



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA - INSTITUTO DE FÍSICA**

**ELENILSON SANTOS NERY**

**COMPORTAMENTO TERMODINÂMICO DE MÉSONS  
PESADOS**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**SALVADOR, BA**  
**OUTUBRO, 2013**

ELENILSON SANTOS NERY

**COMPORTAMENTO TERMODINÂMICO DE MÉSONS  
PESADOS**

*Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Física do Instituto de Física da Universidade Federal da Bahia, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Física.*

Orientador:

*Prof. Dr. Luciano Melo Abreu*

SALVADOR, BA

OUTUBRO, 2013

ELENILSON SANTOS NERY

## COMPORTAMENTO TERMODINÂMICO DE MÉSONS PESADOS

*Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Física do Instituto de Física da Universidade Federal da Bahia, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Física.*

Data de aprovação: \_\_\_ / \_\_\_ / \_\_\_\_

### BANCA EXAMINADORA

---

*Prof. Dr. Luciano Melo Abreu*

IF-UFBA

---

*Prof. Dr. Alexandre Leite Gadelha*

IF-UFBA

---

*Prof. Dr. Fábio Luis Braghin*

IF-UFG

*A minha família, em especial a minha mãe.*

## Agradecimentos

Agradeço a Deus por oportunizar esse momento tão especial em minha vida. Ao Prof. Luciano Melo Abreu pelo apoio dado durante a pesquisa. Aos colegas, funcionários e professores do IF-UFBA. Aos colegas de maneira geral, a amizade é um combustível *necessário e suficiente*. À minha família pelo apoio, em particular meu tio Renato Lemos (*In memoriam*), acreditava no meu potencial desde minha infância, e tio José Nery, sempre disposto a ajudar. E a família de dona **Loura**, aprendi a amá-los da mesma forma que amo os meus familiares. "Sonho que se sonha só é apenas um sonho, mas sonho que se sonha junto é realidade". Grato a todos por toda minha vida.

*Felizes*  
*De uma maneira geral, geral*  
*Estamos vivos*  
*Aqui agora brilhando como um cristal*  
*Somos luzes*  
*Que faíscam no caos*  
*E vozes*  
*Abrindo um grande canal...*  
—O RAPPÁ (Auto Reverse)

## Resumo

Neste trabalho, estudamos o comportamento termodinâmico da matéria constituída pelos mésons pesados, interagindo via troca de mésons escalares e vetoriais, na aproximação de campo médio, mediante formalismo de integrais de trajetória. Além disso, verificamos os efeitos da presença de um campo magnético externo nesse sistema. Observamos que para o caso de potencial químico efetivo zero não existe contribuição do campo vetorial para as quantidades termodinâmicas relevantes. A partir disso, notamos que a massa efetiva dos mésons  $D$  e  $B$  decrescem com aumento da temperatura. Isto pode ser interpretado como a formação de estados ligados exóticos em altas temperaturas. Ainda mostramos que o sistema exibe uma transição de fase de primeira ordem, determinada em função da interação dos mésons com o meio e da intensidade do campo magnético externo.

# Abstract

In this work, we study the thermodynamic behavior of matter consisting of the heavy mesons interacting via exchange of scalar and vector mesons in the mean field approximation, using the formalism of path integrals. Moreover, we analyze the effects of the presence of an external magnetic field in the system. It is remarked that for the case of effective chemical potential zero not there is contribution from the vector field for the relevant thermodynamic quantities. Besides, we note that the effective mass of mesons  $D$  and  $B$  decreases with increasing temperature. This can be interpreted as the formation of exotic bound state at high temperatures. In addition, it is suggested that the system experimets a first-order phase transition, determined by the interaction of mesons with the environment and the intensity of the external magnetic field.



# Sumário

<b>Agradecimentos</b>	<b>ii</b>
<b>Resumo</b>	<b>iv</b>
<b>Abstract</b>	<b>v</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>viii</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>x</b>
<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>1 Noções sobre a matéria fortemente interagente</b>	<b>4</b>
1.1 Modelo Padrão . . . . .	4
1.2 Quarks e Hádrons . . . . .	7
1.2.1 O modelo de Quark . . . . .	8
1.2.2 Cromodinâmica Quântica . . . . .	13
1.3 Hádrons $X, Y$ e $Z$ . . . . .	14
<b>2 Teoria Quântica de Campos a Temperatura Finita</b>	<b>17</b>
2.1 Descrição Estatística de Sistemas de Partículas . . . . .	17
2.1.1 Teoria de Ensembles na Mecânica Quântica: A Matriz Densidade . . . . .	17
2.1.2 Ensembles . . . . .	19
2.1.2.1 Ensemble Microcanônico . . . . .	19
2.1.2.2 Ensemble Canônico . . . . .	19
2.1.2.3 Ensemble Grande Canônico . . . . .	20
2.2 Função Partição via Funcional Integral . . . . .	21
2.2.1 Amplitude de Transição para Bósons . . . . .	21
2.2.2 Função Partição para Bósons . . . . .	23
2.2.2.1 Campo Escalar Complexo, $U(1)$ . . . . .	25
<b>3 Comportamento Termodinâmico dos Mésons Pesados</b>	<b>29</b>
3.1 O Formalismo . . . . .	29
3.2 Resultados . . . . .	35

3.2.1 Mésons $D$ . . . . .	35
3.2.2 Mésons $B$ . . . . .	42
<b>4 Propriedades dos Mésons Pesados na Presença de um Campo Magnético Externo</b>	<b>47</b>
4.1 O Formalismo . . . . .	47
4.2 Resultados . . . . .	50
4.2.1 Mésons $D$ . . . . .	50
4.2.2 Mésons $B$ . . . . .	54
<b>5 Conclusões e Perspectivas</b>	<b>57</b>
<b>Referências</b>	<b>59</b>

# Lista de Figuras

1.1	Partículas Elementares. . . . .	5
1.2	Diagrama de Feynman com a troca do méson pseudo escalar $\sigma$ e o méson vetorial $\omega$ . . . . .	16
3.1	Campo $\langle\sigma\rangle$ , em função da temperatura, mésons $D$ . . . . .	36
3.2	Massa efetiva da matéria de mésons $D^0$ e $D^\pm$ , em função da temperatura I. . . . .	37
3.3	Massa efetiva da matéria de mésons $D^0$ e $D^\pm$ , em função da temperatura II. . . . .	38
3.4	Isotermas do grande potencial termodinâmico, em função da massa efetiva I. . . . .	39
3.5	Isotermas do grande potencial termodinâmico, em função da massa efetiva II. . . . .	40
3.6	Pressão da matéria de mésons $D^0$ e $D^\pm$ , em função da temperatura I. . . . .	40
3.7	Pressão da matéria de mésons $D^0$ e $D^\pm$ , em função da temperatura II. . . . .	41
3.8	Razão da pressão/energia da matéria de mésons $D^0$ e $D^\pm$ , em função da temperatura. . . . .	41
3.9	Energia por par da matéria de mésons $D^0$ e $D^\pm$ , em função da temperatura. . . . .	42
3.10	Campo $\langle\sigma\rangle$ , em função da temperatura, mésons $B$ . . . . .	43
3.11	Massa efetiva da matéria de mésons $B^0$ e $B^\pm$ , em função da temperatura I. . . . .	43
3.12	Massa efetiva da matéria de mésons $B^0$ e $B^\pm$ , em função da temperatura II. . . . .	44
3.13	Pressão da matéria de mésons $B^0$ e $B^\pm$ , em função da temperatura. . . . .	45
3.14	Razão da pressão/energia da matéria de mésons $B^0$ e $B^\pm$ , em função da temperatura. . . . .	46
3.15	Energia por par da matéria de mésons $B^0$ e $B^\pm$ , em função da temperatura. . . . .	46
4.1	Massa efetiva da matéria de mésons $D^\pm$ , em função da temperatura, para diferentes valores de campo magnético I. . . . .	51
4.2	Massa efetiva da matéria dos mésons $D^0$ e $D^\pm$ , em função da temperatura, para diferentes valores de campo magnético II. . . . .	51
4.3	Massa efetiva da matéria de mésons $D^\pm$ , como uma função da temperatura, para diferentes valores de campo magnético III. . . . .	52
4.4	Pressão da matéria de mésons $D^\pm$ , em função da temperatura. . . . .	53
4.5	Massa efetiva da matéria de mésons $B^\pm$ , em função da temperatura, para diferentes valores de campo magnético. . . . .	54

4.6	Pressão da matéria de mésons $B^\pm$ , em função da temperatura, para diferentes valores de campo magnético. . . . .	55
-----	--	----

# Lista de Tabelas

1.1	Interações Fundamentais. . . . .	6
1.2	Quarks. . . . .	8
1.3	Mésons leves. . . . .	11
1.4	Bárions leves. . . . .	11
1.5	Mésons Charmosos e Belos. . . . .	12
1.6	Alguns hádrons $X$ , $Y$ , e $Z$ . . . . .	15
3.1	Campos do Modelo. . . . .	30
3.2	Energia de Ligação para $D\bar{D}$ . . . . .	38
3.3	Temperatura crítica $T_D$ dos mésons $D$ . . . . .	39
3.4	Temperatura crítica $T_B$ dos mésons $B$ . . . . .	42
3.5	Energia de Ligação para $B\bar{B}$ . . . . .	44
4.1	Temperatura crítica $T_D$ dos mésons $D$ . . . . .	52
4.2	Energia de Ligação para $D\bar{D}$ . . . . .	53
4.3	Temperatura crítica $T_B$ dos mésons $B$ em função do campo magnético. . . . .	54
4.4	Energia de Ligação para $B\bar{B}$ . . . . .	55

# Introdução

Há milênios a humanidade tem devotado grande atenção à compreensão das leis fundamentais da natureza e dos seus constituintes elementares. O século XX, em particular, foi palco de enormes avanços no entendimento da estrutura da matéria, com o desenvolvimento das chamadas Teorias Quântica de Campos (TQC). Tais teorias constituíram as bases fundamentais para o conhecimento das interações observadas na natureza, o chamado Modelo Padrão. O modelo descreve as interações eletromagnética, nuclear fraca e nuclear forte, as quais atuam entre os constituintes fundamentais da matéria, identificados atualmente como quarks e léptons. Ademais, além da sua notória utilidade no estudo dos fenômenos de altas energias, paulatinamente tornou-se evidente que esta é a linguagem natural para a descrição de diversos processos físicos<sup>1</sup> [1, 2, 3].

Os resultados obtidos com a TQC são extremamente significativos. Por exemplo, em eletrodinâmica quântica (QED) a predição teórica do fator giromagnético do elétron, tem uma concordância até a décima casa decimal com as predições experimentais [4, 5]. Além disso, a formulação da teoria eletrofraca (interações fraca e eletromagnética) e da cromodinâmica quântica (interações fortes), têm sido reproduzidas com sucesso. Esses resultados mostram que entendemos as leis da natureza em uma escala de  $10^{-17}$  cm, na qual corresponde a quatro ordens de magnitude menor que o tamanho de um núcleo e nove ordens menor que o tamanho de um átomo [6, 7]. E, recentemente a detecção do bóson de Higgs [8, 9, 10], a última partícula para fechar o modelo padrão, confirmou a sua precisão.

Para obter dados expressivos em física de partículas, detectar novas partículas e explorar suas propriedades, são utilizados modernos aceleradores de partículas, como por exemplo o Larger Hadron Collider (LHC) que tem um grande alcance da escala de energia. Esses aparelhos proporcionam um universo de possibilidades múltiplas para desvendar e entender o mundo microscópico. Em especial, nas colisões de íons pesados, em altas energias, sistemas de muito interesse para compreender a física de interações fortes aparecem. Não obstante, destacamos duas questões sobre as colisões de íons pesados que têm grande importância para elucidar melhor a física da matéria fortemente interagente, a primeira diz respeito a produção de matéria densa e quente [11, 12], e a segunda a presença de campos magnéticos fortes [13, 14, 15, 16].

---

<sup>1</sup>Sistemas que envolve um grande número de graus de liberdade, do tipo: Física da Matéria Condesada (Excitações em um sólido são quantas dos campos), Mecânica Estatística (Integrais de Trajetória de Feynman), e etc.

Neste cenário, as propriedades dos hádrons (matéria que interage via força nuclear forte) a temperatura e potencial químico finitos, combinadas com outras condições (como por exemplo campo magnético), têm sido tema de grande investigação nas últimas décadas [17, 18]. Existem muitas razões para o estudo da matéria sob essas condições, desde do estudo da transição da fase hadrônica para o plasma de quarks e glúons [19] até a observação da dinâmica da matéria nuclear como um ingrediente essencial em astrofísica na discussão de supernovas e na formação de estrelas de Nêutrons [20]. Efeitos de viscosidade, transição de fase gás-líquido [21], restauração da simetria quiral [22, 23], condutividade térmica [24, 25], supercondutividade de cor [26] e influências de campo magnéticos em transições de fase hadrônicas são exemplos de como compreender o universo das interações forte.

Além do mais, em particular, uma classe de fenômenos que tem sido, também, estudado para melhorar o entendimento sobre a física hadrônica é a formação dos chamados estados exóticos. Em 2003, a Colaboração Belle relatou as primeiras evidências destes estados [27], chamados de exóticos devido às inconsistências em interpretá-los como um hádron usual tipo méson [28]. Desde então, uma série destes estados têm sido descobertos em decaimentos de mésons  $B$  ou em colisões de íons pesados [29, 30, 31, 32], chamados de  $X$ ,  $Y$ , e  $Z$  com massas entre 3.9 GeV e 4.7 GeV para o setor charmônio e 10.61 GeV e 10.65 GeV para o setor botônio. Provavelmente uma grande quantidade de outros estados dessa natureza ainda são desconhecidos.

Algumas propostas para a descrição da estrutura destes novos estados têm sido realizadas, como por exemplo, tratando-os como um tetraquark (estado de quatro quarks ligados por glúons) [33, 34, 35] e através de um estado híbrido (quarks mais glueballs) [36]. Além desses, uma outra alternativa é a interpretação dessas ressonâncias como sendo estados ligados de mésons pesados ( $A\bar{A}$ ) [37, 38, 39], formando assim moléculas de mésons charmosos e/ou de mésons belos, embora esta ideia não seja nova, tal noção de molécula hadrônica teve como motivação a ligação de um próton e um nêutron (Deuteron), o estudo de estados ligados de mésons são conhecidos como Deuson [40, 41]. A possibilidade de um estado misto ( $a\bar{a} - A\bar{A}^*$ ) [42], não está descartado.

No âmbito da interpretação dos estados exóticos como sendo estados moleculares de mésons, várias abordagens têm sido empregadas na tentativa de descrevê-los corretamente, como por exemplo: canais de acoplamento [43], equação de Bethe-Salpeter [44], modelo de troca de mésons [45], modelo quark quiral [46, 47], regras de soma da QCD [48], e teorias de campo médio [49]. Alguns trabalhos inclusive propõem a existência do estado dito  $X(3700)$ , este sendo descrito como uma molécula mesônica de mésons  $D - \bar{D}$  [50]. No modelo de troca de mésons, a troca de mésons vetorial desempenha um papel importante para criar estados ligados de onda-S. Na Ref. [49], particularmente, tenta-se analisar o estado  $X(3700)$  a temperatura finita, a partir da dependência da massa efetiva dos mésons charmosos com a temperatura.

Em 1974, Walecka [51], com sucesso, construiu uma Lagrangiana efetiva composta de um campo bariônico e dois mésons mediadores  $\sigma$  e  $\omega$  para descrever a dinâmica dos núcleons dentro de objetos altamente condensados tal como um núcleo ou uma estrela de nêutrons, na aproximação de campo médio (ACM), que significa substituir os operadores dos campos mesônicos pelos seus respectivos valores médios. Essa abordagem permite interpretar a possibilidade da configuração de estados ligados de dois corpos  $N - N$ , tipo próton-nêutron. Além do que, essa teoria determina que a matéria nuclear é um líquido e o aumento de temperatura permite uma transição de fase líquido-gás [51].

Neste contexto, assumindo que os estados moleculares são uma alternativa à descrição dos estados exóticos, várias questões ainda necessitam ser melhor compreendidas, como por exemplo o seu comportamento termodinâmico. Este trabalho, portanto, é devotado ao estudo de um sistema de mésons e antimésons pesados, a partir de um modelo efetivo, análogo ao modelo de Walecka, onde os campos bariônicos são trocados pelos campos que representam os mésons pesados, com a ideia central de que em altas temperaturas pode-se formar estruturas mais complexas como um sistema de multi-mésons. Analisamos a massa efetiva dos mésons, de modo que se  $m_{eff}$  decresce temos estados ligados de mésons pesados, bem como as outras quantidades termodinâmicas de relevância. Adicionalmente, estudamos a influência de um campo magnético externo uniforme no comportamento termodinâmico deste sistema mesônico.

O trabalho está organizado da seguinte forma, no capítulo 1 apresentamos de maneira breve o modelo de física de partículas (modelo padrão). Focamos na física dos quarks, hádrons e seus estados exóticos. O capítulo 2 é devotado à descrição das noções fundamentais da teoria quântica de campos a temperatura finita. Inicialmente buscamos construir, no contexto das integrais de trajetória, o funcional gerador das funções de correlação, e associá-lo à função de grande partição típica no contexto da mecânica estatística. De posse dessa estrutura encontramos as relações termodinâmicas de interesse para o campo escalar carregado.

No capítulo 3 introduzimos a densidade de lagrangiana efetiva que descreve os mésons pesados ( $D, B$ ), interagindo via troca de mésons escalares e vetoriais ( $\sigma, \omega$ ). A formulação da teoria que descreve esse sistema a temperatura e potencial químico finitos é viabilizada pelos métodos característicos das integrais de trajetória (funcional gerador) e do formalismo de Matsubara de tempo imaginário. Deste modo, a função de partição é construída analiticamente fazendo uso da aproximação de campo médio. Assim, obtemos informações do comportamento termodinâmico do sistema como: equação de estado, pressão e pressão por densidade de energia. Destinamos ao capítulo 4 algumas informações termodinâmicas do sistema abordado no capítulo 3 com a presença de um campo magnético externo. Por fim, as conclusões são apresentadas e as perspectivas suscitadas.



# Noções sobre a matéria fortemente interagente

Os constituintes fundamentais da matéria e suas interações estão estabelecidas dentro do modelo padrão. Suas descobertas e desenvolvimento se deve, principalmente, a dois elementos: campos de calibres não abelianos, ou teorias de Yang-Mills [52], e a quebra espontânea de simetria através do mecanismo de Higgs [53], organizadas em duas classes: as interações eletrofracas e as interações fortes. As seções seguintes destina-se a apresentar os principais aspectos do modelo padrão e em particular da matéria que interage via força nuclear forte, quarks e hádrons.

Além disso, devemos discutir propriedades e resultados sobre o comportamento de mésons exóticos detectados recentemente que não se adequam aos aspectos fundamentais do modelo padrão, ou seja, não sendo explicados em termos do esboço de quark-antiquark. Existem diversas possibilidades para interpretar a estrutura dessas novas partículas, de natureza molecular, um tetraquark ou um estado híbrido, em nenhum desses casos existe uma explicação simultânea para todos os estados encontrados [33, 34, 35, 36, 37, 38, 39].

## 1.1 Modelo Padrão

O modelo padrão estuda os fenômenos de física de partículas em termos das propriedades e interações de três tipos distintos de partículas: duas famílias de férmions de spin-1/2, chamados léptons e quarks, e uma família de bósons de spin-1, chamados de bósons de calibre, que atuam como os mediadores das interações na teoria. Além disso, tem uma partícula de spin-0, chamado de bóson de Higgs que dentro da teoria explica a origem da massa das outras partículas, uma vez que todas as partículas no modelo padrão são previstas para ter massa zero. Todas as partículas são pontuais, sem estrutura interna, ou seja elementares [6, 7]. Na Fig. 1.1 temos as partículas elementares do modelo padrão e suas respectivas propriedades, spin, massa e carga elétrica.

O exemplo mais familiar de um lépton é o elétron  $e^-$ , que é ligado em átomos pela *interação eletromagnética*, uma das quatro forças fundamentais da natureza [1, 2, 3]. Um outro lépton bem conhecido é o neutrino eletrônico  $\nu_e$ , partícula neutra observada em decaimentos de núcleos instáveis (os chamados decaimento- $\beta$ ), cuja força responsável é a *interação fraca* [1, 2, 3, 6]. A força nuclear fraca atua em todos os férmions e seu alcance é tal que ela não é efetiva fora das dimensões do núcleo atômico.

Massa Carga Spin	2.3 MeV 2/3 1/2 <b>u</b> up	1.275 GeV 2/3 1/2 <b>c</b> charm	173.21 GeV 2/3 1/2 <b>t</b> top	0 0 1 <b>g</b> glúon	125 GeV 0 0 <b>H</b> bóson de Higgs
Quarks	4.8 MeV -1/3 1/2 <b>d</b> down	95 MeV -1/3 1/2 <b>s</b> strange	4.18 GeV -1/3 1/2 <b>b</b> bottom	0 0 1 <b><math>\gamma</math></b> fóton	
	0.511 MeV -1 1/2 <b>e</b> elétron	105.66 MeV -1 1/2 <b><math>\mu</math></b> múon	1.776 GeV -1 1/2 <b><math>\tau</math></b> tau	91.18 GeV 0 1 <b>Z</b> bóson Z	Bósons Mediadores
Léptons	<2 eV 0 1/2 <b><math>\nu_e</math></b> neutrino do elétron	<0.19 MeV 0 1/2 <b><math>\nu_\mu</math></b> neutrino do múon	<18.2 MeV 0 1/2 <b><math>\nu_\tau</math></b> neutrino do tau	80.38 GeV 1 1 <b><math>W^\pm</math></b> bóson W	

**Figura 1.1** Partículas Elementares [54].

Um grupo de partículas conhecidas como hádrons também são observados na natureza. Exemplos mais próximos são os prótons e os nêutrons. Esses não são partículas elementares, mas são feitos de quarks que interagem entre si pela *interação forte*. O modelo teórico diz que os quarks não são observáveis diretamente, apenas nos seus estados ligados, os hádrons [1, 2, 3, 6]. Além das interações eletromagnéticas, fraca e forte entre quarks e léptons, existe uma quarta força na natureza, a *gravidade*<sup>1</sup>. Entretanto, a interação gravitacional entre as partículas elementares é pequena comparada as outras e pode ser desprezada em física de partículas.

No modelo padrão a interação eletromagnética é transmitida descontinuamente pela troca de fótons de spin-1. Essa ideia surge do fato que as interações possuem uma simetria fundamental, chamada invariância de calibre [1, 2, 3, 6]. As partículas mediadoras das forças são bósons de calibre com massa nula. Para a força eletromagnética, então, o fóton tem massa nula, garantindo assim o seu caráter de longo alcance<sup>2</sup>. O sucesso dos resultados experimentais da QED demonstram que a invariância de calibre é um princípio norteador para construção das interações fundamentais<sup>3</sup>.

<sup>1</sup> A escala de energia em que os efeitos quânticos da gravidade são importantes são enormes (da ordem de  $10^{19}$  GeV). Inacessíveis em experimentos com aceleradores [1, 2, 3, 6].

<sup>2</sup> A invariância de calibre do eletromagnetismo se traduz na conservação da carga elétrica a partir da simetria  $U(1)$ .

<sup>3</sup> Nesse contexto, as teorias de Yang-Mills desempenha um papel central na construção de teorias mais sofisticadas, com grupo de calibre  $SU(N)$ . A invariância de calibre não-abeliana local [1, 2, 3].

A teoria de unificação das interações eletromagnéticas e fracas, desenvolvidas por Glashow, Weinberg e Salam, na década de 70, exige a existência de quatro bósons de calibre [1, 2, 3]. O fóton, descrito acima, e outros três que são responsáveis pelas interações fracas: os bósons  $W^+$ ,  $W^-$  e  $Z^0$  <sup>4</sup>. A teoria eletrofraca previu a massa dos  $W^+$  e  $W^-$  em 83 GeV e a do  $Z^0$  em 93 GeV (Massa devida a quebra espontânea de simetria, mecanismo de Higgs), além de indicar precisamente os possíveis decaimentos. A natureza massiva dos bósons de calibre da força fraca determina seu curto alcance (Ver tabela 3.5).

A interação forte também está associada a uma partícula de spin-1 <sup>5</sup>[1, 2, 3]. Eles são chamados de glúons. Existem oito tipos de glúons, todos com massa zero, eletricamente neutros, tipo o fóton, mas com carga de cor. Então, da mesma forma que o eletromagnetismo, confere as interações fortes ser de longo alcance. Não obstante, as forças entre os estados ligados dos quarks (os hádrons) são resíduos das interações fortes, sua característica é uma interação de curto alcance. Um exemplo de sucesso a explicar isso se deve a Yukawa<sup>6</sup> [55].

**Tabela 1.1** Interações fundamentais da natureza.

<b>Interação</b>	<b>Bóson de Calibre</b>	<b>Massa(GeV)</b>	<b>Intensidade</b>	<b>Alcance</b>
Forte	Glúon	0	10	$10^{-13}$ cm
Eletromagnética	Fóton	0	$10^{-2}$	$\infty$
Fraca	$W^\pm$ e $Z^0$	(80.33),(91.18)	$10^{-5}$	$\ll 10^{-13}$ cm
Gravitacional			$10^{-40}$	$\infty$

Além da ideia fundamental da invariância de calibre a quebra de simetria a partir do mecanismo de Higgs desempenha um papel central no modelo padrão. Trata-se de um mecanismo no qual o campo de Higgs tem a peculiaridade de que seu estado de menor energia interagindo com qualquer partícula as proverás de massa [53]. A corrida para descoberta do bóson de Higgs teve seu ápice em julho de 2012, quando as colaborações ATLAS e CMS mostraram que uma partícula detectada era muito similar com o bóson de Higgs do modelo padrão. E, em março de 2013, foi confirmado de maneira mais elucidativa a principal peça do quebra cabeça [8, 9, 10].

<sup>4</sup>A invariância de calibre da eletrofraca se traduz na conservação da carga elétrica e na hipercarga a partir da simetria  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ .

<sup>5</sup>A invariância de calibre da força forte se traduz na conservação da carga de cor a partir da simetria  $SU(3)$ .

<sup>6</sup>Lattes, Occhialini e Powell encontraram eventos em emulsões nucleares que demonstraram a existência de um méson  $\pi$  decaindo em um múon mono-energético e uma partícula neutra, mais tarde identificada como o neutrino do múon. Esses e outros eventos mostraram, consistentemente, que os píons tem interação forte com os núcleos [56].

O modelo padrão consegue descrever uma quantidade significativa de fenômenos com sucesso. No entanto, algumas particularidades ainda intrigam os físicos, como uma grande unificação, isto é, pretende-se entender todas as forças existentes através de uma única força fundamental. Compreender e explicar a violação da simetria CP em alguns processos. Outro ponto importante além do modelo padrão é a preferência da natureza em se constituir na forma de matéria em vez de antimatéria [1, 2, 3].

## 1.2 Quarks e Hádrons

Vamos agora descrever algumas características das partículas que interagem fortemente, os quarks e seus estados ligados, os hádrons. Além das interações fortes nesse grupo, também existem interações fracas e eletromagnéticas, embora pode-se negligenciá-las comparado a força forte [6]. As primeiras propriedades sobre a interação forte advêm do estudo da estrutura nuclear, entre prótons e nêutrons (núcleons) em baixas energias. Porém, a partir de 1947 novos tipos de hádrons que não estão presentes na matéria ordinária foram identificados a partir da construção de aceleradores com maior capacidade energética<sup>7</sup>.

Em 1960, o número de hádrons tinha crescido vertiginosamente e a ideia de construir um modelo para explicar todos eles tornava-se necessário. Neste sentido, em 1964, Gell-Mann, e independentemente Zweig, notaram que todos os hádrons observados poderiam ser simplesmente interpretado como um estado ligado de apenas três partículas fundamentais de  $\text{spin} = \frac{1}{2}$ , e suas antipartículas [57]. Denominadas de quarks por Gell-Mann. Seguindo regras de simetrias eles foram capazes de agrupar as partículas descobertas e ainda caracterizar partículas que não tinha sido encontradas.

Três quarks foram propostos inicialmente, atualmente conhecemos seis tipos de quarks<sup>8,9,10</sup>, que em geral chamamos de sabores ( $d, u, s, c, b$  e  $t$ ), a tabela 1.2 mostra as principais características deles (Determinadas a partir de princípios de simetria, ver Ref.[6]). Os quarks não foram encontrados isoladamente<sup>11</sup>, mas dezenas de estados ligados deles foram descobertos, todos com carga elétrica inteira<sup>12</sup>.

<sup>7</sup>Para criar uma nova partícula precisa-se de altas energias, de acordo com a relação massa energia de Einstein  $E = mc^2$ . Onde  $c$  é a velocidade da luz.

<sup>8</sup>Em 1974, mésons que carregam o número quântico  $c$ , chamado charm, foram observados nos aceleradores de Brookhaven, em Long Island e no SLAC, na Califórnia, ambos nos Estados Unidos [6, 58, 59].

<sup>9</sup>Em 1977, mésons que carregam o número quântico  $b$ , chamado bottom, foram observados no Fermilab, Chicago [6, 58, 59].

<sup>10</sup>Em 1996, no Fermilab, estimou-se que a massa do quark top era da ordem de  $\approx 175000$  MeV [6].

<sup>11</sup>Isto confere aos quarks uma característica peculiar, de confinamento, na próxima seção vamos observar as suas causas.

<sup>12</sup>Através do experimento de espalhamento de elétrons em prótons foi revelado que os prótons têm uma estrutura interna, isto é, não são elementares. Além de determinar a existência dos quarks os dados mostraram que dentro

**Tabela 1.2** Quarks e suas respectivas massas, cargas elétrica  $Q$  em unidade de  $e$ , estranheza  $S$ , e  $C$ ,  $B$ , e  $T$  que são os números quânticos charm, bottom e top, respectivamente.

Quark	Símbolo	Massa	Q	S	C	B	T
Up	u	$2.3_{-0.5}^{+0.7}$ MeV	+2/3	0	0	0	0
Down	d	$4.8_{-0.3}^{+0.5}$ MeV	-1/3	0	0	0	0
Strange	s	$95 \pm 5$ MeV	-1/3	-1	0	0	0
Charm	c	$1.275 \pm 0.025$ GeV	+2/3	0	+1	0	0
Bottom	b	$4.18 \pm 0.03$ GeV	-1/3	0	0	-1	0
Top	t	$173.07 \pm 0.52$ GeV	+2/3	0	0	0	+1

Embora os quarks não serem determinadas diretamente, os números quânticos descritos na tabela 1.2 revela estar de acordo com os processos envolvendo hádrons. Sem assumir qualquer coisa sobre o conteúdo dos quarks. Segundo essa estrutura os hádrons estão divididos em dois grupos: os bárions (antibárions), que são formados por três quarks ( $qqq$ ), e os mésons cuja estrutura tem um quark e um anti-quark ( $q\bar{q}$ ).

### 1.2.1 O modelo de Quark

No estudo do espectro de hádrons é notável que ocorrem famílias de partículas com massas aproximadamente iguais. Dentro de uma dada família todas as partículas compartilham do mesmo spin, paridade, número bariônico, estranheza, charm e bottom, mas difere em suas cargas elétrica [6, 58, 59]. Por exemplo, os núcleons (o valor entre parenteses representa a massa em MeV)

$$p(938) = uud, \quad n(940) = udd,$$

e os mésons  $\pi$

$$\pi^+(140) = u\bar{d}, \quad \pi^0(135) = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u}, d\bar{d}), \quad \pi^0(135) = d\bar{u}.$$

Estas famílias são chamadas de multipletos de isospin e podemos imaginar o seguinte: se tivermos  $m_u = m_d$  ( $m_u$  e  $m_d$  são as massas dos quarks  $u$  e  $d$ , respectivamente) a força atuando nos quarks  $u$  e  $d$  são exatamente iguais, trocando os quarks  $u$  por  $d$  no próton encontraremos uma outra partícula, simbolicamente o nêutron, com exatamente a mesma massa. Na verdade as massas observadas são levemente diferentes, como podemos observar, indicando que esta simetria não é exata. A força forte que atua em  $u$  ou  $d$  tem a mesma magnitude (*independência de sabor das interações fortes*), mas a força eletromagnética é diferente devido a diferença das

---

dos prótons existiam outros centros espalhadores, os glúons, que são os bósons mediadores da interação forte [7].

cargas elétricas dos quarks [6, 58, 59]. Podemos tomar

$$\frac{m_n - m_p}{m_n + m_p} \approx 0.7 \times 10^{-3} \quad \frac{m_{\pi^+} - m_{\pi^0}}{m_{\pi^+} + m_{\pi^0}} \approx 1.7 \times 10^{-2}, \quad (1.1)$$

concluimos que o isospin é uma boa simetria e escrevemos a Hamiltoniana total como

$$H = H_0 + H_1, \quad (1.2)$$

onde

$$[H_0, T_i] = 0, \quad [H_1, T_i] \neq 0, \quad (1.3)$$

com

$$H_0 \gg H_1, \quad (1.4)$$

Assim podemos tratar a quebra de simetria devido a parte  $H_1$  como uma pequena perturbação. Sendo que as interações eletromagnéticas pertencem ao termo  $H_1$ . Isso de fato faz sentido, pois as interações eletromagnéticas são fracas comparadas a força forte, como tínhamos dito no início da seção. A esta simetria damos o nome de *isospin*.

A simetria de isospin pode ser formulada matematicamente por três novos números quânticos, onde dois deles são combinações dos números quânticos apresentados na tabela 1.2. O primeiro, conhecido como *hipercarga*  $Y$  definido por

$$Y \equiv \tilde{B} + S + C + B + T, \quad (1.5)$$

a novidade aqui é o número bariônico  $\tilde{B}$ . A segunda combinação é definida por

$$I_3 \equiv Q - Y/2, \quad (1.6)$$

onde  $Q$  é carga elétrica. Note que, em um dado multipletto de isospin os números quânticos a esquerda da Eq. (1.5) são todos iguais, assim terão a mesma hipercarga, enquanto  $I_3$  tomará diferentes valores. Se escolhermos  $I$  para ser um valor máximo dentro de um multipletto,

$$I \equiv (I_3)_{max}, \quad (1.7)$$

então encontramos que todos os multipletos observados contém precisamente  $(2I + 1)$  membros, com

$$I_3 = I, I - 1, \dots, -I. \quad (1.8)$$

Isto nos faz lembrar o formalismo para explicar o spin (momento angular intrínseco das partículas) no contexto da mecânica quântica não relativística. Sendo assim, as regras para adição de isospin são idênticas aquelas para spin ou momento angular. Ou seja,

$$I^a + I^b, I^a + I^b - 1, \dots, |I^a - I^b|, \quad (1.9)$$

e a soma da terceira componente é

$$I_3 = I_3^a + I_3^b. \quad (1.10)$$

Os valores de  $Y$  e  $I_3$  podem ser deduzidos para todos os quarks de acordo com os dados da tabela 1.2 com as Eqs.(1.5) e (1.6), considerando que qualquer sabor tem número bariônico  $\tilde{B} = 1/3$  e a correspondente antipartícula  $\tilde{B} = -1/3$ . Diante disto, podemos construir todos os isospin dos hádrons permitidos (mésons e bárions) usando as regras de adição de isospin dado na Eq.(1.10)<sup>13</sup>.

Os mésons mais leves observados experimentalmente é uma família de nove partículas com spin-paridade  $J^P = 0^-$ , que chamamos de noneto de mésons pseudo-escalares; e uma família de nove partículas com spin-paridade  $J = 1^-$ , chamada de noneto de méson vetorial. Na tabela 1.3 podemos observar as duas famílias e os seus correspondentes números quânticos. Estes resultados são exatamente esperados se estamos trabalhando com mésons  $M = a\bar{b}$  feito dos quarks  $a = u, d, s$  e antiquarks  $\bar{b} = \bar{u}, \bar{d}, \bar{s}$  com momento angular orbital  $L = 0$ <sup>14</sup>. Para  $L = 0$ , a paridade do méson é dada por

$$P = P_a P_b (-1)^L = (-1)^{L+1} = -1$$

enquanto o spin dos mésons é apenas a soma dos spins do quark e do antiquark, e pode ser 0 ou 1. Neste caso (Três sabores), existem nove possibilidades de combinar um quark e um antiquark, surgindo duas famílias de mésons com spin-paridade  $0^-$  e  $1^-$ , como é observado experimentalmente.

Para os multipletos de bárions são encontrados em 1, 8 e 10 membros<sup>15</sup>, e são chamados de singlete, octeto e decuplete, respectivamente. Do mesmo modo que pensamos antes a soma dos spins individuais de cada quark de um determinado bárion são um octeto de partículas com  $J^P = \frac{1}{2}^+$  e um decuplete de partículas com  $J^P = \frac{3}{2}^+$ . É necessário assumir que esses estados sejam simétricos (Combinação entre autofunções do espaço e de spin) sobre a troca dos quarks. Em princípio, isso parece impossível já que os quarks são férmions e deve satisfazer o princípio de exclusão de Pauli. Na próxima seção vamos explicar isso com mais detalhes a partir do grau de liberdade adicional que os quarks carregam, a cor.

Os bárions da tabela 1.4 correspondem a três estados de quarks  $B = abc$  contendo apenas os quarks leves  $u, d$  e  $s$ , com momento angular orbital nulo. Dado por

$$P = P_a P_b P_c (-1)^{L_{12}} (-1)^{L_3} = (-1)^{L_{12}+L_3} = 1,$$

<sup>13</sup>A semelhança da algebra de isospin com a de spin sugere o uso da teoria de grupos no contexto das possíveis representações dos multipletos. As regras de transição entre partículas e outras propriedades podem ser descritas pelas ferramentas do grupo  $S(N)$ , com os coeficientes de Clebsch-Gordan e ortogonalidade.

<sup>14</sup>Das regras de combinações do SU(3):  $a\bar{b} \equiv 3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8$ , singlete e octeto, nessa ordem.

<sup>15</sup>Das regras de combinações do SU(3):  $abc \equiv 3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10$ , singlete, octeto e decuplete, nessa ordem.

**Tabela 1.3** Os mésons leves com  $L = 0$ .

Conteúdo de Quarks	Estado $0^-$	Estado $1^-$	$I_3$	$I$	$Y = S$
$u\bar{s}$	$K^+(494)$	$K^{*+}(892)$	$1/2$	$1/2$	$1$
$d\bar{s}$	$K^0(498)$	$K^{*0}(896)$	$-1/2$	$1/2$	$1$
$u\bar{d}$	$\pi^+(140)$	$\rho^+(768)$	$1$	$1$	$0$
$\frac{u\bar{u}-d\bar{d}}{\sqrt{2}}$	$\pi^0(135)$	$\rho^0(768)$	$0$	$1$	$0$
$d\bar{u}$	$\pi^-(140)$	$\rho^-(768)$	$-1$	$1$	$0$
$s\bar{d}$	$\bar{K}^0(498)$	$\bar{K}^{*+}(896)$	$1/2$	$1/2$	$-1$
$s\bar{u}$	$K^-(494)$	$K^{*-}(892)$	$-1/2$	$1/2$	$-1$
$\frac{u\bar{u}+d\bar{d}}{\sqrt{2}}$	$\eta(549)$	$\omega(782)$	$0$	$0$	$0$
$s\bar{s}$	$\eta'(958)$	$\phi(1019)$	$0$	$0$	$0$

o spin dos bárions é igual a soma do spins dos quarks.

**Tabela 1.4** Octeto de bárions leves com  $L = 0$  e  $J = \frac{1}{2}^+$ .

Conteúdo de Quarks	Estado	$I_3$	$I$	$Y = S$
$uud$	$p(938)$	$1/2$	$1/2$	$0$
$udd$	$n(940)$	$-1/2$	$1/2$	$0$
$uds$	$\Lambda(1116)$	$0$	$0$	$-1$
$uus$	$\Sigma^+(1189)$	$1$	$1$	$-1$
$uds$	$\Sigma^0(1193)$	$0$	$1$	$-1$
$dds$	$\Sigma^-(1197)$	$-1$	$1$	$-1$
$uss$	$\Xi^0(1315)$	$1/2$	$1/2$	$-2$
$dss$	$\Xi^-(1321)$	$-1/2$	$1/2$	$-2$

O modelo de hádrons sendo estados ligados de três quarks, proposto por Gell-Mann e Zweig, se manteve inabalável até meados da década de 70, quando partículas mais pesados foram descobertas. Chamadas de quark charm e quark bottom. A construção dos estados, a partir das Eqs. (1.9) e (1.10), com esses novos sabores se tornam mais complexos<sup>16</sup>. Contudo, os modelos complementares, usando as mesmas ferramentas de grupo determinam um modelo de quarks que concordam impressionante com os resultados experimentais. O leitor pode obter esses novos estados na Ref. [59], na tabela 1.6 selecionamos alguns estados e informações que

<sup>16</sup>Grosseiramente, devido o quark  $c$  ser bastante pesado, as regras de combinações do  $SU(4)$  obtém-se:  $a\bar{b} \equiv 4 \otimes \bar{4} = 15 \oplus 1$ .



são de interesse deste trabalho (Mésons Pesados)<sup>1718</sup>.

**Tabela 1.5** Mésons Charmosos e Belos. Estados de interesse no trabalho (Mésons Pesados).

Conteúdo de Quarks	Estados	$I, J^{PC}$
Mésons Charmosos ( $S = 0, C = \pm 1, \tilde{B} = 0$ )		
$c\bar{d}, d\bar{c}$	$D^\pm(1869.3)$	$\frac{1}{2}, 0^-$
$c\bar{u}, u\bar{c}$	$D^0, \bar{D}^0(1864.5)$	$\frac{1}{2}, 0^-$
$c\bar{d}, d\bar{c}$	$D^{*\pm}(2010.0)$	$\frac{1}{2}, 1^-$
$c\bar{u}, u\bar{c}$	$D^{*0}, \bar{D}^{*0}(2006.7)$	$\frac{1}{2}, 1^-$
Mésons Charmosos Estranhos ( $S = C = \pm 1, \tilde{B} = 0$ )		
$c\bar{s}, s\bar{c}$	$D_s^\pm(1968.2)$	$0, 0^-$
$c\bar{s}, s\bar{c}$	$D_s^{*\pm}(2112.0)$	$0, 1^-$
Mésons Belos ( $S = 0, C = 0, \tilde{B} = \pm 1$ )		
$u\bar{b}, b\bar{u}$	$B^\pm(5279.0)$	$\frac{1}{2}, 0^-$
$d\bar{b}, b\bar{d}$	$B^0, \bar{B}^0(5279.4)$	$\frac{1}{2}, 0^-$
Mésons Belos Estranhos ( $S = \mp 1, C = 0, \tilde{B} = \pm 1$ )		
$s\bar{b}, b\bar{s}$	$B_s^0, \bar{B}_s^0(5367.5)$	$0, 0^-$
Mésons Belos Charmosos ( $S = 0, C = \tilde{B} = \pm 1$ )		
$c\bar{b}, b\bar{c}$	$B_c^0, \bar{B}_c^0(6286.0)$	$0, 0^-$
Mésons $c\bar{c}$		
	$\eta_c(1S)(2980.4)$	$0, 0^{-+}$
	$J/\psi(1S)(3096.9)$	$0, 1^{--}$
Mésons $b\bar{b}$		
	$\Upsilon(1S)(9460.3)$	$0, 1^{--}$

Observações demonstram a existência de uma grande quantidade de estados excitados, assim o modelo deve ser estendido para poder acomodá-los. Excitações de energias mais altas podem ser obtidas por excitações radial, excitação orbital e pela adição de pares quark-antiquark, Ref. [59]. Como exemplo, as excitações do momento angular orbital podem ser  $0, 1, 2, \dots$  e são chamadas de estados  $S, P, D, \dots$ , respectivamente. Acoplando o spin ( $S$ ) com o momento angular orbital ( $L$ ) chegamos ao momento angular orbital total do sistema  $J = S + L$ . Os níveis de energia resultantes são rotulados por  $^{2S+1}L_J$  e os estados mais baixos são  $^1S_0$  e  $^3S_1$ , logo após  $^1P_1, ^3P_0, ^3P_1, ^3P_2$  e assim por diante [6, 58, 59].

<sup>17</sup>O tempo de vida muito curto do quark  $t$  faz com que seja provável que hádrons contendo um quark top e/ou seu antiquark não exista.

<sup>18</sup>O leitor pode observar esses estados e os anteriores nas Refs. [6], por meio da representação de diagramas de peso. Isso ajuda o compreender o espectro hadrônico na base dos multipletos.

Além disso, outros hádrons com combinações mais complicadas podem existir,  $(qq\bar{q}\bar{q})$  e  $(qqqq\bar{q})$ , que daria origem a tetraquarks e pentaquarks, respectivamente. Ainda não existe evidências experimentais concretas para que tais estados sejam confirmados. Entretanto, eles não são proibidos pelo confinamento de cor, como devemos observar na próxima seção. Exemplos de hádrons exóticos podem ser um méson do tipo:  $dd\bar{u}\bar{s}$  com  $S = 1$  e  $Q = -1$ , ou um bárion do tipo:  $uuud\bar{s}$  com  $S = 1$  e  $Q = 2$  [6, 58, 59].

## 1.2.2 Cromodinâmica Quântica

O modelo de quarks descrito na seção anterior parece contradizer o princípio de exclusão de Pauli (Autofunções antisimétricas pela troca de dois férmions de spin- $\frac{1}{2}$ ), quanto a existência de uma partícula do tipo  $\Omega^- (sss)$ , com três quarks estranhos. Essa contradição foi resolvida por Greenberg, em 1964, ao argumentar que além dos graus de liberdade de espaço e spin, os quarks devem possuir outro atributo, denominado de cor (Os quarks podem existir em três estados de cor: vermelho, verde e azul). Conferindo as autofunções uma característica de antisimetria e os efeitos dinâmicos observados em experimentos de espalhamentos [6, 58, 59].

A teoria fundamental que descreve a interação entre quarks é chamada de Cromodinâmica Quântica (QCD). Do ponto de vista formal a QCD é uma teoria de Yang-Mills do tipo  $SU(3)$  [3, 6], onde se tem  $3^2 - 1 = 8$  bósons de calibre (bósons mediadores), os glúons. Portanto, a Lagrangiana é

$$\mathcal{L}_{QCD} = i\bar{\Psi}^{\alpha,A}\gamma^\nu\partial_\nu\Psi^{\alpha,A} - m_A\bar{\Psi}^{\alpha,A}\Psi^{\alpha,A} - \frac{1}{4}F_{\nu\mu}^a F^{a\nu\mu} + gA_\nu^a\bar{\Psi}^{\alpha,A}\gamma^\nu T_{\alpha\beta}^a\Psi^{\beta,A}, \quad (1.11)$$

onde somamos ambos os índices de cor  $\alpha, \beta$  e o índice de sabor  $A$ , e  $T^a$  são os geradores de  $SU(3)$  na representação fundamental. Com

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc}A_\mu^b A_\nu^c. \quad (1.12)$$

A principal característica da QCD é a liberdade assintótica, significa que a constante de acoplamento renormalizada  $g_{eff}(E)$  é pequena em altas energias e grande em baixas energias. Em pequenas distâncias a QCD é bem descrita em termos de quarks e glúons fracamente interagindo, enquanto que em grandes distâncias, da ordem de 1 fm, a teoria torna-se não perturbativa e os quarks estão confinados<sup>19</sup>. Não sendo possível observá-los livres, mas apenas nos hádrons (Mésons ou Bárions), como descrito na seção anterior<sup>2021</sup>.

<sup>19</sup>Nesta região utiliza-se uma aproximação conhecida como teoria de calibre na rede em que o espaço (e as vezes o tempo) é aproximado por uma rede finita de pontos discretos.

<sup>20</sup>As características de liberdade assintótica e confinamento surgem dos termos de interações glúon-glúon em  $\mathcal{L}_{QCD}$  do tipo:  $(\partial A)A^2$  e  $A^4$ .

<sup>21</sup>A combinação  $q^m\bar{q}^n$  de  $m$  quarks e  $n$  antiquarks que são permitidos pela condição de confinamento (estados sem a carga de cor, hádrons):  $I_3^C = Y_3^C = 0$ , implica em:  $(3q)^p(q\bar{q})^n$  com  $(p, n \geq 0)$ , os estados permitidos mais simples são  $q\bar{q}$ ,  $qqq$ ,  $qq\bar{q}\bar{q}$  e  $qqqq\bar{q}$  [6, 58, 59].

Como o glúon carrega carga de cor, implica que eles, tipo os quarks, não podem ser observados livremente, porque eles tem valores de carga de cor diferente de zero. Ademais, estados ligados de dois ou mais glúons com carga de cor globalmente zero podem ser formados em princípio, devido as interações fortes dos glúons entre si. Tais estados são chamados de *glueballs*. Não existe atualmente nenhuma evidência conclusiva para glueballs puros, apesar de muitas pesquisas experimentais, mas existe algumas evidências para estados mistos contendo ambos os componentes glúons e mésons ( $q\bar{q}$ ) [6, 58, 59].

As complicações que aparecem na região não perturbativa da QCD são bem implementadas a partir de teorias efetivas, em substituição a QCD na rede. Esses métodos tem descritos os hádrons com um razoável nível de sucesso. O objetivo de uma teoria efetiva (A Lagrangiana efetiva) eficaz é descrever a dinâmica em baixa energias das partículas leves de um sistema físico. Embora os modos mais pesados não apareçam explicitamente, a sua contribuição de alguma forma está incluída através de alguns parâmetros na teoria efetiva (As simetrias da teoria fundamental devem ser preservadas na teoria efetiva) [6, 58, 59].

### 1.3 Hádrons $X$ , $Y$ e $Z$

No cenário descrito nas seções anteriores novos estados tipo charmônio e botônio ( $c\bar{c}$  e  $b\bar{b}$ ) observados recentemente pela colaboração Belle (Babar, CLEO, CDF, BES, etc) não são bem descritos por estados ligados quark-antiquark, típico de um méson, com spin inteiro [27]. Esses novos estados (chamados de  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ ) tem sido descobertos em decaimentos de mésons  $B$ , com massas entre 3.9 GeV e 4.7 GeV para o setor charmônio e 10.61 GeV e 10.65 GeV para o setor botônio (Observe a tabela 1.6).

Modelos para estudar o comportamento desses mésons exóticos tem sido propostos nos últimos anos. Eles podem ser tratados como um tetraquark (estado de quatro quarks ligados por glúons) [33, 34, 35] e deste ponto de vista alguns estados são razoavelmente bem descritos outros não. Através de um estado híbrido (quarks mais glueballs) [36], que desempenha um papel menor nas discussões sobre os estados  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ . Ou a partir de um estado ligado de dois mésons, natureza molecular [37, 38, 39], análogo ao estado ligado de um próton e um nêutron (deuteron), esses estados são chamados de deuson.

A ideia de um deuson não é nova e foi estudada por Törnqvist em 1991 e 1994 usando um modelo de troca de um pión para estudar moléculas de mésons charmosos com isospin  $I = 0$ :  $D^*\bar{D}$ ,  $D\bar{D}^*$  e  $D^*\bar{D}^*$  [41]. Não obstante, essa interpretação tem sido largamente desenvolvida para obter alguma compreensão sobre as propriedades dos estados exóticos, principalmente quando a massa dos mésons observados são bastante próximas a de dois mésons. Como por exemplo a massa do  $X(3872)$  é muito próxima a do estado  $D\bar{D}^*$ . Essa ideia pode ser usada para outros

estados exóticos, com os possíveis estados moleculares  $D^*\bar{D}^*$ ,  $B^*\bar{B}^*$ ,  $B^*\bar{B}^*$  e assim por diante.

**Tabela 1.6** Alguns hádrons  $X$ ,  $Y$ , e  $Z$  [60].

Estados $X(m)$	$J^{PC}$	Modo de Decair	Modo de Produção
$Y_s(2175)$	$1^{--}$	$\phi f_0(980)$	$J/\psi \rightarrow \eta$
$X(3872)$	$1^{++}$	$J/\psi \pi^+ \pi^-$ $\gamma J/\psi$ $D^0 \bar{D}^0 \pi^0$ $\pi^+ \pi^- \pi^0 J/\psi$	$B \rightarrow KX(3872), p\bar{p}$
$Z(3930)$	$2^{++}$	$D\bar{D}$	$\gamma\gamma \rightarrow Z(3940)$
$Y(4260)$	$1^{--}$	$J/\psi \pi^+ \pi^-$ $\pi^0 \pi^0 J/\psi$	$e^+ e^- (ISR)$
$Y(4350)$	$1^{--}$	$\pi^+ \pi^- \psi'$	$e^+ e^- (ISR)$
$X(4630)$	$1^{--}$	$\Lambda_c^+ \Lambda_c^-$	$e^+ e^- (ISR)$
$Y(4660)$	$1^{--}$	$\pi^+ \pi^- \psi'$	$e^+ e^- (ISR)$
$Z(4050)$	?	$\pi^\pm \chi_{c1}$	$B \rightarrow KZ^\pm(4050)$
$Z(4250)$	?	$\pi^\pm \chi_{c1}$	$B \rightarrow KZ^\pm(4250)$
$Z_b(10610)$	$1^+$	$\pi^\pm h_b(1, 2P)$	$Y_b/\mathcal{Y}(5S) \rightarrow Z_b(10610)\pi$
$Z_b(10650)$	$1^+$	$\pi^\pm h_b(1, 2P)$	$Y_b/\mathcal{Y}(5S) \rightarrow Z_b(10650)\pi$
$Z_b(10890)$	$1^{--}$	$\pi^+ \pi^- \mathcal{Y}(1, 2, 3S)$	$e^+ e^- \rightarrow Y_b$

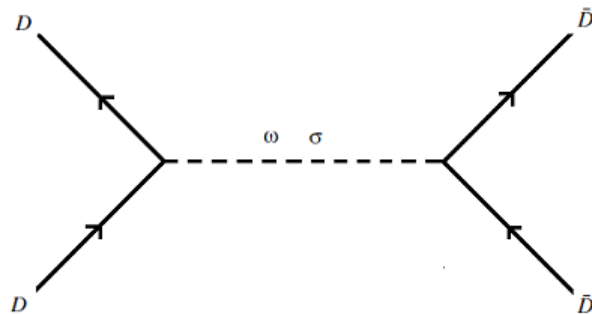
Em especial o estado ligado entre  $D$  e  $\bar{D}$ , chamado  $X(3700)$ , com spin-0 e isospin-0 foi conjecturado por Gamermann et al., mas até aqui não existem evidências experimentais para este estado [43]. Entretanto, a colaboração BES observou dois estados em processos  $e^+ e^- \rightarrow D\bar{D}$ : o "esperado"  $\psi(3770)$  e um provável novo estado numa região de energia entre 3.700 e 3.872 GeV [61]. Além disso, os resultados para  $\psi(3770) \rightarrow D\bar{D}$  não podem ser explicados se tratarmos o  $\psi(3770)$  como um estado  $c\bar{c}$  puro, ao contrário disto tratá-lo como uma mistura de quatro quarks [62].

Outros estados de interesse são os  $Z_b(10610)$  e  $Z_b(10650)$ , cerca de onze vezes mais pesados do que um próton, e possuem carga elétrica. Em princípio, a carga elétrica de uma partícula botônia é zero e, portanto, estas partículas carregadas  $Z_b$  devem ter pelo menos mais dois quarks. E da mesma forma que as partículas discutidas acima, os  $Z$  têm uma interpretação sugerida de estados moleculares composto de um par de mésons pesados  $B\bar{B}$ ,  $B\bar{B}^*$  e  $B^*\bar{B}^*$ . Na tabela 1.6 podemos identificar algumas propriedades desses estados exóticos que permite interpretá-los como estados moleculares de mésons pesados  $B$ .

Como vimos acima os bárions e os mésons são constituídos por quarks interagindo via troca de glúons, o que torna a força entre os quarks ser de longo alcance. Isto não quer dizer que

a força entre os hádrons são também de longo alcance, devido a carga de cor global neutra<sup>22</sup> as força entre eles são resíduos das forças entre seus constituintes quarkônicos, e se cancelam quando eles estão distantes. Um trabalho importante na compreensão das forças entre hádrons é sem sombra de dúvidas o desenvolvido por Yukawa para compreender a matéria nuclear (Força Nuclear) [55].

Assim, as ressonâncias apresentadas na tabela 1.6 podem ser construídas no cenário de Yukawa (Modelo de Walecka [51]), porém os campos de bárions (Prótons e Nêutrons) são substituídos por campos de Mésons (Ver figura 1.2). Similarmente Ding estudou um sistema de mésons onde as interações fortes são geradas pelas trocas dos mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$  na estrutura da Lagrangiana efetiva invariante quirilmente sobre  $SU(4)$  em  $T = 0$  [63].



**Figura 1.2** Diagrama de Feynman com a troca do méson pseudo-escalar  $\sigma$  e o méson vetorial  $\omega$ .

Diante da necessidade de melhor compreender os estados ligados entre hádrons (estados exóticos) assumindo que estes podem ser interpretados como estados moleculares do tipo  $D\bar{D}$  e  $B\bar{B}$  ou  $X(3700)$  e  $Z_b(10500)$ , respectivamente, isso torna-se de extrema relevância para o cenário descrito acima. Portanto, vamos estudá-los, levando em consideração o modelo de troca de mésons mostrado na Fig. 1.2, onde os mésons pesados e as partículas mediadoras são tratadas como partículas pontuais. Numa perspectiva de verificar as influências da densidade e temperatura finita para formação de tais estados.

<sup>22</sup>Da mesma forma que as partículas carregadas formam entidades neutras (isto é, átomos), os quarks ligados formam partículas incolores (cor neutra) [7].

# Teoria Quântica de Campos a Temperatura Finita

A Teoria quântica de campos a temperatura finita tem como ponto de partida os estudos de Fradkin, em 1965, tendo como motivação as transições de fase que ocorrem na teoria eletrofraca, em temperaturas da ordem de 200 MeV [64, 65, 66]. Essa transição é importante para compreender o universo primordial. Nas décadas de 70 e 80 teorias de calibre sugeriram a existência de uma fase de desconfinamento de quarks e glúons, que tem sido chamada de *plasma de quarks e glúons*, em uma temperatura estimada em torno de 150 MeV [64, 65, 66]. Atualmente o número de aplicações dos efeitos de temperatura em TQC são incontáveis em áreas como astrofísica, cosmologia e colisões de íons pesados.

Neste capítulo buscamos construir no contexto das integrais de trajetória o funcional gerador das funções de correlação e associá-lo à grande função de partição típica no contexto da mecânica estatística. O conceito de integral de trajetória (Funcional gerador) foi usado por Feynman para estudar amplitude de transições em problemas de mecânica quântica [64, 65, 66, 67].

## 2.1 Descrição Estatística de Sistemas de Partículas

A descrição moderna de sistemas com um número muito grande de partículas é feita a partir da formulação da mecânica estatística combinando noções de estatística com as leis da mecânica aplicável a simples partículas, seja através da mecânica clássica ou a partir das leis da mecânica quântica [68, 69, 70, 71, 72, 73].

Os ingredientes básicos para caracterizar um sistema físico em equilíbrio na proposta da mecânica estatística são: especificação dos estados microscópicos do sistema (*ensemble estatístico*), estabelecimento de um postulado estatístico básico (*probabilidades iguais a priori*) e por fim estabelecer uma conexão com o mundo macroscópico (*limite termodinâmico*). Nesta seção vamos utilizar esse caminho para estabelecer as principais formulações da mecânica estatística para estudar um sistema térmico.

### 2.1.1 Teoria de Ensembles na Mecânica Quântica: A Matriz Densidade

Uma estrutura que desempenha um papel importante na mecânica estatística quântica de processos térmicos é a matriz densidade. Essa abordagem também pode ser utilizada em outros

campos da física, como computação quântica, caos quânticos e etc. [71]. A ideia é introduzir os conceitos e postulados de mecânica quântica necessários para construir a matriz densidade, e a partir disto construir a descrição mecânica estatística por meio da noção de ensembles.

Considere um ensemble de  $N$  sistemas idênticos, onde  $N \gg 1$ , cujo sistema é caracterizado pelo Hamiltoniano  $\hat{H}$  (comum), e os estados denotados por  $|\psi^k\rangle$  (normalizado), com  $k = 1, 2, \dots, N$ . Assim a equação de Schrödinger é escrita na forma [70, 74]

$$\hat{H}|\psi^k(t)\rangle = i\partial_t|\psi^k(t)\rangle. \quad (2.1)$$

aqui  $\hbar = 1$ . O vetor de estado  $|\psi^k(t)\rangle$  pode ser expandido na forma

$$|\psi^k\rangle = \sum_n a_n^k |n\rangle, \quad (2.2)$$

onde  $|n\rangle$  é um vetor do espaço de Hilbert. O valor médio de um observável  $O$  em um estado  $|\psi^k\rangle$  é dado por

$$\langle O \rangle^k = \langle \psi^k | O | \psi^k \rangle, \quad (2.3)$$

com  $\langle \psi^k | \psi^k \rangle = 1$ . A variável térmica pode ser associada com o valor médio do observável  $O$  da expressão

$$\begin{aligned} \langle O \rangle &= \sum_k \gamma^{(k)} \langle \psi^k | O | \psi^k \rangle \\ &= \sum_k \gamma^{(k)} \sum_{m,n} c_n^{(k)*} c_m^{(k)} \langle n | O | m \rangle \\ &= \sum_{m,n} \rho_{mn} O_{nm} \\ &= Tr(\rho O), \end{aligned} \quad (2.4)$$

onde  $\langle O \rangle = \sum_k \gamma^{(k)} \langle O \rangle^k$ , de tal maneira que  $\gamma^{(k)}$  seja o peso para cada  $k$ -ésimo estado no ensemble e  $O_{nm} = \langle n | O | m \rangle$ ; e

$$\rho_{mn} = \sum_k \gamma^{(k)} c_n^{(k)*} c_m^{(k)} = \langle n | \rho | m \rangle, \quad (2.5)$$

chamamos de matriz densidade. É fácil mostrar que a evolução temporal do operador densidade é dada por

$$i \frac{d\hat{\rho}(t)}{dt} = [\hat{H}, \hat{\rho}(t)]. \quad (2.6)$$

Esta é a equação Liouville-von Neumann, a equação básica em mecânica estatística não-relativística [70, 71, 73].

Se o sistema estiver em um estado de equilíbrio térmico, o ensemble correspondente deve ser estacionário, i.e.

$$\frac{d\rho_{mn}(t)}{dt} = 0, \quad (2.7)$$

e com isso  $\hat{\rho} = \hat{\rho}(\hat{H})$ . Quando  $\hat{H}$  for diagonal em uma dada representação,  $H_{mn} = E_n \delta_{mn}$  e conseqüentemente  $\rho_{mn} = \rho_n \delta_{mn}$ . E para qualquer outra representação não diagonal temos  $\rho_{mn} = \rho_{nm}$ .

Nota-se que a matriz densidade carrega a informação quântica do sistema através dos coeficientes  $c_i^{(k)}$ , que estão relacionados com a probabilidade de encontrar o sistema no  $i$ -ésimo estado. Nas próximas seções vamos empregar a matriz densidade para construir uma teoria térmica que contemple os aspectos microscópico via as ideias de ensembles.

## 2.1.2 Ensembles

A descrição dos processos térmicos através da mecânica estatística favorece escolher uma determinada representação, que seja conveniente dependendo das circunstâncias físicas e/ou químicas do sistema (conjunto de parâmetros macroscópicos). As formulações da mecânica estatística mais conhecidas são: Ensemble Microcanônico, Ensemble Canônico e o Ensemble Grande Canônico.

### 2.1.2.1 Ensemble Microcanônico

O ensemble microcanônico é usado para descrever um sistema isolado que tem uma energia permitida no intervalo  $(E - \frac{1}{2}\Delta, E + \frac{1}{2}\Delta)$ , um número de partículas  $N$  fixa, e um volume  $V$  fixo. O número distinto de microestados acessíveis,  $\Omega$ , é uma função dos parâmetros  $N$ ,  $V$ ,  $E$  e  $\Delta$ . Usando o postulado fundamental de probabilidades iguais a priori temos para a matriz densidade

$$\rho_n = \begin{cases} \frac{1}{\Omega}, & \text{Para todos os estados acessíveis;} \\ 0, & \text{Para todos os outros} \end{cases} \quad (2.8)$$

E a termodinâmica do sistema é determinada pelo uso da expressão de entropia definida por

$$S(N, V, E) = k_B \ln \Omega. \quad (2.9)$$

onde  $k_B$  é a constante de Boltzmann. No entanto essa conexão deve ser feita no limite termodinâmico, para  $E, V, N \rightarrow \infty$ , com densidades fixas,  $E/N = u$ ,  $V/N = v$ , onde  $u$  e  $v$  são constantes.

### 2.1.2.2 Ensemble Canônico

O ensemble canônico é usado para descrever um sistema em contato com um reservatório de calor em uma temperatura  $T$ . O sistema pode trocar energia com o reservatório, mas o número de partículas e o volume são fixados. A probabilidade de encontrar o sistema, escolhido



aleatoriamente a partir de um ensemble, com uma energia  $E_r$  é determinada pelo fator  $e^{-\beta E_r}$ , onde  $\beta = 1/k_B T$ , ou seja

$$\rho_n = C \exp(-\beta E_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.10)$$

A constante  $C$  é encontrada pela condição de normalização, assim obtemos

$$C = \frac{1}{\sum_n \exp(-\beta E_n)} = \frac{1}{Z}, \quad (2.11)$$

onde  $Z$  é conhecida como função partição do sistema. Deve-se notar que essa soma é efetuada sobre os estados microscópicos. O operador densidade pode ser escrito na forma (usando uma base  $\sum_n |\phi_n\rangle\langle\phi_n|$ )

$$\hat{\rho} = \frac{e^{-\beta \hat{H}}}{\text{Tr}(e^{-\beta \hat{H}})}. \quad (2.12)$$

### 2.1.2.3 Ensemble Grande Canônico

O ensemble grande canônico é usado para descrever um sistema em contato com o reservatório de calor em uma temperatura  $T$ . O sistema pode trocar tanto energia como partículas com o reservatório, porém a temperatura, o volume, e o potencial químico ( $\mu$ ) são quantidades fixas. Neste caso devemos substituir

$$\hat{H} \rightarrow \hat{H} - \mu \hat{N},$$

assim o operador densidade deve comutar também com o operador número  $N$ . De forma a obter

$$\hat{\rho} = \frac{1}{\Xi(\mu, V, T)} e^{-\beta(\hat{H} - \mu \hat{N})}, \quad (2.13)$$

onde

$$\Xi(\mu, V, T) = \sum_{r,s} e^{-\beta(E_r - \mu N_s)} = \text{Tr}(e^{-\beta(\hat{H} - \mu \hat{N})}). \quad (2.14)$$

A função de grande partição desempenha um papel importante na mecânica estatística, a partir dela as propriedades termodinâmicas do sistema podem ser determinadas. Em particular, as grandezas termodinâmicas relevantes, como pressão, o número de partículas, a entropia e a energia são dadas em termos desta quantidade, a saber:

$$P = \frac{\partial(T \ln Z)}{\partial V}, \quad (2.15a)$$

$$N_i = \frac{\partial(T \ln Z)}{\partial \mu_i}, \quad (2.15b)$$

$$S = \frac{\partial(T \ln Z)}{\partial T}, \quad (2.15c)$$

$$E = -PV + TS + \mu_i N_i. \quad (2.15d)$$

Outro aspecto importante que surge das Eqs. (2.12) e (2.13) é a condição de Kubo-Martin-Schwinger (KMS), que diz que o valor médio de um operador na representação de Heisenberg,  $O_H(t) = e^{-itH}O(0)e^{itH}$  é periódica no tempo, com um período de  $i\beta$ . Este resultado pode ser provado diretamente de (Usando as propriedades cíclicas do traço):

$$\begin{aligned}
\langle O_H(t) \rangle &= \text{Tr}[\rho O(t)] \\
&= \frac{1}{Z(\beta)} \text{Tr}[e^{-\beta H} O(t)] \\
&= \frac{1}{Z(\beta)} \text{Tr}[e^{-\beta H} e^{-itH} O(0) e^{itH}] \\
&= \frac{1}{Z(\beta)} \text{Tr}[e^{-\beta H} O_H(t - i\beta)] \equiv \langle O_H(t - i\beta) \rangle.
\end{aligned} \tag{2.16}$$

A mudança no argumento de  $O_H$ , de  $t \rightarrow t - i\beta$ , é chamada de rotação de Wick do eixo temporal. Esse comportamento é formidável na construção de outros caminhos para estudar sistemas de muitos corpos. Uma delas é a partir das ideias diagramáticas desenvolvidas na teoria quântica de campos a temperatura zero, conhecido como formalismo de Matsubara. O leitor pode verificar isso nas Refs. [64, 65, 70, 75]. Um outro formalismo que a condição KMS desempenha um papel importante é o método de integrais de trajetória para descrever as características térmicas de um sistema.

## 2.2 Função Partição via Funcional Integral

As características macroscópicas de um sistema podem ser mensuradas a partir do formalismo de integrais de trajetória, associando a amplitude de transição a temperatura zero a grande função de partição (Formalismo de tempo imaginário, uma rotação de Wick).

### 2.2.1 Amplitude de Transição para Bósons

Os procedimentos abaixo seguem a mesma base matemática utilizada na representação da mecânica quântica de Schrödinger, no entanto na teoria quântica de campos os campos são elevados a condição de operadores<sup>1</sup>.

A partir daqui temos  $\hat{\phi}(\mathbf{x}, 0)$  sendo o operador de campo em  $t = 0$  e  $\hat{\pi}(\mathbf{x}, 0)$  seu operador de momento canonicamente conjugado. Os autoestados do operador de campo são rotulados por  $|\phi\rangle$ , cuja equação de autovalor para o campo pode ser escrita

$$\hat{\phi}(\mathbf{x}, 0) |\phi\rangle = \phi(\mathbf{x}) |\phi\rangle. \tag{2.17}$$

<sup>1</sup>O leitor pode olhar na Ref. [67] a descrição quântica da amplitude de transição.

onde  $\phi(\mathbf{x})$  é o autovalor. Um conjunto de estados ( $\{|\phi\rangle\}$ ), eles formam um espaço vetorial (Espaço de Hilbert), que obedecem as relações de completeza e condições de ortogonalidade,

$$\int d\phi(\mathbf{x})|\phi\rangle\langle\phi| = 1, \quad (2.18)$$

e

$$\langle\phi_a|\phi_b\rangle = \prod_{\mathbf{x}} \delta(\phi_a(\mathbf{x}) - \phi_b(\mathbf{x})). \quad (2.19)$$

Da mesma forma, os autoestados para o operador de momento satisfaz a equação,

$$\hat{\pi}(\mathbf{x}, 0) |\pi\rangle = \pi(\mathbf{x}) |\pi\rangle. \quad (2.20)$$

Com configurações similares as equações (2.18) e (2.19), podemos escrever relações de completeza e condições de ortogonalidade para a representação dos momentos

$$\int \frac{d\pi(\mathbf{x})}{2\pi} |\pi\rangle\langle\pi| = 1, \quad (2.21)$$

e

$$\langle\pi_a|\pi_b\rangle = \prod_{\mathbf{x}} \delta(\pi_a(\mathbf{x}) - \pi_b(\mathbf{x})). \quad (2.22)$$

Uma mudança de representação, no espaço dos campos ou no espaço dos momentos, pode ser feita mediante a construção (análoga a dualidade de  $\{|r\rangle\} \rightleftharpoons \{|p\rangle\}$  da mecânica quântica)

$$\langle\phi|\pi\rangle = \exp\left(i \int d^3x \pi(\mathbf{x})\phi(\mathbf{x})\right). \quad (2.23)$$

onde  $\int d^3x \pi(\mathbf{x})\phi(\mathbf{x})$  substitui  $\sum_{i=1}^N p_i x_i$ , pois na teoria quântica de campos os graus de liberdade são infinitos, enquanto na mecânica quântica se estende a  $N$ .

O Hamiltoniano a partir do formalismo da teoria clássica de campos é dado por

$$H = \int d^3x \mathcal{H}(\hat{\phi}, \hat{\pi}). \quad (2.24)$$

onde  $\mathcal{H}$  é a densidade de Hamiltoniano. Digamos que um sistema está em um estado  $|\phi_a\rangle$  em um tempo  $t = 0$ . Depois de um tempo  $t_f$  ele evolui para  $e^{-iHt_f}|\phi_a\rangle$ , caso o hamiltoniano não tenha dependência explícita do tempo. A amplitude de transição para ir de um estado  $|\phi_a\rangle$  a um estado  $|\phi_b\rangle$  depois de um tempo  $t_f$  é

$$\langle\phi_b|e^{-iHt_f}|\phi_a\rangle.$$

Para obter a amplitude de transição dividimos o intervalo  $(0, t_f)$  em  $N$  intervalos de duração  $\Delta t = \frac{t_f}{N}$ . Então, em cada intervalo de tempo inserimos um conjunto completo de estados, alternando entre (2.18) e (2.21), da forma

$$\begin{aligned} \langle\phi_a|e^{-iHt_f}|\phi_a\rangle &= \lim_{N \rightarrow \infty} \int \left[ \prod_{j=1}^N \frac{d\pi_j d\phi_j}{2\pi} \right] \langle\phi_a|\pi_N\rangle \langle\pi_N|e^{-iH\Delta t}|\pi_N\rangle \langle\pi_N|\pi_{N-1}\rangle \\ &\quad \langle\pi_{N-1}|e^{-iH\Delta t}|\pi_{N-1}\rangle \cdots \langle\pi_2|\pi_1\rangle \langle\pi_1|e^{-iH\Delta t}|\pi_1\rangle \langle\pi_1|\phi_a\rangle. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Sabemos que

$$\langle \phi_1 | \phi_a \rangle = \delta(\phi_1 - \phi_a). \quad (2.26)$$

e de (2.23) obtemos

$$\langle \phi_{j+1} | \pi_j \rangle = \exp \left( i \int d^3x \pi_j(\mathbf{x}) \phi_{j+1}(\mathbf{x}) \right). \quad (2.27)$$

Se tomarmos o limite de  $\Delta t \rightarrow 0$ , podemos expandir os elementos como segue

$$\begin{aligned} \langle \pi_j | e^{-iH_j \Delta t} | \phi_j \rangle &\approx \langle \pi_j | (1 - iH_j \Delta t) | \phi_j \rangle \\ &= \langle \pi_j | \phi_j \rangle (1 - iH_j \Delta t) \\ &= (1 - iH_j \Delta t) \exp \left( -i \int d^3x \pi_j(\mathbf{x}) \phi_j(\mathbf{x}) \right), \end{aligned} \quad (2.28)$$

onde

$$H_j = \int d^3x \mathcal{H}(\pi_j(\mathbf{x}), \phi_j(\mathbf{x})), \quad (2.29)$$

colocando as equações (2.26), (2.27) e (2.28) em (2.25), chegamos a

$$\begin{aligned} \langle \phi_a | e^{-iHt_f} | \phi_a \rangle &= \lim_{N \rightarrow \infty} \int \left[ \prod_{j=1}^N \frac{d\pi_j d\phi_j}{2\pi} \right] \delta(\phi_1 - \phi_a) \\ &\quad \times \exp \left\{ -i\Delta t \sum_{j=1}^N \int d^3x [\mathcal{H}(\pi_j, \phi_j) - \pi_j(\phi_{j+1} - \phi_j)/\Delta t] \right\}. \end{aligned} \quad (2.30)$$

onde  $\phi_{N+1} = \phi_a = \phi_1$ . Tomando o limite contínuo de (2.30), surge uma importante expressão para construir o formalismo de funcional gerador no âmbito de teoria quântica de campos a temperatura finita

$$\begin{aligned} \langle \phi_a | e^{-iHt_f} | \phi_a \rangle &= \int \mathcal{D}\pi \int_{\phi(\mathbf{x},0)=\phi_a(\mathbf{x})}^{\phi(\mathbf{x},t_f)=\phi_a(\mathbf{x})} \mathcal{D}\phi \\ &\quad \times \exp \left\{ i \int_0^{t_f} dt \int d^3x \left[ \pi(\mathbf{x},t) \frac{\partial \phi(\mathbf{x},t)}{\partial t} - \mathcal{H}(\pi(\mathbf{x},t), \phi(\mathbf{x},t)) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Os símbolos  $\mathcal{D}\pi$  e  $\mathcal{D}\phi$  representam as medidas das integrações funcionais em  $\pi$  e  $\phi$ , com restrição para os campos  $\phi(\mathbf{x},t)$ , eles obedecem a configuração  $\phi(\mathbf{x},0) = \phi(\mathbf{x},t_f)$ .

## 2.2.2 Função Partição para Bósons

O formalismo de integrais de trajetória utilizado na seção anterior pode ser obtido para fazer uma conexão com a função partição (ou grande função partição). A grande função de partição, encontrada na seção 2.1.2, pode ser reescrita usando o conjunto completo de autovetores do operador de campo  $\phi$

$$\Xi = \text{Tr}(e^{-\beta(\hat{H} - \mu_i \hat{N}_i)}) = \sum_a \int d\phi_a \langle \phi_a | e^{-\beta(\hat{H} - \mu_i \hat{N}_i)} | \phi_a \rangle. \quad (2.32)$$

onde  $\mu_i$  é o potencial químico associado à partícula do  $k$ -ésimo tipo. A soma deve ser feita sobre todos os estados. Esta expressão é muito similar a amplitude de transição (2.31) definida na seção anterior. Para tornar a analogia uma igualdade devemos efetuar uma troca de variável,  $\tau = it$ , com  $\tau = [0, \beta]$ , conhecido como tempo imaginário (rotação de wick). Para a descrição a partir da TQC devemos fazer a substituição,

$$\hat{H} - \mu_i \hat{N}_i \rightarrow \mathcal{H}(\pi, \phi) - \mu \mathcal{N}(\pi, \phi), \quad (2.33)$$

onde  $\mathcal{N}(\pi, \phi)$  é a densidade de carga conservada e  $\mu$  está associada a carga como um vínculo do sistema (transformação de legendre). Assim a fórmula fundamental para a grande função partição é

$$\Xi = \int \mathcal{D}\pi \int_{\text{Periodico}} \mathcal{D}\phi \times \exp \left\{ \int_0^\beta d\tau \int d^3x \left[ i\pi \frac{\partial \phi}{\partial \tau} - \mathcal{H}(\pi, \phi) + \mu \mathcal{N}(\pi, \phi) \right] \right\}. \quad (2.34)$$

A palavra periódico significa que a integração sobre os campos satisfaz a condição  $\phi(\mathbf{x}, 0) = \phi(\mathbf{x}, \beta)$ . Isso é uma consequência da função de Green's térmica para bósons, ou seja

$$\langle T_\tau [\hat{\phi}(x, \tau_1) \hat{\phi}(y, \tau_2)] \rangle = \Xi^{-1} Tr[\hat{\rho} T_\tau (\hat{\phi}(x, \tau_1) \hat{\phi}(y, \tau_2))] \quad (2.35)$$

aqui  $T_\tau$  é operador de ordenamento temporal imaginário, que para bósons atua como segue:

$$T_\tau (\hat{\phi}(x, \tau_1) \hat{\phi}(y, \tau_2)) = \hat{\phi}(\tau_1) \hat{\phi}(\tau_2) \theta(\tau_1 - \tau_2) + \hat{\phi}(\tau_2) \hat{\phi}(\tau_1) \theta(\tau_2 - \tau_1) \quad (2.36)$$

onde  $\theta$  é a função degrau. Usando o fato que  $T_\tau$  comuta com  $\hat{\rho} = e^{-\beta K}$ , onde  $K \equiv H - \mu \hat{Q}$ , e as propriedades cíclicas do traço encontramos que (O mesmo tratamento dado a determinar a condição KMS, na Eq. (2.16))

$$\begin{aligned} \langle T_\tau [\hat{\phi}(x, \tau) \hat{\phi}(y, 0)] \rangle &= \Xi^{-1} Tr[e^{-\beta K} \hat{\phi}(x, \tau) \hat{\phi}(y, 0)] \\ &= \Xi^{-1} Tr[\hat{\phi}(y, 0) e^{-\beta K} \hat{\phi}(x, \tau)] \\ &= \Xi^{-1} Tr[e^{-\beta K} e^{\beta K} \hat{\phi}(y, 0) e^{-\beta K} \hat{\phi}(x, \tau)] \\ &= \Xi^{-1} Tr[e^{-\beta K} \hat{\phi}(y, \beta) \hat{\phi}(x, \tau)] \\ &= \Xi^{-1} Tr\{\hat{\rho} T_\tau [\hat{\phi}(x, \tau) \hat{\phi}(y, \beta)]\} \\ &= \langle T_\tau [\hat{\phi}(x, \tau) \hat{\phi}(y, \beta)] \rangle \end{aligned} \quad (2.37)$$

Usamos as mesmas mudanças (Representação de Heisenberg para os campos  $\hat{\phi}$ ) feitas na Eq. (2.16). O resultado (2.37) implica em  $\phi(y, 0) = \phi(y, \beta)$  que corresponde a periodicidade dos bósons.

Note que a função partição Eq. (2.34) pode ser generalizada para um número arbitrário de campos e cargas conservadas.

### 2.2.2.1 Campo Escalar Complexo, $U(1)$

Podemos aplicar as ferramentas acima para tratar o campo escalar carregado  $\Phi$ , cujos quanta são massivos e de spin 0. Esse modelo proporciona o estudo do gás de bósons. A densidade de Lagrangiana para esse sistema é escrita da seguinte forma

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \Phi^\dagger)(\partial^\mu \Phi) - m^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda(\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad (2.38)$$

onde  $m$  é a massa dos bósons. Esta expressão é invariante a uma transformação de calibre do tipo

$$\Phi \rightarrow \Phi' = e^{-i\alpha} \Phi, \quad (2.39)$$

onde  $\alpha$  é uma constante, ou seja a simetria é global. De acordo com o teorema de Noether existe uma corrente associada a cada simetria contínua da Lagrangiana, a relacionada a transformação (2.39) equivale a

$$j_\mu = i[\Phi^\dagger (\partial_\mu \Phi) - \Phi (\partial_\mu \Phi^\dagger)], \quad (2.40)$$

A carga é dada por  $Q = \int d^3x j_0(x)$ . Com a corrente conservada  $\partial^\mu j_\mu = 0$ .

Podemos tratar o campo decompondo  $\Phi$  em parte real e parte imaginária usando os campos reais  $\phi_1$  e  $\phi_2$ ,  $\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$ . Os momentos canonicamente conjugados são

$$\pi_1 = \frac{\partial \phi_1}{\partial t}, \quad (2.41a)$$

$$\pi_2 = \frac{\partial \phi_2}{\partial t}. \quad (2.41b)$$

Assim a densidade de Hamiltoniana e carga são respectivamente

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{j=1}^2 [\Pi_j^2 + (\nabla \phi_j)^2 + m^2 \phi_j^2] \right\} + \frac{1}{2} \lambda (\phi_1^2 + \phi_2^2)^2, \quad (2.42)$$

e

$$Q = \int d^3x [\phi_2 \pi_1 - \phi_1 \pi_2]. \quad (2.43)$$

Agora podemos introduzir o problema termodinâmico, via funcional gerador Eq. (2.34). Considerando-se o sistema em equilíbrio térmico  $T$  e uma densidade finita de bósons  $\phi$ , a grande função de partição tem a forma

$$\Xi = \int \mathcal{D}\pi_1 \mathcal{D}\pi_2 \int \mathcal{D}\phi_1 \mathcal{D}\phi_2 \exp \left\{ \int_0^\beta d\tau \int d^3x \left[ i \sum_{j=1}^2 \pi_j \frac{\partial \phi_j}{\partial \tau} - \mathcal{H} + \mu Q \right] \right\}. \quad (2.44)$$

Colocando-se as expressões (2.42) e (2.43) em (2.44) e integrando sobre os momentos (Para tornar essa integração viável é necessário trabalhar com a equação (2.44) similar a equação (2.30)), encontramos

$$\Xi = \int \mathcal{D}\phi_1 \mathcal{D}\phi_2 e^{\left\{ -\frac{1}{2} \int_0^\beta d\tau \int d^3x \left[ \sum_{j=1}^2 \left[ \frac{\partial \phi_j}{\partial \tau} + i(-1)^j \mu \phi_{(3-j)} \right]^2 + \sum_{j=1}^2 [(\nabla \phi_j)^2 + m^2 \phi_j^2] + \frac{1}{2} \lambda (\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 \right] \right\}}, \quad (2.45)$$

onde  $\beta = 1/T$  e  $\mu$  são o inverso da temperatura e potencial químico, respectivamente. Deixamos de escrever uma constante de normalização da função de partição, pois a mesma independe de  $\beta$ . Definindo-se a função abaixo (ação dos termos quadráticos)

$$S_0 = -\frac{1}{2} \int_0^\beta d\tau \int d^3x \left\{ \sum_{j=1}^2 \left[ \frac{\partial \phi_j}{\partial \tau} + i(-1)^j \mu \phi_{(3-j)} \right]^2 + \sum_{j=1}^2 [(\nabla \phi_j)^2 + m^2 \phi_j^2] \right\}, \quad (2.46)$$

integrando por partes e usando a periodicidade dos campos  $\phi$ , obtemos

$$S_0 = -\frac{1}{2} \int_0^\beta d\tau \int d^3x \left\{ \sum_{j=1}^2 \phi_j \left[ -\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} - \nabla^2 + m^2 - \mu^2 \right] \phi_j + 2i\mu \left[ \frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} \phi_2 - \phi_1 \frac{\partial \phi_2}{\partial \tau} \right] \right\}. \quad (2.47)$$

As componentes do campo  $\phi$  podem ser expandido em uma transformação de Fourier:

$$\phi_j(\mathbf{x}, \tau) = \sqrt{\frac{\beta}{V}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{\mathbf{p}} e^{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{x} + \omega_n \tau)} \phi_{j;n}(\mathbf{p}); \quad j = 1, 2 \quad (2.48)$$

Onde  $\omega_n = \frac{2\pi n}{\beta}$ , devido a restrição de periodicidade  $\phi_j(\mathbf{x}, \beta) = \phi_j(\mathbf{x}, 0)$  para todo  $\mathbf{x}$ , observe o resultado da Eq. (2.37). Usando (2.48) em (2.47) e a identidade

$$\int_0^\beta d\tau e^{i(\omega_n - \omega_{n'})\tau} = \beta \delta_{nn'}, \quad (2.49)$$

com  $\delta$  sendo a delta de Kronecker, assim encontramos

$$S_0 = -\frac{1}{2} \sum_n \sum_{\mathbf{p}} [\phi_{1;-n}(-\mathbf{p}), \phi_{2;-n}(-\mathbf{p})] D \begin{bmatrix} \phi_{1;n}(\mathbf{p}) \\ \phi_{2;n}(\mathbf{p}) \end{bmatrix}, \quad (2.50)$$

e

$$D = \beta^2 \begin{bmatrix} D_1 - \mu^2 & -2\mu\omega_n \\ 2\mu\omega_n & D_2 - \mu^2 \end{bmatrix}, \quad (2.51)$$

onde os  $D_j$  são

$$D_j = \omega_n^2 + \mathbf{p}^2 + m^2; \quad j = 1, 2, \quad (2.52)$$

no espaço dos momentos.

O propagador de Feynman,  $\Delta_F$ , é apenas o  $D_j^{-1}$ . Assim, no espaço dos momentos

$$\Delta_F^j(\omega_n, \mathbf{p}) = \frac{1}{\omega_n^2 + \mathbf{p}^2 + m^2}; \quad j = 1, 2, \quad (2.53)$$

e no espaço das posições,

$$\Delta_F^j(\mathbf{x} - \mathbf{y}, \tau - \tau') = \frac{1}{\beta} \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{e^{i\mathbf{p} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{y}) + i\omega_n(\tau - \tau')}}{\omega_n^2 + \mathbf{p}^2 + m^2}; \quad j = 1, 2, \quad (2.54)$$

exatamente como em temperatura zero. Podemos agora expandir a exponencial do termo de interação,  $\lambda\phi^4$ , em uma série de potencias obtendo uma expansão diagramática para a Eq. (2.45). Neste caso teríamos a ação decomposta em

$$S = S_0 + S_I, \quad (2.55)$$

onde  $S_I$  é a parte devido a interação. A expansão em uma série de potencias do termo de interação na Eq. (2.45), obtemos:

$$\Xi = N \int [d\phi] e^{S_0} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{S_I^l}{l!}, \quad (2.56)$$

tomando o logaritmo em ambos os lados temos,

$$\begin{aligned} \ln \Xi &= \ln \left( N \int [d\phi] e^{S_0} \right) + \ln \left( 1 + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l!} \frac{\int [d\phi] e^{S_0} S_I^l}{\int [d\phi] e^{S_0}} \right) \\ &= \ln Z_0 + \ln Z_I, \end{aligned} \quad (2.57)$$

Esta equação separa explicitamente a contribuição de interação da contribuição de um gás ideal.

Para o caso em que  $\lambda = 0$ , campo escalar carregado livre, desde que a integral funcional agora é apenas uma Gaussiana (Primeira parte da Eq. (2.57)), podemos avaliar exatamente. A grande função de partição pode ser escrita como

$$\Xi = \int \mathcal{D}\phi_j \exp \left[ -\frac{1}{2} (\phi_j, D\phi_j) \right] = (\det D)^{-1/2}. \quad (2.58)$$

onde  $(\phi_j, D\phi_j)$  é o produto interno no espaço das funções ( $D$  dado pela Eq. (2.51)), então

$$\ln \Xi = \ln(\det D)^{-1/2}, \quad (2.59)$$

onde

$$\begin{aligned} \ln \det D &= \ln \left\{ \prod_n \prod_{\mathbf{p}} \beta^4 [(\omega_n^2 + E^2 - \mu^2)^2 + 4\mu^2 \omega_n^2] \right\} \\ &= \ln \left\{ \prod_n \prod_{\mathbf{p}} \beta^2 [\omega_n^2 + \omega_-^2] \right\} + \ln \left\{ \prod_n \prod_{\mathbf{p}} \beta^2 [\omega_n^2 + \omega_+^2] \right\}, \end{aligned} \quad (2.60)$$

onde  $\omega_- = E - \mu$ ,  $\omega_+ = E + \mu$  e  $E^2 = \mathbf{p}^2 + m^2$ . Agora podemos apresentar a seguinte relação para grande potencial termodinâmico,

$$\Omega(T, \mu) = -\frac{1}{\beta} \ln \Xi, \quad (2.61)$$



onde

$$\Omega(T, \mu) = -\frac{1}{2\beta} \sum_n \sum_{\mathbf{p}} \left\{ \ln [\beta^2 (\omega_n^2 + \omega_-^2)] + \ln [\beta^2 (\omega_n^2 + \omega_+^2)] \right\}, \quad (2.62)$$

Em outra forma

$$\Omega(T, \mu) = -\frac{V}{2\beta} \sum_n \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \left\{ \ln [\beta^2 (\omega_n^2 + \omega_-^2)] + \ln [\beta^2 (\omega_n^2 + \omega_+^2)] \right\}, \quad (2.63)$$

Usando a seguinte identidade,

$$\ln[(2\pi n)^2 + \beta^2 \omega_-^2] = \int_1^{\beta \omega_-} \frac{d\xi^2}{\xi^2 + (2\pi n)^2} + \ln[1 + (2\pi n)^2], \quad (2.64)$$

e [76]

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\xi^2 + (2\pi n)^2} = \frac{2\pi^2}{\xi} \left( 1 + \frac{2}{e^\xi - 1} \right), \quad (2.65)$$

Então substituindo as identidades (2.64) e (2.65) dentro de (2.63) e resolvendo a integral em  $\xi$ , encontramos

$$\Omega(T, \mu) = -\frac{V}{\beta} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \left[ \beta E + \ln \left( 1 - e^{-\beta(E-\mu)} \right) + \ln \left( 1 - e^{-\beta(E+\mu)} \right) \right]. \quad (2.66)$$

A partir da Eq. (2.60) podemos construir as equações de estado deste sistema, seguindo o roteiro das Eqs. (2.15). Logo

$$\begin{aligned} P(\mu, T) &= \frac{\partial(T \ln \Xi)}{\partial V} \\ &= -\frac{1}{\beta} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \left[ \beta E + \ln \left( 1 - e^{-\beta(E-\mu)} \right) + \ln \left( 1 - e^{-\beta(E+\mu)} \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.67)$$

O tratamento de um gás de bósons mediante formalismo de integrais de trajetória tem algumas vantagens em relação ao método de quantização canônica quântica (Ver Ref. [65]). A contribuição das antipartículas para função partição aparece naturalmente dentro da teoria. Além disso, o modelo fornece o termo de energia de ponto zero (Primeiro termo entre colchetes), este independe de  $\beta$ , porém a integral diverge (Existem vários métodos para excluir essa divergência, como por exemplo o conhecido como corte ultravioleta,  $|p| < \Lambda$ ). Nos próximos capítulos não vamos levar em consideração esse termo. Se o texto deixou o leitor interessado na descrição de campos fermiônicos indicamos as Refs. [64, 65].

# Comportamento Termodinâmico dos Mésons Pesados

Este capítulo é devotado ao estudo de um sistema de mésons pesados na estrutura do modelo de troca dos mésons  $\sigma$  e  $\omega$ , na aproximação de campo médio, utilizando a TQC a temperatura finita, via prescrição de Matsubara discutida no capítulo anterior. Nossa motivação é investigar o comportamento termodinâmico dos mésons pesados e a formação de estados ligados [43, 48, 49, 63].

A massa efetiva dos mésons pesados no meio hadrônico tem um papel importante para descrever estados ligados. Uma interpretação é se a massa efetiva dos mésons é menor do que sua massa de repouso, o hádron é encontrado como estado ligado [51]. Alguns modelos tem explorado essa premissa para estudar estados ligados entre mésons e núcleos, os chamados núcleos mesônicos [13, 77, 78, 79, 80, 81]. Assim usaremos a massa efetiva dos mésons  $D$  e  $B$  como parâmetro para compreender o comportamento dos estados moleculares  $D\bar{D}$  e  $B\bar{B}$ .

## 3.1 O Formalismo

Iniciamos pela introdução da densidade de Lagrangiana efetiva que descreve um sistema de méson  $P$  interagindo com os mésons escalar  $\sigma$  e vetorial  $\omega$ <sup>1</sup> [63],

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & (\partial_\mu P)(\partial^\mu P^\dagger) - Pm_P^2 P^\dagger - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}W^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma)(\partial^\mu\sigma) - \\ & - \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + g_{P\bar{P}\sigma}PP^\dagger\sigma + ig_{P\bar{P}\omega}\omega^\mu[P\partial_\mu P^\dagger - (\partial_\mu P)P^\dagger], \end{aligned} \quad (3.1)$$

onde  $W_{\mu\nu} = \partial_\mu\omega_\nu - \partial_\nu\omega_\mu$ , as constantes de acoplamento são:  $g_{P\bar{P}\sigma}$  e  $g_{P\bar{P}\omega}$ . E as outras grandezas são dadas na tabela 3.1.

Aplicando o calibre de Lorentz  $\partial_\lambda\omega^\lambda = 0$ , as equações de movimento para os campos  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $P$  são, respectivamente,

$$\partial_\mu\partial^\mu\sigma + m_\sigma^2\sigma = g_{P\bar{P}\sigma}PP^\dagger, \quad (3.2)$$

$$\partial_\mu\partial^\mu\omega^\nu + m_\omega^2\omega^\nu = -ig_{P\bar{P}\omega}[P\partial^\nu P^\dagger - (\partial^\nu P)P^\dagger], \quad (3.3)$$

<sup>1</sup>As interações  $\sigma - P\bar{P}$  e  $\omega - P\bar{P}$  correspondem a parte atrativa e repulsiva (Para os  $P$  e atrativa para os  $\bar{P}$ ), respectivamente. Ver seção 6.6 da Ref. [3].

**Tabela 3.1** Campos do Modelo.

<b>Campo</b>	<b>Descrição</b>	<b>Partícula</b>	<b>Massa</b>
$P$	Mésons	$(D^0, D^+), (B^0, B^+)$	$M_D, M_B$
$\sigma$	Méson Escalar Neutro	$\sigma$	$m_\sigma$
$\omega_\mu$	Méson Vetorial Neutro	$\omega$	$m_\omega$

$$\partial'_\mu \partial'^\mu P + (m_P^2 - g_{P\bar{P}\sigma}\sigma + g_{P\bar{P}\omega}^2 \omega_\mu \omega^\mu) P = 0, \quad (3.4)$$

onde  $\partial'_\mu = \partial_\mu + ig_{P\bar{P}\omega}\omega_\mu$ .

As Eqs. (3.2) e (3.3) são equações de campos massivos, tendo como fontes o campo  $P$ . A Eq. (3.4) é do tipo Klein-Gordon para o campo  $P$ , com o méson  $\omega$  incluído no acoplamento mínimo.

A nossa abordagem para a análise da massa efetiva do campo  $P$  será análoga ao modelo proposto por Walecka para estudar a matéria nuclear [51], modelo tipo Yukawa na aproximação de campo médio. Aqui vamos trabalhar de maneira similar, a mudança consiste na substituição dos campos bariônicos pelos campos de mésons  $P$ .

Considere um sistema uniforme de mésons em uma caixa de volume  $V$ . Conforme a densidade aumenta, o mesmo acontece com os termos fonte do lado direito das Eqs. (3.2) e (3.3). Quando as fontes são grandes, os campos de mésons ( $\sigma, \omega$ ) podem ser trocados por seus valores esperados, que são os campos clássicos [51]. Daí escrevemos,

$$\sigma = \langle \sigma \rangle, \quad (3.5a)$$

$$\omega = \langle \omega^0 \rangle, \quad (3.5b)$$

sendo  $\omega^\mu = 0$  para  $\mu \neq 0$ . A densidade de Lagrangiana (3.1), torna-se

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu P)(\partial^\mu P^\dagger) - P(m_P^2 - g_{P\bar{P}\sigma}\langle \sigma \rangle)P^\dagger + \frac{1}{2}m_\omega^2 \langle \omega^0 \rangle - \frac{1}{2}m_\sigma^2 \langle \sigma \rangle^2 + g_{P\bar{P}\omega}\omega^0 \rho_0, \quad (3.6)$$

e as Eqs. (3.2), (3.3) e (3.4) e ficam na forma

$$\langle \sigma \rangle = \frac{g_{P\bar{P}\sigma}}{m_\sigma^2} \rho_s, \quad (3.7)$$

$$\langle \omega^0 \rangle = \frac{g_{P\bar{P}\omega}}{m_\omega^2} \rho_0, \quad (3.8)$$

$$\partial_\mu \partial^\mu P^0 + (m_P^2 - g_{P\bar{P}\sigma}\langle \sigma \rangle)P + 2ig_{P\bar{P}\omega}\langle \omega^0 \rangle \partial_0 P = 0, \quad (3.9)$$

onde  $\rho_s = \langle PP^\dagger \rangle$  é a densidade escalar e  $\rho_0 = \langle i[(\partial_0 P)P^\dagger - P(\partial_0 P^\dagger)] \rangle$  é a densidade número.

A Eq. (3.6) tem uma simetria do tipo  $U(1)$  ( $P \rightarrow P' = e^{-i\alpha}P$ ), onde  $\alpha$  é constante. Logo encontramos,

$$j_\mu = i[P^\dagger(\partial_\mu - ig_{P\bar{P}\omega}\langle \omega^0 \rangle)P - P(\partial_\mu + ig_{P\bar{P}\omega}\langle \omega^0 \rangle)P^\dagger], \quad (3.10)$$

onde  $j_\mu$  é a densidade de corrente. Assim a corrente e a carga são

$$J_\mu = \int d^3x j_\mu(x),$$

e

$$Q = \int d^3x j_0(x),$$

respectivamente. A densidade de corrente é conservada, ou seja  $\partial^\mu j_\mu = 0$ . A carga conservada será utilizada para agregar a Hamiltoniana o potencial químico, da mesma forma que foi realizado no capítulo anterior.

É conveniente decompor  $P$  em parte real e parte imaginária usando os campos reais  $P_1$  e  $P_2$ ,  $P = \frac{1}{\sqrt{2}}(P_1 + iP_2)$ , colocando  $P^0 = P_3$ . Os momentos canonicamente conjugados são

$$\Pi_1 = \frac{\partial P_1}{\partial t} - g_{P\bar{P}\omega} \langle \omega^0 \rangle P_2, \quad (3.11a)$$

$$\Pi_2 = \frac{\partial P_2}{\partial t} + g_{P\bar{P}\omega} \langle \omega^0 \rangle P_1, \quad (3.11b)$$

$$\Pi_3 = \frac{\partial P_3}{\partial t}. \quad (3.11c)$$

Essas equações permitem constatar que o sistema está de acordo com princípio de não-singularidade (Condição da Matriz Hessiana), ou seja as velocidades obtidas dos momentos conjugados são primariamente expressíveis<sup>23</sup>. Desta maneira a densidade de Hamiltoniana pode ser construída no caminho usual [64, 65, 66]. Assim a densidade de Hamiltoniana e carga são respectivamente

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{12} + \mathcal{H}_3 + \mathcal{H}_M, \quad (3.12)$$

onde

$$\mathcal{H}_{12} = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{j=1}^2 \left[ \Pi_j^2 + (\nabla P_j)^2 + m_{eff^\pm}^2 P_j^2 \right] \right\} + g_{P\bar{P}\omega} \langle \omega^0 \rangle [\Pi_1 P_2 - P_1 \Pi_2], \quad (3.13)$$

$$\mathcal{H}_3 = \frac{1}{2} [\Pi_3^2 + (\nabla P_3)^2 + m_{eff^0}^2 P_3^2], \quad (3.14)$$

$$\mathcal{H}_M = m_\sigma^2 \langle \sigma \rangle^2 - m_\omega^2 \langle \omega^0 \rangle^2, \quad (3.15)$$

<sup>2</sup>Um sistema não-singular deve obdecer a seguinte restrição  $\det \left( \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial(\partial_0 P_i) \partial(\partial_0 P_j)} \right) \neq 0$  de modo que as velocidades podem ser expressas em termos dos momentos. E com isso não é gerado qualquer tipo de vínculo na dinâmica do problema regulado pela densidade de Lagrangiana (3.1).

<sup>3</sup>Um outro item que carece comentários aqui é o calibre de Lorentz. Esse vínculo pode acarretar modificações nos procedimentos da formulação termodinâmica a partir das integrais de trajetórias? Não, os recursos utilizados na aproximação de campo médio viabiliza tal caminho (3.17).

e (usamos as relações (3.11a) e (3.11b) em (3.10) para escrever  $Q = Q(P_j, \Pi_j)$ )

$$Q = \int d^3x [P_2 \Pi_1 - P_1 \Pi_2]. \quad (3.16)$$

Com o fito de analisar o comportamento termodinâmico deste sistema, iremos agora construir a função de partição, seguindo caminho análogo ao descrito na seção 2.2.2.1. Considerando-se o sistema em equilíbrio térmico e uma densidade finita de mésons  $P$ , a grande função de partição tem a forma

$$\Xi = \int \mathcal{D}\Pi_1 \mathcal{D}\Pi_2 \mathcal{D}\Pi_3 \int \mathcal{D}P_1 \mathcal{D}P_2 \mathcal{D}P_3 e^{\left\{ \int_0^\beta d\tau \int d^3x \left[ i \sum_{j=1}^3 \Pi_j \frac{\partial P_j}{\partial \tau} - \mathcal{H} + \mu Q \right] \right\}}, \quad (3.17)$$

onde  $\beta = 1/T$  e  $\mu$  são o inverso da temperatura e potencial químico, respectivamente. Substituindo as expressões (3.13), (3.14), (3.15) e (3.16) em (3.17) e integrando sobre os momentos, obtemos

$$\Xi = \gamma \int \mathcal{D}P_1 \mathcal{D}P_2 e^{\left\{ -\frac{1}{2} \int_0^\beta d\tau \int d^3x \left[ \sum_{j=1}^2 \left[ \frac{\partial P_j}{\partial \tau} + i(-1)^j \mu_{eff} P_{(3-j)} \right]^2 + \sum_{j=1}^2 \left[ (D_j P_j)^2 + m_{eff\pm}^2 P_j^2 \right] \right] \right\}}, \quad (3.18)$$

com

$$\gamma = \alpha \int \mathcal{D}P_3 e^{\left\{ -\frac{1}{2} \int_0^\beta d\tau \int d^3x \left[ \left( \frac{\partial P_3}{\partial \tau} \right)^2 + (\nabla P_3)^2 + m_{eff0}^2 P_3^2 \right] \right\}},$$

e

$$\alpha = e^{\frac{1}{2} \beta V \left[ m_\omega^2 \langle \omega^0 \rangle^2 - m_\sigma^2 \langle \sigma \rangle^2 \right]}.$$

As componentes do campo  $P$  podem ser expandido em uma transformação de Fourier:

$$P_j(\mathbf{x}, \tau) = \sqrt{\frac{\beta}{V}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{\mathbf{p}} e^{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{x} + \omega_n \tau)} P_{j;n}(\mathbf{p}); \quad j = 1, 2, 3 \quad (3.19)$$

Onde  $\omega_n = \frac{2\pi n}{\beta}$  são as frequências de Matsubara, obtidas com a condições de contorno periódicas  $P_j(\mathbf{x}, \beta) = P_j(\mathbf{x}, 0)$  para todo  $\mathbf{x}$ . Substituindo os campos (3.19) em (3.18), e realizando uma integração por partes, como foi feito em (2.45), encontramos

$$\Xi = \alpha \left\{ \left[ \prod_n \prod_{\mathbf{p}} \int \mathcal{D}P_{1;n}(\mathbf{p}) \mathcal{D}P_{2;n}(\mathbf{p}) \right] e^{S_{12}} \right\} \left\{ \left[ \prod_n \prod_{\mathbf{p}} \int \mathcal{D}P_{3;n}(\mathbf{p}) \right] e^{S_3} \right\}, \quad (3.20)$$

onde  $S_{12}$  corresponde a ação do campo carregado,

$$S_{12} = -\frac{1}{2} \sum_n \sum_{\mathbf{p}} [P_{1;-n}(-\mathbf{p}), P_{2;-n}(-\mathbf{p})] A_{12} \begin{bmatrix} P_{1;n}(\mathbf{p}) \\ P_{2;n}(\mathbf{p}) \end{bmatrix}, \quad (3.21)$$

enquanto que  $S_3$  sugere a presença do campo neutro,

$$S_3 = -\frac{1}{2} \sum_n \sum_{\mathbf{p}} P_{3;-n}(-\mathbf{p}) A_3 P_{3;n}(\mathbf{p}). \quad (3.22)$$

As matrizes constantes  $A_{12}$  e  $A_3$  que aparecem acima são dadas por

$$A_{12} = \beta^2 \begin{bmatrix} \omega_n^2 + E_{\pm}^2 - \mu_{eff}^2 & -2\mu_{eff}\omega_n \\ 2\mu_{eff}\omega_n & \omega_n^2 + E_{\pm}^2 - \mu_{eff}^2 \end{bmatrix}, \quad (3.23)$$

e

$$A_3 = \beta^2 \left[ \omega_n^2 + E_0^2 \right], \quad (3.24)$$

com as seguintes equações para a relação de dispersão (Diferencia de um campo livre pela presença do termo de massa efetiva),

$$E_{\pm}^2 = \mathbf{p}^2 + m_{eff\pm}^2,$$

e

$$E_0^2 = \mathbf{p}^2 + m_{eff0}^2,$$

sendo a massa efetiva dos mésons  $P$  no meio hadrônico e o potencial químico efetivo dados por, respectivamente

$$m_{eff\pm,0}^2 = m_{P\pm,0}^2 - g_{P\bar{P}\sigma}\langle\sigma\rangle,$$

e

$$\mu_{eff} = \mu - g_{P\bar{P}\omega}\langle\omega^0\rangle.$$

Podemos observar que na aproximação de campo médio a massa efetiva e o potencial químico efetivo são funções dos campos  $\sigma$  e  $\omega$ , respectivamente. Essas relações pressupõe uma relação direta entre o campos mesônicos  $P$  e o meio hadrônico.

Da mesma forma que foi seguido para chegar na Eq. (2.51), então

$$\ln \Xi = \frac{1}{2}\beta V \left[ m_{\omega}^2 \langle\omega^0\rangle^2 - m_{\sigma}^2 \langle\sigma\rangle^2 \right] + \ln(\det A_{12})^{-1/2} + \ln(\det A_3)^{-1/2}. \quad (3.25)$$

Seguindo o mesmo roteiro para a obtenção da Eq. (2.65), chegamos ao seguinte grande potencial termodinâmico

$$\Phi(T, V, \mu) = \Phi_0 + \Phi_{12} + \Phi_3, \quad (3.26)$$

onde as funções  $\Phi_0$ ,  $\Phi_{12}$ , e  $\Phi_3$  são dadas por

$$\Phi_0 = \frac{1}{2}V \left[ m_{\sigma}^2 \langle\sigma\rangle^2 - m_{\omega}^2 \langle\omega^0\rangle^2 \right], \quad (3.27)$$

$$\Phi_{12} = \frac{V}{\beta} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left[ \ln \left( 1 - e^{-\beta(E_{\pm} - \mu_{eff})} \right) + \ln \left( 1 - e^{-\beta(E_{\pm} + \mu_{eff})} \right) \right], \quad (3.28)$$

$$\Phi_3 = \frac{V}{\beta} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \ln(1 - e^{-\beta E_0}). \quad (3.29)$$

Para verificar o comportamento termodinâmico deste sistema, precisamos considerar as equações de estado para os dois setores do modelo, com

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \langle \sigma \rangle} = 0, \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \langle \omega^0 \rangle} = 0. \quad (3.31)$$

Usando as Eqs. (3.27), (3.28) e (3.29), obtemos as seguintes expressões que fornecem os valores de  $\langle \sigma \rangle$  e  $\langle \omega^0 \rangle$  que extremiza  $\Phi$ , i.e.

$$\langle \sigma \rangle = \frac{g_P \bar{P} \sigma}{2m_\sigma^2} [\rho_{12} + \rho_3], \quad (3.32)$$

$$\langle \omega^0 \rangle = \frac{g_P \bar{P} \omega}{m_\omega^2} [g_P \bar{P} \omega \langle \omega^0 \rangle \rho_{12} + \rho_s], \quad (3.33)$$

onde

$$\rho_{12} = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{E_\pm} \left[ \frac{1}{e^{\beta(E_\pm - \mu_{eff})} - 1} + \frac{1}{e^{\beta(E_\pm + \mu_{eff})} - 1} \right], \quad (3.34)$$

$$\rho_s = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \left[ \frac{1}{e^{\beta(E_\pm - \mu_{eff})} - 1} - \frac{1}{e^{\beta(E_\pm + \mu_{eff})} - 1} \right], \quad (3.35)$$

e

$$\rho_3 = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{E_0} \left[ \frac{1}{e^{\beta E_0} - 1} \right]. \quad (3.36)$$

As Eqs. (3.32) e (3.33) sugere um sistema de equações acopladas para os campos  $\langle \sigma \rangle$  e  $\langle \omega^0 \rangle$  (Equações de auto-consistência). Note que se  $\mu_{eff} = 0$ , ou seja  $\mu = g_P \bar{P} \omega \langle \omega^0 \rangle$ , a Eq. (3.33) mostra que

$$\langle \omega^0 \rangle = 0. \quad (3.37)$$

Como foi descrito no capítulo 2 podemos agora derivar as quantidades termodinâmicas relevantes do grande potencial termodinâmico, dado na Eq. (3.26). No caso da pressão, temos

$$\begin{aligned} p(T, \mu) &\equiv -\frac{\partial \Phi}{\partial T} \\ &= \frac{1}{2} m_\omega \langle \omega^0 \rangle^2 - \frac{1}{2} m_\omega \langle \sigma \rangle^2 - T \sum_{\kappa=0, \pm 1} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \left[ \ln \left( 1 - e^{-\beta(E_{0, \pm} + \kappa \mu_{eff})} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.38)$$

A entropia e a densidade de Energia em equilíbrio químico são dados por

$$\begin{aligned} s(T) &\equiv -\frac{\partial p}{\partial T} \\ &= -\sum_{\kappa=0,\pm} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \left[ \ln \left( 1 - e^{-\beta E_\kappa} \right) + \frac{1}{T} \frac{E_\kappa}{e^{-\beta E_\kappa} - 1} \right], \end{aligned} \quad (3.39)$$

e

$$\begin{aligned} \varepsilon(T) &\equiv (-p + Ts)|_{\mu_{eff}=0} \\ &= \frac{1}{2} m_\omega \langle \sigma \rangle^2 - \frac{1}{2} m_\omega \langle \omega^0 \rangle^2 - \frac{1}{T} \sum_{\kappa=0,\pm} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \left[ \frac{E_\kappa}{e^{-\beta E_\kappa} - 1} \right], \end{aligned} \quad (3.40)$$

respectivamente.

Na seção seguinte iremos mostrar os principais resultados obtidos com o modelo, além de confrontá-los com alguns dados experimentais e modelos que descrevem situações similares encontrados na literatura.

## 3.2 Resultados

Aqui vamos tratar os resultados para os mésons  $D$  e  $B$ , quando existe um equilíbrio químico,  $\mu_{eff} = 0$ , de modo que o número de mésons e antimésons são iguais. Observamos que neste caso o campo vetorial  $\langle \omega^0 \rangle$  não aparece nas quantidades termodinâmicas calculadas na aproximação de campo médio, como mostramos na Eq. (3.37). Do mesmo modo, que na Ref. [82] para o caso da matéria nuclear (Bárions).

A descrição do comportamento termodinâmico do modelo introduzido na seção acima se dará por meio de mudanças de valores dos parâmetros relevantes. Na seção destinada aos mésons  $D$ , os parâmetros usados são os seguintes:  $m_{D^\pm} = m_{D^0} = 1.869$  GeV,  $m_\sigma = 0.5$  GeV,  $m_\omega = 0.5$  GeV, [5]  $g_{D\bar{D}\sigma} = 2.85$  GeV [63]. Para a seção dos mésons  $B$ , usamos:  $m_{B^\pm} = m_{B^0} = 5.279$  GeV [5],  $g_{B\bar{B}\sigma} = 8.04$  GeV [63], e a temperatura crítica de desconfinamento de  $T_c = 172$  MeV [83].

### 3.2.1 Mésons $D$

O campo  $\langle \sigma \rangle$  desempenha um papel importante na caracterização das principais informações termodinâmicas do modelo descrito na seção anterior, vamos ver isso no decorrer desta e da outra seção. Essa relevância ocorre devido a uma *interpretação simples* sobre as equações fundamentais na aproximação de campo médio: a densidade escalar, que aparece como uma fonte para o campo escalar  $\langle \sigma \rangle$ , Eqs. (3.7) e (3.32), pode sugerir mésons pesados fortemente ligados, porque o campo escalar  $\sigma$  descreve uma interação atrativa.



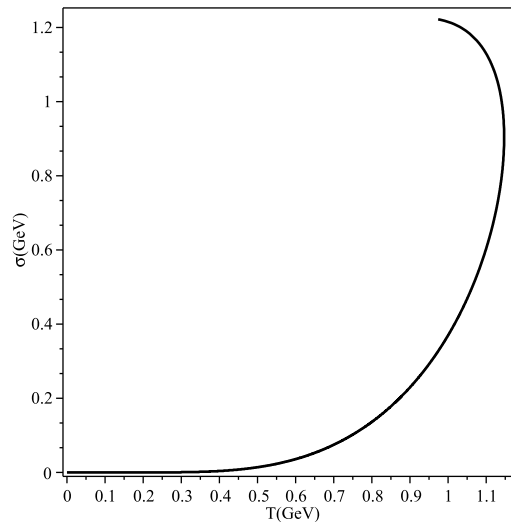
Por isso, obtemos o comportamento do campo  $\sigma$ , equação de auto consistência (3.32), como uma função de temperatura, Fig. 3.1. Notamos que  $\langle\sigma\rangle$  cresce com o aumento da temperatura e não existe para temperaturas acima de  $T = 1.146$  GeV. Antes, o  $\langle\sigma\rangle$  tem um valor máximo em  $T_D \approx 0.927$  GeV ou  $5.39T_c$  ( $T_D$  temperatura crítica em que a massa efetiva vai a zero). Comparando esse valor de temperatura com a de dissociação do charmônio,  $1.6T_c$  a  $2.35T_c$  [84, 85], temos uma diferença razoável, embora tenhamos alcançado valores menores com a construção diferente da utilizada na Ref. [86]. A temperatura crítica também pode ser obtida analiticamente, tomando  $m_{eff} \approx 0$ , e usando a expressão (3.32), chegamos a

$$T_D = \sqrt{8 \frac{m_D m_\sigma}{g_{D\bar{D}\sigma}}}, \quad (3.41)$$

utilizamos o fato que

$$\int_0^\infty \frac{x^s}{e^x - 1} dx = s! \zeta(s+1), \quad (3.42)$$

onde  $\zeta$  é a função zeta. Substituindo os valores dos parâmetros apresentados acima, encontramos  $T_D = 0.927$  GeV ou  $5.39T_c$ , em acordo com a Fig. 3.2. Para termos valores típicos de temperatura de dissociação do charmônio, de acordo com a Ref. [84, 85], deveríamos ter um valor para constante de acoplamento  $g_{D\bar{D}\sigma} \approx 6.54$  GeV ou  $\approx 2.3$  vezes o valor de vácuo.

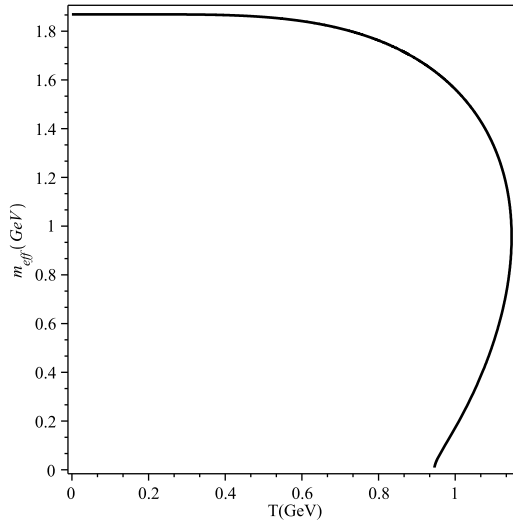


**Figura 3.1** Campo  $\langle\sigma\rangle$ , em função da temperatura, em equilíbrio químico.

A variação do campo escalar  $\langle\sigma\rangle$  está diretamente relacionado com a massa dos mésons pesados. O estudo da massa de mésons ou bárions num meio hadrônico é importante para compreender a física das interações fortes, o comportamento de fenômenos típicos de colisões de íons pesados e modelos para estudar estrelas de hádrons. A massa efetiva para os mésons pesados mostrado anteriormente pode ser escrita

$$m_{eff} = \sqrt{m_D^2 - g_{D\bar{D}\sigma} \langle\sigma\rangle}. \quad (3.43)$$

Assim na Fig. 3.2 mostramos os valores para  $m_{eff}$  como uma função de temperatura, que são soluções da equação de estado (3.32). Podemos verificar que a massa efetiva diminui com o aumento da temperatura. Já esperado devido o comportamento do campo  $\langle\sigma\rangle$  na Fig. 3.1. Neste cenário de matéria densa e quente a modificação da massa efetiva dos mésons podem conduzir a formação de pares como estudado nas Refs. [13, 51, 77, 78, 79, 80, 81], de maneira similar podemos estimar a energia de ligação das moléculas de dois mésons  $D - \bar{D}$ .



**Figura 3.2** Massa efetiva da matéria dos mésons  $D^0$  e  $D^\pm$ , em função da temperatura, em equilíbrio químico para  $g_{D\bar{D}\sigma} = 2.85$  GeV.

Segundo a prescrição do decréscimo da massa, a energia de ligação das moléculas compostas por mésons  $D$  e  $\bar{D}$  pode ser estimada pela expressão abaixo [18, 87],

$$\varepsilon(T) = m_{D\bar{D}} - 2m_{eff}, \quad (3.44)$$

onde  $m_{D\bar{D}} = 2m_D$  e  $2m_{eff}$  é a massa do estado ligado  $DD\bar{D}$ . Para  $T = 0$  a energia de ligação é zero, i.e. em nosso modelo não existem estados ligados dos mésons charmônio em temperatura nula. Considerando o máximo de temperatura de  $1.69T_c$  na Fig. 3.2 (esse valor de temperatura corresponde ao valor máximo de temperatura de dissociação do charmônio) a massa efetiva tem um valor  $\approx 1.867$  GeV. Assim a energia de ligação, de acordo com a Eq. (3.44), é de  $\approx 4.0$  MeV. Comparando, o estudo de espalhamentos de ondas  $P$  e  $S$  em um modelo de troca de mésons a energia de ligação é de 1.4 MeV para  $T = 0$  (com o corte ultravioleta  $\Lambda = 1.5$  GeV e  $m_\sigma = 400$  MeV)[45]. Logo, os resultados estão fechados com a literatura, porém nosso formalismo de estados ligados apenas aparece em  $T \gg 0$ .

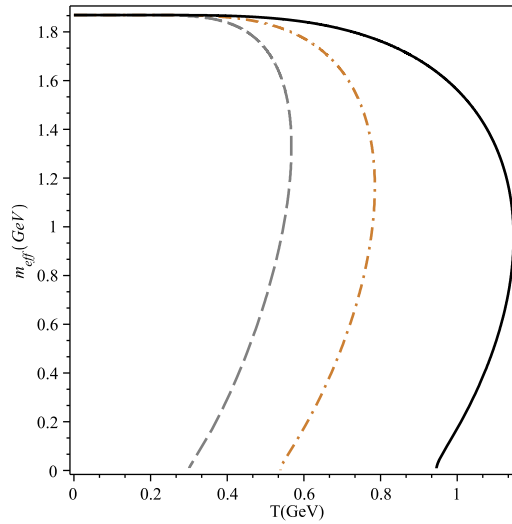
Observe a tabela 3.2, tomando diferentes valores da temperatura de dissociação (correspondência da Eq. (3.41)). Nesta situação a energia de ligação aumenta com a redução da constante de acoplamento. Entretanto, se levamos em consideração a temperatura  $2.09T_c$  (valor próximo

dos encontrados na Ref. [63, 85] para dissociação do charmônio) obtemos uma energia de ligação de 3.0, 10.7 e 33.8 MeV em função da constante de acoplamento de 2.85, 5.0 e 9.0 GeV, respectivamente. Se compararmos com a Ref. [88], esses resultados estão em acordo com eles, por um simples ajuste dos valores de corte ultravioleta  $\Lambda$ .

**Tabela 3.2** Valores de energia de ligação em função da constante de acoplamento  $g_{D\bar{D}\sigma}$ , para os respectivos  $T_D$ .

$g_{D\bar{D}\sigma}$ (GeV)	$\varepsilon$ (MeV)
2.85	$\approx 421.8$
5.00	$\approx 94.8$
9.00	$\approx 4.0$

A Fig. 3.3 mostra a massa efetiva em função da temperatura para valores diferentes da constante de acoplamento  $g_{D\bar{D}\sigma}$ . Como evidenciado na Eq. (3.41) temos que os valores de  $T_D$  decrescem com o aumento da constante de acoplamento (ver tabela 3.3). Esses resultados demonstram o papel desempenhado pelo campo sigma em ligar os mésons  $D$ , o aumento da magnitude das interações entre os campos sigma e  $D$  permite o sistema experimentar transições de fase em temperaturas menores.



**Figura 3.3** Massa efetiva da matéria dos mésons  $D^0$  e  $D^\pm$ , em função da temperatura, em equilíbrio químico, para diferentes valores da constante de acoplamento. A linha sólida mostra o caso  $g_{D\bar{D}\sigma} = 2.85$  GeV, a linha com traço e ponto mostra o caso  $g_{D\bar{D}\sigma} = 5.00$  GeV e a linha tracejada mostra o caso  $g_{D\bar{D}\sigma} = 9.00$  GeV.

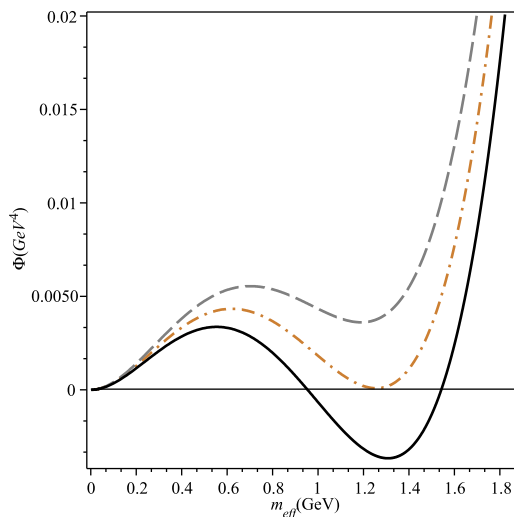
Além de tudo, destacamos aqui a ideia da formação dos estados exóticos  $X(3700)$  como um estado molecular do tipo  $D\bar{D}$ . De acordo com Eq. (3.44) e a partir dos resultados mostrados na Fig. 3.3 esses estados existem em  $T \approx 0.55, 0.45, 0.37$  GeV para  $g_{D\bar{D}\sigma} = 2.85, 5.00, 9.00$

**Tabela 3.3** Valores de temperatura crítica  $T_D$  em função da constante de acoplamento  $g_{D\bar{D}\sigma}$ .

$T_D$	$g_{D\bar{D}\sigma}$ (GeV)
$5.41T_c$	2.85
$3.08T_c$	5.00
$1.69T_c$	9.00

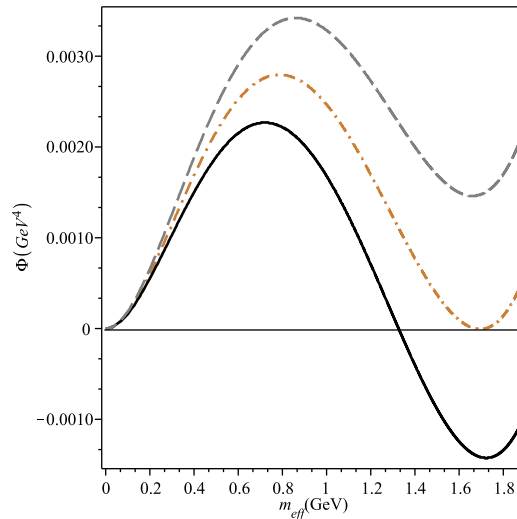
GeV, respectivamente. O aumento da interação permite o surgimento dos estados  $X(3700)$  em temperatura mais baixas. Na Ref. [50] em  $T = 0$  o estado exótico é caracterizado por uma ressonância do estado ligado  $D\bar{D}$  com massa aproximadamente 3720 MeV.

Para melhor compreender as características termodinâmicas deste sistema, nas Figs. 3.4 e 3.5 temos os gráficos do grande potencial termodinâmico escrito na Eq. (3.26) como uma função da massa efetiva escrita na Eq. (3.43), para  $g_{D\bar{D}\sigma} = 2.85$  GeV e  $g_{D\bar{D}\sigma} = 9.00$  GeV, respectivamente. No primeiro caso temos uma transição de fase de primeira ordem ocorrendo em  $T_0 \approx 1.146$  GeV, para um valor de massa efetiva de  $m_{eff} \approx 0.945$  GeV e no segundo caso a transição acontece em  $T_0 \approx 0.567$  GeV, quando a massa efetiva é  $m_{eff} \approx 0.945$  GeV. Pode-se observar que com o aumento da constante de acoplamento ocorre uma redução do valor da temperatura de transição de fase.



**Figura 3.4** Isotermas do grande potencial termodinâmico, em função da massa efetiva, com  $g_{D\bar{D}\sigma} = 2.85$  GeV. A linha sólida mostra o caso  $T = 1.139$  GeV, a linha com traço e ponto mostra o caso  $T = 1.146$  GeV e a linha com tracejada mostra o caso  $T = 1.150$  GeV.

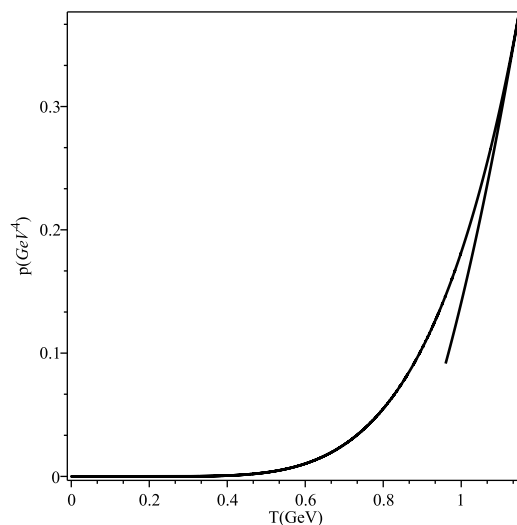
Nas Figs. 3.6 e 3.7 temos o gráfico da pressão em função da temperatura. Podemos observar que quando a constante de acoplamento é grande a pressão assume valores negativos para temperaturas acima  $2.43T_c < T < 2.87T_c$  na Fig. 3.7, diferentemente do que ocorre para a constante de acoplamento  $g_{D\bar{D}\sigma} = 2.85$  GeV. Esse resultado sugere que a interação entre os mésons  $D$  é



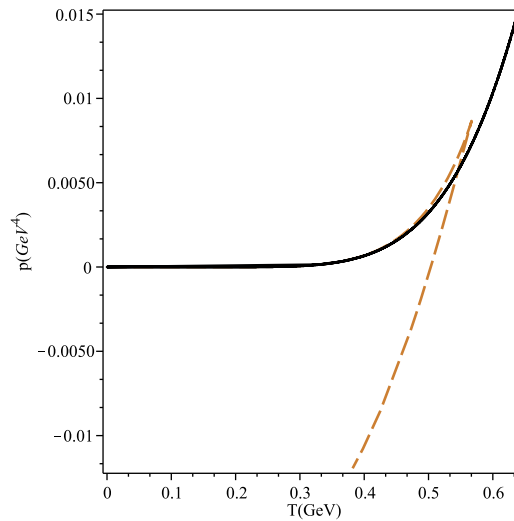
**Figura 3.5** Isotermas do grande potencial termodinâmico, em função da massa efetiva, com  $g_{D\bar{D}\sigma} = 9.00$  GeV. A linha sólida mostra o caso  $T = 0.521$  GeV, a linha com traço e ponto mostra o caso  $T = 0.527$  GeV e a linha com tracejada mostra o caso  $T = 0.533$  GeV.

mais forte do que em baixas temperaturas. E que isso representa a existência de uma mudança de fase de gás para uma matéria que interage fortemente.

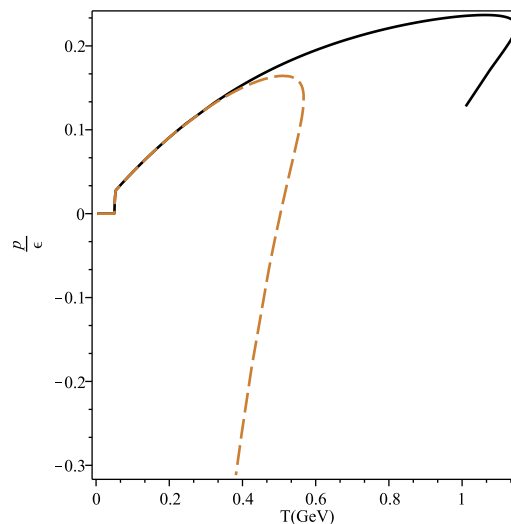
Além disso, na Fig. 3.8 apresentamos a curva de pressão por densidade de energia em função da temperatura, que reforça essas características para uma interação forte entre os mésons e o meio hadrônico. Como podemos observar para valores maiores de  $g_{D\bar{D}\sigma}$  o intervalo de valores permitidos de  $p/\epsilon$  é tal que, tanto o seu máximo (positivo) e os valores negativos obtidos são pequenos. Peculiarmente, esse resultado tem um comportamento similar ao da energia escura  $-1 < p/\epsilon < -1/3$ .



**Figura 3.6** Pressão da matéria de mésons  $D^0$  e  $D^\pm$ , em função da temperatura em  $g_{D\bar{D}\sigma} = 2.85$  GeV.

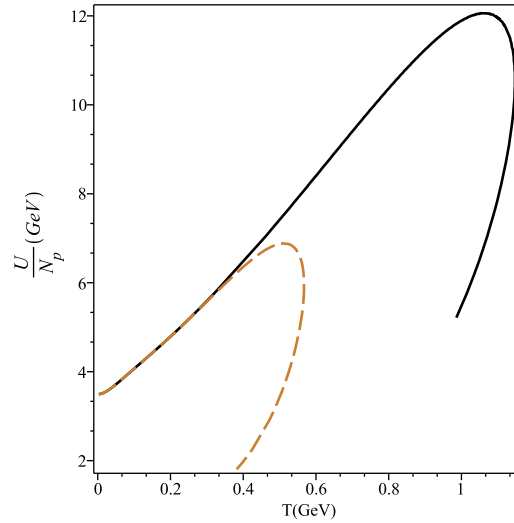


**Figura 3.7** Pressão da matéria de mésons  $D^0$  e  $D^\pm$ , em função da temperatura em  $g_{D\bar{D}\sigma} = 2.85$  GeV (Linha Sólida)  $g_{D\bar{D}\sigma} = 9.00$  GeV (Linha Tracejada).



**Figura 3.8** Razão da pressão/energia da matéria  $D^0$  e  $D^\pm$ , em função da temperatura em  $g_{D\bar{D}\sigma} = 2.85$  GeV (Linha Sólida)  $g_{D\bar{D}\sigma} = 9.00$  GeV (Linha Tracejada).

Como o sistema tem o mesmo número de mésons  $D$  e  $\bar{D}$ , podemos mensurar as características da quantidade energia por par de partículas, onde dividimos a energia total pelo número de mésons,  $N_p$ . A Fig. 3.9 mostra a energia por par como uma função de temperatura. Outra característica importante dos sistema com uma constante de acoplamento maior corresponde ao fato que a energia por par de mésons em uma temperatura  $T_D$  tem uma fase com uma energia de  $\approx 2$  GeV menor do que a fase de gás, como podemos observar (para o caso com  $g_{D\bar{D}\sigma} = 9.00$ ). Este resultado está de acordo com o fato de que o campo sigma desempenha um papel importante em criar estados ligados.



**Figura 3.9** Energia por par da matéria  $D^0$  e  $D^\pm$ , em função da temperatura em  $g_{D\bar{D}\sigma} = 2.85$  GeV (Linha Sólida)  $g_{D\bar{D}\sigma} = 9.00$  GeV (Linha Tracejada).

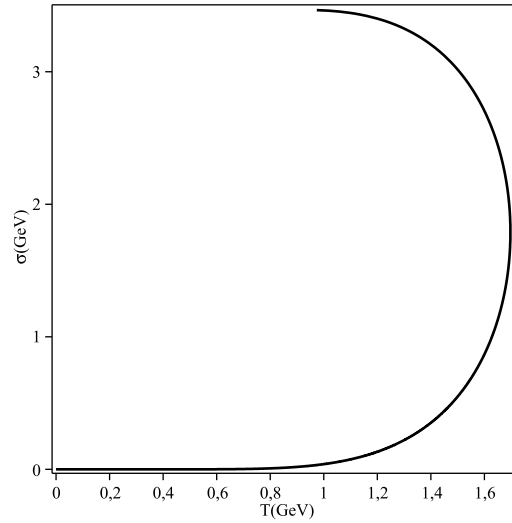
### 3.2.2 Mésons $B$

Do ponto de vista de simetria de quarks pesados, uma questão natural que aparece é sobre a extensão da aproximação discutida na seção anterior para um sistema constituído por outros mésons com sabores pesados. Então, podemos, analogamente estudar os mésons belos, de acordo com a situação dos mésons charmosos analisados acima. Substituindo na Eq. (3.1) o dubleto de mésons  $P = (B^-, \bar{B}^0)$ .

Da mesma forma que ocorre para as interações do campo  $\sigma$  com os mésons  $D$  os parâmetros determinam que  $\langle \sigma \rangle$  não existe para temperaturas acima de  $T = 1.697$  GeV (ver figura 3.10) quando a interação acontece com os mésons  $B$ . Antes, o  $\langle \sigma \rangle$  tem um valor máximo em  $T_B \approx 0.927$  GeV ou  $5.39T_c$ , que é o valor em que a massa efetiva vai a zero ( $T_B$  temperatura de dissociação do botônio). Essa temperatura é muito maior do que as sugeridas na literatura para dissociação do botônio, que são:  $2.06T_c$  [89] e  $4.18T_c$  [18, 19]. Os valores de  $T_B$  são iguais aos encontrados para os mésons  $D$  ( $T_D$ ), as constantes de acoplamento que usamos  $g_{D\bar{D}\sigma}$  e  $g_{B\bar{B}\sigma}$  são proporcionais as massa de  $D$  e  $B$ , respectivamente [63], isso permite dizer que  $T_D$  e  $T_B$  sejam independentes dos mésons pesados. Na tabela 3.4 apresentamos valores de  $T_B$ , calculados a partir da Eq. (3.41).

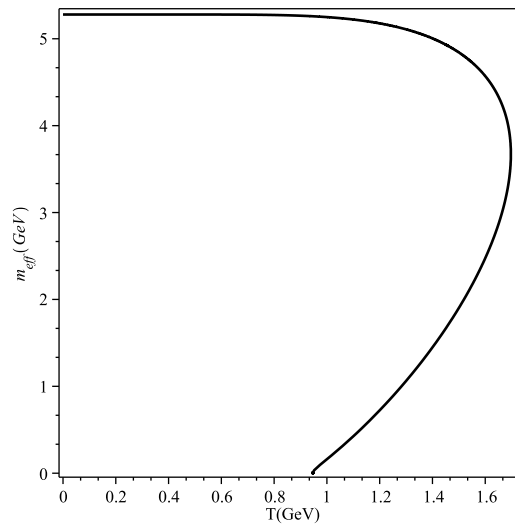
**Tabela 3.4** Valores de temperatura crítica  $T_B$  em função da constante de acoplamento  $g_{B\bar{B}\sigma}$ .

$T_B$	$g_{B\bar{B}\sigma}$ (GeV)
$5.39T_c$	8.04
$4.33T_c$	10.00
$3.33T_c$	13.00



**Figura 3.10** Campo  $\langle\sigma\rangle$ , em função da temperatura, em equilíbrio químico.

A Fig. 3.11 mostra os valores para  $m_{eff}$  em função de temperatura. Observamos que a massa efetiva dos mésons  $B$  vai a zero em temperaturas próximas dos valores de  $T_B$ . Os resultados para os mésons  $B$  são similares aqueles encontrados para os mésons  $D$ , assim podemos especular que estados ligados de  $B - \bar{B}$  aparecem devido o decrescimento da massa com o aumento da temperatura. Também, especulamos que exista uma fase de matéria fortemente interagente. E que o sistema experimenta uma transição de fase de primeira ordem dependente da constante de acoplamento como mostramos para os mésons  $D$  na seção anterior.



**Figura 3.11** Massa efetiva da matéria de mésons  $B^0$  e  $B^\pm$ , em função da temperatura, em equilíbrio químico para  $g_{B\bar{B}\sigma} = 8.04$  GeV.

De posse da Eq. (3.44) podemos estimar a energia de ligação para os estados  $B\bar{B}$ . Como acontece no caso dos mésons  $D$ , a energia de ligação para  $T = 0$  é zero, ou seja em nosso modelo não existem estados ligados dos mésons botônio em temperatura nula. Se considerarmos a

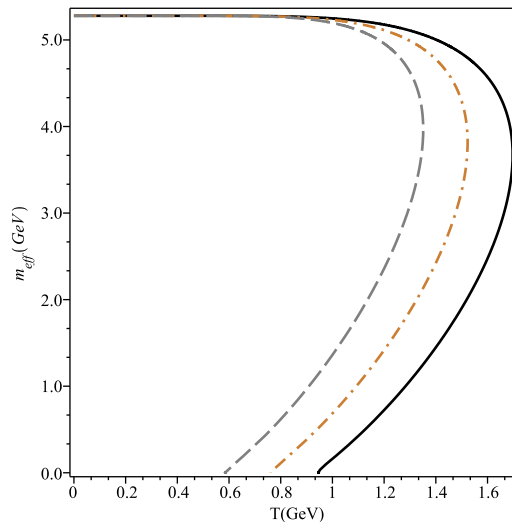


temperatura máxima dada por  $3.953T_c$ , a massa efetiva para tal temperatura é de  $\approx 5.277$  GeV, e isto determina uma energia de ligação de  $\approx 3.2$  MeV, quando  $g_{B\bar{B}\sigma} = 8.04$  GeV. Esse valor é aproximadamente o mesmo encontrado para os mésons  $D$ . Na Ref. [45] com o estudo de espalhamentos de ondas  $P$  e  $S$  em um modelo de troca de mésons essa energia de ligação é de 60 MeV, para  $T = 0$ . Em nosso modelo para obter esse valor de energia de 60 MeV, devemos considerar que a molécula existe em temperaturas  $\approx 5.78T_c$ , que é levemente maior que a temperatura  $T_B$ . Na Ref. [47] não é possível formar estados  $B\bar{B}$ , apenas  $B\bar{B}^*$  e  $B^*\bar{B}^*$ . Também notamos (Tabela 3.5) que a energia de ligação aumenta quando a constante de acoplamento cresce.

**Tabela 3.5** Valores de energia de ligação em função da constante de acoplamento  $g_{B\bar{B}\sigma}$ , para  $3.953T_c$ .

$g_{B\bar{B}\sigma}$ (GeV)	$\varepsilon$ (MeV)
8.04	3.2
10.00	3.8
13.00	7.4

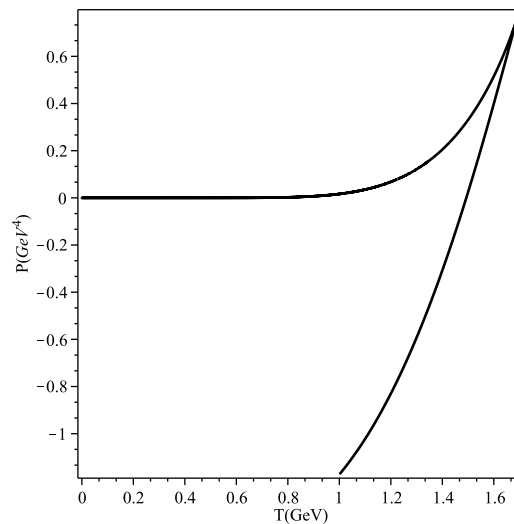
A Fig. 3.12 mostra a massa efetiva em função da temperatura para valores diferentes da constante de acoplamento  $g_{B\bar{B}\sigma}$ . Como tínhamos dito antes o aumento das interações entre os campos  $B$  com o campo escalar  $\sigma$  permite o sistema a experimentar transições de fase em temperaturas menores. Essa característica pode ser observada nesse gráfico se comparada com o similar da seção anterior. Reforçando o papel da interação em facilitar a mudança de fase.



**Figura 3.12** Massa efetiva da matéria dos mésons  $B^0$  e  $B^\pm$ , em função da temperatura, em equilíbrio químico, para diferentes valores da constante de acoplamento. A linha sólida mostra o caso  $g_{B\bar{B}\sigma} = 8.04$  GeV, a linha com traço e ponto mostra o caso  $g_{B\bar{B}\sigma} = 10.00$  GeV e a linha tracejada mostra o caso  $g_{B\bar{B}\sigma} = 13.00$  GeV.

Agora podemos destacar aqui a ideia da formação dos estados exóticos do tipo  $Z_b(10500)$  como um estado molecular do tipo  $B\bar{B}$ . De acordo com Eq. (3.44) e a partir dos resultados mostrados na Fig. 3.12 esses estados existem em  $T \approx 0.99, 0.93, 0.86$  GeV para  $g_{D\bar{D}\sigma} = 8.04, 10.00, 13.00$  GeV, respectivamente. O aumento da interação permite que os estados representados por  $Z_b(10500)$  apareçam em temperaturas mais baixas. Porém, diferentemente dos mésons  $D$ , essa redução de temperatura é mais lenta.

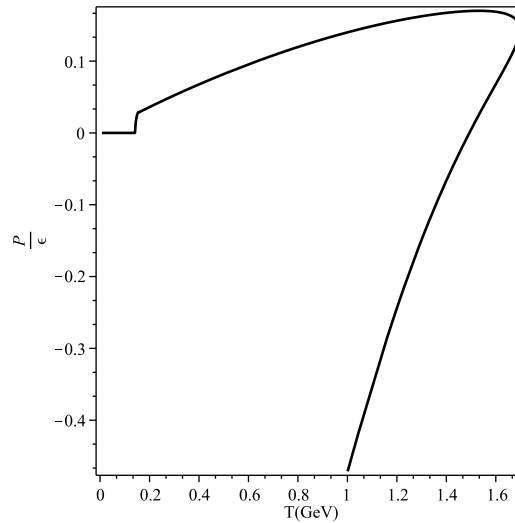
Na Fig. 3.13 temos o gráfico da pressão como uma função de temperatura. Observamos que a pressão apresenta um comportamento exótico para  $T > T_B$ , aparecem valores negativos, este resultado sugere que a interação entre os mésons pesados induz uma transição de fase de gás para uma matéria que interage fortemente.



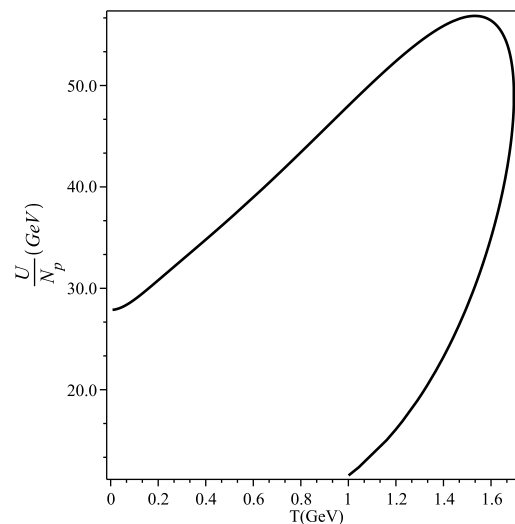
**Figura 3.13** Pressão da matéria de mésons  $B^0$  e  $B^\pm$ , em função da temperatura em  $g_{B\bar{B}\sigma} = 8.04$  GeV.

Outra peculiaridade deste sistema é o comportamento da curva de pressão por densidade de energia como uma função da temperatura, Fig. 3.14, podemos notar que esta razão tem um intervalo semelhante ao previsto para a energia escura, i.e.  $-1 < \frac{P}{\rho} < -1/3$ . A energia escura explica a expansão acelerada do universo. Por causa da força gravitacional repulsiva que exerce [90, 91]. Essa característica carece de outras informações relevantes para uma comparação mais fiel sobre a energia escura.

Por fim a Fig. 3.15 reinterpreta o comportamento da quantidade energia por par de partículas, como uma função de temperatura. Outra característica importante do sistema corresponde ao fato que a energia por par de mésons em uma temperatura  $T_B$  tem uma fase com uma energia de  $\approx 35$  GeV menor do que a fase de gás, como podemos observar.



**Figura 3.14** Razão da pressão/energia da matéria  $B^0$  e  $B^\pm$ , em função da temperatura em  $g_{B\bar{B}\sigma} = 8.04$  GeV.



**Figura 3.15** Energia por par da matéria  $B^0$  e  $B^\pm$ , em função da temperatura em  $g_{B\bar{B}\sigma} = 8.04$  GeV.

Portanto nas duas seções acima observamos as principais características dos mésons pesados  $B$  e  $D$  num meio hadrônico, constituído pelo mesmo número de mésons e antimésons. A massa efetiva é utilizada como parâmetro de estudo do sistema, e sua redução caracteriza o surgimento de estados ligados do tipo  $D - \bar{D}$  ou as partículas  $X(3700)$  para o setor charmônio e estados ligados do tipo  $B - \bar{B}$  ou as partículas equivalentes  $Z_b(10500)$  para o setor botômio. As principais informações termodinâmicas foram discutidas, permitindo avaliar que diante das condições de estados e da troca de parâmetros relevantes a matéria de mésons pesados pode interagir fortemente.

# Propriedades dos Mésons Pesados na Presença de um Campo Magnético Externo

Uma fonte de estudos importante da física de altas energias é a colisão de íons pesados. Nessas existem evidências de que campos magnéticos fortes são criados em tais colisões [14, 15, 16]. Para colisões de Au-Au em energia  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV e parâmetro de impacto 4 fm encontramos  $eH \approx 1.3m_\pi^2 \approx 0.025$  GeV ( $H$ -Campo Magnético), que corresponde a  $H \approx 4.3 \times 10^{18}$  Gauss. Por outro lado, em pulsars<sup>1</sup> foram observados campos magnéticos em torno de  $10^{12} - 10^{13}$  Gauss.

Desde modo, compreender o papel desempenhado pelo campo magnético na matéria hadrônica no meio tem uma importância central na física de partículas e/ou astrofísica. Assim, este capítulo é dedicado ao estudo do modelo de troca de mésons, do capítulo anterior, sujeito a um campo magnético uniforme externo. Novamente a ideia central é aferir a formação de estados ligados a partir da redução da massa efetiva dos mésons pesados identificando os efeitos do campo magnético.

## 4.1 O Formalismo

A partir do formalismo introduzido no capítulo anterior, analisaremos o sistema de mésons pesados a temperatura finita na presença de um campo magnético externo uniforme. Neste caso, a densidade de lagrangiana é então dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & (D_\mu P^+)(D^\mu P^-) - P^+ m_P^2 P^- + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma)(\partial^\mu \sigma) - \\ & - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + g_{P\bar{P}\sigma} P^+ P^- \sigma + i g_{P\bar{P}\omega} \omega^\mu [P^+ \partial_\mu P^- - (\partial_\mu P^-) P^+] - \frac{1}{4} W_{\mu\nu} W^{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (4.1)$$

onde  $D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu^{ext}$ . Todas as outras variáveis foram definidas no capítulo anterior.

As equações de movimento para os campos  $P^\pm$  tem a seguinte forma (na Aproximação de Campo Médio)

$$(\partial_\mu + ieA_\mu^{ext})(\partial^\mu + ieA_{ext}^\mu)P^\pm + (m_{P^\pm}^2 - g_{P\bar{P}\sigma} \langle \sigma \rangle)P^\pm + 2ig_{P\bar{P}\omega} \langle \omega^0 \rangle \partial_0 P^\pm = 0. \quad (4.2)$$

<sup>1</sup> São estrelas de nêutrons muito pequenas e muito densas. Detalhes na Ref. [92].

Como protótipo para estudar o comportamento térmico da matéria mesônica na presença de campos magnéticos escolhamos o calibre de Landau, que corresponde a  $A_\mu^{ext} = (0, -Hx_2, 0, 0)$ , onde  $H$  é a intensidade do campo externo uniforme<sup>2</sup> [93, 94]. Substituindo esse calibre na Eq. (4.2) e usando a solução abaixo

$$P^\pm(x) = e^{i(p_0x_0 - p_1x_1 - p_3x_3)} u(x_2), \quad (4.3)$$

obtemos,

$$\left[ -\partial_{x_2}^2 + e^2 H^2 \left( x_2 - \frac{p_1}{eH} \right)^2 \right] u(x_2) = [(p_0 + g_{P\bar{P}\omega} \langle \omega^0 \rangle)^2 - p_3^2 - m_{eff}^2] u(x_2) = 0, \quad (4.4)$$

que é uma equação do tipo oscilador harmônico [95], onde

$$m_{eff}^2 = m_P^2 - g_{P\bar{P}\sigma} \langle \sigma \rangle + g_{P\bar{P}\omega}^2 \langle \omega^0 \rangle^2.$$

Então a solução da Eq. (4.4) é dada por

$$u(x_2) = \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} \left( \frac{eH}{\pi} \right)^{1/4} H_n \left[ \sqrt{eH} \left( x_2 - \frac{p_1}{eH} \right) \right] e^{-\frac{1}{2} eH \left( x_2 - \frac{p_1}{eH} \right)^2}. \quad (4.5)$$

Onde os  $H_n$  são os polinômios de Hermite. Assim o espectro de energia é escrito como

$$(p_0 + g_{P\bar{P}\omega} \langle \omega^0 \rangle)^2 = p_3^2 + m_{eff}^2 + eH \left( n + \frac{1}{2} \right), \quad (4.6)$$

com  $n = 0, 1, 2, \dots$ , correspondendo aos níveis de Landau.

Seguindo as prescrições do capítulo anterior para encontrar a grande função de partição, desde a Eq. (3.10) até a Eq. (3.25), chegamos a

$$\Phi(T, V, \mu, H) = \Phi_0 + \Phi_{12}^H, \quad (4.7)$$

onde as funções  $\Phi_0$  e  $\Phi_{12}^H$  são respectivamente

$$\Phi_0 = \frac{1}{2} V \left[ m_\sigma^2 \langle \sigma \rangle^2 - m_\omega^2 \langle \omega^0 \rangle^2 \right], \quad (4.8)$$

e

$$\Phi_{12}^H = \frac{eVH}{2\pi\beta} \sum_{n=0}^{\infty} \int \frac{dp_3}{2\pi} \left[ \ln \left( 1 - e^{-\beta(E_n - \mu_{eff})} \right) + \ln \left( 1 - e^{-\beta(E_n + \mu_{eff})} \right) \right], \quad (4.9)$$

Onde o fator  $\frac{eH}{2\pi}$  multiplicando a soma em  $n$  surge por causa da degenerescência dos níveis de Landau e

$$E_n^2 = p_3^2 + m_{eff}^2 + eH \left( n + \frac{1}{2} \right).$$

<sup>2</sup>Corresponde a um campo magnético uniforme na direção  $\hat{e}_3$ , ou seja,  $\vec{H} = H\hat{e}_3$ .

Para verificar o comportamento termodinâmico deste sistema, vamos seguir o mesmo modelo aplicado no capítulo 3, ou seja considerar que as equações de estados obedeçam as situações abaixo,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \langle \sigma \rangle} = 0, \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \langle \omega^0 \rangle} = 0. \quad (4.11)$$

Usando as Eqs. (4.8) e (4.9) obtemos as seguintes expressões que fornecem os valores de  $\langle \sigma \rangle$  e  $\langle \omega^0 \rangle$  que extremizam  $\Phi$ ,

$$\langle \sigma \rangle = \frac{g_{P\bar{P}\sigma}}{2m_\sigma^2} \rho_{12}^H, \quad (4.12)$$

$$\langle \omega^0 \rangle = \frac{g_{P\bar{P}\omega}}{m_\omega^2} [g_{P\bar{P}\omega} \langle \omega^0 \rangle \rho_{12}^H + \rho_s^H], \quad (4.13)$$

onde

$$\rho_{12}^H = \frac{eH}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \int \frac{dp_3}{2\pi} \frac{1}{E_n} \left[ \frac{1}{e^{\beta(E_n - \mu_{eff})} - 1} + \frac{1}{e^{\beta(E_n + \mu_{eff})} - 1} \right], \quad (4.14)$$

$$\rho_s^H = \frac{eH}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \int \frac{dp_3}{2\pi} \left[ \frac{1}{e^{\beta(E_n - \mu_{eff})} - 1} - \frac{1}{e^{\beta(E_n + \mu_{eff})} - 1} \right]. \quad (4.15)$$

Do mesmo modo que as Eqs. (3.32) e (3.33), as Eqs. (4.12) e (4.13) sugerem um sistema de equações acopladas para os campos  $\langle \sigma \rangle$  e  $\langle \omega^0 \rangle$  (Equações de auto consistência). Note mais uma vez que se  $\mu_{eff} = 0$ , ou seja  $\mu = g_{P\bar{P}\omega} \langle \omega^0 \rangle$ , a Eq. (4.13) mostra que  $\langle \omega^0 \rangle = 0$ , como esperado.

Como foi descrito no capítulo 2 podemos agora derivar as quantidades termodinâmicas relevantes do grande potencial termodinâmico, dado na Eq. (4.7). No caso da pressão, temos

$$p(T, \mu, H) \equiv -\frac{\partial \Phi}{\partial T} = p_0 + p_{12}^H, \quad (4.16)$$

onde  $p_0$  e  $p_{12}^H$  são descritas na forma

$$p_0 = \frac{1}{2} m_\omega \langle \omega^0 \rangle^2 - \frac{1}{2} m_\omega \langle \sigma \rangle^2, \quad (4.17)$$

e

$$p_{12}^H = -T \frac{eH}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \int \frac{dp_3}{2\pi} \left[ \ln \left( 1 - e^{-\beta(E_n + \mu_{eff})} \right) + \ln \left( 1 - e^{-\beta(E_n - \mu_{eff})} \right) \right]. \quad (4.18)$$

A entropia e a densidade de Energia em equilíbrio químico são dados por

$$s(T, H) \equiv -\frac{\partial p}{\partial T} = -\frac{eH}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \int \frac{dp_3}{2\pi} \left[ \ln \left( 1 - e^{-\beta E_n} \right) + \frac{1}{T} \frac{E_n}{e^{-\beta E_n} - 1} \right], \quad (4.19)$$

e

$$\varepsilon(T, H) \equiv -p + Ts = \varepsilon_0 + \varepsilon_{12}^H, \quad (4.20)$$

sendo

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{2}m_\omega \langle \omega^0 \rangle^2 - \frac{1}{2}m_\omega \langle \sigma \rangle^2, \quad (4.21)$$

$$\varepsilon_{12}^H = -\frac{eH}{\pi T} \sum_{n=0}^{\infty} \int \frac{dp_3}{2\pi} \left[ \frac{E_n}{e^{-\beta E_n} - 1} \right]. \quad (4.22)$$

respectivamente.

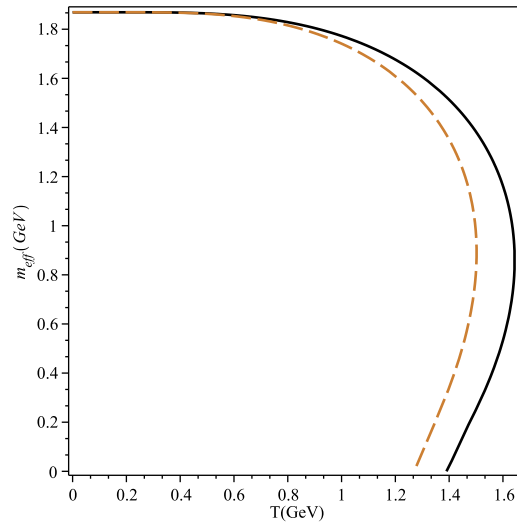
Na seção seguinte iremos mostrar os principais resultados obtidos com o modelo (Adicionando aos resultados acima a contribuição do campo escalar neutro).

## 4.2 Resultados

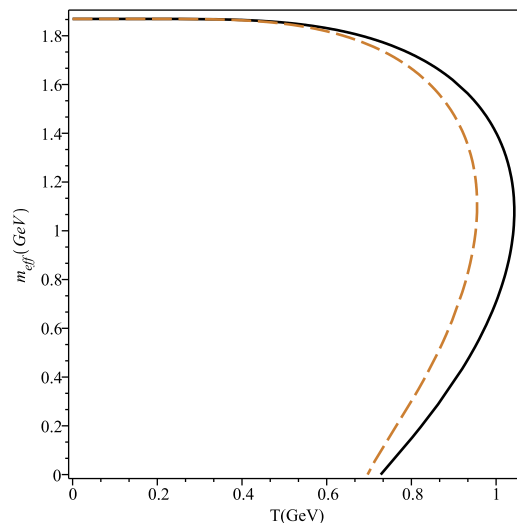
No capítulo 3 mostramos os principais aspectos do sistema termodinâmico de mésons pesados usando o modelo de troca de mésons. Aqui vamos verificar quais as implicações da presença de um campo magnético externo nas quantidades estudadas anteriormente. Ou seja, avaliar os efeitos do campo magnético na solução das equações de estado do sistema 4.12 e 4.13. Da mesma forma que antes, aqui o sistema estará em pé de igualdade no que tange o número de partículas e antipartículas dos mésons fundamentais (Mésons Pesados).

### 4.2.1 Mésons $D$

As Figs. 4.1, 4.2 e 4.3 mostram o comportamento da  $m_{eff}$  em função da temperatura. Percebemos que a massa efetiva diminui mais rapidamente à medida que aumentamos a intensidade do campo magnético externo. Além disso, observamos que a temperatura crítica é reduzida com a presença do campo magnético externo.



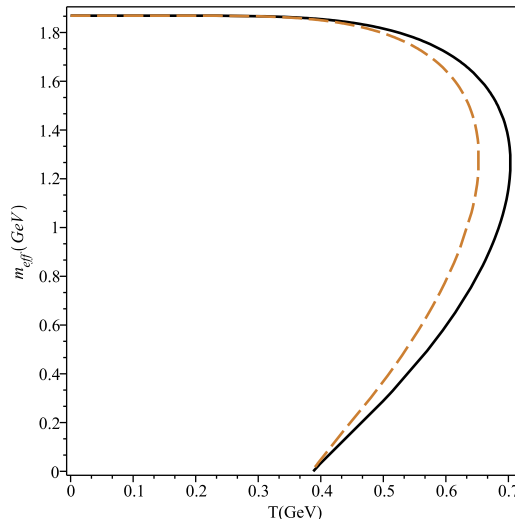
**Figura 4.1** Massa efetiva da matéria dos mésons  $D^\pm$  e  $D^0$ , como uma função da temperatura, em equilíbrio químico para  $g_{D\bar{D}\sigma} = 2.85$  GeV. A linha sólida mostra o caso  $eH = 0.01$  GeV<sup>2</sup> e a linha tracejada mostra o caso  $eH = 0.04$  GeV<sup>2</sup>.



**Figura 4.2** Massa efetiva da matéria de mésons  $D^\pm$  e  $D^0$ , como uma função da temperatura, em equilíbrio químico para  $g_{D\bar{D}\sigma} = 5.00$  GeV. A linha sólida mostra o caso  $eH = 0.01$  GeV<sup>2</sup>, e a linha tracejada mostra o caso  $eH = 0.04$  GeV<sup>2</sup>.

A tabela 4.1 explicita as temperaturas críticas em função da constante de acoplamento e do campo magnético. Notamos que essa temperatura crítica, diminui com aumento do campo, e como antes com o aumento das interações entre os mésons pesados e o campo  $\sigma$ . Por outro lado, para grandes valores da constante de acoplamento a temperatura crítica é praticamente a mesma para os diferentes valores de campos magnéticos. Nesta região a competição entre as grandezas é imperceptível. Contudo, a energia de ligação é elevada como podemos observar na tabela 4.2, não encontramos na literatura resultados similares.





**Figura 4.3** Massa efetiva do méson  $D^\pm$  e  $D^0$ , como uma função da temperatura, em equilíbrio químico para  $g_{D\bar{D}\sigma} = 9.00$  GeV. A linha sólida mostra o caso  $eH = 0.01$  GeV<sup>2</sup>, e a linha tracejada mostra o caso  $eH = 0.04$  GeV<sup>2</sup>.

**Tabela 4.1** Valores da Temperatura crítica  $T_D$  em função da constante de acoplamento e do campo magnético.

$eH$ (GeV <sup>2</sup> )	$T_D$ (GeV)
$g_{D\bar{D}\sigma} = 2.85$ GeV	
0.01	$8.08T_c$
0.04	$7.38T_c$
$g_{D\bar{D}\sigma} = 5.00$ GeV	
0.01	$4.23T_c$
0.04	$4.05T_c$
$g_{D\bar{D}\sigma} = 9.00$ GeV	
0.01	$2.23T_c$
0.04	$2.23T_c$

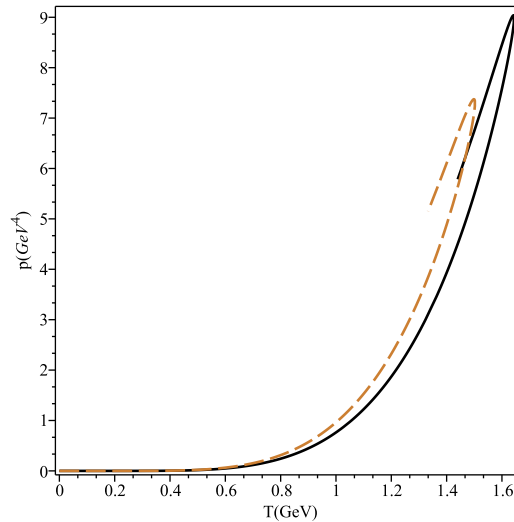
Mais sobre a energia de ligação das moléculas compostas por mésons  $D$  e  $\bar{D}$ , estimada pela expressão (3.44): como antes não existem estados ligados dos mésons  $D$  em temperatura nula. A tabela 4.2 mostra a energia de ligação para os diferentes casos de campo magnético, tomando diferentes valores da temperatura de dissociação de cada situação da tabela 4.1. Nota-se que a energia de ligação cresce com o aumento do campo, exceto para o caso em que  $g_{D\bar{D}\sigma} = 2.85$  GeV. Mesma característica mencionada acima, a presença do campo magnético externo favorece a ligação entre os mésons pesados.

Para a região de dissociação do charmônio, em  $2.09T_c$ , temos uma energia de ligação de 14.5 MeV, para as correspondentes intensidades de campo magnético 0.01 e 0.04 GeV<sup>2</sup>, para

**Tabela 4.2** Valores da energia de ligação dos mésons  $D$  e  $\bar{D}$ , em função do campo magnético, para os respectivos  $T_D$ .

$eH$ (GeV <sup>2</sup> )	$m_{eff}$ (GeV)	$\varepsilon$ (MeV)
$g_{D\bar{D}\sigma} = 2.85$ GeV		
0.01	1.516	705.5
0.04	1.530	677.4
$g_{D\bar{D}\sigma} = 5.00$ GeV		
0.01	1.775	186.6
0.04	1.774	189.4
$g_{D\bar{D}\sigma} = 9.00$ GeV		
0.01	1.856	24.2
0.04	1.854	29.0

$g_{D\bar{D}\sigma} = 2.85$  GeV. Nessa temperatura os efeitos de campo magnético não são relevantes para determinar mudanças sensíveis nas propriedades dos mésons pesados. A concepção do surgimento de estados exóticos do tipo  $X(3700)$  são possíveis, avaliando as Figs. 4.1, 4.2 e 4.3, temos por exemplo, que esses estados existem em  $T \approx 0.63, 0.62$  GeV para  $eH = 0.01, 0.04$  GeV<sup>2</sup>, respectivamente, em  $g_{D\bar{D}\sigma} = 2.85$  GeV. A temperatura é levemente reduzida com o aumento do campo magnético externo.



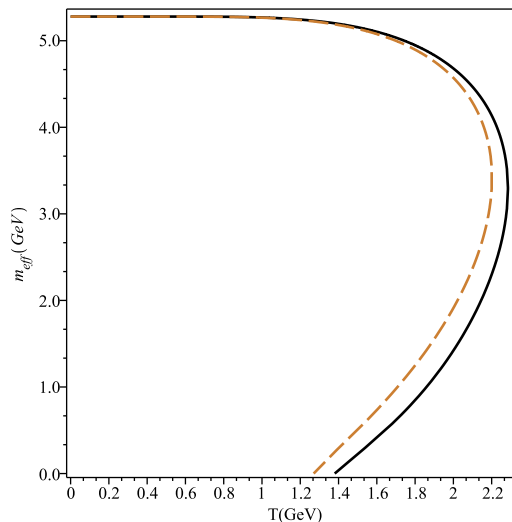
**Figura 4.4** Pressão da matéria dos mésons  $D^\pm$  e  $D^0$ , como uma função da temperatura, em equilíbrio químico para  $g_{D\bar{D}\sigma} = 2.85$  GeV. A linha sólida mostra o caso  $eH = 0.01$  GeV<sup>2</sup>, e a linha tracejada mostra o caso  $eH = 0.04$  GeV<sup>2</sup>.

Na Fig. 4.4 temos o gráfico da pressão em função da temperatura para  $g_{D\bar{D}\sigma} = 2.85$  GeV. Observamos que a pressão apresenta valores bem acima daqueles encontrados na Fig. 3.6.

Assim, notamos que esse aumento da pressão devido a presença do campo magnético pode explicar o aumento da energia de ligação em comparação com os resultados obtidos no capítulo anterior. Mostando, assim, o papel do campo magnético em reforçar a formação de estados  $D\bar{D}$ .

#### 4.2.2 Mésons $B$

A Fig. 4.5 mostra os valores para  $m_{eff}$  em função da temperatura, que são soluções da equação de estado (4.12), usando os parâmetros relacionados aos mésons pesados  $B$ . Podemos verificar que a massa diminui com o aumento da temperatura, do mesmo modo que no capítulo anterior, contudo os valores de temperatura crítica diminui com aumento do campo magnético, ou seja, as propriedades análogas ao caso dos mésons  $D$  da seção anterior. O comportamento da temperatura crítica é mostrado na tabela 4.3.



**Figura 4.5** Massa efetiva da matéria dos mésons  $B^\pm$  e  $B^0$ , como uma função de temperatura, em equilíbrio químico para  $g_{B\bar{B}\sigma} = 8.04 \text{ GeV}$ . A linha sólida mostra o caso  $eH = 0.01 \text{ GeV}^2$ , a linha tracejada mostra o caso  $eH = 0.04 \text{ GeV}^2$  e a linha com traço e ponto mostra o caso  $eH = 0.07 \text{ GeV}^2$ .

**Tabela 4.3** Valores da Temperatura crítica  $T_B$  em função da constante de acoplamento e do campo magnético.

$eH \text{ (GeV}^2\text{)}$	$T_B \text{ (GeV)}$
$g_{D\bar{D}\sigma} = 8.04 \text{ GeV}$	
0.01	$8.02T_c$
0.04	$7.38T_c$

A energia de ligação das moléculas compostas por mésons  $B$  e  $\bar{B}$  pode ser estimada pela expressão (3.44). Na tabela 4.4 abaixo podemos observar as energias de ligação para os diferentes valores de campo. Note que similarmente aos mésons  $D$  os mésons  $B$  a energia diminui

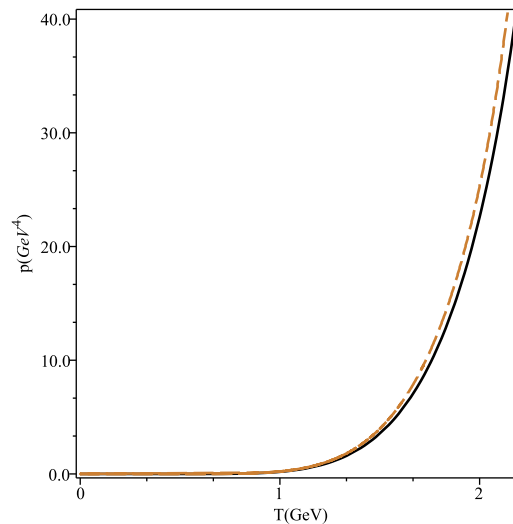
no caso em que a constante de acoplamento seja aquela encontrada no vácuo [63]. Entretanto, para valores de dissociação do botônio,  $5.60T_c$ , as energias são equivalentes  $\approx 15.4$  MeV.

Além disso, podemos continuar com a ideia de formar estados ligados de  $B\bar{B}$  para interpretar os estados exóticos  $Z_b(10500)$  são possíveis observando a Fig. 4.5, temos por exemplo, que esses estados existem em  $T \approx 1.165, 1.135$  GeV para  $eH = 0.01, 0.04$  GeV<sup>2</sup>, respectivamente, em  $g_{B\bar{B}\sigma} = 8.04$  GeV. Da mesma forma que no caso dos mésons  $D$  o campo magnético externo reduz a temperatura que o estado exótico botônio aparece.

**Tabela 4.4** Valores da energia de ligação dos mésons  $B$  e  $\bar{B}$ , como uma função do campo magnético, para os respectivos  $T_B$ .

$eH$ (GeV <sup>2</sup> )	$m_{eff}$ (GeV)	$\epsilon$ (MeV)
0.01	5.201	154.9
0.04	5.223	111.8

Na Fig. 4.6 temos o gráfico da pressão em função da temperatura. Observamos que a pressão apresenta valores bem acima daqueles encontrados na Fig. 3.13, seção 3.2.2, em contrapartida não aparecem valores negativos. A presença do campo magnético favorece a interação entre os mésons  $B$ , igualmente do que acontece no caso dos mésons  $D$ . Isso se manifesta nos valores de energia de ligação dados na tabela 4.4. Diferentemente do que ocorre no caso anterior, sem a presença de campo magnético, onde encontramos valores relativamente pequenos da energia de ligação.



**Figura 4.6** Pressão da matéria dos mésons  $B^\pm$  e  $B^0$ , como uma função de temperatura, em equilíbrio químico para  $g_{B\bar{B}\sigma} = 8.04$  GeV. A linha sólida mostra o caso  $eH = 0.01$  GeV<sup>2</sup>, e a linha tracejada mostra o caso  $eH = 0.04$  GeV<sup>2</sup>.

Portanto nas duas seções acima observamos as principais características dos mésons pesa-

dos  $B$  e  $D$  num meio hadrônico, constituído pelo mesmo número de mésons e antimésons, na presença de um campo magnético externo uniforme. A massa efetiva é novamente utilizada como parâmetro de estudo do sistema, e sua redução caracteriza o surgimento de estados ligados do tipo  $D - \bar{D}$  ou as partículas  $X(3700)$  para o setor charmônio e estados ligados do tipo  $B - \bar{B}$  ou as partículas  $Z_b(10500)$  para o setor botônio. A presença do campo magnético sugere um aumento da interação entre os mésons para determinadas parâmetros.

## Conclusões e Perspectivas

Estudamos ao longo deste trabalho o comportamento termodinâmico de mésons pesados ( $D$  e  $B$ ) interagindo através dos mésons mediadores  $\sigma$  e  $\omega$ . Na aproximação de campo médio, com uso do formalismo de integrais de trajetória, a partir da ideia central de tempo imaginário na construção de uma teoria quântica dos campos a temperatura finita. Em dois cenários diferentes, com a presença de campo magnético externo e sem a presença de um agente externo.

Mostramos que o campo  $\omega$  não contribui para a descrição das variáveis termodinâmicas relevantes quando o sistema tem o mesmo número de mésons pesados e antimésons. Por outro lado, o campo  $\sigma$  cresce com aumento da temperatura, conseqüentemente a massa efetiva dos mésons pesados diminui com aumento da temperatura. Desde que o méson escalar descreve uma interação atrativa dos mésons pesados, estes serão mais fortemente ligados, de modo que a massa efetiva é reduzida. Esse mecanismo é reforçado pelo fato que a redução da massa efetiva aumenta a densidade escalar.

Então, verificamos a energia de ligação para algumas regiões de interesse para o setor dos charmônios e dos botônios para valores da constante de acoplamento das interações entre os mésons pesados ( $D, B$  e  $\bar{D}, \bar{B}$ ) no vácuo, encontramos estados ligados com uma energia de ligação que estão de acordo com os resultados encontrados na literatura, através da troca dos principais parâmetros do modelo. Ademais, podemos imaginar na possibilidade da formação de estados exóticos do tipo  $X(3700)$  para o setor dos mésons charmosos e  $Z_b(10500)$  para o setor dos mésons belos como estados moleculares  $D\bar{D}$  e  $B\bar{B}$ , respectivamente. Sendo assim, outros estados exóticos do tipo  $X, Y$  e  $Z$  podem ser estudados com a inclusão na Lagrangiana de outros graus de liberdade ( $D^*, B^*, D_s, B_s$  e etc).

Além disso, exibimos que as transições de fase de primeira ordem ocorrem em temperaturas menores quando aumentamos a constante de acoplamento  $g_{P\bar{P}\sigma}$ . Isto demonstra o papel desempenhado pelo campo  $\sigma$  em ligar os mésons pesados. Ou seja, o campo sigma é uma maneira efetiva de levar em conta a interação dos mésons pesados com o meio hadrônico. Ainda observamos que no sistema dos mésons  $B$  e  $\bar{B}$  apresenta pressão negativa, isso ocorre para a constante de acoplamento no vácuo. No caso dos  $D$  e  $\bar{D}$  isso aparece para um acoplamento muito superior do encontrado na literatura para vácuo.

Quando o sistema se encontra na presença de um campo magnético uniforme externo, notamos que as situações acima prevalecem para o estudo da massa efetiva. Mostramos que neste

caso o campo magnético desempenha um papel importante na formação dos estados ligados entre os mésons pesados a partir do cálculo da energia de ligação em função do campo magnético. Com isso, notamos a partir dos resultados a possibilidade da interpretação dos estados exóticos sob influência das variáveis magnéticas, também, como estados moleculares.

Sabemos que esse modelo é um pequeno recorte das interações que ocorrem na matéria hadrônica interagindo com o meio. Melhorias devem ser realizadas no intuito de representar o sistema em estudo de modo mais fidedigno, como por exemplo a inclusão da interação dos mésons pesados com outros constituintes do meio (outros mésons, nucleons, etc.). Outro aspecto importante que cabe investigar é considerar o sistema sujeito a potencial químico efetivo não-nulo permitindo elucidar o papel que o méson vetorial  $\omega$  desempenha no sistema.

E por fim, acreditamos que as propriedades termodinâmicas do modelo bosônico de troca de mésons conjuntamente com o estudo do modelo fermiônico de troca de mésons podem contribuir para o estudo das chamadas Estrelas de Nêutrons. Diversos trabalhos têm estudado as características de uma estrela densa na presença de campo magnético externo também. Diante do cenário apresentado no trabalho voltamos nossas perspectivas para contribuir no estudo de estrelas densa e quente, usando modelos de troca de mésons na aproximação de campo médio.

## Referências Bibliográficas

- [1] PESKIN, M.E.; SCHROEDER, D.V.. **An Introduction To Quantum Field Theory**. Addison-Wesley Publishing Company, New York, 1995.
- [2] RYDER, L.H.. **Quantum Field Theory**. Segunda Edição. Cambridge University Press, New York, 1996.
- [3] MAGGIORE, M.. **A Modern Introduction To Quantum Field Theory**. Oxford University, New York, 2005.
- [4] AOYAMA, T.; HAYAKAWA, M.; KINOSHITA, T.; NIO, M.. **Tenth-Order QED Contribution to the Electron  $g - 2$  and an Improved Value of the Fine Structure Constant**. Phys. Rev. Lett., 109 (2012).
- [5] BERINGER, J. *et al* [Particle Data Group]. **REVIEW OF PARTICLE PHYSICS**. Phys. Rev. D **86**, 010001 (2012).
- [6] MARTIN, B.R.; SHAW, G.. **Particle Physics**. Third Edition. John Wiley, 2008
- [7] ENDLER, A.M.F.. **Introdução à Física de Partículas**. São Paulo: Livraria da Física, 2010.
- [8] ATLAS Collaboration. **Observation of a new particle in the search for the standard model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC**. Phys. Lett. B **716**, (2012).
- [9] CMS Collaboration. **Observation of a new boson with mass near 125 GeV in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 7$  e 8 TeV**. JHEP **06**, 081 (2013).
- [10] CDF Collaboration, D0 Collaboration. **Higgs boson studies at the TEVATRON**. Phys. Rev. D **88**(5), 052014 (2013).
- [11] CASSING, W and BRATKOVSKAYA, E.L.. **Hadronic and eletromagnetic probes of hot and dense nuclear matter**. Phys. Rep. **308** (1998).
- [12] MORREALE, A.. **Probing hot and dense matter production in heavy ion collisions via neutral mesons and photons with the ALICE detector at the LHC**. ArXiv: 1409.4456 (2014).



- [13] KUMAR A.; MISHRA A.. **D mesons in asymmetric nuclear matter at finite temperatures**. ArXiv:0912.2477v1 [nucl-th] (2009).
- [14] ANDERSEN, J.O.. **Chiral perturbation theory in a magnetic background finite-temperature effects**. ArXiv: 1205.6978v1 [hep-ph] (2012).
- [15] AGASIAN, N.O; FEDOROV, S.M.. **Quark-hadron phase transition in a magnetic field**. arXiv: 0803.3156v3 [hep-ph] (2008).
- [16] FAYAZBAKHS, S.; SADOOGHI, N.. **Phase diagram of hot magnetized two-flavor color superconducting quark matter**. ArXiv: 1009.6125v2 [hep-ph] (2010).
- [17] SHURYAK, E.V.. **Physics of the Pion Liquid**. Physical Review D, **42**, (1990).
- [18] EMERICK, A.; ZHAO, X.; RAPP, R.. **Bottomonia in the Quark-Gluon Plasma and their Production at RHIC and LHC**. Eur. Phys. J. A **48**, (2012).
- [19] RAPP, R.; BLASCHKE, D.; CROCHET, P.. **Charmonium and bottomonium in heavy-ion collisions**. Nucl. Phys. A **65**, 209 (2010).
- [20] PRAKASH, M., *et al.* **Composition and structure of protoneutron stars**. Phys. Rep. **280**, (1997).
- [21] A. KOSTYUK, M. GORENSTEIN, H. STOCKER and W. GREINER. **Phase Transition in Hot Pion Matter**. ArXiv: 0010.0076, (2000).
- [22] ANDERSEN, J.O. and KHAN, R.. **Chiral transition in a magnetic field and at finite baryon density**. Phys. Rev. D **85**, 065026 (2012).
- [23] SASAKI, C.. **Fate of charmed mesons near chiral symmetry restoration in hot matter**. ArXiv: 1409.3420, (2014).
- [24] FREEDMAN, R.A.. **Relativistic Thermal Conductivity of Nuclear Matter**. Lettera al Nuovo Cimento **25**, 13 (1979).
- [25] SHOVKOVY, I.A. and ELLIS, P.J.. **Thermal conductivity of dense quark matter and cooling of stars**. ArXiv: hep-ph/0204132, (2012).
- [26] ALFORD, M.G.; SCHMITT, A.; RAJAGOPAL, K. and SCHAFER, T.. **Color superconductivity in dense quark matter**. Rev. of Mod. Phys. **80**, (2008).
- [27] CHOI, S.K. *et al* [Belle Collaboration]. **Observation of a narrow charmonium-like state in exclusive  $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^- J/\psi$  decays**. Phys. Rev. Lett. **91**, 262001, 2003.

- [28] GODFREY, S.; ISGUR, N.. **Relativized quark model**. Phys. Rev. D **32**, 189, 1985.
- [29] AAIJ, R. *et al* [LHCb Collaboration]. **Observation of  $X(3872)$  production in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV**. Eur. Phys. J. C **72**, 1972, 2012.
- [30] ABE, K. *et al* [Belle Collaboration]. **Observation of a near-threshold  $\omega J/\psi$  mass enhancement in exclusive  $B \rightarrow K\omega J/\psi$  decays**. Phys. Rev. Lett. **94**, 182002, 2005.
- [31] CHOI, S.K. *et al* [Belle Collaboration]. **Observation of a resonance-like structure in the  $\pi^\pm\psi'$  mass distribution in exclusive  $B \rightarrow K\pi^\pm\psi'$  decays**. Phys. Rev. Lett. **100**, 142001, 2008.
- [32] AALTONEN, T. *et al* [CDF Collaboration]. **Evidence for a Narrow Near-Threshold Structure in the  $J/\psi\phi$  Mass Spectrum in  $B^+ \rightarrow J/\psi\phi K^+$** . Phys. Rev. Lett. **102**, 242002, 2009.
- [33] MAIANI, L.; PICCININI, F.; POLOSA, A.D. and RIQUER V.. **Diquark-Antidiquarks with Hidden or Open Charm and the Nature of  $X(3872)$** . Phys. Rev. D **71**, 014028 (2005).
- [34] MAIANI, L.; RIQUER V.; PICCININI, F. and POLOSA, A.D.. **Four Quark Interpretation of  $Y(4260)$** . Phys. Rev. D **72**, 031502 (2005).
- [35] DRENSKA, N.V.; FACCINI, R. and POLOSA, A.D.. **Higher Tetraquark Particles**. Phys. Lett. B **669**, 160 (2008).
- [36] KOU, E. and PENE, O.. **Suppressed decay into open charm for the  $Y(4260)$  being an hybrid**. Phys. Lett. B **631**, 164 (2005).
- [37] TORNQVIST, N.A.. **Isospin breaking of the narrow charmonium state of Belle at 3872 MeV as a deuson**. Phys. Lett. B **590**, 209 (2004).
- [38] LIU, X.; ZENG, X.G. and LI, X.Q.. **Possible Molecular Structure of the Newly Observed  $Y(4260)$** . Phys. Rev. D **72**, 054023 (2005).
- [39] ROSNER, J.L.. **Threshold effect and  $\pi^\pm\psi(2S)$  peak**. Phys. Rev. D **76**, 114002 (2007).
- [40] VOLOSHIN, M.B.; OKUN, L.B.. **Hadron Molecules and Charmonium Atom**. JETP Lett. **23**, 333 (1976).
- [41] TORNQVIST, N.A.. **From the Deuteron to Deusons, an Analysis of Deuteronlike Meson-Meson Bound States**. Phys. C **61**, 525 (1994).

- [42] BARNES, T. and GODFREY, S.. **Charmonium options for the  $X(3872)$** . Phys. Rev. D **69**, 054008 (2004).
- [43] GAMERMANN, D.; OSET, E.; STROTTMAN, D.; VACAS, M.J.V.. **Dynamically Generated Open and Hidden Charm Meson Systems**. Physical Review D, **76**, 074016 (2007).
- [44] KE, H-W.; LI, X-Q.; SHI, Y-L.; WANG, G-L.; YUANG, X-H.. **Is  $Z_b(10610)$  a Molecular State?** . JHEP **1204**, 056, 2012.
- [45] LIU, Y-R.; OKA, M.; TAKIZAWA, M.; LIU, X.; DENG, W-Z.; ZHU, S-L..  **$D\bar{D}$  Production and their Interactions**. Physical Review D, **82**, 2010.
- [46] LI, M.T.; WANG, W.L.; DONG, Y.B.; ZHANG, Z.Y.. **Possible  $D\bar{D}$  and  $B\bar{B}$  Molecular states in a chiral quark model**. ArXiv: 1206.0523v2 [nucl-th] (2012).
- [47] YANG, Y-C.; PING, J.; DENG, C.; ZONG, H-S.. **Possible interpretation of the  $Z_b(10610)$  and  $Z_b(10650)$  in a chiral quark model**. J. Phys. G **39**, 105001 (2012).
- [48] ZHANG, J-R.; HUANG, M-Q..  **$\{Q\bar{q}\}\{\bar{Q}^{(\prime)}q\}$  molecular states**. Physical Review D, **80**, (2009).
- [49] FREIRE, M.L. de F.; SILVA, R.R.. **The  $D - \bar{D}$  Matter in Walecka's Mean Field Theory**. AIP Conf. Proc. 1296, 2010.
- [50] XIAO, C.W.; OSET, E.. **Three methods to detect the predicted  $D\bar{D}$  scalar meson  $X(3700)$**  . Eur. Phys. J. A, **49**, 52 (2013).
- [51] WALECKA, J.D.. **A theory of highly condensed matter**. Annals Phys. **83**, 491 (1974).
- [52] YANG, C.N. and MILLS, R.L.. **Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance**. Phys. Rev. **96**, 1 (1954).
- [53] HIGGS, P.W.. **Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons**. Phys. Rev. Lett. **13**, 16 (1964).
- [54] Disponível em URL: <http://commons.wikimedia.org/>.
- [55] YUKAWA, H.. **On the Interaction of Elementary Particles**. Proc. Phys. Math. Soc. Japan **17**, 48 (1935).
- [56] LATTES, C.M.G.; OCCHIALINI, G.P.; POWELL, C.F.. **Obervation on the Tracks of Slow Mesons in Photografic Emulsions**. Nature **160**, 453,486 (1947).

- [57] GELL-MANN, M.. **A Schematic Model of Baryons and Mesons**. Phys. Lett. **8**, 3 (1964).
- [58] HALZEN, F. and MARTIN, A.D.. **Quarks e Leptons: An Introductory Course in Modern Particles Physics**. John Wiley e Sons, London, (1984).
- [59] CLOSE, F.E.. **An Introduction to Quarks and Partons**. Academic Press, London, (1989).
- [60] HAMBROCK, C.. **Exotic Heavy Quark Spectroscopy - Theory Interpretation vs Data**. ArXiv:1306.0695 [hep-ph], (2013)
- [61] ABLIKIM, M.; *et al* [BES Collaboration]. **Measurements of the braching fractions for  $\psi(3770) \rightarrow D^0\bar{D}^0, D^+D^-, D\bar{D}$  and the resonance parameters of  $\psi(3770)$  and  $\psi(2S)$** . Phys. Rev. Lett. **97**, 121801 (2006).
- [62] VOLOSHIN, M.B..  **$\bar{c}c$  purity of  $\psi(3770)$  and  $\psi'$  challenged**. Phys. Rev. D **71**, 114003 (2005).
- [63] DING, G-J.. **Are  $Y(4260)$  and  $Z_2^+(4250)$   $D_1D$  or  $D_0D^*$  hadronic molecules?**. Physical Review D, **79**, (2009).
- [64] LE BELLAC, M.. **Thermal Field Theory**. Cambridge, 1965.
- [65] KAPUSTA, J.I.. **Bose-Einstein condensation, spontaneous symmetry breaking, and gauge theories**. Physical Review D, **24**, (1981).
- [66] KAPUSTA, J.I.; GALE, C.. **Finite-Temperature Field Theory Principles and Applications**. Cambridge, New York, 2006.
- [67] FEYNMAN, R.P.; HIBBS, A.R.. **Quantum Mechanics and Path Integrals**. Dover Publications, Mineola, New York, 2010.
- [68] OLIVEIRA, M.J. de. **Termodinâmica**. Segunda Edição. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2012.
- [69] CALLEN, H.B.. **Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics**. Segunda Edição.
- [70] KHANNA, F.C.; MALBOUISSON, A.P.C.; MALBOUISSON, J.M.C.; SANTANA, A.E.. **Termal Quantum Field Theory: Algebraic Aspects and Applications**. USA: World Scientific, 2009.
- [71] PATHRIA, R.K.. **Statistical Mechanics**. Second Edition. Butterworth-Heinemann, 1997.

- [72] REIF, F.. **Fundamentals of Statistical and Thermal Physics**. New York: McGraw-Hill, 1965.
- [73] SALINAS, S.R.A.. **Introdução a Física Estatística**. Segunda Edição. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2008.
- [74] BASSALO, J.M.F.. **Eletrodinâmica Quântica**. Segunda Edição. São Paulo: Livraria da Física, 2006.
- [75] DAS, A.. **Finite Temperature Field Theory**. World Scientific, Singapore, 1997.
- [76] GRADSHTEYN, I.S.; RYZHIK I.M.. **Table of Integrals, Series, and Products**. Sétima Edição. USA: Elsevier, 2007.
- [77] MORITA, K.; LEE, S.H.. **Charmonium mass in hot and dense hadronic matter**. ArXiv: 1012.3110v2 [hep-ph] (2012).
- [78] TSUSHIMA, K.; Lu, D.H.; THOMAS, A.W.; SAITO, K.; LANDAU, R.H.. **Charmed Mesic Nuclei: Bound  $D$  and  $\bar{D}$  states with  $^{208}\text{Pb}$** . Phys. Rev. C, **59**, 2824 (1999).
- [79] YASUI, S.; SUDOH, K..  **$\bar{D}$  and  $B$  mesons in nuclear medium**. Arxiv:1207.3134 [hep-ph] (2012).
- [80] SANJAY, K.G.; BYRON K.J..  **$\rho$  - nucleus bound states in Walecka model**. Phys. Rev. C **61**, 067604 (2000).
- [81] GAZDA, D.; Mares, J.. **Calculations of  $K^-$  nuclear quasi-bound states based on chiral meson-baryon amplitudes**. Nucl. Phys. A **881**, 159 (2012).
- [82] THEIS, J.. **Phase Transition of the nucleon-antinucleon plasma in a relativistic mean-field theory**. Phys. Rev. D **28**, 9 (1983).
- [83] BORNIAKOV V.G. *et al.* **Finite temperature phase transition with two flavors of improved Wilson fermions**. ArXiv: 1102.4461 [hep-lat] (2011).
- [84] DING, H-T.; FRANCIS, A.; KACZMAREK, O.; KARSCH, F.. **Charmonium Properties in hot quenched lattice QCD**. Physical Review D, **86**, 2012.
- [85] ASAKAWA, M.; HATSUDA, T..  **$J/\psi$  and  $\eta_c$  in the Deconfined Plasma from Lattice QCD**. Physical Review Lett, **92**, 2004.
- [86] ABREU, L.M.; NERY, E.S.; SILVA, R.R.. **Exotic Behavior of Heavy-Flavored Meson Matter**. ArXiv: 1211.5505v2 [hep-ph] (2012).

- [87] BARU, V.; *et al.*. **Quark Mass Dependence of the  $X(3872)$  Binding Energy**. ArXiv:1306.4108 [hep-ph].
- [88] LEE, I.W.; FAESSLER, A.; GUTSCHE, T.; LYUBOVITSKIJ, V.E..  **$X(3872)$  as a molecular  $DD^*$  state in potential model**. arXiv: 0910.1009
- [89] JOKOVAC, A.; PETRECZKY, P.; PETROV, K.; VELYTSKY, A.. **Quarkonium correlators and spectral functions at zero and finite temperature**. Phys. Rev. D **75**, 014506 (2007).
- [90] GHENG, T-P.. **Relativity, Gravitation, and Cosmology: a basic introduction**. New York: Oxford University Press, 2005.
- [91] EINASTO, J.. **Dark Matter**. Braz J Phys, (2013).
- [92] SHAPIRO, S.L.; TEUKOLSKY, S.A.. **Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars: The Physics of Compact Objects**. Cornell University, Ithaca, New York: Wiley-VCH, 2004.
- [93] ABREU, L.M.; MALBOUISSON, P.C.; MALBOUISSON, J.M.C.; SANTANA, A.E.. **Large- $N$  transition temperature for superconducting films in a magnetic field**. Physical Review B, **67**, 2003.
- [94] ABREU, L.M.; MALBOUISSON, P.C.; MALBOUISSON, J.M.C.. **Nambu-Jona-Lasinio model in a magnetic background: Size-dependent effects**. Physical Review B, **84**, 2011.
- [95] COHEN-TANNOUDJI, C.; DIU, B.; LALOE, F.. **Quantum Mechanics**. Paris, France: Hermann, 1977.