VV \rightarrow VV$ pelo respectivo par pseudoscalar PP em base $SU(4)$ (por exemplo, $\Upsilon\rho$ por $\eta_b\pi$). Portanto, os coeficientes χ_{ij} , são iguais a $\zeta_{ij}^{(s)}$, ou seja, os primeiros coeficientes das tabelas a seguir.

$\mathbf{C} = \mathbf{S} = \mathbf{0}, I^G(J^{PC}) = 1^+(1^{+-}), 1^-(2^{++}); I_z = +1$				
Canal	$\Upsilon\rho$	$\omega\rho$	\bar{K}^*K^*	\bar{B}^*B^*
$\Upsilon\rho$	0,0,0	0,0,0	0,0,0	$0, \frac{-\gamma}{\sqrt{3}}, \frac{-\gamma}{\sqrt{3}}$
$\omega\rho$	0,0,0	0,0,0	$0, \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{8}}, \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$	$0, \frac{-\gamma}{2\sqrt{6}}, \frac{-\gamma}{2\sqrt{6}}$
\bar{K}^*K^*	0,0,0	$0, \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{8}}, \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$	$\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0$	$\frac{-1}{4}, \frac{\gamma}{8}, \frac{3\gamma}{8}$
\bar{B}^*B^*	$0, \frac{-\gamma}{\sqrt{3}}, \frac{-\gamma}{\sqrt{3}}$	$0, \frac{-\gamma}{2\sqrt{6}}, \frac{-\gamma}{2\sqrt{6}}$	$\frac{-1}{4}, \frac{\gamma}{8}, \frac{3\gamma}{8}$	$\frac{1}{4}, \frac{(2\Psi+1)}{8}, \frac{(2\Psi-1)}{8}$

$\mathbf{C} = \mathbf{S} = \mathbf{0}, I^G(J^{PC}) = 1^+(1^{+-}), 1^-(2^{++}); I_z = 0$				
Canal	$\Upsilon\rho$	$\omega\rho$	\bar{K}^*K^*	\bar{B}^*B^*
$\Upsilon\rho$	0,0,0	0,0,0	0,0,0	$0, \frac{-\gamma}{\sqrt{3}}, \frac{-\gamma}{\sqrt{3}}$
$\omega\rho$	0,0,0	0,0,0	$0, \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{8}}, \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$	$0, \frac{-\gamma}{2\sqrt{6}}, \frac{-\gamma}{2\sqrt{6}}$
\bar{K}^*K^*	0,0,0	$0, \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{8}}, \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$	$\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, 0$	$0, \frac{\gamma}{4}, \frac{\gamma}{4}$
\bar{B}^*B^*	$0, \frac{-\gamma}{\sqrt{3}}, \frac{-\gamma}{\sqrt{3}}$	$0, \frac{-\gamma}{2\sqrt{6}}, \frac{-\gamma}{2\sqrt{6}}$	$0, \frac{\gamma}{4}, \frac{\gamma}{4}$	$0, \frac{\Psi}{4}, \frac{\Psi}{4}$

$\mathbf{C} = \mathbf{S} = \mathbf{0}, I^G(J^{PC}) = 1^+(1^{+-}), 1^-(2^{++}); I_z = -1$				
Canal	$\Upsilon\rho$	$\omega\rho$	\bar{K}^*K^*	\bar{B}^*B^*
$\Upsilon\rho$	0,0,0	0,0,0	0,0,0	$0, \frac{-\gamma}{\sqrt{3}}, \frac{-\gamma}{\sqrt{3}}$
$\omega\rho$	0,0,0	0,0,0	$0, \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{8}}, \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$	$0, \frac{-\gamma}{2\sqrt{6}}, \frac{-\gamma}{2\sqrt{6}}$
\bar{K}^*K^*	0,0,0	$0, \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{8}}, \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$	$\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0$	$\frac{-1}{2}, 0, \frac{\gamma}{2}$
\bar{B}^*B^*	$0, \frac{-\gamma}{\sqrt{3}}, \frac{-\gamma}{\sqrt{3}}$	$0, \frac{-\gamma}{2\sqrt{6}}, \frac{-\gamma}{2\sqrt{6}}$	$\frac{-1}{2}, 0, \frac{\gamma}{2}$	$\frac{1}{2}, \frac{\Psi}{2}, 0$

$\mathbf{C} = \mathbf{S} = \mathbf{0}, I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{++}), 0^-(1^{+-}), 0^+(2^{++})$					
Canal	$\Upsilon\Upsilon$	$\Upsilon\omega$	$\omega\omega$	$\rho\rho$	$\bar{B}_s^*B_s^*$
$\Upsilon\Upsilon$	0,0,0	0,0,0	0,0,0	0,0,0	$0, \frac{2\gamma}{3}, \frac{2\gamma}{3}$
$\Upsilon\omega$	0,0,0	0,0,0	0,0,0	0,0,0	$0, -\frac{\sqrt{2}\gamma}{3}, -\frac{\sqrt{2}\gamma}{3}$
$\omega\omega$	0,0,0	0,0,0	0,0,0	0,0,0	$0, \frac{\gamma}{3}, \frac{\gamma}{3}$
$\rho\rho$	0,0,0	0,0,0	0,0,0	0,2,2	0,0,0
$\bar{B}_s^*B_s^*$	$0, \frac{2\gamma}{3}, \frac{2\gamma}{3}$	$0, -\frac{\sqrt{2}\gamma}{3}, -\frac{\sqrt{2}\gamma}{3}$	$0, \frac{\gamma}{3}, \frac{\gamma}{3}$	0,0,0	$0, \frac{(\Psi+1)}{4}, \frac{(\Psi+1)}{4}$

$\mathbf{C} = \mathbf{S} = \mathbf{0}, I^G(J^{PC}) = 1/2(0^+), 1/2(1^+), 1/2(2^+); I_z = +1/2$				
Canal	ΥK^*	ωK^*	ρK^*	$\bar{B}^* B_s^*$
ΥK^*	0,0,0	0,0,0	0,0,0	$0, \frac{\gamma}{\sqrt{3}}, \frac{\gamma}{\sqrt{3}}$
ωK^*	0,0,0	$\frac{3}{4}, 0, \frac{-3}{4}$	$\frac{-1}{4}, 0, \frac{1}{4}$	$\sqrt{\frac{3}{8}}, \frac{\gamma}{2\sqrt{6}}, \frac{-\gamma}{\sqrt{6}}$
ρK^*	0,0,0	$\frac{-1}{4}, 0, \frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}, -\frac{1}{3}, -\frac{5}{12}$	$\frac{-1}{2\sqrt{6}}, \frac{-\gamma}{2\sqrt{6}}, 0$
$\bar{B}^* B_s^*$	$0, \frac{\gamma}{\sqrt{3}}, \frac{\gamma}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{\frac{3}{8}}, \frac{\gamma}{2\sqrt{6}}, \frac{-\gamma}{\sqrt{6}}$	$\frac{-1}{2\sqrt{6}}, \frac{-\gamma}{2\sqrt{6}}, 0$	$\frac{1}{2}, \frac{\Psi}{2}, 0$

$\mathbf{C} = \mathbf{S} = \mathbf{0}, I^G(J^{PC}) = 1/2(0^+), 1/2(1^+), 1/2(2^+); I_z = -1/2$				
Canal	ΥK^*	ωK^*	ρK^*	$\bar{B}^* B_s^*$
ΥK^*	0,0,0	0,0,0	0,0,0	$0, \frac{\gamma}{\sqrt{3}}, \frac{\gamma}{\sqrt{3}}$
ωK^*	0,0,0	$\frac{3}{4}, 0, \frac{-3}{4}$	$\frac{3}{4}, 0, \frac{-3}{4}$	$\sqrt{\frac{3}{8}}, \frac{\gamma}{2\sqrt{6}}, \frac{-\gamma}{\sqrt{6}}$
ρK^*	0,0,0	$\frac{3}{4}, 0, \frac{-3}{4}$	$\frac{3}{4}, 1, \frac{1}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}, \frac{\sqrt{3}\gamma}{\sqrt{8}}, 0$
$\bar{B}^* B_s^*$	$0, \frac{\gamma}{\sqrt{3}}, \frac{\gamma}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{\frac{3}{8}}, \frac{\gamma}{2\sqrt{6}}, \frac{-\gamma}{\sqrt{6}}$	$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}, \frac{\sqrt{3}\gamma}{\sqrt{8}}, 0$	$\frac{1}{2}, \frac{\Psi}{2}, 0$

C.2 $VP \rightarrow VP$ ($S = 1$)

$\mathbf{C} = \mathbf{S} = \mathbf{0}, I^G(J^{PC}) = 0^-(1^{+-})$								
Canal	$\Upsilon \eta_b$	$\Upsilon \eta$	$\omega \eta_b$	$\omega \eta$	$\rho \pi$	$\bar{K}^* K - c.c.$	$\bar{B}^* B - c.c.$	$\bar{B}_s^* B_s + c.c.$
$\Upsilon \eta_b$	0	0	0	0	0	0	$\frac{4\gamma}{3}$	$\frac{\sqrt{8}\gamma}{3}$
$\Upsilon \eta$	0	0	0	0	0	0	$\frac{\sqrt{2}\gamma}{3}$	$\frac{-2\gamma}{3}$
$\omega \eta_b$	0	0	0	0	0	0	$\frac{\sqrt{2}\gamma}{3}$	$\frac{-2\gamma}{3}$
$\omega \eta$	0	0	0	0	0	$\frac{-3}{2}$	$\frac{\gamma}{6}$	$\frac{\sqrt{2}\gamma}{3}$
$\rho \pi$	0	0	0	0	2	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{-\sqrt{3}\gamma}{2}$	0
$\bar{K}^* K - c.c.$	0	0	0	$\frac{-3}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{-\gamma}{2}$	$\frac{-\gamma}{\sqrt{2}}$
$\bar{B}^* B - c.c.$	$\frac{4\gamma}{3}$	$\frac{\sqrt{2}\gamma}{3}$	$\frac{\sqrt{2}\gamma}{3}$	$\frac{\gamma}{6}$	$\frac{-\sqrt{3}\gamma}{2}$	$\frac{-\gamma}{2}$	$\frac{(\Psi+2)}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\bar{B}_s^* B_s + c.c.$	$\frac{\sqrt{8}\gamma}{3}$	$\frac{-2\gamma}{3}$	$\frac{-2\gamma}{3}$	$\frac{\sqrt{2}\gamma}{3}$	0	$\frac{-\gamma}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{(\Psi+1)}{2}$

$\mathbf{C} = \mathbf{S} = \mathbf{0}, I^G(J^{PC}) = 1^+(1^{+-})$						
Canal	$\Upsilon\pi$	$\omega\pi$	$\rho\eta_b$	$\rho\eta$	$\bar{K}^*K + c.c.$	$\bar{B}^*B - c.c.$
$\Upsilon\pi$	0	0	0	0	0	$-\sqrt{\frac{2}{3}}\gamma$
$\omega\pi$	0	0	0	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\gamma}{2\sqrt{3}}$
$\rho\eta_b$	0	0	0	0	0	$-\sqrt{\frac{2}{3}}\gamma$
$\rho\eta$	0	0	0	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\gamma}{2\sqrt{3}}$
$\bar{K}^*K + c.c.$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\gamma}{2}$
$\bar{B}^*B + c.c.$	$-\sqrt{\frac{2}{3}}\gamma$	$-\frac{\gamma}{2\sqrt{3}}$	$-\sqrt{\frac{2}{3}}\gamma$	$-\frac{\gamma}{2\sqrt{3}}$	$\frac{\gamma}{2}$	$\frac{\Psi}{2}$

$\mathbf{C} = \mathbf{0}, \mathbf{S} = \mathbf{1}, I^G(J^{PC}) = 1/2(1^+)$								
Canal	ΥK	ωK	$K^*\eta_b$	$K^*\eta$	ρK	$K^*\pi$	\bar{B}^*B_s	$\bar{B}B_s^*$
ΥK	0	0	0	0	0	0	$\frac{\gamma}{\sqrt{3}}$	$\frac{\gamma}{\sqrt{3}}$
ωK	0	0	0	$-\frac{3}{4}$	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{\gamma}{2\sqrt{6}}$	$\frac{-\gamma}{\sqrt{6}}$
$K^*\eta_c$	0	0	0	0	0	0	$\frac{\gamma}{\sqrt{3}}$	$\frac{\gamma}{\sqrt{3}}$
$K^*\eta$	0	$-\frac{3}{4}$	0	0	$\frac{3}{4}$	0	$\frac{-\gamma}{\sqrt{6}}$	$\frac{\gamma}{2\sqrt{6}}$
ρK	0	0	0	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{-\sqrt{3}\gamma}{\sqrt{8}}$	0
$K^*\pi$	0	$\frac{3}{4}$	0	0	$\frac{1}{4}$	1	0	$\frac{-\sqrt{3}\gamma}{\sqrt{8}}$
\bar{B}^*B_s	$\frac{\gamma}{\sqrt{3}}$	$\frac{\gamma}{2\sqrt{6}}$	$\frac{\gamma}{\sqrt{3}}$	$\frac{-\gamma}{\sqrt{6}}$	$\frac{-\sqrt{3}\gamma}{\sqrt{8}}$	0	$\frac{\Psi}{2}$	0
$\bar{B}B_s^*$	$\frac{\gamma}{\sqrt{3}}$	$\frac{-\gamma}{\sqrt{6}}$	$\frac{\gamma}{\sqrt{3}}$	$\frac{\gamma}{2\sqrt{6}}$	0	$\frac{-\sqrt{3}\gamma}{\sqrt{8}}$	0	$\frac{\Psi}{2}$

Apêndice D

Seção de choque

A seção de choque é utilizada para se medir espalhamentos, como a colisão de partículas alfa em uma folha de ouro com um único núcleo. Neste caso, a seção de choque é dada por [21]

$$\sigma = \frac{\text{número de partículas espalhadas}}{\text{tempo} \times \underbrace{\text{densidade do feixe} \times \text{velocidade do feixe}}_{\Phi}} = \frac{1}{T} \frac{1}{\Phi} N, \quad (\text{D.1})$$

onde T é o tempo do experimento, Φ é o fluxo do feixe das partículas incidentes e N é o número de partículas espalhadas.

A seção de choque diferencial, $\frac{d\sigma}{d\omega}$, distingue o número de partículas espalhadas num determinado ângulo sólido $d\omega$.

Tratando-se da mecânica quântica, a seção de choque diferencial pode ser definida da seguinte forma

$$d\sigma = \frac{1}{T} \frac{1}{\Phi} dP, \quad (\text{D.2})$$

em que Φ é o fluxo normalizado como se houvesse apenas uma partícula emitida, e P é a probabilidade quântica do espalhamento.

As quantidades $d\sigma$ e dP são diferenciais nas variáveis cinemáticas, como os ângulos e as energias do estado final das partículas. O número diferencial de espalhamentos medidos em um experimento de colisão é dado por:

$$dN = Lxd\sigma, \quad (\text{D.3})$$

onde L é a luminosidade.

Ao relacionar a equação para a seção de choque diferencial com os elementos da matriz-S, de uma perspectiva operacional, sabe-se que é impossível colidir mais de duas partículas de cada vez, portanto, vamos analisar os elementos da matriz-S em que $|i\rangle$ é um estado de duas partículas. O interesse concentra-se apenas na seção de choque diferencial para os processos do tipo 2 partículas $\rightarrow n$ partículas:

$$p_1 + p_2 \rightarrow k_1 + k_2 + \dots + k_n, \text{ ou } p_1 + p_2 \rightarrow \{k_j\}. \quad (\text{D.4})$$

No referencial de repouso de uma das partículas que colidem, o fluxo é a magnitude da velocidade da partícula de incidente dividida pelo volume total: $\Phi = |\vec{v}|/V$. Em um referencial distinto, tal como no referencial do centro de massa, os feixes de partículas vêm de ambos os lados, e o fluxo é então determinado pela diferença entre as velocidades das partículas. Logo, $\Phi = |\vec{v}_1 - \vec{v}_2|/V$. Então,

$$d\sigma = \frac{V}{T} \frac{1}{|\vec{v}_1 - \vec{v}_2|} dP, \quad (\text{D.5})$$

a probabilidade diferencial normalizada pode ser dada por

$$dP = \frac{|\langle f|S|i\rangle|^2}{\langle i|i\rangle\langle f|f\rangle} d\Pi, \quad (\text{D.6})$$

em que $d\Pi$ é o número diferencial de partículas no estado final, dN_f , no intervalo de momento $(\vec{p}_j, \vec{p}_j + d^3 p_j)$. Isto é

$$d\Pi = \prod_j \frac{V}{(2\pi)^3} d^3 p_j. \quad (\text{D.7})$$

Os termos $\langle f|f\rangle$ e $\langle i|i\rangle$ no denominador da Equação (D.6) partem do princípio de que estados de uma partícula, definidos num tempo fixo, não podem ser normalizados para $\langle f|f\rangle = \langle i|i\rangle = 1$. Um ajuste desse tipo não seria um invariante de Lorentz.

Sabemos que

$$a_k^\dagger|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2w_k}}|k\rangle, \quad (\text{D.8})$$

e $[a_p, a_q^\dagger] = (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p} - \vec{q})$. Então

$$\langle p|p\rangle = 2w_p \langle 0|[a_p a_q^\dagger] + a_p^\dagger|0\rangle = (2\pi)^3 (2w_p) \delta^3(0), \quad (\text{D.9})$$

onde $a_p|0\rangle = 0$.

Sabendo que $\delta^3(0)$ trata-se de uma quantidade infinita, podendo ser regulada se colocar o sistema dentro de uma caixa de volume finito, $\delta^3(0)$ pode ser definida por

$$(2\pi)^3 \delta^3(p) = \int d^3 x e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}}, \quad (\text{D.10})$$

então,

$$\delta^3(0) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3x = \frac{V}{(2\pi)^3}, \quad (\text{D.11})$$

do mesmo modo

$$\delta^4(0) = \frac{TV}{(2\pi)^4}, \quad (\text{D.12})$$

onde T é o tempo total de ocorrência do processo. No caso de um processo de colisão entre duas partículas, adota T como infinito. Logo, $\langle p|p \rangle$ é

$$\langle p|p \rangle = 2w_p V = 2E_p V, \quad (\text{D.13})$$

e, usando $|i\rangle = |p_1\rangle|p_2\rangle$ e $|f\rangle = \prod_j (2E_j V)$, temos que,

$$\langle i|i \rangle = (2E_1 V)(2E_2 V), \quad \langle f|f \rangle = \prod_j (2E_j V). \quad (\text{D.14})$$

É possível notar que todos esses fatores V não constarão ao final após arealizar as manipulações.

Retornando para o elemento da matriz $\langle f|S|i \rangle$ no numerador da Equação (D.6), em uma teoria livre, onde não há interações, a matriz- S é simplesmente a matriz identidade, pois normalmente os elementos de matriz- S são calculados de forma perturbativa. Assim, temos que,

$$S = 1 + iT, \quad (\text{D.15})$$

em que \mathcal{T} é a chamada matriz de transferência e descreve os desvios da teoria livre, conservando energia e momento, onde \mathcal{T} é zero sempre que a energia e o momento do estado final e inicial são diferentes.

Sendo assim, considerando estado de multipartículas, ou seja, os estados $|i\rangle$, de maneira análoga para o $|f\rangle$, são produtos diretos dos auto-estados do quadrimomento total e, considerando um vetor $|\Psi_i\rangle$ contendo todas as características restantes do estado de multipartículas, tais como as massas, o momento espacial e os números quânticos de cada partícula neste estado de multipartículas, temos:

$$|i\rangle = |p_{tot}^{(i)}\rangle \otimes |\Psi_i\rangle. \quad (\text{D.16})$$

Sabendo que a matriz \mathcal{T} , conserva o quadrimomento total, atuando como o operador identidade no espaço dos auto-estados do quadrimomento total ela pode ser escrita como o produto direto. Sendo assim,

$$\mathcal{T} = 1 \otimes \mathcal{M}. \quad (\text{D.17})$$

onde os elementos da matriz- \mathcal{T} entre os estados inicial e final são

$$\langle p_{tot}^{(f)} | 1 | p_{tot}^{(i)} \rangle \langle \Psi_f | \mathcal{M} | \Psi_i \rangle = (2\pi)^4 \delta^4(p_i - p_f) \langle \Psi_f | \mathcal{M} | \Psi_i \rangle = (2\pi)^4 \delta^4(p_i - p_f) \mathcal{M}_{fi}. \quad (\text{D.18})$$

Denotando \mathcal{T} como

$$\mathcal{T} = (2\pi)^4 \delta^4(\sum p) \mathcal{M}. \quad (\text{D.19})$$

onde, $\delta^4(\sum p)$ representa a forma abreviada de $\delta^4(\sum p_i^\mu - \sum p_f^\mu)$, em que p_i^μ são os qua-

drimomentos das partículas no estado inicial e p_f^μ são os quadrimomentos das partículas no estado final.

Como a parte de interesse é calcular a parte não trivial da matriz- S , \mathcal{M} , em teoria quântica dos campos, referir-se a “elementos de matriz” geralmente significa referir-se a $\langle f|\mathcal{M}|i\rangle$. Assim, temos

$$\langle f|S-1|i\rangle = i(2\pi)^4\delta^4(\sum p)\langle f|\mathcal{M}|i\rangle. \quad (\text{D.20})$$

Ao realizar a integração, as funções δ são multiplicadas, ou seja, utilizar apenas uma delas é suficientemente eficaz para impor a condição desejada. Sendo assim, a função δ remanescente sempre será distinta de zero e formalmente infinita, mas como o tempo e os volumes foram tomados como finitos, pois o sistema se encontra em uma caixa temporal e espacial, encontramos $\delta^4(0) = \frac{TV}{(2\pi)^4}$.

Para $|f\rangle \neq |i\rangle$ temos

$$\begin{aligned} |\langle f|S|i\rangle|^2 &= \delta^4(0)\delta^4(\sum p)(2\pi)^8|\langle f|\mathcal{M}|i\rangle|^2 \\ &= \delta^4(\sum p)TV(2\pi)^4|\mathcal{M}|^2, \end{aligned} \quad (\text{D.21})$$

em que a Equação (D.12) foi usada e fizemos $|\langle f|\mathcal{M}|i\rangle|^2 \equiv |\mathcal{M}|^2$. Então

$$\begin{aligned} dP &= \frac{\delta^4(\sum p)TV(2\pi)^4}{(2E_1V)(2E_2V)} \frac{1}{\prod_j(2E_jV)} |\mathcal{M}|^2 \prod_j \frac{V}{(2\pi)^3} d^3p_j \\ &= \frac{T}{V} \frac{1}{(2E_1V)(2E_2V)} |\mathcal{M}|^2 d\Pi_{LIPS}, \end{aligned} \quad (\text{D.22})$$

em que

$$d\Pi_{LIPS} \equiv \prod_{\text{estados finais } j} \frac{d^3 p_j}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_{p_j}} (2\pi)^4 \delta^4(\sum p), \quad (\text{D.23})$$

é chamado de *espaço de fase invariante de Lorentz* (LIPS). A expressão final para a seção de choque diferencial do espalhamento de duas partículas é

$$d\sigma = \frac{1}{(2E_1 V)(2E_2 V) |\vec{v}_1 \vec{v}_2|} |\mathcal{M}|^2 d\Pi_{LIPS}. \quad (\text{D.24})$$