



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA - UFBA
INSTITUTO DE FÍSICA

Programa de Pós-Graduação em Física

**Estudo sobre um mecanismo de controle e
medida dos dedos viscosos em célula
Hele-Shaw radial por fluido-dinâmica
computacional**

Leonardo Fabio Rojas Rocero

Dissertação de Mestrado

Salvador - Bahia, Brasil
2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA - UFBA
INSTITUTO DE FÍSICA

Leonardo Fabio Rojas Rocero

Estudo sobre um mecanismo de controle e medida dos dedos viscosos em célula Hele-Shaw radial por fluido-dinâmica computacional

Trabalho de mestrado apresentado ao Instituto de Física como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: *Prof. Dr. Roberto Fernandes Silva Andrade*

Salvador - Bahia, Brasil
2016

*A oportunidade de continuar a teu lado,
a tua forma de me ensinar,
a minha mãe.*

*La oportunidad de continuar a tu lado,
las enseñanzas que me diste y aún continúas dándome,
a mi madre.*

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço ao professor Roberto Fernandes Silva Andrade pela oportunidade que me foi concedida e pelas orientações que foram essenciais para o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço ao meu colega de área e amigo Aureliano Sancho Souza Paiva pela ajuda e por todas as sugestões construtivas na hora certa.

Quero agradecer aos meus amigos Edilson Emilio Vega Vargas por ter me incentivado a cursar uma Pós-graduação e a Alfredo Blanco Serrano e a Edwin Edgar Mozo Luis pela ajuda oportuna e pelos conselhos acadêmicos. De igual forma, agradeço aos professores e também amigos Eidelman Gonzales Lopés e Hernán Olaya Dávila por sempre estarem disponíveis.

Agradeço aos professores das disciplinas cursadas, e também aos meus colegas do Instituto de Física pelas horas de estudo e conversas a Rosana Andrade, Jhon Leon, Jairo Mesa, Rone Lemos, Rafael Sales, Lucas Simões, Patricia Hepp, Gustavo Cuba Supanta e os funcionários pela atenção e ajuda.

Agradeço aos meus antigos colegas do trabalho da I. E. Técnico Comercial Sagrado Corazón de Jesus: Luis Alejandro Maldonado, Flor Teresa Gil, Mercedes Rojas, Sandro Blanco, Nestor Cortes, José Quiros, Clemencia Casas, Aracely Pineda, Liliana Sanabria, Isidro Villamil, Maurício Guerrero, Cecilia Pinilla, Lucia Avila, Elsa Martinez, Wilson Diaz, Jairo Gonzalez, Hernando Salinas, Clara Ortega, José Sierra, Elizabeth Pinilla, Cláudia Benavides, Celmira Poveda, Edelmira Benitez, Irma Velásquez e Emilce Florido, enfim, a toda a família Corazonista. Agradeço pela ajuda, apreço e também pelos conselhos a *Gina P. Grajales H.*, Izadora Carvajal Cortez, Catalina e Eliana Constanza Castillo López, Juan Diego Lancheros, Jessika G. Ballen, Henry Daniel Hernández Martínez, Juan Carlos Gonzales, Anderson D. Sanchez., Leidy J. Rocha, Yobany Briceño Pinzón, Yulieth P. Salcedo Sanchez, Jesus A. Bonilla, Nelson Ivan Montaña, Juliana Barrios, Camila Gonzalez, Solanyely Ramirez, Johanna e Luis Fernando Gasca, Jimmy Rojas, Ilba N. Suarez, Laura Lara O., Sofia Rivera e Daniela Montero Gomez.

Quero fazer um agradecimento especial a minha mãe Rosuara Rosero Rios¹, meu pai Omar Rojas Ortiz e aos meus irmãos Diego Fernando, Paola Andrea e Holman junto as minhas sobrinhas Saully Daniela, Kendra Tamara, Zoe Maite, Dulce Ame, meu sobrinho Santiago Franco e também a Sonia Ardila, Yamile Vargas, Yamile Rubiano e junta à nova vida que fica ainda dentro dela. A estas pessoas, quero sublinhar o importante valor que cada um tem em minha vida pessoal, e sei que sempre posso contar com o apoio incondicional de vocês.

Finalmente, agradeço ao grupo de Física Estatística e Sistemas Complexos (*FESC*), ao programa de Pós-graduação em Física da UFBA e ao CNPq pelo suporte financeiro.

¹Este é o nome do registro dela (análogo na Colômbia é: Cédula de Ciudadanía.). Porém, em meu registro civil (certidão de nascimento) foi cometido uns erros sobre a escrita do nome dela, e portanto, nesta certidão o nome da minha mãe fica como: Rosa Rosero Rios Rosa.

Resumo

Quando um fluido de maior viscosidade é deslocado por um de menor viscosidade, observa-se que a interface entre os dois fluidos imiscíveis começa a se deformar passando de um estágio com pequenas ondulações para um estágio intermediário ou altamente deformado com aparência de dedos, conhecidos como dedos viscosos. Este fenômeno foi estudado inicialmente por Saffman e Taylor (ST), que desenvolveram a primeira teoria sobre a dinâmica da interface fluido-fluido, fazendo emprego da célula de Hele-Shaw retangular. Este tipo de fenômeno físico está presente em uma variedade de fenômenos tanto naturais como industriais entre os quais podemos citar alguns: o fluxo da lava, processos metalúrgicos e de recuperação do petróleo. Atualmente, continuam-se estudando a instabilidade ST para compreender melhor os processos físicos e gerar novas abordagens matemáticas. Também são pesquisados mecanismos que permitam controlar a instabilidade hidrodinâmica, e desta forma, o crescimento dos padrões dendríticos. Nesta dissertação, simulamos computacionalmente os escoamentos laminares de sistemas bifásicos newtonianos modelados através de uma célula de Hele-Shaw radial (HS-Ra), usando os termos não-lineares das equações do movimento dos fluidos, a taxa de injeção, $q(t)$, considerada para este estudo variando com o tempo de acordo com $(\alpha t)^{-\frac{1}{3}}$. Para realizar este trabalho foi utilizado um pacote de dinâmica dos fluidos computacional (DFC - ANSYS FLUENT). Assim, ao variar o parâmetro α , a viscosidade do fluido expulso, a quantidade do fluido injetado, mantendo uma mesma velocidade inicial, foi possível analisar a estabilidade da interface de maneira qualitativa e quantitativa. Os resultados qualitativos são obtidos dos registros gráficos dos escoamentos que permitiram realizar a primeira análise da estabilidade da interface. Por outro lado, a medida quantitativa foi achada ao comparar as flutuações da interface gerada pelo escoamento com um círculo não perturbado relativo a mesma interface gerada. Em seguida, com os resultados conseguidos foi construído um diagrama de estabilidade da interface entre a viscosidade do fluido expulso e o parâmetro de ajuste α .

Palavras-chave: Célula HS-Ra. Sistemas bifásicos. Parâmetro de ajuste. Controle e medida dos fingers. Flutuações. DFC.

Abstract

When a higher viscous fluid is displaced by a lower viscous fluid, it is observed that an interface between the two immiscible fluids is deformed by passing from a stage with small undulations to an intermediate or highly deformed stage with the appearance of fingers known as Viscous fingers. This phenomenon was first studied by Saffman-Taylor (ST), who developed the first theory on the fluid-fluid interface dynamics, making use of the rectangular Hele-Shaw cell. This type of physical phenomenon is observed in a variety of natural as industrial phenomena, among which we can mention some: lava flow, metallurgical processes and oil recovery. Currently, ST instability is being studied to better understand physical processes and generate new mathematical approaches. Also is being searched mechanisms that allow controlling hydrodynamic instability, and in this way, the growth of dendritic patterns. In this dissertation, we simulate computationally the laminar flows of Newtonian biphasic systems modeled by a radial Hele-Shaw cell (HS-Ra), using the nonlinear terms of the fluid movement equations, from injection rate, $q(t)$, Considered for this study, varies with time according to $(\alpha t)^{-\frac{1}{3}}$. To perform this work was used a computational fluid dynamics package (DFC - ANSYS FLUENT). Thus, by varying the parameter α , the viscosity of the ejected fluid, the quantity of the injected fluid, and maintaining the same initial velocity, it was possible to analyze the interface stability in a qualitative and quantitative way. The qualitative results are obtained from the graphical flow records that allowed the first analysis of the interface stability. On the other hand, the quantitative measure was found when comparing the fluctuations of the interface generated by the flow with an undisturbed circle relative to the same interface generated. Then, with the results achieved, a stability diagram of the interface between the expelled fluid viscosity and the adjustment parameter α was constructed.

Keywords: Cell HS-Ra. Biphasic systems. Adjustment parameter. Control and measurement of fingers. Fluctuations. DFC.

Sumário

	Página
Capítulo 1—Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Descrição do problema físico e objetivo	4
1.3 Organização da dissertação	5
Capítulo 2—Dinâmica dos Fluidos: Revisão	6
2.1 Conceito de Fluido	6
2.2 Equações de movimento	7
2.2.1 Equação de conservação da massa	7
2.2.2 Equação de conservação do momento	7
2.3 Parâmetros Adimensionais	8
2.4 Classificação de Escoamentos	10
2.5 Principais Propriedades dos fluidos	11
2.5.1 Viscosidade	11
2.5.2 Tensão Superficial	12
2.5.3 Pressão Capilar	13
2.5.4 Molhabilidade	15
2.5.5 Ângulo de Contato	17
2.5.6 Raio de Curvatura	17
Capítulo 3—Formulação do problema e metodologia	21
3.1 Formulação do Problema	21
3.2 Dinâmica dos Fluidos Computacional (DFC)	21
3.2.1 O Funcionamento do Pacote DFC	23
3.2.1.1 Pré-processador:	23
3.2.1.2 Solver:	23
3.2.1.3 Pós-processador:	24
3.3 Célula de Hele-Shaw (HS)	24
3.4 Instabilidade Saffman - Taylor (ST)	25
3.5 Controle de padrões dendríticos em célula HS-Radial	25

3.5.1	Um estudo analítico (Fluidos Imiscíveis)	25
3.5.1.1	A abordagem linear:	26
3.5.1.2	A abordagem fracamente não-linear:	27
3.6	Um modelo para controlar a instabilidade hidrodinâmica na célula HS-Radial	28
3.6.1	Modelo para a Taxa de Injeção Variável	28
3.6.2	Modelo desta dissertação	29
3.6.3	Contraste de viscosidades, $\mathbf{A}(\mu_2)$, - Sistema bifásico	31
3.6.4	Crítério da escolha do parâmetro do α	33
3.6.4.1	Cálculo do tempo, ($t = \bar{\tau}$), num regime constante ($\alpha = 0$) com gota circular	33
3.6.4.2	Cálculo do tempo, ($t = \bar{T}$), num regime variável ($\alpha \neq 0$) com gota circular	33
3.6.4.3	Controle e medida da estabilidade da interface (Parâmetro de ajuste α)	34
Capítulo 4—Resultados e Discussões		38
4.1	Crítérios estabelecidos	38
4.1.1	Propriedades dos fluidos e parâmetros constantes	39
4.2	Escoamento com Taxa de injeção constante ($\alpha = 0$)	40
4.2.1	Variação do contraste de viscosidade	40
4.2.2	Quantificação da velocidade de injeção	42
4.2.3	Quantidade de fluido injetado	44
4.2.3.1	Tempo de injeção constante ($\bar{\tau}_j$)	44
4.2.3.2	Fixação dos raios, \bar{R}_j , para os volumes a preencher	46
4.2.4	Flutuações (F) da interface para os diferentes sistemas bifásicos	46
4.3	Escoamento com Taxa de injeção variável ($\alpha \neq 0$)	47
4.3.1	Variação do contraste de viscosidade	48
4.3.2	Influência da velocidade de injeção variável	52
4.3.3	Quantidade de fluido injetado	54
4.3.3.1	Influência e escolha do tempo total de injeção, \bar{T} .	54
4.3.3.2	Raios, \bar{R}_j , para os volumes a preencher nos escoamentos	56
4.3.4	Resultados das flutuações ($F(\alpha)$) do \bar{R}_c em função do parâmetro α	57
4.3.4.1	Três (3) estágios finais da interface onde foi analisada através de: $\mathbf{A}(\mu_{vg}), \alpha, F(\alpha)$	57
4.4	Controle e medida da ausência dos fingers: perfil qualitativo e quantitativo	63
4.5	Análise da medida da ausência dos fingers no regime variável	72
4.5.1	Resultados da estabilidade da interface em função do parâmetro α_{otima}	72
Capítulo 5—Conclusões e Perspectiva		75
5.1	Conclusões	75
5.2	Perspectiva	76
Apêndices		77
Apêndice A—Script: UDF		78

A.1	Arquivo em linguagem C	78
Apêndice B—Método de Solução no ANSYS FLUENT: Revisão		79
B.1	Método dos Volumes Finitos (MVF)	79
B.2	Curvatura	80
B.3	Discretização espacial	81
B.3.1	Esquema <i>upwind</i> de primeira ordem (<i>first-order upwind</i>) e de segunda ordem (<i>second-order upwind</i>)	81
B.4	Pressure-Based Solver - PBS	82
	B.4.0.1 Baseado Pressão: Algoritmo Segregado	82
B.4.1	Equações de transporte no ANSYS FLUENT	83

Lista de Figuras

1.1	Ilustração da célula de Hele-Shaw retangular onde o fluido 2 desloca o fluido 1. Figura retirada e modificada da referência [11].	1
1.2	Ilustrações das formações de padrões dendríticos. Figuras retiradas: a) de [2] e b) de [21], respectivamente.	2
1.3	Ilustração do começo das ondulações em a) e evolução dos fingers sem ramificações em b) para célula HS-Ra. Figura retirada da referência [75].	3
1.4	Ilustração das bifurcações na pontas dos dedo viscoso em célula HS-Ra. Figura retirada da referência [76].	3
2.1	Fluido viscoso se movimentando entre duas placas paralelas. (a) Perfil de velocidades. (b) Ilustra o aparecimento de τ por causa à velocidade relativa $v_1 - v_2$. Figura retirada da referência [30].	11
2.2	Interior de um cilindro líquido. Figura retirada da referência [31].	12
2.3	Ilustração da superfície líquida. Pressão capilar. Figura retirada da referência [50].	13
2.4	As interfaces que atuam no sistema, solido-líquido-gás numa linha de contato. Figura retirada da referência [39].	15
2.5	Figura esquemática (a) antes e (b) depois do molhamento. Este caso corresponde a $S < 0$.	16
2.6	Sistema de molhabilidade, água-óleo. Figura retirada da referência [51].	16
2.7	Ângulo de contato. Figura retirada da referência [2].	17
2.8	Diagrama do balanço de forças perpendiculares ao arco PQ. Figura retirada da referência [25].	18
2.9	Superfície S onde se apresenta as componentes vetoriais da forças que atuam na interface. Figura retirada da referência [18].	19
3.1	Figura esquemática do domínio computacional.	22
3.2	Célula de Hele-Shaw. Imagens geradas no aplicativo FLUENT.	24
3.3	Função bifurcação como uma função do tempo t . Neste exemplo os pesquisadores para o modo fundamental, seu primeiro harmônico e contraste de viscosidade (ar-glicerina) usam os valores de $n = 5$, $2n = 10$ e $A = 1$, respectivamente. Figura retirada de [4].	27

- 3.4 Ilustração da interface evoluindo no tempo: a) a taxa de injeção é constante e existe um crescimento dos dedos viscosos (bifurcações primárias). Após essa fase a tendência é o aparecimento de uma bifurcação secundária, com a presença de ramificações em cada dedo formado inicialmente, e os efeitos não-lineares governam este crescimento. (b) Taxa de injeção variável, as bifurcações secundárias podem ser suprimidas devido a estabilização dos efeitos não-lineares. Figura retirada da Referência [4]. 28
- 3.5 Malha tetraédrica. Figura gerada no software MESH. 30
- 3.6 Ilustração da Função GAF: *método de curvatura*. Os cores verde e amarelo, neste exemplo, caracteriza à interface ou zona de transição que separa os dois fluidos analisados e são representados pelo cor azul [17]. Figura gerada no software ANASYS FLUENT. 30
- 3.7 Ilustração dos efeitos do contraste de viscosidade entre os dois fluidos usados nas duas simulações. De (a) para (b) com $\mu_{vg} = 0.7990 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 1.0$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.998$. De (c) para (d) com $\mu_{vg} = 0.03196 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.04$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.939$. Para a evolução destas interfaces no tempo $q(\bar{\tau}) \sim cte$. O fluido expulso, identificado pelo cor vermelho, que é empurrado pela água, identificada pela cor azul. Figura gerada no software ANSYS FLUENT. 32
- 3.8 Ilustração da influência do parâmetro α no decaimento da velocidade de injeção, $v(t)$. E $v(t)$ é dada pela Equação 3.3 onde $v_0 = 0.1 \frac{m}{s}$. Figura gerada no software Origin. 34
- 3.9 Exemplo da utilização da grandeza F para aferir quantitativamente a presença de flutuações (dedos) com relação a um padrão circular não perturbado. Em a), b) e c) com taxa de injeção constante $q(\bar{\tau}) \sim cte$, $\alpha = 0.0$ e tempo de injeção, $\bar{\tau} = 0.1 s$. Figura gerada no software Origin. 36
- 4.1 Angulo de contato, 90° . A viscosidade da glicerina é identificada pela cor vermelha e viscosidade da água, pela cor azul. Figura extraída da Referência [34]. 39
- 4.2 Ilustração para três casos de escoamentos onde se tem um alto valor do fator de redução que fica entre $0.2 \leq \delta \leq 1.0$, isto é, a variação do contraste de viscosidade é de $0.988 \leq \mathbf{A}(\mu_{vg}) \leq 1.0$, portanto, geram-se padrões dendríticos altamente complexos. Esta morfologia complexa é devida às sucessivas bifurcações secundárias. Com $q(\bar{\tau}) \sim cte$, $\alpha = 0.0$, $\bar{\tau} = 0.1 s$ e para viscosidade da água tem-se $\mu_{agua} = 0,001003 \frac{kg}{m s}$. Figuras geradas no software ANSYS FLUENT. 40
- 4.3 Ilustração de seis contrastes de viscosidade e os seus padrões dos dedos viscosos criados. Estes padrões apresentam a evolução da primeira bifurcação gerando dedos bem definidos. Os valores do fator de redução oscilam entre $0.01 \leq \delta \leq 0.06$, e por conseguinte, o contraste de viscosidade associado esta entre $0.777 \leq \mathbf{A}(\mu_{vg}) \leq 0.959$. Além disso, serão usados nesta dissertação. Cada valor de δ tem associado um valor de μ_{vg} com $q(\bar{\tau}) \sim cte$, $\alpha = 0.0$ e $\bar{\tau} = 0.1 s$. Figuras geradas no software ANSYS FLUENT. 41

- 4.4 Ilustração de quatro contrastes de viscosidade e os seus padrões dos dedos viscosos criados. Estes padrões apresentam a evolução da primeira bifurcação e a presença também de bifurcações secundárias nas pontas dos dedos. Os valores do fator de redução oscilam entre $0.07 \leq \delta \leq 0.1$, por conseguinte, o contraste de viscosidade associado esta entre $0.965 \leq \mathbf{A}(\mu_{vg}) \leq 0.975$. Além disso, serão usados nesta dissertação. Cada valor de δ tem associado um valor de μ_{vg} com $q(\bar{\tau}) \sim cte$, $\alpha = 0.0$ e $\bar{\tau} = 0.1$ s. Figuras geradas no software ANSYS FLUENT. 42
- 4.5 Ilustração da interface na célula HS-Ra evoluindo no tempo com $q(\bar{\tau}) \sim cte$ e $\alpha = 0.0$. Nota-se como a interface passa de ter um estágio estável em a para uns estágios com bifurcações primárias em b até d e, para os dois últimos estágios, e e f , eles apresentam bifurcações primárias como secundárias (divisão em suas pontas). Para (a), (b), (c), (d), (e) e (f) com $\mu_{vg} = 0.07990 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.1$, $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.975$ e $\bar{\tau} = 0.225$ s. Figura gerada no software ANSYS FLUENT. 43
- 4.6 Volume de água preenchido aproximadamente igual para a) e b) usando os dados da velocidade e tempo de injeção da Tabela 4.2. Com $\mu_{vg} = 0.07990 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.1$, $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.975$ e $q(\bar{\tau}_j) \sim cte$ e $\alpha = 0.0$. Figura gerada no ANSYS FLUENT. 45
- 4.7 Ilustração dos valores que tomam as flutuações F para cada um dos sistemas bifásicos apresentados nas Figuras 4.2 e 4.3. O Fator de redução varia entre $0.01 \leq \delta \leq 1.0$ e do contraste de viscosidade entre $0.777 \leq \mathbf{A}(\mu_{vg}) \leq 1.0$. Foi preenchido um terço do volume da célula HS-Ra. Figura gerada no software Origin. 47
- 4.8 Ilustração do caso onde o fator de redução $\delta = 1.0$ e o contraste de viscosidade toma o maior valor $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.998$. Com $\mu_{vg} = 0.7990 \frac{kg}{ms}$, $\alpha = 10.2$ e $\bar{T} = 0.732$ s. Figura gerada no software ANSYS FLUENT. 48
- 4.9 Ilustração do caso onde o fator de redução $\delta = 0.5$ e o contraste de viscosidade toma o valor $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.995$. Com $\mu_{vg} = 0.3995 \frac{kg}{ms}$, $\alpha = 5.0$ e $\bar{T} = 0.347$ s. Figura gerada no software ANSYS FLUENT. 49
- 4.10 Ilustração de quatro contrastes de viscosidade e os seus padrões dos dedos viscosos criados com $\alpha = 1.0$ e $\bar{T} = 0.138$ s. Estes valores de δ e $\mathbf{A}(\mu_{vg})$ serão usados nesta dissertação. Cada valor de δ tem associado um valor de μ_{vg} , e portanto, um valor de $\mathbf{A}(\mu_{vg})$. Figuras geradas no software ANSYS FLUENT. 50
- 4.11 Ilustração de cinco contrastes de viscosidade e os seus padrões dos dedos viscosos criados com $\alpha = 1.0$ e $\bar{T} = 0.138$ s. Estes valores de δ e $\mathbf{A}(\mu_{vg})$ serão usados nesta dissertação. Cada valor de δ tem associado um valor de μ_{vg} , e portanto, um valor de $\mathbf{A}(\mu_{vg})$. Figuras geradas no software ANSYS FLUENT. 51
- 4.12 Ilustração da velocidade de injeção média em função do raio do círculo média, \bar{R}_c , correspondente a cada estágio aonde foi medida a interface. Este valores foram obtidos através da evolução da interface mostrada na Figura 4.13 para o caso onde $\alpha = 2.5$. Da mesma forma, foi feito para o caso em onde $\alpha = 0.5$. Figura gerada no software Origin. 53

- 4.13 Ilustração dos diferentes estágio onde se mediu a evolução da interface no regime variável. Também se observa que estes estágios somente apresentam bifurcações primárias. Com $\mu_{vg} = 0.01598 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.02$, $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.882$ e $\alpha = 2.5$. Da mesma forma, as medidas para caso de $\alpha = 0.5$ foram feitas mas, tendo em conta o seu tempo associado. Figura gerada no software ANSYS FLUENT. 53
- 4.14 Ilustração do número de Re médio em a) e número Ca médio b) em função do raio do círculo médio, \bar{R}_c , correspondente a cada estágio aonde foi medida a interface. Este valores foram obtidos através da evolução da interface mostrada na Figura 4.13 para o caso onde $\alpha = 2.5$. Da mesma forma, foi feito para o caso em onde $\alpha = 0.5$. Figura gerada no software Origin. 54
- 4.15 (a) e (b) mostra o estágio final da evolução da interface no regime variável. com $\mu_{vg} = 0.01598 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.02$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.882$. Figura gerada no software ANSYS FLUENT. 55
- 4.16 Ilustração da velocidade de injeção em função do tempo de preenchimento demandado pelos escoamento feitos no Gráfico 4.15. Figura gerada no software Origin. 55
- 4.17 Ilustração de três escoamentos com taxa de injeção variável. Ademais, estes estágios finais logrou-se o controle da formação dos padrões dendríticos. Além disso, pode-se ver que nestes três escoamentos, a quantidade de água injetada correspondem aproximadamente para volumes $V_1(\bar{R}_1) = \frac{V_{HS}}{16}$, $V_2(\bar{R}_2) = \frac{V_{HS}}{9}$ e $V_3(\bar{R}_3) = \frac{V_{HS}}{4}$ onde \bar{R}_1 , \bar{R}_2 e \bar{R}_2 representam os raios e V_{HS} o volume total da célula. A viscosidade do fluido gerado é $\mu_{vg} = 0,01598 \frac{kg}{m s}$ com $\delta = 0.02$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.882$. Figuras geradas no software ANSYS FLUENT. 57
- 4.18 Ilustração das flutuações do raio do círculo, \bar{R}_c , em função do parâmetro de ajuste α , para os sistemas bifásicos apresentados na Tabela 4.8. Figura gerada no Origin. 58
- 4.19 Ilustração das flutuações do raio do círculo, \bar{R}_c , em função do parâmetro de ajuste α , para os sistemas bifásicos apresentados na Tabela 4.9. Figura gerada no Origin. 59
- 4.20 Ilustração das flutuações do raio do círculo, \bar{R}_c , em função do parâmetro de ajuste α , para os sistemas bifásicos apresentados na Tabela 4.10. Figura gerada no Origin. 60
- 4.21 Ilustração das flutuações entre I_g e a I_d para um sistema bifásico que tem viscosidade gerada com magnitude de $\mu_{vg} = 0,04794 \frac{kg}{ms}$ com $\delta = 0.06$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.959$ para o \bar{R}_{c1} analisado no primeiro estágio para a) e em b), os três estágios \bar{R}_{c1} , \bar{R}_{c2} e \bar{R}_{c3} . Figura gerada no software Origin. 63
- 4.22 Célula de Hele-Shaw radial completamente preenchida com o fluido de viscosidade $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$ (representada pelo cor vermelho), $\delta = 0.06$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.959$. Figura gerada no software ANSYS FLUENT. 64

- 4.23 Ilustração do perfil qualitativo em a), e quantitativo da interface em b): os pontos pretos são a interface gerada no escoamento e pontos vermelhos a interface ajustada, com $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.06$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.959$, $q(\bar{\tau}) \sim cte$ e $\bar{\tau} = 0.10$ s. Figuras 1 e 2 geradas nos softwares ANSYS FLUENT e Origin, respectivamente. 65
- 4.24 Ilustração do perfil qualitativo em a), e quantitativo da interface, b), os pontos pretos são a interface gerada no escoamento e pontos vermelhos a interface ajustada. $*v(\bar{T}) = v_0(1 + \alpha\bar{T}^{\frac{1}{3}})^{-1}$ com $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.06$, $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.959$ e $\bar{T} = 0.1339$ s. Figuras 1 e 2 geradas nos softwares ANSYS FLUENT e Origin, respectivamente. 66
- 4.25 Ilustração do perfil qualitativo em a), e quantitativo da interface em b), os pontos pretos são a interface gerada no escoamento e pontos vermelhos a interface ajustada. $*v(\bar{T}) = v_0(1 + \alpha\bar{T}^{\frac{1}{3}})^{-1}$ com $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.06$, $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.959$ e $\bar{T} = 0.1718$ s. Figuras 1 e 2 geradas nos softwares ANSYS FLUENT e Origin, respectivamente. 67
- 4.26 Ilustração do perfil qualitativo em a), e quantitativo da interface em b), os pontos pretos são a interface gerada no escoamento e pontos vermelhos a interface ajustada. $*v(\bar{T}) = v_0(1 + \alpha\bar{T}^{\frac{1}{3}})^{-1}$ com $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.06$, $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.959$ e $\bar{T} = 0.2587$ s. Figuras 1 e 2 geradas nos softwares ANSYS FLUENT e Origin, respectivamente. 67
- 4.27 Ilustração do perfil qualitativo em a), e quantitativo da interface em b), os pontos pretos são a interface gerada no escoamento e pontos vermelhos a interface ajustada. $*v(\bar{T}) = v_0(1 + \alpha\bar{T}^{\frac{1}{3}})^{-1}$ e com $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.06$, $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.959$ e $\bar{T} = 0.3741$ s. Figuras 1 e 2 geradas nos softwares ANSYS FLUENT e Origin, respectivamente. 68
- 4.28 Ilustração do perfil qualitativo em a), e quantitativo da interface em b), os pontos pretos são a interface gerada no escoamento e pontos vermelhos a interface ajustada. $*v(\bar{T}) = v_0(1 + \alpha\bar{T}^{\frac{1}{3}})^{-1}$ e com $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.06$, $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.959$ e $\bar{T} = 0.7318$ s. Figuras 1 e 2 geradas nos softwares ANSYS FLUENT e Origin, respectivamente. 69
- 4.29 Ilustração dos perfis qualitativos em a), c) e e). E, perfis quantitativos da interface em b), d) e f) onde os pontos pretos são a interface gerada no escoamento e pontos vermelhos a interface ajustada. $*v(\bar{T}) = v_0(1 + \alpha\bar{T}^{\frac{1}{3}})^{-1}$ e com $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.06$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.959$. Figuras 1 e 2 geradas nos softwares ANSYS FLUENT e Origin, respectivamente. 70
- 4.30 Ilustração do aparecimento do formato dendrítico devido a que $\alpha > \alpha_{optima}$, com $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.06$, $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.959$ e taxa de injeção variável. Figura gerada no software ANSYS FLUENT. 71
- 4.31 Flutuações do raio do círculo, \bar{R}_{c2} , para o caso onde viscosidade gerada $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.06$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.959$ permanecem constantes durante os escoamentos. Figura gerada no software Origin. 71
- 4.32 Diagrama da estabilidade da interface dos sistemas bifásicos ($\mathbf{A}(\mu_{vg})$) apresentados na Tabela 4.8. Figura gerada no software Origin. 73

4.33	Diagrama da estabilidade da interface dos sistemas bifásicos ($\mathbf{A}(\mu_{vg})$) apresentados na Tabela 4.9. Figura gerada no software Origin.	73
4.34	Diagrama da estabilidade da interface dos sistemas bifásicos ($\mathbf{A}(\mu_{vg})$) apresentados na Tabela 4.10. Figura gerada no software Origin.	73
4.35	Diagrama da estabilidade da interface dos sistemas bifásicos ($\mathbf{A}(\mu_{vg})$) apresentados nas Tabelas 4.8, 4.9 e 4.10. Figura gerada no software Origin.	74
B.1	Volume de controle para uma célula triangular bidimensional. Figura retirada da referência [17].	81
B.2	Avaliação do gradiente pelo método LSCB. Figura retirada da referência [17].	82
B.3	Método de Solução, Pressure-based: Algoritmo Segregado. Figura retirada da referência [5].	83

Lista de Tabelas

- 3.1 Viscosidade do fluido deslocado, o fatores de redução e os contrastes de viscosidades para os estágios apresentados nas Figuras 3.9a, 3.9b e 3.9c, círculo não perturbado e, ademais, os valores das flutuações F . 35
- 4.1 Velocidades de injeção com $\alpha = 0$ e seu número de Reynolds e número Capilar, respectivamente. O cálculo de Re^* é baseado nas dimensões da célula HS-Ra, então foi usada aproximação $D_0 \sim b$ onde D_0 é diâmetro do canal de injeção e b a espessura entre placas, $b = 0.0001 \text{ m}$ [16]. 43
- 4.2 *Tempos e velocidades diferentes* mas preenche-se a célula HS-Ra aproximadamente com volume iguais de água. *Resultados obtidos através das simulações dos escoamentos com $\mu_{vg} = 0.07990 \frac{\text{kg}}{\text{m s}}$, $\delta = 0.1$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.975$ por meio do ANSYS FLUENT. 45
- 4.3 *Tempos iguais e velocidades diferentes* onde preenche-se a célula HS-Ra com volume distintos de água. *Resultados obtidos através das simulações dos escoamentos com $\mu_{vg} = 0.07990 \frac{\text{kg}}{\text{m s}}$, $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.975$ e $\delta = 0.1$ por meio do ANSYS FLUENT. 45
- 4.4 Raios dos volumes a preencher e seus respectivos tempos de injeção. A velocidade de injeção usada é $v_0 = 0.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. 46
- 4.5 Os valores médios tanto do raio do círculo como da velocidade de injeção correspondente a cada estágio aonde foi medida a interface. Estes valores foram obtidos através da evolução da interface mostrada na Figura 4.13, para o caso de $\alpha = 2.5$. Da mesma maneira, as medidas foram feitas para caso de $\alpha = 0.5$. *Estes são os valores das condições iniciais para começar o escoamento, isto é, a célula HS-Ra contém somente a glicerina gerada (ver Figura 4.22) e $v(\bar{T} = 0.0) = v_0 = 0.1 \text{ m/s}$. Portanto, Re e Ca não dependem do tempo \bar{T} . 52
- 4.6 Tempo total para encher aproximadamente a metade da célula HS-Ra. 55
- 4.7 Volumes de água preenchidas aproximadamente iguais para os dois estágios finais apresentados na Figura 4.15. 56

- 4.8 Viscosidades geradas (μ_{vg}) que permitem criar os sistemas bifásicos com os seus respectivos fatores de redução e os respectivos contrastes de viscosidade associado e os parâmetros de ajuste α_{otima} . As flutuações de $F_{minima}(\alpha_{otima})$ do raio do círculo para o estágio da interface quando $\bar{R}_{c1} \sim \frac{1}{4}$ da célula de HS-Ra. 61
- 4.9 Viscosidades geradas (μ_{vg}) que permitem criar os sistemas bifásicos com os seus respectivos fatores de redução e os respectivos contrastes de viscosidade associado e os parâmetros de ajuste α_{otima} . As flutuações de $F_{minima}(\alpha_{otima})$ do raio do círculo para o estágio da interface quando $\bar{R}_{c2} \sim \frac{1}{3}$ da célula de HS-Ra. 62
- 4.10 Viscosidades geradas (μ_{vg}) que permitem criar os sistemas bifásicos com os seus respectivos fatores de redução e os respectivos contrastes de viscosidade associado e os parâmetros de ajuste α_{otima} . As flutuações de $F_{minima}(\alpha_{otima})$ do raio de curvatura para o estágio da interface quando $\bar{R}_{c3} \sim \frac{1}{2}$ da célula de HS-Ra. 62
- 4.11 Os diferentes valores que adquire o tempo e as flutuações do radio do círculo devido ao aumento de α . *Para este escoamento corresponde para o regime constante, $q(\bar{\tau}) \sim cte$ e para os outros escoamentos foram feitos com taxa de injeção variável, $q(\bar{T}) = av_0(1 + \alpha\bar{T}^{\frac{1}{3}})^{-1}$. 66

Introdução

1.1 MOTIVAÇÃO

No final da década dos 50, quando *Saffman e Taylor (ST)* [1] estudaram pela primeira vez o comportamento dinâmico da interface que separa dois fluidos imiscíveis num dispositivo conhecido como célula de *Hele-Shaw (HS)* retangular (ver figura 1.1), observaram quando um fluido de menor viscosidade é deslocado por um outro fluido de maior viscosidade, a interface fluido-fluido permanece estável durante o escoamento. Porém, quando o fluido de maior viscosidade é expulso pelo fluido de menor viscosidade, a interface evolui para um estágio instável. Neste estágio, a interface tem aparência de dedo pelo qual foi denominado de dedo viscoso (em

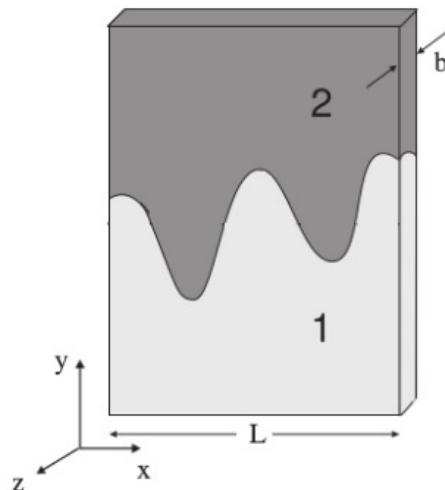
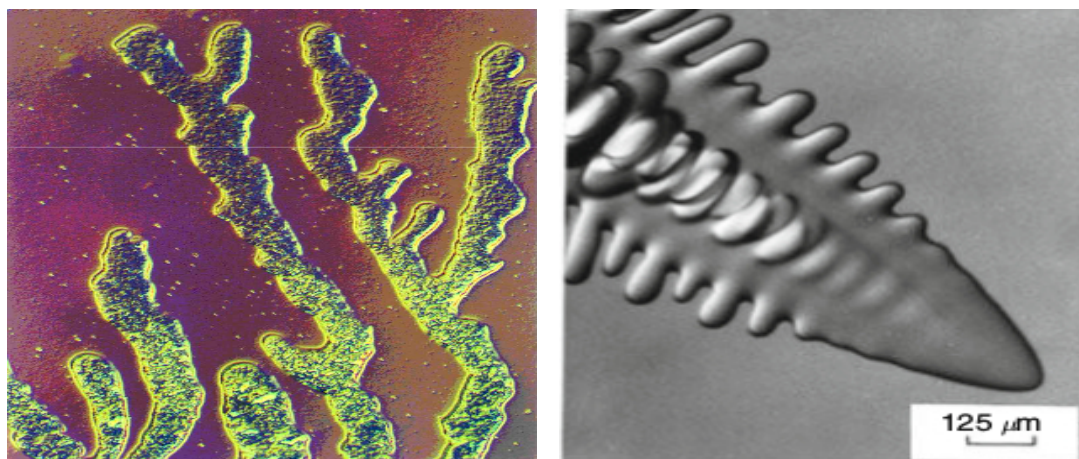


Figura 1.1 Ilustração da célula de Hele-Shaw retangular onde o fluido 2 desloca o fluido 1. Figura retirada e modificada da referência [11].

inglês, *viscous finger*). Os trabalhos nesta área de pesquisa procuram explicar, por exemplo, a dinâmica da água para o caso quando ela é injetada dentro de uma rocha que contém óleo.

Como já é conhecido, no deslocamento do óleo gera-se na interface uma morfologia dendrítica e, portanto, parte do óleo é expulso e outra parte fica retida na rocha. Esta foi a dificuldade na época da indústria petrolífera para a extração do petróleo [2]. O trabalho de *Saffman e Taylor* foi o primeiro estudo analítico com uma abordagem linear¹ da dinâmica dos dedos viscosos. A partir desse trabalho, foram desenvolvidos amplamente estudos teóricos [4, 6, 7], experimentais [8–13] e simulações computacionais [11, 14–18] que permitem investigar e compreender os processos físicos e os modelos matemáticos que descrevem a dinâmica da interface fluido-fluido. Ou seja, estes trabalhos dão conta de descrever o crescimento, morfologia e mecanismos de controle dos padrões dendríticos que se geram tanto nos processos naturais como industriais a exemplo do crescimento biológico (ver figura 1.2a) [19], crescimento de organismo filamentosos [20], princípios de solidificação em metalurgia (ver figura 1.2b) [21] e, como já foi citado, recuperação de petróleo.



(a) Crescimento biológico.

(b) Crescimento dendrítico em processo metalúrgico.

Figura 1.2 Ilustrações das formações de padrões dendríticos. Figuras retiradas: a) de [2] e b) de [21], respectivamente.

Os trabalhos realizados para caracterizar e compreender a morfologia dendrítica, normalmente tem sido feitos através de estudos analíticos com abordagem linear e fracamente não-linear [1, 4, 6, 7, 22–25], utilizando como dispositivo a célula de Hele-Shaw retangular e/ou radial. Para o caso linear, no início a interface evolui criando pequenas ondulações "*bifurcações primárias*" (ver Figura 1.3a). Em seguida, evolui para um estágio bem definido com formato de dedos, sem apresentar ramificações (ver Figura 1.3b). No caso fracamente não-linear, os fingers nas suas pontas também apresentam pequenas ondulações "*bifurcações secundárias*" que contribuem a formação dos novos fingers (ver Figura 1.4). Assim, para fazer uma abordagem linear e fracamente não-linear os pesquisadores empregam usualmente a lei de Darcy linear desta forma, pode-se descrever a velocidade média dos fluidos envolvidos no sistema analisado. A condição

¹Para desenvolver este estudo *Saffman e Taylor* usaram como base a equação de continuidade e a Lei de Darcy linear (equação empírica que governa a velocidade de um fluido num meio poroso) para deduzir a equação que descreve o movimento da interface fluido-fluido [1, 3–5].

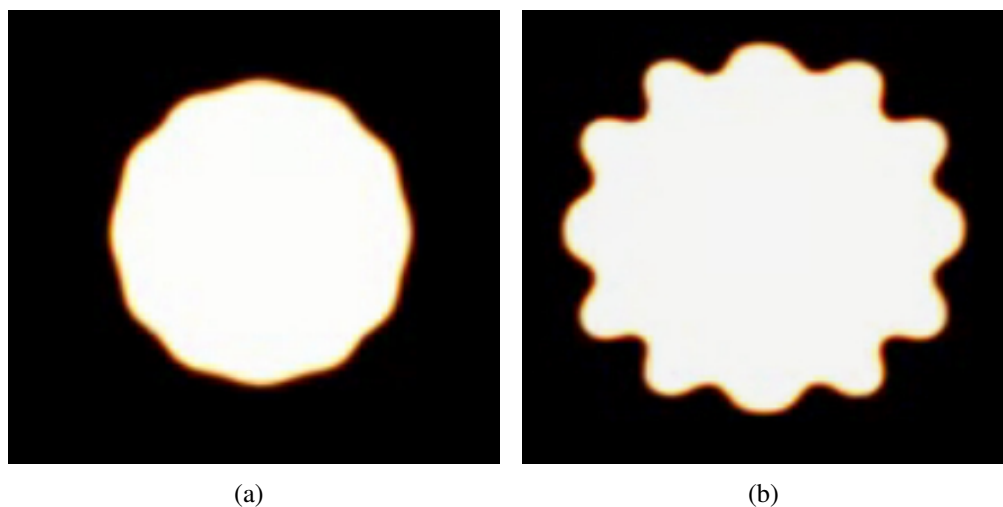


Figura 1.3 Ilustração do começo das ondulações em a) e evolução dos fingers sem ramificações em b) para célula HS-Ra. Figura retirada da referência [75].

necessária para esta abordagem é que a velocidade destes fluidos tome valores muito pequenos. Portanto, o número de Reynolds², Re , também adquire valor bem baixo ($Re \ll 1$), de forma que os termos inerciais das *equações de Navier-Stokes (NS)* possam ser negligenciados. Assim, foram desenvolvidos modelos baseados na teoria de modos acoplados [4, 22], crescimento Laplaciano [1, 12, 24], entre outros. Nestes estudos, a taxa de injeção usada é geralmente feita de maneira constante e em alguns deles a taxa de injeção é variável.

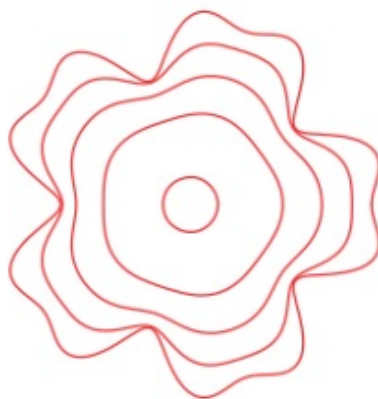


Figura 1.4 Ilustração das bifurcações na pontas dos dedo viscoso em célula HS-Ra. Figura retirada da referência [76].

Na referência [22], um estudo fracamente não-linear foi realizado com base em uma aproximação perturbativa que faz uso das amplitudes de Fourier através dos modos acoplados até segunda ordem, buscando desta forma explicar a morfologia dos dedos viscosos. Esta abordagem

²Na Seção 2.3 será explicado este adimensional com mais detalhe.

está baseada nas ideias principais da teoria perturbativa proposta por Bataille em 1968 [26] e Wilson em 1975 [27], onde eles fazem uma análise linear da interface usando uma célula Hele-Shaw radial (HS-Ra). Em 1981, Paterson [24] também fez uso da teoria perturbativa mas para estágios um pouco mais avançados da interface. Na referência [26] os autores consideram uma taxa de injeção, $q(t)$, que varia com o tempo de acordo $t^{-\frac{1}{3}}$, mas em outros trabalhos [22,24,27] os autores usaram uma taxa de injeção aproximadamente constante, $q(t) \sim cte$. Logo, pesquisas mais recentes, feitas entre os anos 1991 e 2010 [12, 28], fazendo uso da taxa de injeção variável, conseguiram descrever e ter controle das divisões dos formatos dendríticos tanto de forma experimental como computacional para períodos longos da evolução da interface. Por outro lado, na referência [4] foi realizado um *estudo analítico fracamente não-linear*, ou seja, no momento em que os efeitos não-lineares começam a aparecer. Esta abordagem está baseada na teoria de modos acoplados usada por [22], porém é considerada uma taxa de injeção variável, ${}^3Q(t) \sim t^{-\frac{1}{3}}$. Para realizar esta análise, os termos inerciais das equações de Navier-Stokes são desprezados e, por conseguinte, obtêm-se as equações que permitem entender as bifurcações e afinamentos dos padrões dos dedos viscosos (ver na Seção 3.5).

Por outro lado, solucionar as equações de Navier-Stokes mantendo os seus termos inerciais de forma analítica é de alta complexidade e, nessa situação, a abordagem requerida é baseada em soluções numéricas [29–31]. Assim, estas equações são resolvidas através de softwares de *Dinâmica de Fluidos Computacional - DFC* (ver Seção 3.2). A *DFC* é usada em várias áreas como a engenharia do meio ambiente, hidrológica, previsão do tempo, escoamentos, aerodinâmica de veículos e aviões. Então, esta ferramenta computacional permite abordar diversos tipos de problemas como a simulação de escoamentos, modelagem de desenhos industriais, biológicos, biotecnológicos, entre outros.

1.2 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA FÍSICO E OBJETIVO

Nesta dissertação, propõe-se, simular computacionalmente, usando os termos não-lineares das equações do movimento dos fluidos, os escoamentos de vários sistemas bifásicos newtonianos, estacionários, isotérmicos, onde os termos gravitacionais são negligenciados, modelado numa célula de Hele-Shaw radial, quando a taxa de injeção é variável no tempo, na forma: ${}^4q(t) = v(t)a$, com $v(t) = v_0(1 + \alpha t^{\frac{1}{3}})^{-1}$ e a é área da zona de injeção, fazendo emprego do software ANSYS FLUENT. O objetivo desta dissertação, é procurar os valores da dependência da velocidade, $v(t)$, em função do parâmetro de ajuste, α , explorando até que valor de α pode se controlar os efeitos não-lineares, e desta forma, lograr-se a estabilidade da interface fluido-fluido.

Este trabalho está limitado para uma faixa do contraste de viscosidade dos fluidos envolvidos onde nosso modelo tem validade. Cada sistema bifásico analisado gera uma configuração dendrítica que depende desta diferença das magnitudes das viscosidades [11]. Assim, a in-

³ $Q(t)$ é um parâmetro de injeção adimensional ver Equação 2.37 da referência [4].

⁴Se a fica constante a vazão, $q(t)$, depende de α , v_0 e do tempo de injeção. Portanto, conseguindo-se ter o controle dos efeitos inerciais. Ver seção 3.6.1 onde será explicado este modelo.

terface pode se deformar gerando estágios aproximadamente lineares, ou seja, com apenas umas pequenas ondulações (começo da formação dos "fingers", ou seja, bifurcações primárias), estágios fracamente não-lineares onde os dedos são bens definidos e alguns deles chegam a apresentar bifurcações em suas pontas (bifurcações secundárias), ou estágios fortemente não-lineares, onde a maioria dos dedos viscosos apresentam bifurcações em suas pontas, isto é, gera-se uma morfologia complexa devida às sucessivas bifurcações secundárias.

1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação está dividida em 4 partes:

No capítulo 2 apresenta-se uma breve revisão sobre o conceito de fluido e, em seguida, as equações de movimento dos fluidos e a classificação dos escoamentos em função dos números adimensionais que caracterizam o sistema. Por último, são apresentadas as propriedades dos fluidos: viscosidade, tensão superficial, pressão capilar, ângulo de contato, molhabilidade e raio de curvatura.

No capítulo 3 faz-se a apresentação do problema abordado neste trabalho junto com as ferramentas matemáticas e físicas usadas para caracterizar e resolver o problema. Também, explica-se brevemente o software dinâmica de Fluidos Computacional (DFC) que permite construir a geometria, a discretização e a implementação das equações de transporte sobre o domínio computacional a modelar.

No capítulo 4 são apresentados os resultados obtidos das simulações numéricas dos escoamentos para os sistemas bifásicos estudados quando é usada uma taxa de injeção constante ($q(t) \sim cte$) e variável ($q(t) \sim t^{-\frac{1}{3}}$) em função dos parâmetros e variáveis do problema. Da mesma forma, apresenta-se uma discussão dos padrões dendríticos gerados, seu controle, medida e análises dos mesmos.

No capítulo 5 são apresentadas as conclusões principais deste trabalho.

Dinâmica dos Fluidos: Revisão

Neste capítulo são discutidos o conceito de fluido, suas características, tipos de escoamentos e significado dos parâmetros adimensionais que oferecem informações sobre o regime de escoamento e as forças que atuam no sistema.

2.1 CONCEITO DE FLUIDO

O estudo da matéria exige reconhecer em que estado ela se encontra, podendo ser sólido, líquido ou gasoso. Dessa forma, a matéria pode ser encontrada em uma única fase ou coexistindo em várias fases, no mesmo meio. Como exemplo, cubos de gelo em um copo de água, a mesma substância em dois diferentes estados. A matéria encontrada na fase líquida ou gasosa é reconhecida como fluido. Sua principal distinção com relação ao estado sólido é que se deforma continuamente quando submetido a uma força externa, que pode ser uma pressão normal aplicada à sua superfície ou uma tensão de cisalhamento ao longo de sua aplicação [30].

Entretanto, a nível da estrutura molecular, enquanto os gases são compostos por moléculas amplamente espaçadas, sendo a força de coesão desprezível, as moléculas nos líquidos estão mais próximas, possuindo fortes forças de coesão intermoleculares [23]. Esta característica permite distinguir um tipo de fluido do outro. Em qualquer dos dois casos não é possível fazer uma descrição do comportamento dos fluidos, em equilíbrio ou em movimento, a partir da dinâmica individual de suas moléculas. No entanto, para caracterizar este movimento é preciso implementar a *hipótese do contínuo*. Esta hipótese possibilita fazer uso dos valores médios do movimento molecular, ou seja, das moléculas do fluido, que representam as quantidades macroscópicas de interesse [25]. Esta medida está avaliada num diferencial de volume que ainda envolve um número razoável de moléculas, para que os efeitos médios das propriedades (pressão, velocidade, etc.) dentro deste diferencial sejam constantes ou variem continuamente com o tempo. A dimensão do volume e o diferencial de volume, tem que ser pequeno em relação às dimensões físicas do sistema que se estuda, mas que deve ser grande quando comparado com a distância média entre as colisões das moléculas [5, 29, 32]. Conforme mencionado anteri-

ormente, é possível, aplicando as leis de Newton, obter as equações do movimento para um elemento de fluido, o que leva às equações apresentadas na seguinte Seção.

2.2 EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

Para um fluxo laminar estacionário, newtoniano, incompressível, sem efeito de superfície livre, em um referencial inercial [33], as leis da conservação são:

2.2.1 Equação de conservação da massa

Descreve a conservação da massa num *volume de controle* (*vc*) fixo, também é conhecida como a forma diferencial parcial da *equação de continuidade*.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = S_m. \quad (2.1)$$

O termo do lado esquerdo da Equação 2.1 constitui a *taxa de variação temporal da massa* contida no *vc* selecionado, o segundo termo representa a *vazão líquida de massa* através da superfície que limita o volume de controle. O termo S_m descreve a criação de massa devida à presença de uma fonte ou pelo *fluxo de massa* adicionado à fase contínua a partir de uma segunda fase dispersa. Esta equação é válida tanto para fluidos compressíveis como para fluidos incompressíveis [29, 34, 35].

Considerando o fluido incompressível, temos que ρ não tem dependência espacial nem temporal e, se não há termo fonte, a equação da conservação de massa resulta na equação de continuidade da forma:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0. \quad (2.2)$$

2.2.2 Equação de conservação do momento

Num sistema com referencial inercial, a equação de transporte para a *quantidade de movimento linear* para um dado *vc* é deduzida com base a segunda lei de Newton e esta estabelece que a taxa de variação temporal da quantidade do movimento do sistema é igual a soma das forças que atuam no sistema [29, 35]

$$\sum \vec{F}_{sist} = \sum \vec{F}_{conteudo\ do\ vc}. \quad (2.3)$$

Aplicando o *teorema de transporte de Reynolds*, tem-se uma expressão geral na forma:

$$\int_{vc} \rho \vec{g} dV + \int_{sc} \sigma_{ij} \cdot \vec{n} dA = \int_{vc} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) dV + \int_{sc} (\rho \vec{v}) \vec{v} \cdot \vec{n} dA, \quad (2.4)$$

onde σ_{ij} é o *tensor da tensão* utilizado para descrever devidamente as tensões de superfície para qualquer ponto do escoamento, $\rho \vec{g}$ é o peso específico e \vec{g} é aceleração da gravidade

local, \vec{v} é velocidade. Aplicando o *teorema da divergência*¹ às integrais de área da *superfície de controle* (*sc*) da Equação 2.4 e além disso, levando os termos desta equação para o lado esquerdo [29, 31, 35], obtém-se:

$$\int_{vc} \left[\frac{\partial}{\partial t}(\rho\vec{v}) + \vec{\nabla} \cdot (\rho\vec{v}\vec{v}) - \rho\vec{g} - \vec{\nabla} \cdot \sigma_{ij} \right] dV = 0. \quad (2.5)$$

Se a Equação 2.5 é válida para qualquer tamanho de volume de controle, então a equação de transporte da quantidade de movimento linear, também conhecida como *Equação de Cauchy* [35], é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\vec{v}) + \vec{\nabla} \cdot (\rho\vec{v}\vec{v}) = \rho\vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \sigma_{ij}. \quad (2.6)$$

Lembremos que, para fluidos newtonianos incompressíveis, ρ não é função do tempo, a viscosidade μ e a *taxa de deformação volumétrica* ($\nabla \cdot \vec{v} = 0$) são consideradas constantes. Assim, o tensor de tensão, σ_{ij} , da Equação 2.6 é dado por:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij}, \quad (2.7)$$

onde ε_{ij} ² é o *tensor da taxa de deformação* que pode ser expresso através de equações características que são dadas em termos do campo de velocidade, p é a pressão média e δ_{ij} é delta de Kronecker [25]. Então, desprezando as forças externas, substituindo a Equação 2.7 na Equação 2.6 e em seguida calculando a divergência, tem-se que a equação de conservação do momento num referencial inercial se reduz à equação de *Navier-Stokes* [31, 34, 35].

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} \right] = -\vec{\nabla}p + \mu\nabla^2\vec{v}. \quad (2.8)$$

O lado esquerdo da Equação 2.8 é aporte inercial do fluido. Para o lado direito, o primeiro e segundo termo representam a força devido ao gradiente de pressão e a força viscosa, respectivamente.

2.3 PARÂMETROS ADIMENSIONAIS

A mecânica dos fluidos apresenta parâmetros ou números adimensionais que são empregados como indicadores das relações entre os efeitos das diferentes forças presentes no escoamento, tais como: força de inércia, força viscosa, força de pressão, força de tensão superficial, etc. Este conjunto de forças aparece naturalmente durante o escoamento dos fluidos [29, 30] e podem ser relacionadas pelos seguintes adimensionais: Número de Reynolds (Re), Número de Weber (We) e Número Capilar (Ca), entre outros. Destacamos estes apenas porque eles são de relevância para o estudo desenvolvido nesta dissertação.

¹O Teorema da Divergência Estendido é da forma: $\int_V \vec{\nabla} \cdot G_{ij} dV = \oint_A G_{ij} \cdot \vec{n} dA$, onde G_{ij} é um tensor de segunda ordem, V um volume e A é a área da superfície que delimita e define o volume [35].

²Ver a Equação 4-27 da referência [35].

* **Número de Reynolds.** Chamado assim, em homenagem ao engenheiro inglês *Osborne Reynolds* (1842 - 1912), o *número de Reynolds*, Re , permite entender o comportamento dos fluidos newtonianos sob a ação das forças inerciais e viscosas. Para obter uma medida do Re é preciso fazer uma razão entre as forças de inércia de um elemento de fluido e os efeitos viscosos no elemento [29, 35],

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} \quad (2.9)$$

onde D é uma distância característica do sistema, ρ é a densidade, v é a velocidade, μ é a viscosidade. No caso de fluidos em canais, D simboliza o diâmetro do canal. Além disso, o Número de Reynolds facilita classificar o regime de escoamento, no caso de escoamento em um tubo circular em condições práticas (rugosidade superficial, vibrações do tubo e flutuações do escoamento) como: laminar se $Re < 2300$; transitório, se $2300 < Re < 4000$ ou turbulento se $Re > 4000$ [35]. Para o regime laminar o número Re tem relevância quando os efeitos inerciais se sobrepõe aos efeitos viscosos, ou seja, se $1 < Re^3 < 2300$. Caso contrário, ($Re \ll 1$), as forças viscosas dominam o escoamento e os efeitos inerciais são negligenciados, consequentemente a dependência do escoamento passa a ser descrito pelo Número Capilar. Assim, este parâmetro indica que o tipo de escoamento depende da relação entre as grandezas envolvidas (velocidade, viscosidade, tensão superficial, densidade), e não depende simplesmente de um valor individual delas [3, 29, 36].

* **Número de Weber.** *Moritz Weber* (1871 - 1951), engenheiro alemão, trabalhou no Instituto Politécnico de Berlim e em suas análises sobre escoamentos em filmes finos concluiu que a interface fluido-fluido⁴ é a mais estável possível quando o valor de $Re \ll 1$, isto é, os efeitos de tensão superficial dominam o escoamento. Este estudo permitiu desenvolver um indicador de relação entre a força de inércia e a força de tensão superficial no elemento de fluido, conhecido como *Número Weber*, We [29, 35, 37],

$$We = \frac{\rho v^2 l}{\sigma} \quad (2.10)$$

onde l é o comprimento do canal e σ é a tensão superficial.

* **Número Capilar.** O Número Capilar, Ca , permite comparar e quantificar os efeitos das forças viscosas e das forças capilares entre dois fluidos imiscíveis. O número Ca é determinado pela razão entre as forças viscosas e as de tensão superficial. Se o número $Re \ll 1$ os efeitos inerciais podem ser negligenciados. Neste caso, as forças capilares têm relevância e superpõe-se sobre as forças viscosas [38–40],

$$Ca = \frac{\mu v}{\sigma} \quad (2.11)$$

onde σ é a tensão superficial.

³Esta medida é baseada na análise de um fluido escoando no interior de um tubo de diâmetro D [3, 29, 35].

⁴Fluidos imiscíveis são aqueles de composição diferentes que ao juntar-se ocuparam posições distintas, isto é, não se misturam. Por exemplo, águas brancas e o ar [37].

A ordem de magnitude do número capilar está relacionada com o tipo de experiência realizada. Estudos sobre o fluxo Hele-Shaw radial ou retangular, escoamentos em meios porosos, análise de micro-fluidos, estudos dos fenômenos de molhabilidade e capilaridade de gotas, bolhas, ondas, soluções aquosas e muitos outros sistemas usam o número capilar como forma de descrever o escoamento. O valor de Ca encontra-se em faixas diferentes para experimentos distintos:

1. Para análises de micro-fluidos: $10^{-3} < Ca < 10^{-1}$ [32,39,41].
2. Fenômenos de capilaridade e molhabilidade: bolha, gotas, placas, soluções aquosas etc.: $10^{-7} \leq Ca \leq 10^{-1}$ [32,40,42].
3. Escoamentos em meios porosos: $Ca < 10^{-5}$ [3, 10, 34].
4. Fluxo de Hele-Shaw de geometrias Radial ou Retangular⁵: $10^{-6} < Ca < 10^{-1}$ [6, 7, 9, 12, 43–47].

2.4 CLASSIFICAÇÃO DE ESCOAMENTOS

O escoamento, monofásico ou multifásico, pode ser classificado pelas características físicas dos fluidos ou pelo regime de escoamento [29, 30, 35].

A classificação baseada nas características físicas tem, como situação mais simples, aquela do *Escoamento monofásico*. Lembrando que a matéria é classificada pelos estados ou fases: líquida, sólida e gasoso, e ela pode ser encontrada em uma única fase ou uma combinação. Assim, os processos de escoamentos monofásicos são aqueles que possuem uma única fase ou uma composição química homogênea (por exemplo, a água em estado líquido). E escoamentos que têm combinação de duas ou mais fases ou que entre elas geram uma ou várias interfaces bem definidas (consequência da imiscibilidade dos fluidos), são definidos como *escoamentos multifásicos*. Se o escoamento envolve só duas fases imiscíveis é dito, *escoamento bifásico*. Os escoamentos bifásicos também podem ter uma outra classificação com base nas fases envolvidas no escoamento. Geralmente na literatura encontra-se a seguinte **classificação do escoamento**: *gás-líquido*, *líquido-sólido*, *gás-sólido*, *líquido-líquido* e *multifásico*. No caso do escoamento gás-líquido, aquele que acontece quando um gás desloca-se dentro de um líquido, tem-se que levar em conta a estrutura da interface e a distribuição espacial das fases. O escoamento líquido-sólido é gerado quando a fase fluida escoar em espaços confinados (canais, meios porosos) ou sobre a fase sólida [34, 48, 49].

Para a classificação baseada no regime de escoamento, no caso mais simples, está o escoamento *estacionário* ou *permanente*. Este tipo de escoamento surge quando as propriedades dos fluidos como a densidade, velocidade, pressão, etc., em cada ponto não variam com o decorrer do tempo. Do contrário, são conhecidos como *não permanente* ou *transientes* [30]. Este é o caso do escoamento de tipo *laminar*, onde se pode pensar o fluido como um sistema composto

⁵Em algumas experiências os dispositivos foram modificados para obter melhores resultados.

de finas camadas adjacentes, deslocando umas sobre as outras, em um movimento ordenado. Além disso, o escoamento laminar é caracterizado por ter unicamente troca de quantidade de movimento ou "de momento linear". No caso extremo encontramos o *escoamento turbulento*, as partículas movimentam-se de forma aleatória, e apresentam flutuações em suas velocidades. Onde, estas velocidades têm componentes transversais ao movimento geral do conjunto do fluido. Entre estas duas situações podemos encontrar também situações nas quais o escoamento varia com relação ao tempo e a posição no espaço de forma periódica [5, 29, 35].

2.5 PRINCIPAIS PROPRIEDADES DOS FLUIDOS

2.5.1 Viscosidade

Viscosidade é uma propriedade intrínseca dos fluidos que dificulta seu escoamento e fornece a taxa de deformação quando este é submetido à forças tangenciais, F_t . *Newton* em suas análises encontrou que esta taxa de deformação $\frac{dv}{dy}$ é diretamente proporcional à tensão de cisalhamento τ , designando-a como viscosidade. Fluidos que cumprem esta relação são denominados *newtonianos* [30]. Logo, a relação é dada por,

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}, \quad (2.12)$$

onde μ é a constante de proporcionalidade, denominada *coeficiente de viscosidade dinâmica ou absoluta* com unidades de $\frac{kg}{ms}$ [5, 29, 34].

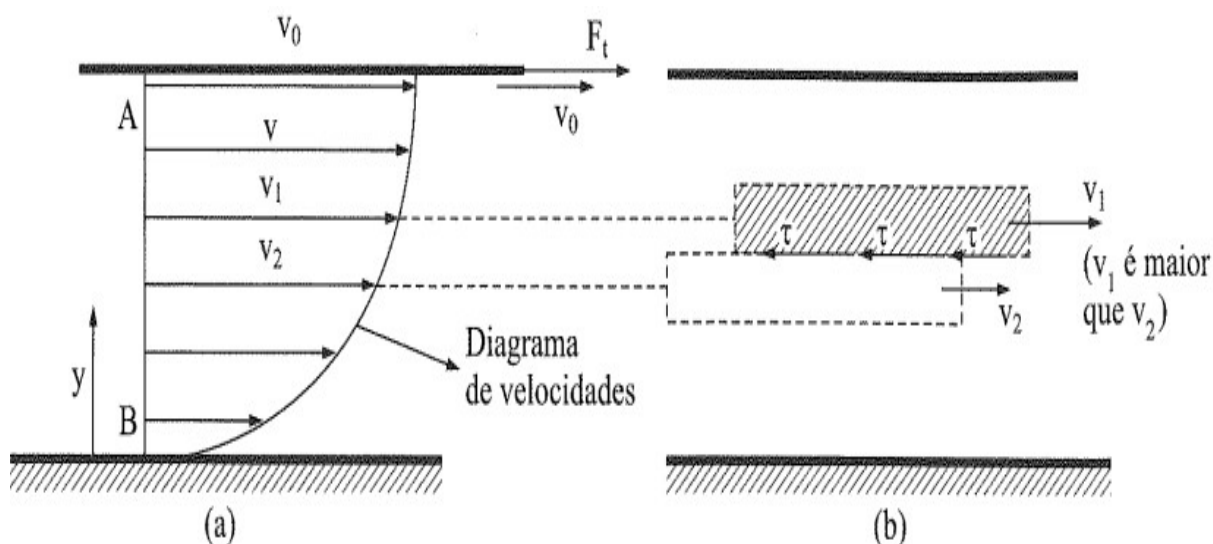


Figura 2.1 Fluido viscoso se movimentando entre duas placas paralelas. (a) Perfil de velocidades. (b) Ilustra o aparecimento de τ por causa à velocidade relativa $v_1 - v_2$. Figura retirada da referência [30].

Como exemplo pode-se pensar na experiência apresentada na Figura 2.1, onde se observa um

fluido entre duas placas paralelas⁶. A placa inferior é mantida estática, enquanto a placa superior é movimentada pela força F_t , e esta continuará movendo-se com velocidade v_0 , devido às forças internas, F_i , ao fluido. Portanto, as forças do tipo F_i obedecem ao princípio de aderência⁷. Assim, a camada do fluido mais próxima da placa superior se movimenta com velocidade v_0 , a camada mais próxima da placa inferior tem velocidade $v = 0$, e a camada que fica no centro da região entre as placas move-se com velocidade relativa, favorecendo o início da formação de tensões de cisalhamento, como mostrado na Figura 2.1b. Deste modo, observa-se que surge um gradiente de velocidades no escoamento entre as placas [29, 30].

2.5.2 Tensão Superficial

Um fluido, na presença de outro fluido (gás ou líquido, imiscíveis) não pode se mover livremente porque se cria uma interface com o outro fluido, devido à existência de forças de atração superficiais. Esta tensão resulta da interação atrativa entre as moléculas que estão próximas à superfície, é de caráter macroscópica, e é conhecida como tensão superficial (denominada por σ com unidades de $\frac{N}{m}$). A tensão superficial é uma característica ligada às propriedades dos fluidos envolvidos e de sua temperatura, agindo⁸ para balancear a força radialmente para o interior com a força do gradiente de pressão radial para o exterior em toda a superfície [29, 31, 34].

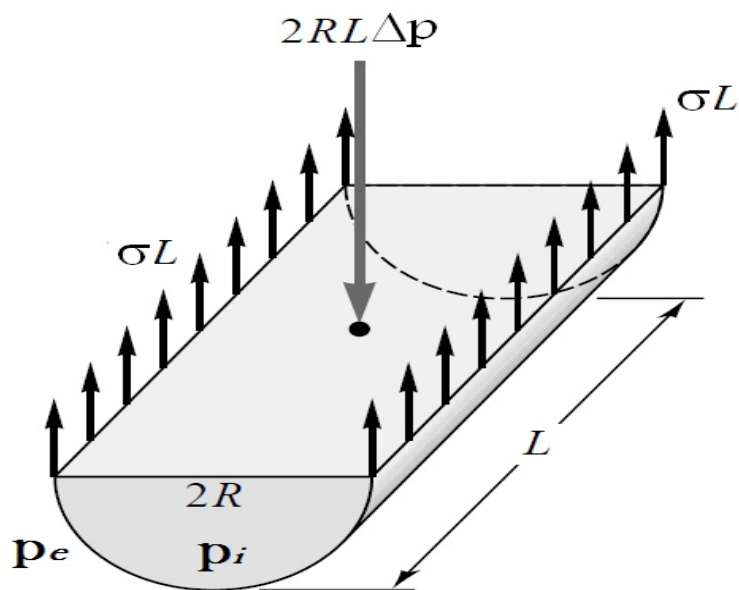


Figura 2.2 Interior de um cilindro líquido. Figura retirada da referência [31].

Na Figura 2.2, ilustra-se como atua σ num cilindro líquido, com raio R , comprimento L ,

⁶No começo da experiência as duas placas ficam imóveis.

⁷Usualmente, esta aderência é referida como a condição de não escorregamento [29].

⁸Efeito mecânico que surge pela interação entre as moléculas no interior como no exterior que compõem o fluido [31, 35].

imerso no ar. O balanço das forças no cilindro indica que a pressão interna, p_i , é mais elevada na parte côncava, que a pressão externa, p_e , na parte convexa, caso contrário seu volume decresce. Por conseguinte a diferença de pressão é dada por $\Delta p = p_i - p_e$. Logo, para que exista o equilíbrio da pressão que atua sobre uma área de $2RL$ do cilindro e este conserve sua forma, precisa-se desenvolver uma força devida a tensão superficial $2\sigma L$, gerando o balanço das forças [29, 31, 34]. Assim,

$$\Delta p = p_i - p_e = \frac{\sigma}{R}. \quad (2.13)$$

Os efeitos da tensão superficial sobre os escoamentos fluido-fluido podem ser negligenciados quando o Número capilar $Ca \gg 1$, e o Número Weber $We \gg 1$ [17].

2.5.3 Pressão Capilar

A propriedade fundamental das superfícies líquidas é que elas tendem a reduzir-se à menor área possível. Esta explicação foi introduzida pela primeira vez pelo *Físico Belga, Joseph-Antoine F. Plateau, 1873*. Ele propôs que a curvatura da superfície dos líquidos, negligenciando o efeito da gravidade, é dada pela relação $R_1^{-1} + R_2^{-1} = constante$, onde R_1 e R_2 são os raios de curvatura. Este é um fato geométrico para o qual a relação de Plateau comporta-se como a superfície de área mínima [50]. Os estudos sugerem que existe uma energia livre associada ao equilíbrio mecânico da interface, fornecida pela tensão interfacial [39, 50]. Em geral, a superfície líquida

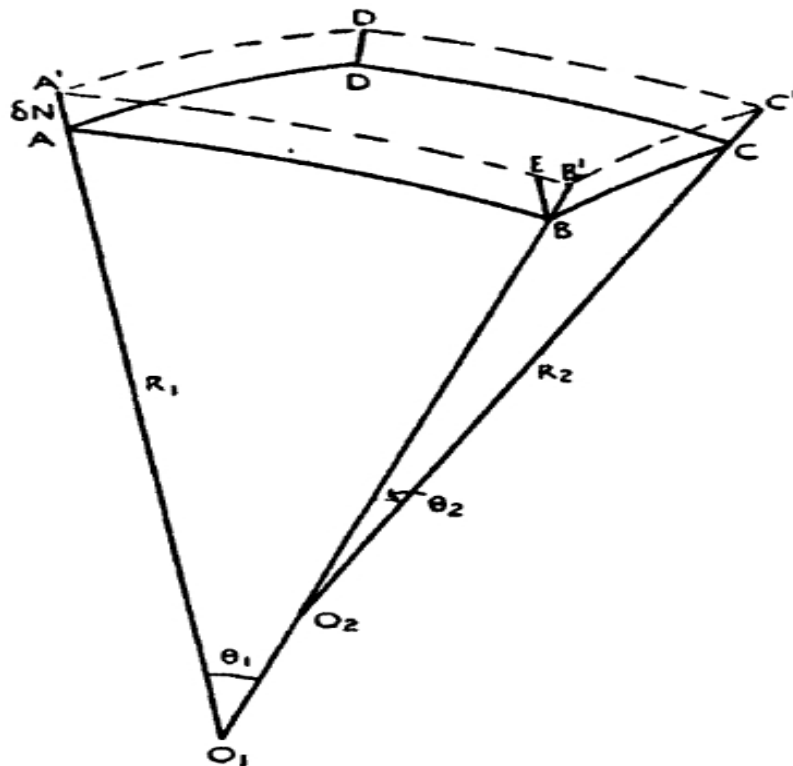


Figura 2.3 Ilustração da superfície líquida. Pressão capilar. Figura retirada da referência [50].

curva-se (torna-se côncava) quando a pressão interna, p_1 , é maior do que a pressão externa, p_2 . Esta forma curva pode ser relacionada com a tensão superficial e sua curvatura. A superfície curva sofre um deslocamento de área, paralelamente a ela mesma, (ver Figura 2.3), produzindo um incremento na sua superfície que a movimenta para o lado convexo, gerando um retângulo curvilíneo. Portanto, para que esse incremento de área possa acontecer, deve-se realizar trabalho e este é proporcional à diferença de pressão.

Como pode-se ver na Figura 2.3, $ABCD$ é um segmento interfacial da superfície líquida. No entanto, acrescenta-se agora um elemento δn paralelo à área, desde a parte côncava, a partir da área original $ABCD$ até a posição deslocada em $A'B'C'D'$. As normais para A e B encontram-se em O_1 , para B e C em O_2 . O raio de curvatura para o arco \widehat{AB} é R_1 e para o arco \widehat{BC} é R_2 . O ângulo AO_1B é $\frac{\widehat{AB}}{R_1}$ e BO_2C é $\frac{\widehat{BC}}{R_2}$, em rad.

O elemento de área da superfície líquida após o descolamento, δn , é dado por:

$$\left(\widehat{AB} + \frac{\widehat{AB}}{R_1} \delta n \right) \left(\widehat{BC} + \frac{\widehat{BC}}{R_2} \delta n \right) \quad (2.14)$$

$$\widehat{AB} \widehat{BC} \left(1 + \frac{\delta n}{R_1} + \frac{\delta n}{R_2} + \frac{\delta n^2}{R_1 R_2} \right) \quad (2.15)$$

negligenciando o termo de segunda ordem, obtém-se:

$$\widehat{AB} \widehat{BC} \left(1 + \frac{\delta n}{R_1} + \frac{\delta n}{R_2} \right). \quad (2.16)$$

O *trabalho* feito para expandir a área numa expansão isotérmica contra a energia livre da superfície ou tensão superficial, σ , é portanto,

$$\sigma \widehat{AB} \widehat{BC} \delta n \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (2.17)$$

Se a pressão sobre a parte côncava é p_1 e na parte convexa é p_2 , o *trabalho* isotérmico feito para o incremento de um δn é dado por,

$$(p_1 - p_2) \delta n \widehat{AB} \widehat{BC}. \quad (2.18)$$

Como as Equações 2.17 e 2.18 são os trabalhos envolvidos na expansão isotérmica deste segmento de área, estas duas relações podem ser igualadas, obtendo-se

$$P_c = (p_1 - p_2) = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (2.19)$$

onde a pressão Capilar é definida por P_c [2, 39, 50].

2.5.4 Molhabilidade

Se dois fluidos imiscíveis são colocados juntos sobre uma superfície sólida, a tendência é que uma das fases líquidas irá se espalhar ou aderir à superfície na presença da outra fase [51, 52]. Este tipo de fenômeno gera uma configuração das interfaces fluidos-sólido, conforme ilustrado na Figura 2.4, que apresenta uma relação entre as tensões interfaciais ou 'energia de superfície'⁹ e o ângulo de contato θ . Estas grandezas permitem definir a *molhabilidade de uma superfície* por meio do *parâmetro de espalhamento* S ¹⁰

$$S = \sigma_{SG} - (\sigma_{SL} + \sigma_{LG})^{11}, \quad (2.20)$$

onde S está indicando que o sistema fica em equilíbrio mecânico e σ_{SG} , σ_{SL} e σ_{LG} são as tensões interfaciais sólido-gás, sólido-líquido e líquido-gás, respectivamente [39, 42, 52–55].

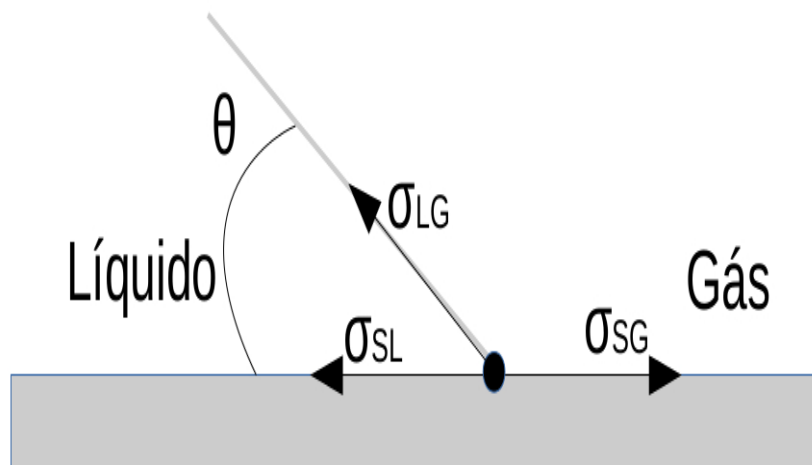


Figura 2.4 As interfaces que atuam no sistema, sólido-líquido-gás numa linha de contato. Figura retirada da referência [39].

O *parâmetro de espalhamento* S faz uma comparação da energia da superfície formada por sólido-gás, σ_{SG} , com a energia que ganha a superfície quando é coberta por um fluido, $\sigma_{SL} + \sigma_{LG}$, (ver Figura 2.4). Portanto, S mede a diferença entre a energia interfacial (por unidade de área) da superfície, quando ela fica seca e logo quando ela é molhada (ver o Gráfico 2.5). Além disso, S possibilita definir dois tipos de molhabilidade. Se $S > 0$, temos o caso de *molhabilidade total*, quando o fluido, espalha-se completamente sobre a superfície. Se $S < 0$, temos a *molhabilidade parcial* quando o fluido, ao invés de se espalhar, adota a forma que minimiza o contato com a superfície [39, 42, 53].

⁹É a energia que deve ser fornecida para acrescentar a área superficial por uma unidade [39, 42, 50].

¹⁰Spreading parameter, em inglês.

¹¹Ao fazer o cálculo do trabalho, δW , que precisa-se para movimentar a linha de contato, σ_{LG} da Figura 2.4, num δx , pode-se obter mesmo resultado do ângulo de contato da Equação 2.22. Se $\delta W = 0$ para o equilíbrio. Este é conhecido como o modelo de Wenzarl [39, 42].

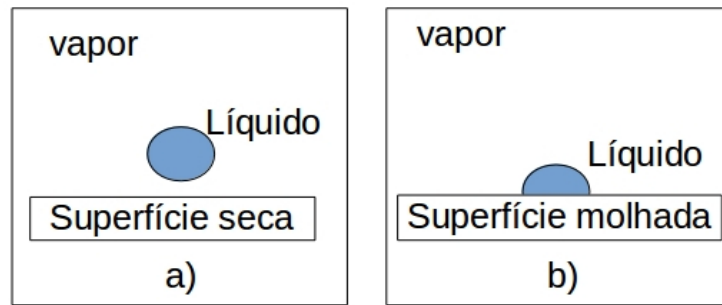


Figura 2.5 Figura esquemática (a) antes e (b) depois do molhamento. Este caso corresponde a $S < 0$.

A *molhabilidade* calculada de forma quantitativa pode ser agrupada em três categorias em relação ao ângulo de contato, de acordo com a Equação 2.22, e apresentado na Figura 2.6 para as duas fases líquidas, água e óleo. O ângulo θ é medido com respeito a fase da água num intervalo de $0^\circ - 180^\circ$ [3, 51]. Observa-se que:

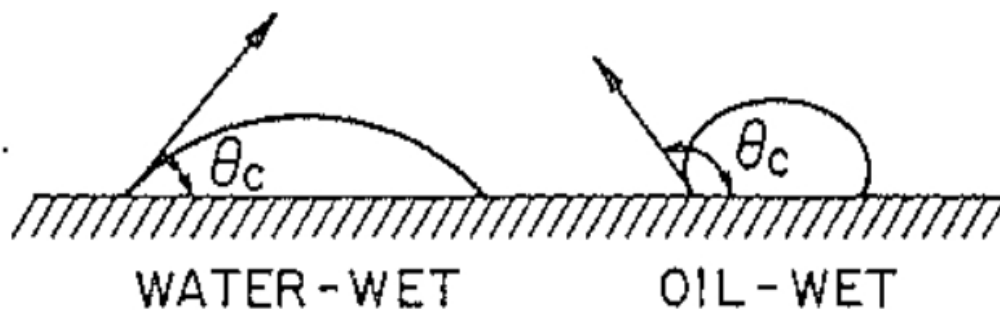


Figura 2.6 Sistema de molhabilidade, água-óleo. Figura retirada da referência [51].

1. O sistema indica condições de água-molhante, se $\theta < 90^\circ$,
2. O sistema indica condições iguais de molhabilidade (neutro) para água ou óleo $\theta = 90^\circ$,
3. O sistema indica condições de óleo-molhante, se $\theta > 90^\circ$.

Para efeitos de estudo reais, a literatura também define limites qualitativos da seguinte forma [34, 51, 56]:

1. Água-molhante, se θ estiver entre $0^\circ - 80^\circ$,
2. Intermediário, se θ estiver entre $80^\circ - 100^\circ$,
3. Óleo-molhante, se θ estiver entre $100^\circ - 180^\circ$.

2.5.5 Ângulo de Contato

Este ângulo é um parâmetro que permite observar e avaliar quanto um fluido molha uma superfície sólida. O ângulo de contato, θ , é formado entre a superfície sólida e a interface líquida¹², sendo este função dos valores relativos das tensões interfaciais entre as fases do sistema, como se ilustra na Figura 2.7 [3, 52, 54]. Assim, analisando o equilíbrio mecânico destas tensões interfaciais atuando sobre a linha de contato, pode-se obter a relação de *Young* [39, 53, 55]

$$\sigma_{ao} \cos \theta = \sigma_{so} - \sigma_{sa}. \quad (2.21)$$

O ângulo de contato, θ , é descrito em termos da Equação 2.21 da forma

$$\cos \theta = \frac{\sigma_{so} - \sigma_{sa}}{\sigma_{ao}}. \quad (2.22)$$

A *tensão de adesão*, γ , é definida como a diferença entre as tensões interfaciais sólido-óleo,

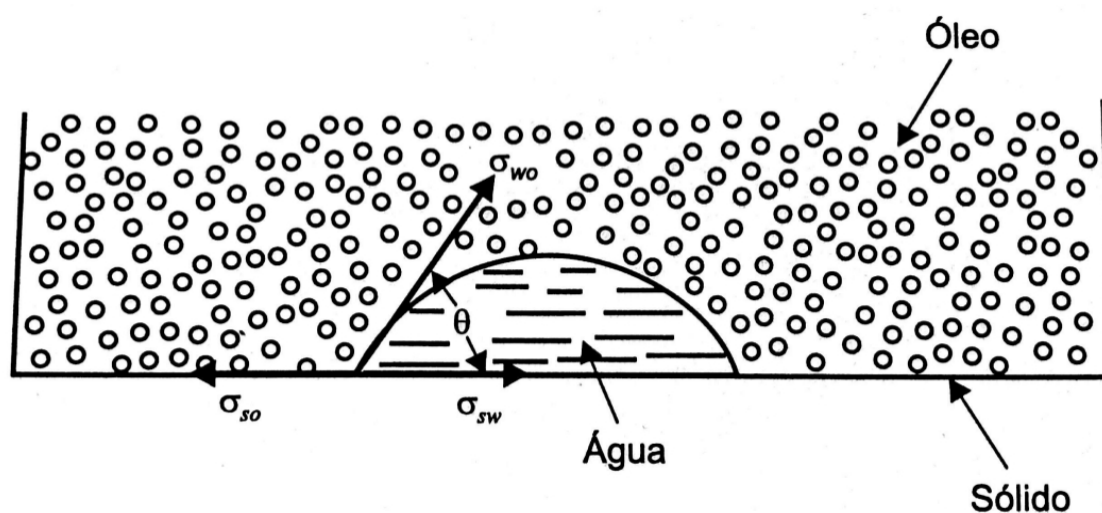


Figura 2.7 Ângulo de contato. Figura retirada da referência [2].

σ_{so} , e sólido-água, σ_{sa} [3], logo

$$\gamma = \sigma_{so} - \sigma_{sa} = \sigma_{ao} \cos \theta. \quad (2.23)$$

2.5.6 Raio de Curvatura

Como já foi discutido anteriormente, um fluido é a matéria que está em fase líquida ou gasosa. Este fato se deve às propriedades físicas que caracterizam, por exemplo, tensão superficial, viscosidade, forças de adesão e coesão, molhabilidade, pressão capilar, etc. Além disso, é

¹²Num sistema óleo-água-superfície, (ver Figura 2.7), por convenção a água é usada como ponto de referência para medir o θ .

conhecido que se um fluido escoar sobre ou no interior de um meio, sem considerar a geometria, a sua superfície líquida sofre deformações pequenas, se o fluxo é laminar. Essas ondulações, ou "deformações", também podem ser estudadas através da sua curvatura [18].

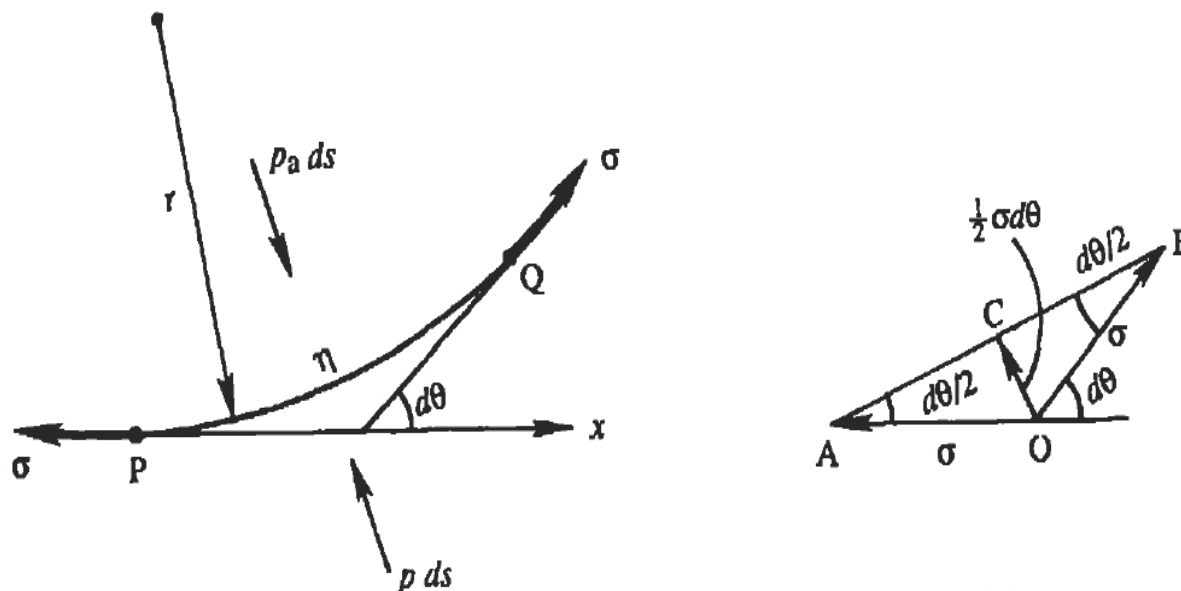


Figura 2.8 Diagrama do balanço de forças perpendiculares ao arco PQ. Figura retirada da referência [25].

A curvatura é definida como uma função que mede a inclinação da curva quando o vetor unitário tangente à curva muda ao longo dela, isto é, quanto a curva deixa de ser uma linha reta. A função da curvatura, κ , é especificada pela primeira relação de Frenet, $T'(s) = \kappa(s)N(s)$ ¹³, onde $T'(s)$ é o vetor de curvatura e $N(s)$ vetor normal unitário. Estes vetores estão parametrizadas pelo comprimento de arco (s). [57–59].

O parâmetro de maior influência na formação da curvatura na superfície líquida é a tensão superficial. Diferentes estudos permitem deduzir relações que dão conta da *curvatura* em função da tensão superficial, σ , e a diferença de pressão, Δp . Então, a tensão superficial foi definida na Seção 2.5.2, por: $\Delta p = \frac{\sigma}{R}$, e κ está relacionada com o seu raio de curvatura, R [25, 29, 31, 32]. Uma abordagem feita em [25] mostra, a partir das análises das forças do sistema¹⁴, (observar à

¹³Seja α uma curva plana, contida no intervalo, I , de \mathbb{R}^2 e parametrizada pelo comprimento de arco e $\{T(s), N(s)\}$ é o referencial de Frenet de α , onde $T(s) = (x'(s), y'(s))$ é vetor tangente unitário e $N(s) = (-y'(s), x'(s))$ é o vetor normal unitário à curva α , respetivamente. Por outro lado, se $\|T\| = 1$, $T'(s) \perp N(s)$ e para cada $s \in I$ então, $T(s) \parallel N(s)$, existe uma função κ , tal que: $T'(s) = \kappa(s)N(s)$. Como exemplo, seja $y = f(s)$ uma curva plana, parametrizada da forma $\alpha(s) = (s, f(s))$, implicando que a equação da curvatura, é dada por $\kappa = y'' / (1 + y'^2)^{3/2}$ [57–59].

¹⁴Com base à ilustração da direita na Figura 2.8 e as forças para P e Q que são representadas pelos segmentos \overline{OA} e \overline{OB} , respetivamente. Obtém-se: $-p_a ds + p ds + \sigma d\theta = 0$ [25].

esquerda na Figura 2.8), este estudo também possibilitaram fornecer uma relação da curvatura, κ , e as grandezas σ , Δp e $\frac{1}{r} = \frac{d\theta}{ds}$ [60], assim

$$p_a - p = \sigma \frac{d\theta}{ds} = \frac{\sigma}{r}. \quad (2.24)$$

Então pode-se ter a curvatura κ de $\eta(x)$ da forma,

$$\kappa = \frac{1}{r} = \frac{\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}}{\sqrt{(1 + (\frac{\partial \eta}{\partial x})^2)^3}}. \quad (2.25)$$

onde $\eta(x)$ é a perturbação do deslocamento da superfície livre do líquido. A pesquisa feita em [18] desenvolveu um método teórico, chamado modelo de força superficial contínua (CSF)¹⁵, que permite avaliar as formas topológicas da interface fluido-fluido. Este modelo baseia-se numa tensão superficial contínua na interface (zona de transição). Deste modo, já não é necessário utilizar as condições de contorno para avaliar a interface. O modelo CSF adiciona um

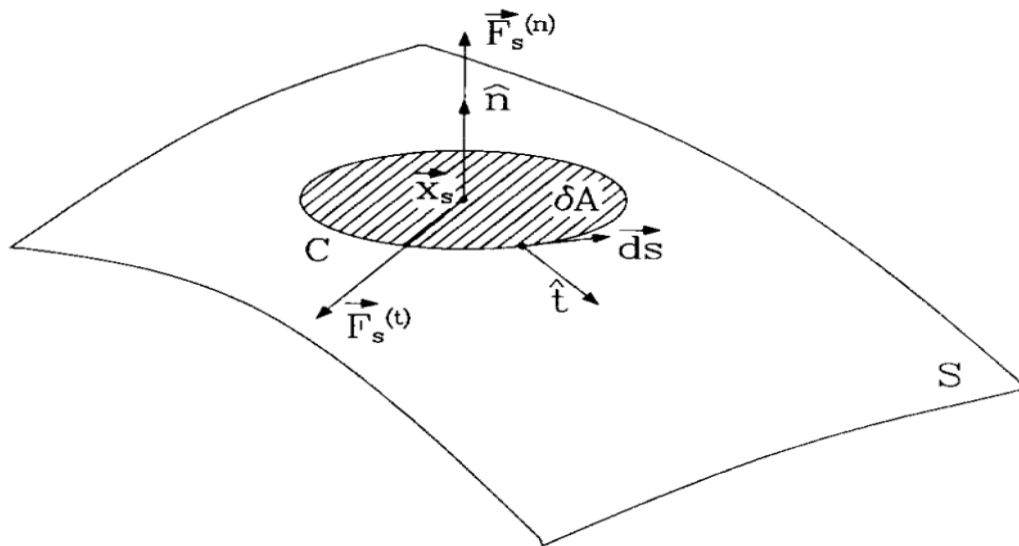


Figura 2.9 Superfície S onde se apresenta as componentes vetoriais das forças que atuam na interface. Figura retirada da referência [18].

termo fonte, deduzido através da força superficial por unidade de área interfacial, à equação de momentum. A origem do *termo fonte* foi conseguida considerando a tensão superficial constante ao longo da superfície que a liga à região de transição, e onde somente as forças normais à interface são consideradas (ver Figura 2.9). Uma forma de demonstrar a validade do *termo fonte* é quando se avalia a diferença de pressão de uma superfície líquida que está em presença de um outro fluido, por exemplo: água e ar. Lembrando que, de acordo com a Equação 2.19 de capilaridade vista na Seção 2.5.3, $P_c = (p_1 - p_2) = \sigma (R_1^{-1} + R_2^{-1})$, $p_1 - p_2$ mede a queda

¹⁵Continuum surface force, CSF, abreviatura em inglês.

de pressão através da superfície, ou seja, a zona da interface que separa os dois fluidos. Esta queda de pressão é devida ao coeficiente da tensão superficial, σ , e a curvatura das superfícies (R_1^{-1} e R_2^{-1}), em direções ortogonais [17, 18].

A curvatura κ que o modelo CSF desenvolveu é calculada com base em análises da Figura 2.9, assim:

$$\kappa = -(\nabla \cdot \hat{n}), \quad (2.26)$$

onde \hat{n} é a unidade normal à superfície,

$$\hat{n} = \frac{n}{|n|}, \quad (2.27)$$

onde n é escrito pelo gradiente da função característica "suavizada", $\tilde{c}(x)$ ¹⁶, que descreve à zona de transição,

$$n = \nabla \tilde{c}(x). \quad (2.28)$$

¹⁶ $\tilde{c}(x)$ é definida mediante a função cor dada por $c(x) = \{c_1 \rightarrow \text{fluido1}; c_2 \rightarrow \text{fluido2}; \langle c \rangle = (c_1 + c_2)/2 \rightarrow \text{interface}\}$, que representa as propriedades física dos fluidos, por exemplo: a densidade, viscosidade, etc. Além disso, ela é usada para predizer o movimento da interface [18].

Formulação do problema e metodologia

Neste capítulo apresentamos a formulação do problema abordado nesta dissertação bem como a metodologia utilizada para a obtenção dos resultados. Começamos mostrando o problema colocado neste trabalho. Seguidamente, vamos fazer uma breve abordagem da teoria da dinâmica dos fluidos computacionais (DFC). Após, será discutida a instabilidade de Saffman-Taylor e uma teoria analítica fracamente não-linear de modos acoplados, que permitem explicar a instabilidade hidrodinâmica da interface fluido-fluido através de um sistema bifásico na célula de Hele-Shaw radial (HS-ra). Finalmente, descreve-se a metodologia que será usada nesta dissertação para caracterizar a supressão das instabilidades da interface.

3.1 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Conforme antecipado na Introdução, o problema apresentado neste trabalho é comprovar numericamente, usando os termos não lineares das equações do movimento dos fluidos, que é possível se estabelecer o controle na instabilidade da interface fluido-fluido numa célula Hele-Shaw radial variando a taxa de injeção, quando o tempo escala com potência aproximada ($t^{-\frac{1}{3}}$). O trabalho foi realizado utilizando um pacote de dinâmica dos fluidos computacional (DFC - ANSYS FLUENT) para um escoamento estacionário, isotérmico e negligenciando os termos gravitacionais.

Opta-se por usar a DFC, já que este software permite resolver aproximadamente as equações de Navier-Stokes considerando os seus termos inercias. E além disso, possibilita fazer a análise qualitativa e quantitativa do crescimento e das bifurcações dos dedos viscosos.

3.2 DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL (DFC)

A *dinâmica dos fluidos computacional* (Em inglês Computational Fluid Dynamics - CFD) é uma área de estudo dedicada a procurar soluções para problemas que envolvem escoamentos

de fluidos, que podem ter ou não transferência de calor ou de massa, através do uso de computadores. Os softwares empregados nestas computadores estão constituídos por sofisticadas técnicas matemáticas e numéricas, que permitem obter soluções numéricas das equações diferenciais da hidrodinâmica. Os resultados obtidos das grandezas físicas como os campos de velocidade, pressão e temperatura, possibilitam a quantificação, interpretação e visualização dos fenômenos físicos [34, 35, 61].

A DFC é agora uma das principais ferramentas de simulação numérica usadas para a abordagem de problemas em dinâmica dos fluidos. Mas as simulações numéricas da DFC precisam ser comparados com os resultados teóricos (soluções analíticas) ou experimentais, ou em algumas situações os dois, que são obtidos dos modelos da dinâmica dos fluidos. Só assim os resultados destas simulações podem ser assumidas como corretas. Desta forma, as três técnicas de abordagem complementam-se para validar resultados. Além disso, os códigos DFC necessitam de informação tanto dos modelos usados quanto dos dados de entrada, por exemplo: escolha do domínio computacional, construção da malha, dos métodos de solução e parâmetros numéricos, condições de contorno, especificação do regime de escoamento, propriedades dos fluidos, etc. Portanto, se estas informações são inseridas de forma errada, pode-se obter resultados qualitativos irreais. A análise através da DFC diminui o custo e a dificuldade para obter soluções que antigamente demandavam muito tempo nas resoluções analíticas ou até eram impossível de realizar experimentalmente nos laboratórios [5, 35, 62].

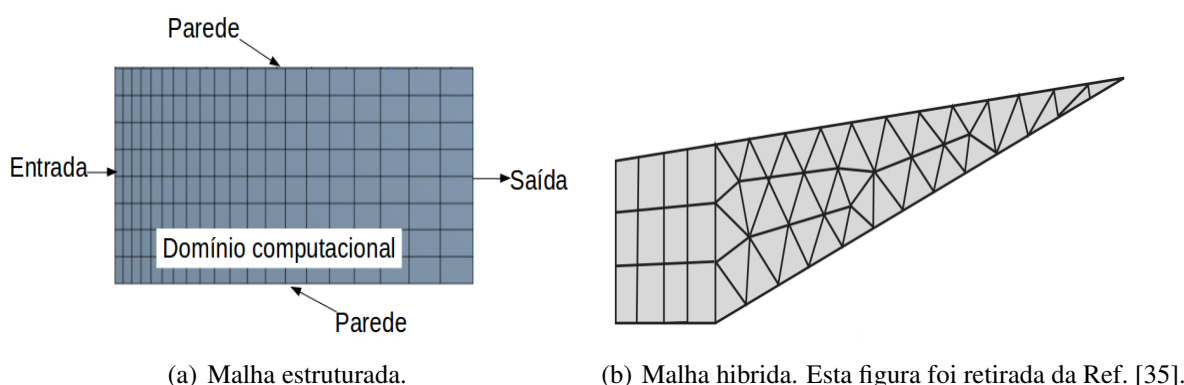


Figura 3.1 Figura esquemática do domínio computacional.

Para desenvolver uma metodologia através da DFC em problemas de hidrodinâmica, deve-se procurar representar detalhadamente o domínio computacional da geometria usada no procedimento experimental. Em seguida, é gerada uma malha que é responsável da discretização do domínio. Ela divide-o em pequenos *volumes de controle -vc* (correspondendo ao volume de uma pequena região do espaço através do qual o fluido pode escoar [29]), onde são resolvidas separadamente as equações e obtidas as suas soluções. A qualidade da solução da DFC depende da qualidade da malha. A maior discretização da região leva a uma maior precisão nos resultados, mas isto também implica que o tempo de simulação é incrementado. Porém, nem sempre uma malha muito fina implica necessariamente em uma malha melhor para o problema que está sendo atacado. Assim, uma forma de delimitar o refinamento da malha é buscar soluções numéricas independentes da malha. Por exemplo, criar uma malha com menor quantidade de nós

e realizar os cálculos. Se estes novos resultados são aproximadamente iguais comparados com resultados obtidos com a malha original, diz-se, que a solução é independente da malha. Em seguida, seleciona os algoritmos de solução, propriedades dos fluidos, condições de contorno como superfícies sólidas (paredes), de entrada e saída do fluxo entre outras (ver a Figura 3.1a). Também é importante monitorar a convergência das soluções das equações através dos resíduos depois de cada iteração. Em algumas simulações numéricas da DFC, os resíduos podem se estabilizar para valores próximos de 10^{-3} . Porém, quanto menor seja o resíduo, melhor é a convergência das soluções [5, 34, 35, 62].

A DFC permite substituir as equações da fluidodinâmica por um conjunto de equações algébricas, obtidas por meio da discretização descrita acima, para conseguir soluções aproximadas do domínio computacional. Os métodos para gerar malha ou discretizar usados pela DFC, são: método das diferenças finitas (MDF), método de elementos finitos (MEF), método do elemento de fronteira (MEF) e método dos volumes finitos (MVF). O trabalho desenvolvido nesta dissertação fez uso do pacote FLUENT da companhia ANSYS Inc., e este código funciona com base ao MVF. No Apêndice B é brevemente discutido o MVF [5, 35].

3.2.1 O Funcionamento do Pacote DFC

O software da DFC tem funções que determinam a interação entre o usuário e a interface gráfica. Este ambiente gráfico permite inserir os parâmetros do problema e em seguida examinar os resultados. Em vista disso, os códigos da DFC são estruturados com três características ou passos principais: pré-processador, a DFC solver e um pós-processador [5, 61].

3.2.1.1 Pré-processador: Este é o primeiro dos passos para definição e criação do domínio computacional onde os cálculos serão feitos. Além disso, aqui o usuário insere os dados de entrada do problema [5]. A interface do código *ANSYS FLUENT* trabalha com o pacote *Desing Modeler* para definir o modelo que representa o problema da hidrodinâmica. Esta interface está ligada a uma segunda plataforma chamada *Mesh*, onde se gera e refina a malha, podendo ela ser do tipo estruturada, não estruturada ou híbrida. Uma *malha estruturada* pode ter os volumes de controle em forma uniforme ou não uniforme, isto é, depende da regularidade das dimensões entre volumes de controle, e estes geralmente estão distribuídos de forma ordenada (ver Figura 3.1a). A *malha não estruturada*, é aquela em que os volumes de controle tem vários tamanhos e sua distribuição não é regular. Finalmente a *malha híbrida* é aquela que tem uma combinação das dois, e usada para geometria mais complexas (ver Figura 3.1b). A *Mesh* permite a divisão do domínio em vários subdomínios e assim pode-se gerar em cada subdomínio uma malha de tipo diferente [34, 35, 61].

3.2.1.2 Solver: Neste segundo passo, a interface *Solver* do código *ANSYS FLUENT* permite que as equações de transporte do problema sejam integradas no domínio computacional através da aplicação das leis de conservação para cada célula da malha. Por meio do método aproximado *MVF*, as integrais são transformadas em equações algébricas não lineares que são

resolvidas por iteração. No *Solver*, é permitido compilar conjuntamente funções externas através de códigos programados em *linguagem C*, que são denominados *Função Definida pelo Usuário FDU* (em inglês *User-Defined Function - UDF*). Estes códigos são acrescentados para complementar o modelo do problema analisado. Assim, as características padrão do código podem ser melhoradas e adequadas ao problema estudado, sendo possível, por exemplo: definir suas próprias fronteiras, propriedade dos materiais, termos fonte, funções dependentes do tempo, etc. Além disso, nesta interface são inseridos os dados de entrada como as propriedades física do fluido, parâmetros e as condições iniciais do sistema [33, 34, 61, 62].

3.2.1.3 Pós-processador: No último passo, os cálculos que são feitos pelo *Solver* são armazenados numa base *DFC data* [61], que contém a informação do campo de velocidade, pressão, etc. Logo a análise e interpretação são realizadas através da interface *Pós-processador* do código *ANSYS FLUENT*. Desta maneira, pode-se visualizar graficamente a malha, os contornos, os campos vetoriais, imagens, animação gráfica, construir superfícies 2D e 3D, e também gerar os relatórios de dados de fluxo, forças, áreas, volumes, entre outros [34].

3.3 CÉLULA DE HELE-SHAW (HS)

Em 1898 o engenheiro naval *Henry Selby Hele-Shaw* (1854 – 1941) propôs a experiência de injetar um fluido em um canal que já contém um outro fluido, sendo os dois fluidos imiscíveis. Assim, ele conseguiu estudar as linhas de corrente (*streamline*) [23, 63]. Estas linhas têm como característica o fato de que cada partícula que passa num ponto seguirá a mesma trajetória. [29, 35, 64]. Ela é sempre tangente ao campo de velocidade num regime permanente¹.

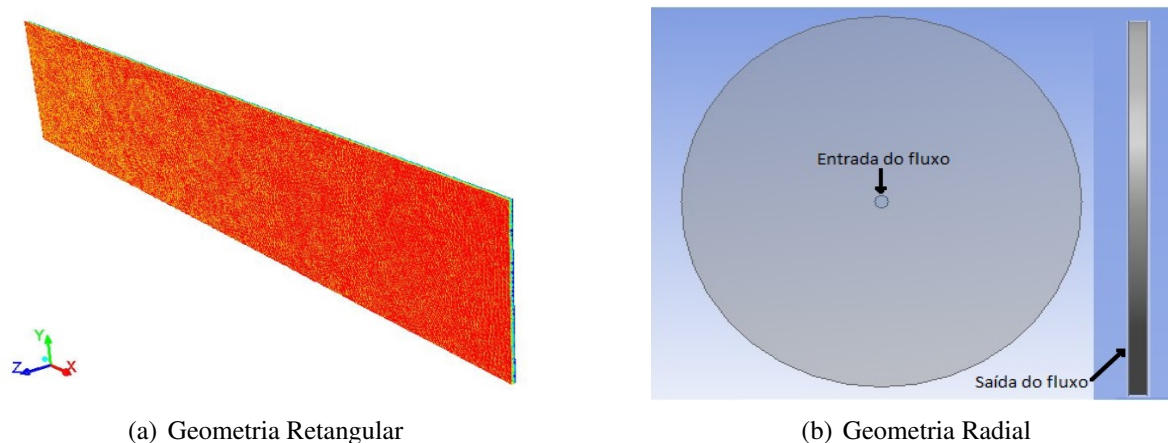


Figura 3.2 Célula de Hele-Shaw. Imagens geradas no aplicativo FLUENT.

Posteriormente, ele sugeriu um sistema composto de duas placas planas paralelas posicionadas no plano horizontal e com um fino espaço entre elas. No espaço entre as placas é colocado

¹Ver na Seção 2.4.

um fluido que pode ser injetado ou removido. Desta forma o dispositivo, conhecido atualmente como célula de Hele-Shaw, serviu para negligenciar o efeito gravitacional [23, 63]. Na figura 3.2, apresentam-se as duas formas mais conhecidas da célula de Hele-Shaw, retangular e radial.

3.4 INSTABILIDADE SAFFMAN - TAYLOR (ST)

Quando um fluido de maior viscosidade é deslocado por um de menor viscosidade numa *célula de Hele-Shaw* (ver Figura 3.2), observa-se que a interface que separa os fluidos, sendo estes imiscíveis, começa a se deformar gerando um estágio de pequenas ondulações. Em seguida, a interface evolui para estágios intermediários ou altamente deformados com aparência de dedos. Estes dedos são conhecidos como dedos viscosos [1, 4, 23, 60].

O comportamento dinâmico destes dedos viscosos foi estudado pelo físico e matemático *Sir Geoffrey I. Taylor* e pelo matemático *Philip G. Saffman*. A análise foi feita utilizando uma célula de *Hele-Shaw retangular (HS-Re)*. Eles focaram o interesse em entender qual a forma de evolução da interface para pequenas perturbações, e o lograram mediante a equação de movimento da interface. Esta equação depende da velocidade (definida pelo gradiente do potencial de velocidades) com que se movimenta o dedo viscoso e a velocidade do fluido na frente dele, avaliada no infinito. Este estudo ficou sendo conhecido como *instabilidade ou problema de Saffman-Taylor (ST)* em homenagem a eles [1, 4, 23, 60].

O estudo desta instabilidade hidrodinâmica da interface fluido-fluido através da célula de *HS-Re*, permitiu estabelecer que a formação e inibição dos dedos viscosos é devido ao incremento da pressão local. Essa diferença de pressão é devido à velocidade do fluido num ponto ser proporcional ao gradiente de pressão nesse ponto. Portanto, ocasionando que alguns segmentos da interface cresçam mais rápidos que outros. Além disso, os efeitos da tensão superficial nas regiões da interface com concavidade alta tendem a restringir seu crescimento [65].

Nas Figuras 3.7c e 3.7d, exemplifica-se um caso de formação dos dedos viscosos. Assim, a instabilidade da interface no começo apresenta tênues deformações mas, em seguida, a sua evolução no tempo gera a formação de pequenos dedos viscosos bem definidos. Estes gráficos foram feitos para períodos longos da evolução da interface, e a taxa de injeção usada em cada simulação foi constante.

3.5 CONTROLE DE PADRÕES DENDRÍTICOS EM CÉLULA HS-RADIAL

3.5.1 Um estudo analítico (Fluidos Imiscíveis)

Na referência [4], a instabilidade hidrodinâmica de Saffman-Taylor é controlada quando a taxa de injeção é variável no tempo, o que pode inibir a formação dos dedos viscosos na célula de Hele-Shaw radial (HS-Ra). Através de uma teoria de modos acoplados de segunda ordem

aplicados à lei de Darcy linear², que explica a morfologia e supressão dos padrões gerados, esta abordagem soluciona o problema de forma analítica para um estágio linear e fracamente não-linear. Assim, no caso linear, no início a interface evolui criando pequenas ondulações "bifurcações primárias". Em seguida, evolui para um estágio bem definido com formato de dedos, sem apresentar ramificações (ver Figura 3.4b). No caso fracamente não-linear, os dedos nas suas pontas também apresentam pequenas ondulações "bifurcações secundárias" que contribuem a formação dos novos dedos (ver Figura 3.4a). Portanto, esta teoria dá informação da evolução da interface até o começo dos efeitos não-lineares. Assumindo que a condição de escoamento irrotacional [29, 31] seja válida, o escoamento dos fluidos na célula HS-Ra pode ser descrito pelos potenciais de velocidade. Levando em consideração as condições de contorno do problema, a lei de Darcy pode ser expressa em termos destes potenciais e serve de base para a aplicação da teoria de modos acoplados. Em seguida, é utilizada uma aproximação perturbativa³ que usa as amplitudes de perturbação de Fourier, mantendo os termos até segunda ordem. Finalmente é obtida a solução analítica desta abordagem através do emprego da transformada de Fourier.

3.5.1.1 A abordagem linear: Assim, continuando com a investigação em [4], os pesquisadores lograram conseguir um resultado que descreve o crescimento linear dos dedos viscosos através da contribuição linear⁴ obtida da equação de movimento, $\dot{\zeta} = \lambda(n)\zeta_n$, o ponto acima da amplitude de perturbação, ζ_n , caracteriza a derivada temporal total e $\lambda(n)$ é a taxa de crescimento linear da forma:

$$\lambda(n) = \frac{Q(t)}{2\pi R^2} (A|n| - 1) \frac{1}{R^3} |n|(n^2 - 1), \quad (3.1)$$

onde R é o raio não perturbado dependente do tempo, A é contraste de viscosidade entre o ar-glicerina (ver Equação 3.4), n é o modo fundamental e define o número de dedos que pode ter a interface durante a sua evolução. E, o termo $Q(t)$ é um parâmetro de injeção adimensional e, neste caso, é determinado por

$$Q(t) = \frac{12q(t)(\mu_1 + \mu_2)}{\sigma b}, \quad (3.2)$$

onde $q(t)$ é a taxa de injeção (área preenchida pelo fluido por unidade de tempo), μ_1 e μ_2 são as viscosidades dos fluidos envolvidos, σ é a tensão superficial e b a espessura entre placas. Assim, os investigadores com ajuda da Equação 3.1 podem explicar a formação das *bifurcações primeiras* da interface, isto é, o surgimento dos primeiros dedos viscosos⁵.

²Onde a lei de Darcy é dada por: $\vec{v} = -\frac{b^2}{12\mu} \vec{\nabla} p$ onde \vec{v} , p , b e μ representam a média transversal da velocidade, pressão respeito a z , espessura entre placas e viscosidade, respectivamente [4].

³Esta teoria perturbativa ajusta-se aos denominados crescimentos Laplacianos [12], quando a velocidade de crescimento dos dedos viscosos na interface é proporcional ao gradiente de uma função que seja solução da equação de Laplace. As velocidades para o problema de fluxo radial da célula de HS podem ser empregadas nesta condição [4].

⁴Corresponde ao primeiro termo do lado direito da Equação 2.30 da referência [4].

⁵Ver na Seção 3.1 da Referência [22].

3.5.1.2 A abordagem fracamente não-linear: Apresentamos dois resultados obtidos em [4] os quais permitem fazer uma descrição aproximada dos dedos viscosos: i) a função bifurcação: $T(2n, n)$ (ver a Equação 2.36 de [4]); ii) a equação da taxa de injeção também podendo ser escrita em termos de n e A , $Q(t) = {}^6 f(n, A)t^{-\frac{1}{3}}$ onde $2n$ é seu primeiro harmônico. A função bifurcação é a que permite identificar quando os efeitos fracamente não-lineares surgem na evolução da interface. Na Figura 3.3 mostra-se como $T(2n, n)$ decresce tanto no caso quando é usada uma taxa de injeção constante como para o caso, quando a taxa de injeção é variável. No primeiro caso, a função $T(2n, n)$ passa de ter valores positivos a ter valores negativos no processo de injeção constante ($Q(t) \sim cte$, linha de cor azul), nesse transcurso, os valores positivos de $T(2n, n)$ contribuirão na evolução linear (*bifurcações primárias*) dos dedos viscosos, tal como é apresentado na região intermediária da Figura 3.4a. Em seguida, a função $T(2n, n)$ toma valores negativos e, a partir dessa zona, começa o acoplamento dos efeitos fracamente não-lineares que contribuem ao crescimento das pequenas bifurcações (*bifurcações secundárias*) das pontas desses fingers. Na Figura 3.4a pode-se observar as pequenas ondulações que ganham a forma final da interface. Para o segundo caso, é ilustrada a influência da taxa de injeção variável ($Q(t) \sim t^{-\frac{1}{3}}$, linha de cor vermelho) sobre a função bifurcação, o que contribui para que os efeitos fracamente não-lineares sejam controlados. Este resultado é devido ao fato que $T(2n, n)$ diminui, tomando valores positivos durante toda a fase de injeção. Desta maneira, a função bifurcação será positiva e contribuirá em todo momento com o crescimento linear dos dedos viscosos, portanto, os dedos evoluem para uma forma bem definida (ver Figura 3.4b).

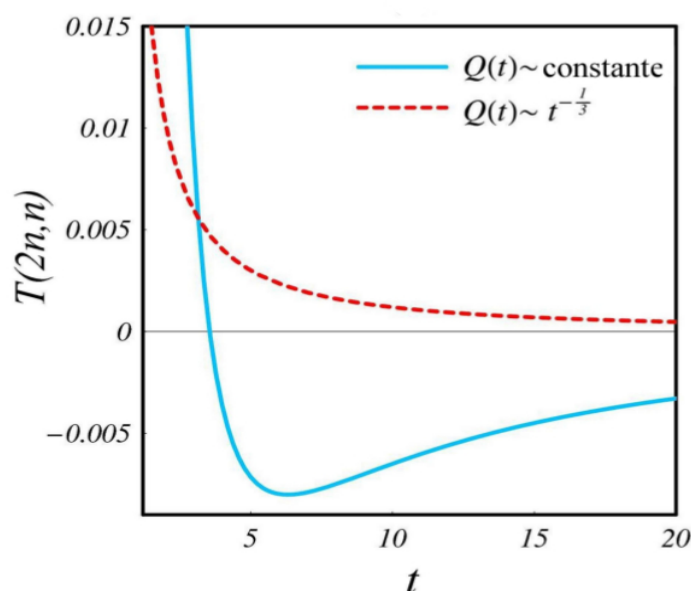


Figura 3.3 Função bifurcação como uma função do tempo t . Neste exemplo os pesquisadores para o modo fundamental, seu primeiro harmônico e contraste de viscosidade (ar-glicerina) usam os valores de $n = 5$, $2n = 10$ e $A = 1$, respectivamente. Figura retirada de [4].

⁶onde $f(n, A) = \left[\frac{8\pi^3(3n^2-1)^2}{(3A^2)} \right]^{\frac{1}{3}}$ [4].

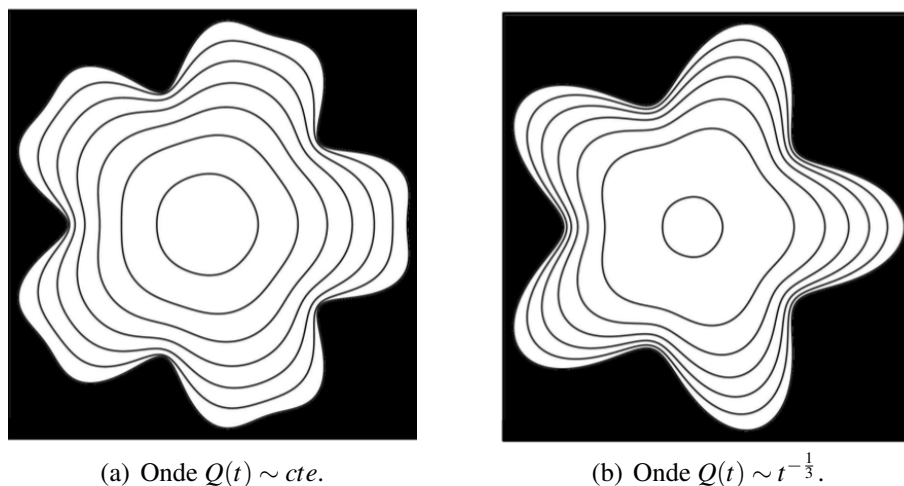


Figura 3.4 Ilustração da interface evoluindo no tempo: a) a taxa de injeção é constante e existe um crescimento dos dedos viscosos (bifurcações primárias). Após essa fase a tendência é o aparecimento de uma bifurcação secundária, com a presença de ramificações em cada dedo formado inicialmente, e os efeitos não-lineares governam este crescimento. (b) Taxa de injeção variável, as bifurcações secundárias podem ser suprimidas devido a estabilização dos efeitos não-lineares. Figura retirada da Referência [4].

3.6 UM MODELO PARA CONTROLAR A INSTABILIDADE HIDRODINÂMICA NA CÉLULA HS-RADIAL

3.6.1 Modelo para a Taxa de Injeção Variável

Como já foi dito anteriormente, o estudo teórico do controle da instabilidade na interface fluido-fluido através da *teoria dos modos acoplados de segunda ordem*, permitiu, a partir de uma taxa de injeção variando com o tempo, controlar o crescimento dos dedos viscosos. Porém, este estudo está desenvolvido para uma análise fracamente não-linear.

Nós, inspirados nesses resultados⁷, propomos estudar o mesmo problema solucionando as equações de movimento dos fluidos numericamente, mas incluindo os termos inercias da equação de Navier-Stokes, e deste modo conseguir analisar os efeitos tanto lineares como não-lineares nas soluções obtidas. As soluções numéricas destas equações estão divididas em dois casos: no primeiro caso, temos as soluções numéricas lineares e no segundo caso, temos soluções numéricas não-lineares.

Para o primeiro caso, as soluções numéricas se obtêm usando uma taxa de injeção variável, isto é, os estágios finais da interface as suas bifurcações tanto primárias quanto secundárias podem ser controladas, e portanto, é possível inibir os dedos viscosos. Nesta dissertação é pro-

⁷No entanto, vale salientar que, na literatura encontra-se outras investigações sobre o controle da instabilidade da interface a través da taxa de injeção variável que também escalam com o tempo da forma $t^{-1/3}$ [8, 12, 26, 28, 66, 67].

posto um modelo onde a taxa de injeção varia no tempo da seguinte maneira: $q(t) = v(t)a$, no qual a é a área do orifício através do qual o fluido é injetado na célula de Hele-Shaw radial, e $v(t)$ a velocidade de injeção que é dada por:

$$v(t) = \frac{v_0}{1 + \alpha t^\beta}, \quad (3.3)$$

onde v_0 é a *velocidade inicial*, t é o *tempo corrente*, $\beta = 1/3$ é o *expoente do controle do tempo* e α é o *parâmetro de ajuste* com dimensões de s^{-1} . Nosso modelo, no limite de tempos longos, temos uma velocidade de injeção que varia com $t^{-1/3}$, conforme assumido na referência [4]. Isto pode ser explicado assim: se $t \gg 1$ temos que $v(t) \approx \frac{v_0}{\alpha} t^{-1/3}$. Portanto, além de se medir a influência da velocidade real de injeção, que depende dos parâmetros v_0 e α esta tem uma dependência no tempo t que comporta-se assintoticamente como no resultado analítico. No entanto, o modelo também descreve o comportamento de $v(t)$ para o tempo $t \ll 1$. Por conseguinte, quando a taxa de injeção é função da velocidade de acordo a Equação 3.3 pode-se ter controle da formação dos dedos viscosos. Sem embargo, estas soluções numéricas estão limitadas tanto para uma determinada faixa de viscosidade (ver Seção 3.6.3) quanto do raio do volume a preencher (ver Seção 4.3.3.2). No segundo caso, as soluções numéricas não-lineares são obtidas quando a taxa de injeção é constante, ou seja, os estágios finais da interface apresentam uma morfologia dendrítica complexa devida às sucessivas bifurcações secundárias.

3.6.2 Modelo desta dissertação

Para modelar o problema foi construída uma *célula HS-Ra* (ver Figura 3.2b)⁹, de *espessura* b , raios r_0 e R_{HS} sendo o primeiro o raio do círculo de entrada do fluido invasor, *raio da zona de injeção*, e o segundo é o *raio da célula HS-Ra*. Por conseguinte, a área da zona de injeção como a área da célula são: $a = \pi r_0^2$ e $A = \pi R_{HS}^2$, respectivamente. Os cálculos foram realizados através do software da DFC de ANSYS FLUENT seguindo o esquema exemplificado na Seção 3.2.1, isto é, pré-processador, DFC solver e Pós-processador. O modelo geométrico descrito anteriormente foi desenhado com ajuda do pacote *Desing-Modeler (DM)* (ver Figura 3.2b). Logo, para a discretização do domínio computacional foi requerido o software *Mesh*. O tipo de malha escolhido foi o tetraédrico, por ser o que melhor se adapta a zonas de alto gradiente. Para discretizar as equações de continuidade e da quantidade de movimento, 2.2 e 2.8, respectivamente, foi usado a DFC Solver, e em seguida o sistema de equações algébricas resultante foi solucionado iterativamente por meio de ANSYS FLUENT. Ademais, o DFC Solver possui uma ferramenta para adaptar a qualidade da malha, isto é, diminui ou acrescenta o número de células. Esta melhora é baseada sob à geometria. Dentre os vários métodos para se *adaptar* ou *marcar*¹⁰ as células da malha, é usado o gradiente das grandezas (velocidade, pressão, etc.)

⁸Se $v(t) = \frac{v_0}{1 + \alpha t^\beta} = \frac{v_0}{\alpha t^\beta} \left(\frac{1}{1 + (\alpha t^\beta)^{-1}} \right) = \frac{v_0}{\alpha t^\beta} \left(\frac{1}{1+x} \right)$ com $x = (\alpha t^\beta)^{-1}$. Então tem-se que $v(t) \approx \frac{v_0}{\alpha t^\beta} (1-x)$ e assim $v(t) \approx \frac{v_0}{\alpha} t^{-1/3}$ se $\beta = 1/3$.

⁹A célula HS-Ra consiste em um cilindro de espessura b e raio R_{HS} , e para a injeção do fluido invasor define-se como entrada uma circunferência centrada no centro da célula r_0 , como mostrado na Figura.

¹⁰É uma função que marca as células "mark cells" de uma determinada região de interesse sem ter que acrescentar o número delas.

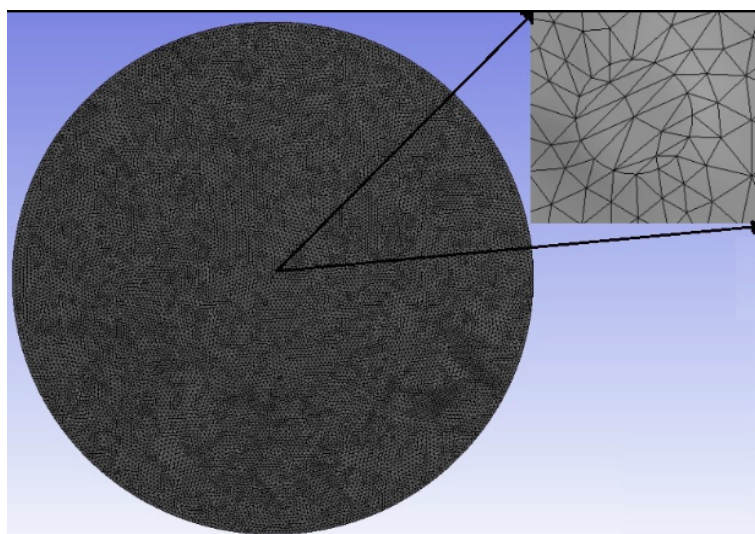


Figura 3.5 Malha tetraédrica. Figura gerada no software MESH.

ou dos escalares (densidade, viscosidade, etc.). Nesta dissertação foi empregada a opção de *marcar as células* através da função *Gradient Adaption Function (GAF)*. A função GAF está baseada no *método de curvatura* do campo da variável selecionada. Neste caso, o método de curvatura toma os valores do gradiente das *densidades* para realizar os cálculos sobre o contorno da interface fluido-fluido e, desse modo, obtêm as características geométricas e físicas do sistema (ver Figura 3.6).

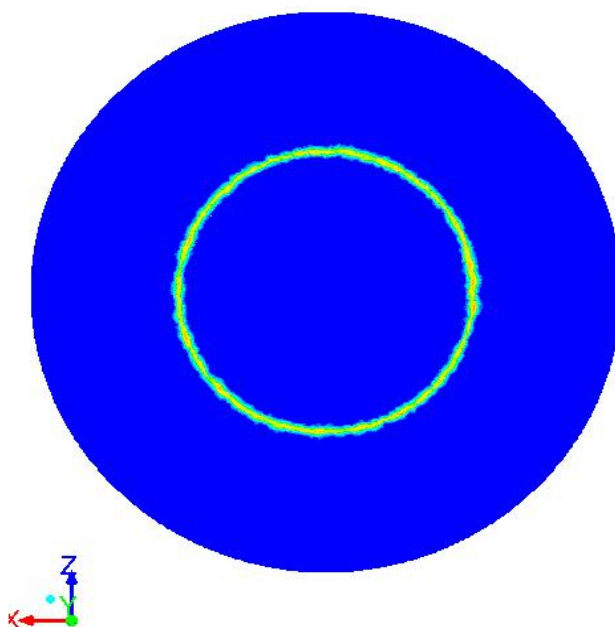


Figura 3.6 Ilustração da Função GAF: *método de curvatura*. Os cores verde e amarelo, neste exemplo, caracteriza à interface ou zona de transição que separa os dois fluidos analisados e são representados pelo cor azul [17]. Figura gerada no software ANASYS FLUENT.

Com esta abordagem é possível exportar os dados das densidades que ficam na região de transição num arquivo com formato ASCII, dado este que permite selecionar os resultados dos valores das funções escalares. Desta forma, consegue-se obter as *coordenadas espaciais* associadas à densidade na interface, como pode-se ver na Figura 3.6 que foi marcada de cor verde e amarelo [17]. No processo de verificação da qualidade da malha leva-se em conta a qualidade ortogonal, "orthogonal quality", que tem uma ligação direta com a precisão da solução numérica. A ferramenta de ANSYS FLUENT usada é *Quality*, variando de 0 a 1, onde a qualidade é maior para valores perto de 1.

3.6.3 Contraste de viscosidades, $\mathbf{A}(\mu_2)$, - Sistema bifásico

Se um fluido de menor viscosidade, μ_1 , desloca um outro fluido de maior viscosidade, μ_2 , em um meio por exemplo uma superfície, uma canal, uma célula de Hele-Shaw, etc., a interface que os separa vai formar diversos padrões. A complexidade dos formatos gerados depende do contraste de viscosidade dos fluidos envolvidos. Nas referências [4, 22, 68] é definido o contraste de viscosidade através do parâmetro adimensional

$$\mathbf{A}(\mu_2) = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_2 + \mu_1}, \quad (3.4)$$

onde o parâmetro varia de $0 < \mathbf{A}(\mu_2) \lesssim 1$, sendo o maior contraste de viscosidade para valores próximos de 1.

Em estudos teóricos [4, 6, 7, 45] e experimentais [8–13] usando a célula de Hele-Shaw para realizar escoamentos, empregam fluidos que podem ter baixo ou alto contraste nas viscosidades usadas de acordo com tipo de investigação realizada. Um caso particular e de interesse para estudar é a análise do deslocamento de óleo pela água. Este sistema bifásico permite compreender o caso mais conhecido que é da água expulsando o óleo de um poço de petróleo. Para simular este sistema bifásico pesquisadores usam o valor da glicerina, óleo de castor ou óleo de silicone por ter aproximadamente a viscosidade do óleo como fluido expulsado e para o fluido invasor usam água ou ar. Desta maneira quando o escoamento é feito numa célula HS a formação dendrítica é altamente complexa [8, 13, 69].

Neste trabalho, como nas investigações citadas anteriormente, realizaram-se as simulações numéricas empregando um alto contraste entre as viscosidades. Foram usadas as fases líquidas da glicerina e da água. As propriedades assumidas para estes dois fluidos são: glicerina ($C_3H_8O_3$): usou-se como fase primária. A viscosidade é $\mu_{\text{glicerina}} = 0,7990 \text{ kg}(ms)^{-1}$, e a sua densidade é $\rho_{\text{glicerina}} = 1259,9 \text{ kg m}^{-3}$. Para a água (H_2O): foi usada como fase secundária. A viscosidade é $\mu_{\text{agua}} = 0,001003 \text{ kg}(ms)^{-1}$ e a sua densidade é $\rho_{\text{agua}} = 998,2 \text{ kg m}^{-3}$. Os valores das viscosidades e densidades correspondem à base de dados de ANSYS FLUENT. Como o deslocamento da glicerina é realizado pela água, foi escolhido como *coeficiente de tensão superficial*¹¹ $\sigma_{\text{agua}} = 0,0728 \text{ Nm}^{-1}$. Desta forma, logramos reproduzir a instabilidade hidrodinâmica

¹¹Este valor corresponde para a tensão superficial da água para uma temperatura de 20°C, estando em contato com ar [29].

na interface fluido-fluido, obtendo com sucesso dedos viscosos com padrões complexos (Ver Figura 3.7b). Em seguida, foi usado nosso modelo (ver Seção 3.6.1) para os novos escoamentos, e desta maneira, poderemos estudar o controle da formação dos dedos viscosos. Porém, os resultados obtidos mostraram que a morfologia complexa dos fingers ainda eram altamente não-lineares. Então, diante desta dificuldade, optou-se, como foi feito na referência [11], diminuir o contraste de viscosidade, $\mathbf{A}(\mu_2)$, para realizar as simulações dos escoamentos. A diminuição de $\mathbf{A}(\mu_2)$ permitiu passar de um estágio altamente não-linear para um estágio fracamente não-linear. Para isto acontecer, optou-se por *reduzir* o valor de $\mu_{\text{glicerina}}$ (com μ_a fixa) por um fator $0 < \delta \leq 1$. Por conseguinte, δ mede quanto o novo fluido gerado está aproximado ou distante ao valor padrão da glicerina. Desta forma, para um valor novo da viscosidade gerada (ν_g), μ_{ν_g} , foi associado um valor de δ , que é característico para cada contraste de viscosidade (sistema bifásico) como é ilustrado na Figura 3.7d. Assim, vamos ter uma faixa de viscosidades geradas para a qual nosso modelo inibe a formação de dedos viscosos.

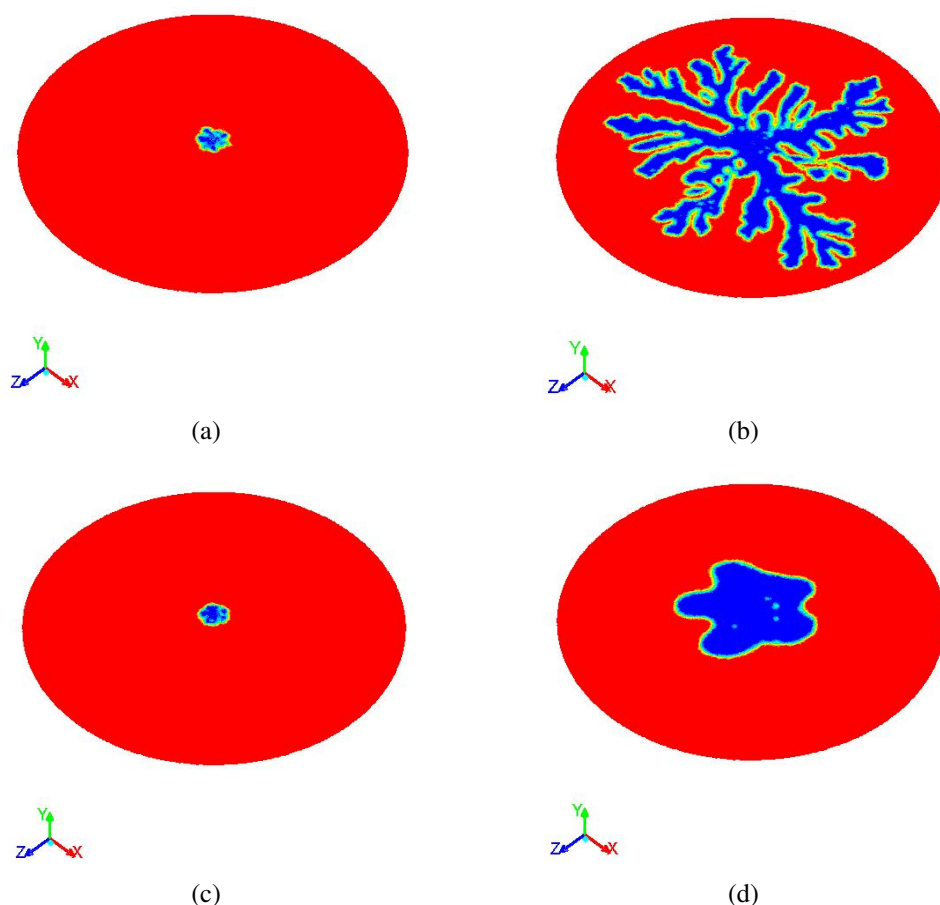


Figura 3.7 Ilustração dos efeitos do contraste de viscosidade entre os dois fluidos usados nas duas simulações. De (a) para (b) com $\mu_{\nu_g} = 0.7990 \frac{\text{kg}}{\text{ms}}$, $\delta = 1.0$ e $\mathbf{A}(\mu_{\nu_g}) = 0.998$. De (c) para (d) com $\mu_{\nu_g} = 0.03196 \frac{\text{kg}}{\text{ms}}$, $\delta = 0.04$ e $\mathbf{A}(\mu_{\nu_g}) = 0.939$. Para a evolução destas interfaces no tempo $q(\bar{\tau}) \sim cte$. O fluido expulso, identificado pelo cor vermelho, que é empurrado pela água, identificada pela cor azul. Figura gerada no software ANSYS FLUENT.

3.6.4 Critério da escolha do parâmetro do α

Lembremos que, a equação do nosso modelo que permite que a taxa de injeção seja variável no tempo é da forma: $q(t) = v(t)a$, neste com $v(t) = v_0(1 + \alpha t^{\frac{1}{3}})^{-1} \approx \frac{v_0}{\alpha} t^{-\frac{1}{3}}$ para $t \gg 1$. Como $v(t)$ é uma *função externa* ao pacote ANSYS FLUENT, é preciso criar um Script, escrito em *linguagem C* (ver *Apêndice A*) dado que ANSYS somente reconhece este tipo de linguagem, para possibilitar a implementação de nosso modelo. Além disso, a forma funcional dada pela Equação 3.3 facilita a mudança do parâmetro α . Inicialmente procura-se os valores para a dependência da *velocidade* $v(t)$ em função do parâmetro α , e desta maneira, garante a estabilidade da interface durante o tempo da injeção. Mantendo-se v_0 fixo, a razão $\frac{v_0}{\alpha}$ determina a velocidade assintótica de injeção para tempos longo.

Para analisar a influência da constante de ajuste na taxa de injeção, considerando um contraste de viscosidades fixo, $\mathbf{A}(\mu_{vg})$, fizemos uso de diversos valores de α que permitem passar de um estágio altamente não-linear para um estágio linear. Em seguida, fixa-se um valor para o raio do volume da célula HS-Ra que permita dar conta do volume preenchido pelo fluido invasor. Desta forma, pode-se ter *controle do tempo de injeção* para cada simulação feita. Então, para cada incremento de α requer-se maior tempo de injeção para alcançar um volume preestabelecido.

3.6.4.1 Cálculo do tempo, ($t = \bar{\tau}$), num regime constante ($\alpha = 0$) com gota circular Para este cálculo, supor que o estágio final atingido pela interface para o fluido invasor tem formato de gota circular (círculo não perturbado), isto é, visto da parte superior do cilindro. É importante sublinhar que, o cálculo é feito pensando no volume de um cilindro reto de espessura $b \ll 1$. Portanto, a área deste cilindro pode ser considerada aproximadamente de forma circular. Então, o tempo necessário para preencher um determinado volume da célula HS-Ra é da forma

$$\bar{\tau}_j = \frac{b\bar{R}_j^2(\bar{\tau}_j)}{v_i r_0^2}, \quad (3.5)$$

onde r_0 é o raio do orifício por onde o fluido é injetado, v_i é velocidade de injeção, b é o comprimento entre as placas da célula HS-Ra e $\bar{R}_j(\bar{\tau}_j)$ ¹² é o *raio do volume* desejado a preencher.

3.6.4.2 Cálculo do tempo, ($t = \bar{T}$), num regime variável ($\alpha \neq 0$) com gota circular De igual maneira, como foi feito na anterior seção, considera-se o estágio final da interface tem formato de gota circular. Assim, procura-se calcular o tempo de injeção mas em regime variável. Por outro lado, se b e r_0 são mantidas constantes para todas as simulações, pode-se ter uma relação entre velocidades v_i e tempos distintos $\bar{\tau}_j$ para obter um raio final,

$$\bar{R}_j(\bar{\tau}_j) = \left(\frac{v_i \bar{\tau}_j r_0^2}{b} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.6)$$

¹²por exemplo: se $\bar{R}_1(\bar{\tau}_1) = R_{HS-Ra}$ sendo R_{HS-Ra} é raio total da célula, então $\bar{\tau}_1 = t_{total}$, é o tempo total para encher a célula.

Então, para o $\bar{\tau}_1$, gera o $\bar{R}_1(\bar{\tau}_1)$ para v_1 e para o $\bar{\tau}_2$, gera o $\bar{R}_2(\bar{\tau}_2)$ para v_2 , e dessa maneira, consegue-se atingir o mesmo raio, isto é, $\bar{R}_1(\bar{\tau}_1) = \bar{R}_2(\bar{\tau}_2)$. Assim, fazendo uso da Equação 3.6 é obtida a relação:

$$v_1 \bar{\tau}_1 = v_2 \bar{\tau}_2. \quad (3.7)$$

Porém, deve-se determinar a *velocidade média* de v_2 da Equação 3.7. Para obter o valor de \bar{v}_2 é requerido fazer uso da Equação 3.3, então, tem-se:

$$v_2 = \bar{v}_2 = \frac{v_0}{\bar{T}} \int_0^{\bar{T}} \frac{dt}{1 + \alpha t^{\frac{1}{3}}}, \quad (3.8)$$

onde \bar{T} é o intervalo de tempo durante o qual é tomada a velocidade média. Após fazer a integração da Equação 3.8, este resultado deve ser substituído na Equação 3.7. Além disso, supondo $\bar{\tau}_2 = \bar{T}$, temos

$$2\alpha^3 v_1 \bar{\tau}_1 - 3v_0 \alpha^2 \bar{T}^{\frac{2}{3}} + 6v_0 \alpha \bar{T}^{\frac{1}{3}} - 6v_0 L n \left(1 + \alpha \bar{T}^{\frac{1}{3}} \right) = 0. \quad (3.9)$$

Através de métodos numéricos pode-se calcular as raízes da equação transcendental 3.9, que servirão para obter o tempo necessário para preencher o mesmo volume da célula HS-Ra de cada sistema bifásico simulado.

3.6.4.3 Controle e medida da estabilidade da interface (Parâmetro de ajuste α) Para controlar o aparecimento dos dedos viscosos de *forma qualitativa*, varia-se α na Equação 3.3 até encontrar um valor ótimo deste parâmetro, α_{otimo} (ver Figura 4.31). Isso garante que a velocidade de injeção diminua rapidamente (ver Figura 3.8), tendo-se controle sob a estabilização dos efeitos não-lineares, e a inibição da instabilidade da interface (ver Seção 4.4).

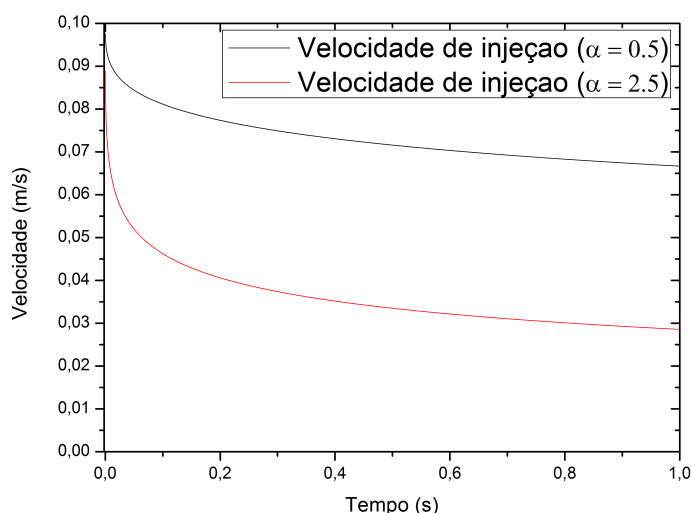


Figura 3.8 Ilustração da influência do parâmetro α no decaimento da velocidade de injeção, $v(t)$. E $v(t)$ é dada pela Equação 3.3 onde $v_0 = 0.1 \frac{m}{s}$. Figura gerada no software Origin.

Porém, é preciso trabalhar com uma *medida quantitativa* da supressão destas instabilidades que dê conta de qual é a magnitude ótima do parâmetro de ajuste (α_{otimo}), ou seja, este parâmetro novo possibilita quantificar que tão próximo o estágio final da interface esta a um formato de gota circular (círculo não perturbado).

* **Medida das flutuações F :** Para isto, utiliza-se um algoritmo que identifica as *coordenadas* x e y de cada ponto da interface, como ilustrado na Figura 3.6. Em seguida aproxima-se a interface por um círculo não perturbado (ver Figura 3.9), e calcula-se F , a soma dos quadrados das diferenças entre o ponto da interface e o círculo não perturbado, que é dada por

$$F = \frac{\sum |R_I^2 - \overline{R_c^2}|}{n \overline{R_c^2}}, \quad (3.10)$$

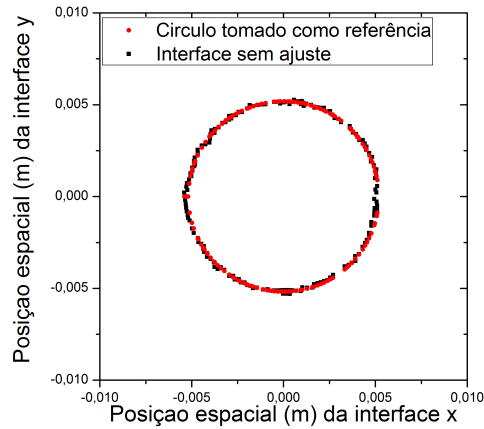
onde R_I e R_c são os raios da interface gerada e o círculo não perturbado, respectivamente, n é o número de sítios no contorno de frente de invação. Note-se que a Equação 3.10 foi normalizada respeito ao círculo não perturbado ($\overline{R_c^2}$). Como o sistema é isotrópico, ou seja, obtém-se o valor médio de $\overline{R_c^2}$ aproximadamente igual em cada medida feita, uma vez seja fixo o estágio final da interface (ver Tabela 3.1). O valor das flutuações F decai com a diminuição das irregularidades na interface. Desta maneira, os estágios estáveis da interface apresentam um mínimo nas flutuações e permaneceram mais próxima da interface ajustada.

* **Exemplo do valor de F :** Na Tabela 3.1 mostram-se os valores que adquiriu F para os três contrastes de viscosidade apresentados na Figura 3.9. Note-se que, neste exemplo, varia-se o valor da viscosidade do fluido expulsado e dessa forma é obtido a estabilidade da interface quando o escoamento é feito no regime constante.

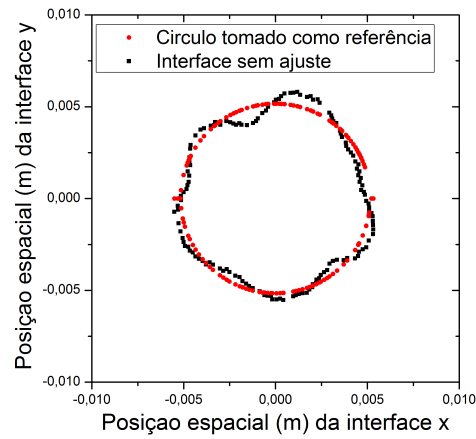
Viscosidade (μ_{vg}) ($\frac{kg}{ms}$)	Fator de redução (δ)	Contraste A (μ_{vg})	$\overline{R_c^2}$ (m^2)	Flutuações (F)
0.00799	0.01	0.778	0.26740046E-04	0.028393629
0.02397	0.03	0.920	0.26825159E-04	0.112143590
0.04794	0.06	0.959	0.26179137E-04	0.349371540

Tabela 3.1 Viscosidade do fluido deslocado, o fatores de redução e os contrastes de viscosidades para os estágios apresentados nas Figuras 3.9a, 3.9b e 3.9c, círculo não perturbado e, ademais, os valores das flutuações F .

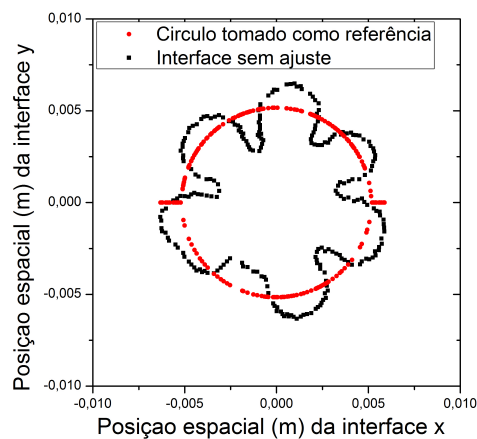
3.6 UM MODELO PARA CONTROLAR A INSTABILIDADE HIDRODINÂMICA NA CÉLULA HS-RADIAL36



(a) $\mu_{vg} = 0.007990 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.01$ e $\Lambda(\mu_{vg}) = 0.778$



(b) $\mu_{vg} = 0.02397 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.03$ e $\Lambda(\mu_{vg}) = 0.920$



(c) $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.06$ e $\Lambda(\mu_{vg}) = 0.959$

Figura 3.9 Exemplo da utilização da grandeza F para aferir quantitativamente a presença de flutuações (dedos) com relação a um padrão circular não perturbado. Em a), b) e c) com taxa de injeção constante $q(\bar{\tau}) \sim cte$, $\alpha = 0.0$ e tempo de injeção, $\bar{\tau} = 0.1$ s. Figura gerada no software Origin.

3.6 UM MODELO PARA CONTROLAR A INSTABILIDADE HIDRODINÂMICA NA CÉLULA HS-RADIAL37

Com os parâmetro descritos acima, o passo seguinte é simular o deslocamento da glicerina, identificada pela cor vermelha, que é empurrada pela água, identificada pela cor azul, injetada desde o centro da célula HS-R (ver Figura 3.7).

Resultados e Discussões

Neste capítulo apresentamos os resultados obtidos das simulações computacionais para os escoamentos feitos na célula de Hele-Shaw Radial (HS-Ra) tanto para o regime constante como no regime variável, e desta forma, caracterizar o controle e medida da ausência dos dedos viscosos. Começamos estabelecemos as propriedades dos fluidos e parâmetros que permaneceram fixos neste estudo. Em seguida, descrevemos as condições para realizar os escoamento com taxa de injeção constante, e o comportamento das flutuações em função do parâmetro de ajustamento. De igual forma, também descrevem-se as condições dos escoamentos com taxa de injeção variável, e o comportamento das flutuações com o parâmetro de ajuste. Finalmente, abordamos os resultados do controle e medida dos *fingers* através de uma análise qualitativa e quantitativa.

4.1 CRITÉRIOS ESTABELECIDOS

No capítulo 3, Seção 3.6.2, foi definido o modelo com que se trabalhou nesta dissertação (ver Figura 3.2b), a célula de HS-Ra. Lembramos que, inicialmente, o espaço entre as duas placas é preenchida pelo fluido 1 de viscosidade $\mu_{\text{glicerina}}$, e depois é injetado um outro fluido 2 de viscosidade, μ_{agua} , pelo orifício que fica na parte superior do dispositivo. A inibição das instabilidades na interface foi conseguida quando a taxa de injeção varia com o tempo da forma, $q(\bar{T}) = v(\bar{T})a$ (área preenchida pela água por unidade de tempo), onde $v(\bar{T})$ é definida pela Equação 3.3, negligenciando os efeitos da força gravitacional.

Após definir os métodos numéricos de solução para nosso modelo (ver Apêndice B), deve-se indicar os valores das propriedades dos fluidos bem como as funções externas: densidade, ρ , viscosidade, μ , dos fluidos, tensão superficial, σ , ângulo de contato, θ , passo do tempo, número de iterações, função *UDF* (*User-Defined Function*), função *GAF* (*Gradient Adaption Function*). Em seguida o cálculo é realizado para cada passo de tempo, e é necessário registrar as quantidades de interesse em arquivos de saída a cada *n-ésimo passo*. Esta informação é inserida fazendo uso da ANSYS FLUENT Solver. A seguir serão discutidos os critérios que foram

usados para fixar os parâmetros do nosso modelo.

4.1.1 Propriedades dos fluidos e parâmetros constantes

Os valores das seguintes propriedades dos fluidos foram mantidas fixas em todas as simulações feitas neste trabalho: $\rho_{\text{água}}$ e $\rho_{\text{glicerina}}$, $\mu_{\text{água}}$ de acordo com os valores preestabelecidos na base de dados de ANSYS FLUENT. Para o coeficiente de tensão superficial da interface, foi adotado o valor da água, $\sigma_{\text{água}}$, uma vez que a glicerina é deslocada pela água, que é o fluido injetado (Estes valores estão na Seção 3.6.2). Para o ângulo de contato, θ , foi adotado um ângulo de 90 *graus*, de acordo a referência [34]. O aplicativo ANSYS FLUENT define este valor como intermediário, onde os fluidos molham igualmente as paredes (ver Figura 4.1).

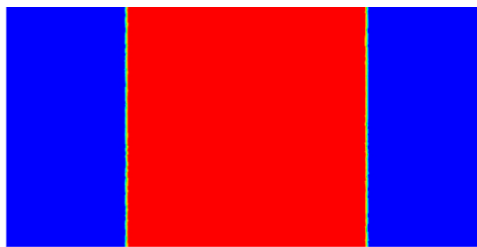


Figura 4.1 Ângulo de contato, 90°. A viscosidade da glicerina é identificada pela cor vermelha e viscosidade da água, pela cor azul. Figura extraída da Referência [34].

Devido ao esforço computacional exigido em simulações envolvendo DFC, é importante encontrar a melhor relação entre a discretização da malha e o passo do tempo. O objetivo é encontrar uma malha que apresente resultados que não diferem significativamente de malhas mais finas com respeito à convergência e a qualidade aferida pelas ferramentas do ANSYS-FLUENT, diminuindo o custo computacional. Uma vez definidos os parâmetros de construção da malha faz-se necessário definir o melhor passo de tempo. Por exemplo, se o passo de tempo não é apropriado para a malha com que se está trabalhando, a simulação pode divergir. Diante dessas condições, o passo de tempo utilizado nas simulações foi de 0,000125 s e, o tamanho usado para as células da malha foi de $\Delta x = \Delta y = 0.0002$ m. Porém, ANSYS FLUENT emprega critérios de adaptação para locais da geometria com elevado gradiente, isto é, pode diminuir ou acrescentar os valores de Δx ou Δy .

O ANSYS FLUENT controla a estabilidade da simulação com base na condição de Courant-Friedrich-Lewy (CFL), conhecida como o Número de Courant, C , que é uma grandeza adimensional. Os valores de C precisam estar abaixo de 1 para que a simulação seja convergente, mas pode ultrapassar esse limite sem comprometer os resultados. No entanto, a simulação será interrompida $C > 250$. Assim, o número de Courant é dada por,

$$C = \frac{v_x \Delta t}{\Delta x} + \frac{v_y \Delta t}{\Delta y} \leq C_{max}, \quad (4.1)$$

onde v_x e v_y são as velocidades nas direções x e y , respectivamente. Δt é o passo de tempo, Δx e Δy é o espaço percorrido da fase fluida dentro da célula na direção x e y , respectivamente [17,

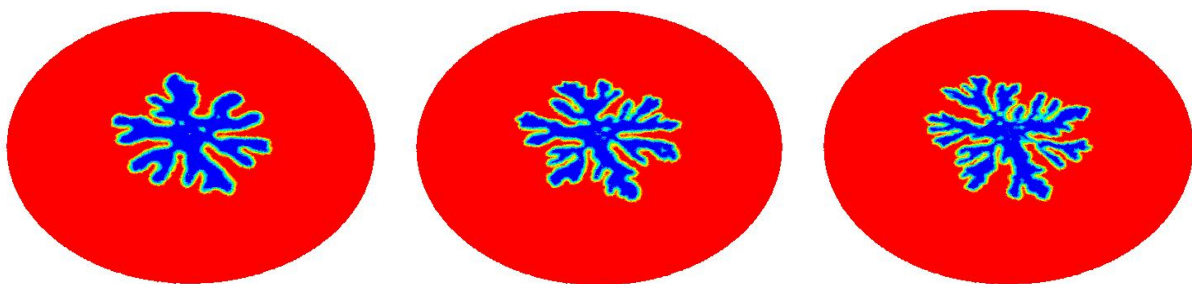
34]. O controle do número C é realizado por meio do arquivo de saída onde é registrado seu valor para cada passo de tempo. Nas simulações, C ficou na faixa entre $[0.2 - 3.0]$, e em alguns casos chegou a exceder este limite, oscilando entre $[3.0 - 6.0]$.

4.2 ESCOAMENTO COM TAXA DE INJEÇÃO CONSTANTE ($\alpha = 0$)

Para obter uma taxa de injeção constante $q(\bar{\tau}) = av_o$ devemos tomar $\alpha = 0$ na Equação 3.3.

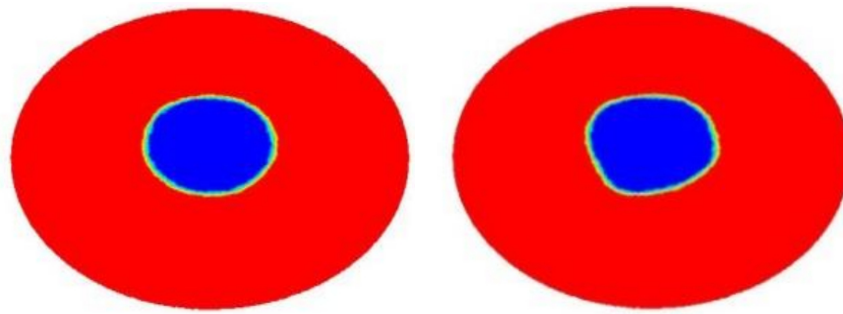
4.2.1 Variação do contraste de viscosidade

Lembremos que, quando o escoamento é feito com um alto contraste de viscosidade ($\mathbf{A}(\mu_2) = \mu_2 - \mu_1 / \mu_2 + \mu_1 \approx 1$), neste caso, água(1)-glicerina(2), a interface gera um formato de dedos altamente não-lineares. Nas Figuras 4.2, 4.3 e 4.4 são apresentados deslocamentos da glicerina pela água na célula de HS-Ra para diferentes valores do contraste de viscosidade, onde pode-se observar que o estágio final atingido pela interface pode ser fraca ou fortemente não-linear que depende dos valores dados aos fluidos envolvidos. Para diminuir o contraste de viscosidade é aplicado o fator de redução, $0.0 < \delta \leq 1.0$, ao valor de $\mu_{glicerina}$, que permite obter novos valores para viscosidade do fluido deslocado, μ_{vg} . A Figura 4.3 mostra diferentes resultados para baixo valor de δ e o contraste de viscosidade gerada. Nota-se que, entre menor seja o fator de redução menor será a valor da viscosidade gerada criando assim uma variação do contraste de viscosidade, e portanto, as formações dendríticas são de menor complexidade. Nas seguinte seções veremos que ao reduzir o contraste teremos uma faixa de validade de nosso modelo, isto é, o fator de redução deve ficar entre: $0.02 \leq \delta \leq 0.1$. Por conseguinte, o contraste de viscosidade ficará entre: $0.882 \leq \mathbf{A}(\mu_{vg}) \leq 0.975$.

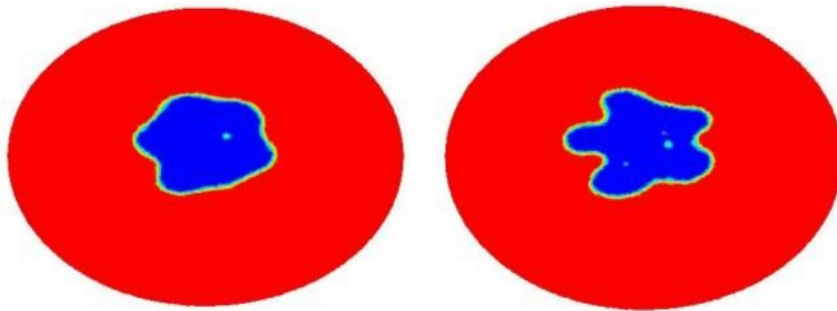


(a) $\mu_{vg} = 0.1598 \frac{kg}{m \cdot s}$, $\delta = 0.2$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.988$ (b) $\mu_{vg} = 0.3995 \frac{kg}{m \cdot s}$, $\delta = 0.5$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.995$ (c) $\mu_{vg} = 0.7990 \frac{kg}{m \cdot s}$, $\delta = 1.0$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) \approx 1.0$

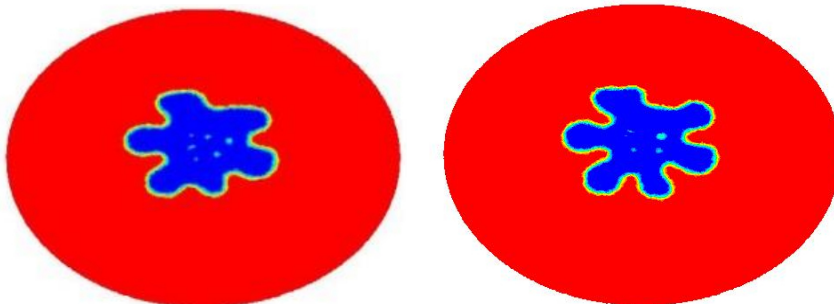
Figura 4.2 Ilustração para três casos de escoamentos onde se tem um alto valor do fator de redução que fica entre $0.2 \leq \delta \leq 1.0$, isto é, a variação do contraste de viscosidade é de $0.988 \leq \mathbf{A}(\mu_{vg}) \leq 1.0$, portanto, geram-se padrões dendríticos altamente complexos. Esta morfologia complexa é devida às sucessivas bifurcações secundárias. Com $q(\bar{\tau}) \sim cte$, $\alpha = 0.0$, $\bar{\tau} = 0.1 s$ e para viscosidade da água tem-se $\mu_{agua} = 0,001003 \frac{kg}{m \cdot s}$. Figuras geradas no software ANSYS FLUENT.



(a) $\mu_{vg} = 0.00799 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.01$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.777$ e (b) $\mu_{vg} = 0.01598 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.02$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.882$



(c) $\mu_{vg} = 0.02397 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.03$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.919$ e (d) $\mu_{vg} = 0.03196 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.04$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.939$



(e) $\mu_{vg} = 0.03995 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.05$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.951$ e (f) $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.06$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.959$



Figura 4.3 Ilustração de seis contrastes de viscosidade e os seus padrões dos dedos viscosos criados. Estes padrões apresentam a evolução da primeira bifurcação gerando dedos bem definidos. Os valores do fator de redução oscilam entre $0.01 \leq \delta \leq 0.06$, e por conseguinte, o contraste de viscosidade associado esta entre $0.777 \leq \mathbf{A}(\mu_{vg}) \leq 0.959$. Além disso, serão usados nesta dissertação. Cada valor de δ tem associado um valor de μ_{vg} com $q(\bar{\tau}) \sim cte$, $\alpha = 0.0$ e $\bar{\tau} = 0.1$ s. Figuras geradas no software ANSYS FLUENT.

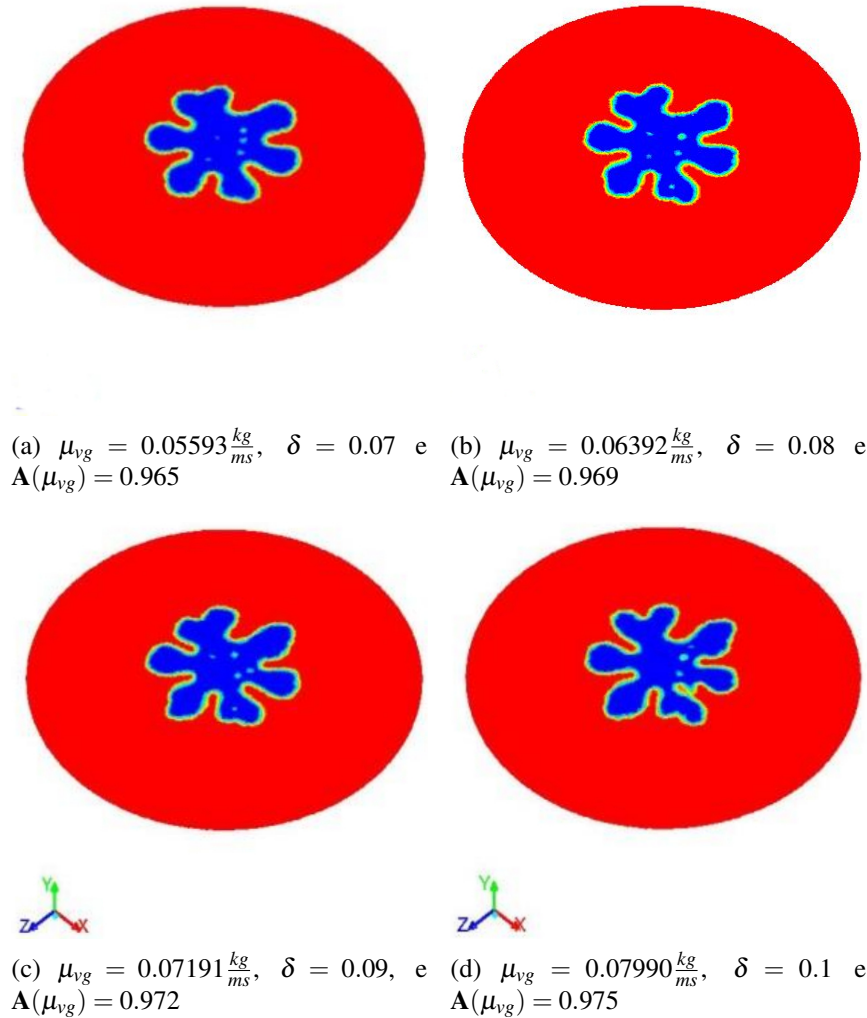


Figura 4.4 Ilustração de quatro contrastes de viscosidade e os seus padrões dos dedos viscosos criados. Estes padrões apresentam a evolução da primeira bifurcação e a presença também de bifurcações secundárias nas pontas dos dedos. Os valores do fator de redução oscilam entre $0.07 \leq \delta \leq 0.1$, por conseguinte, o contraste de viscosidade associado esta entre $0.965 \leq \mathbf{A}(\mu_{vg}) \leq 0.975$. Além disso, serão usados nesta dissertação. Cada valor de δ tem associado um valor de μ_{vg} com $q(\bar{\tau}) \sim cte$, $\alpha = 0.0$ e $\bar{\tau} = 0.1$ s. Figuras geradas no software ANSYS FLUENT.

4.2.2 Quantificação da velocidade de injeção

A escolha da magnitude da velocidade v_0 usada nesta dissertação foi quantificada através de análises do escoamento do mesmo sistema bifásico na célula de HS-Ra, considerando valores relevantes do número de Reynolds, Re , para que o escoamento gerasse padrões morfológicos altamente não-lineares e o escoamento estivesse no regime linear. Vamos usar o contraste de viscosidade, $\mathbf{A}(\mu_{vg})$, entre μ_{vg} e μ_a para o caso onde o fator de redução tem o valor $\delta = 0.1$ e $\mu_{vg} = 0.0799 \text{ kg}(ms)^{-1}$, portanto, $\mathbf{A}(\mu_{vg})$ assume o valor de 0.975. Além disso, fazendo uso das propriedades da água, o fluido injetado, (ver na Seção 3.6.3) e usando a Equação 2.9,

pode-se ver na Tabela 4.1 os valores das magnitudes das velocidades com seus correspondentes número de Reynolds e número Capilar, Ca .

$v_0 \frac{m}{s}$	Re^*	Ca
0.01	0.99521	1.37775E-04
0.02	1.99043	2.75550E-04
0.03	2.98564	4.13324E-04
0.05	4.97607	6.88874E-04
0.07	6.96651	9.64423E-04
0.10	9.95214	1.37775E-03

Tabela 4.1 Velocidades de injeção com $\alpha = 0$ e seu número de Reynolds e número Capilar, respectivamente. O cálculo de Re^* é baseado nas dimensões da célula HS-Ra, então foi usada aproximação $D_0 \sim b$ onde D_0 é diâmetro do canal de injeção e b a espessura entre placas, $b = 0.0001 \text{ m}$ [16].

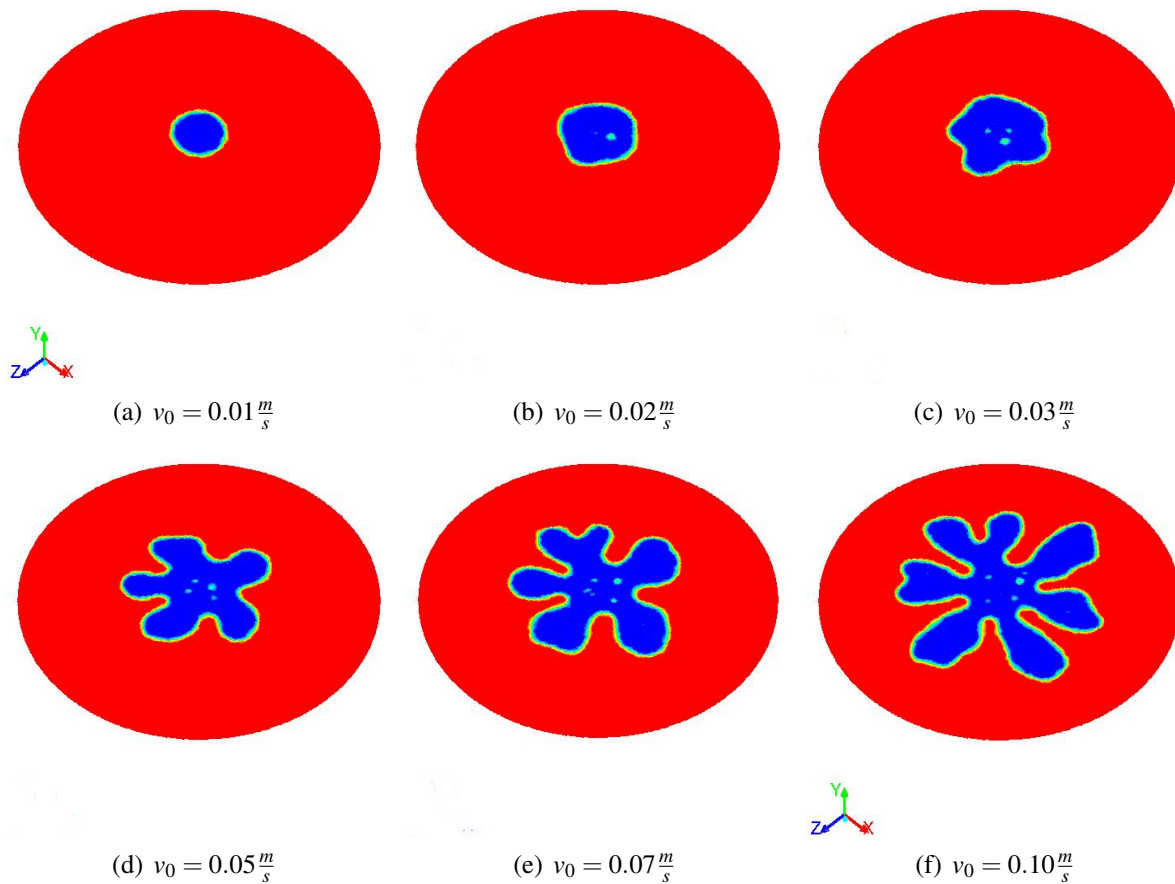


Figura 4.5 Ilustração da interface na célula HS-Ra evoluindo no tempo com $q(\bar{\tau}) \sim cte$ e $\alpha = 0.0$. Nota-se como a interface passa de ter um estágio estável em *a* para uns estágios com bifurcações primárias em *b* até *d* e, para os dois últimos estágios, *e* e *f*, eles apresentam bifurcações primárias como secundárias (divisão em suas pontas). Para (a), (b), (c), (d), (e) e (f) com $\mu_{vg} = 0.07990 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.1$, $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.975$ e $\bar{\tau} = 0.225 \text{ s}$. Figura gerada no software ANSYS FLUENT.

Para a menor velocidade de injeção, $v_0 = 0.01 \frac{m}{s}$, a evolução da interface é aproximadamente estável no primeiro estágio avaliado, conforme mostrado na Figura 4.5a. Porém, para um período longo, o estágio final torna-se "suavemente" ondulado, isto é, têm o aparecimento de bifurcações primárias. Assim, o resultado mostra que para esta velocidade de injeção as forças capilares, f_c , e as forças viscosas, f_v , competem entre si (ver Figura 4.6a). Isto pode ser explicado da seguinte forma: as forças inerciais f_i podem ser medidas através do número Re , que num fluxo de Hele-Shaw é proporcional à velocidade, v_0 , à espessura entre placas, b , à densidade do fluido, ρ , e inversamente proporcional a viscosidade, μ . Então, para b e v_0 pequenos, e μ grande implica que o parâmetro Re , pode diminuir bastante, atingindo algumas ordens de grandezas. Portanto, as contribuições dos efeitos inerciais sob os efeitos não-lineares deixam de ser consideráveis, e as forças capilares passam a possuir um efeito mais efetivo sobre as forças viscosas [16, 34].

Para os outros perfis morfológicos da interface, por exemplo, na Figura 4.5b observa-se que a interface adquire pequenas ondulações (início da instabilidades hidrodinâmicas ou bifurcações primárias) onde f_v começam a dominar as f_c , mas conserva um perfil fracamente não-linear. Para a Figura 4.5c, a interface bifurca-se gerando uma estrutura com parte circular e a outra parte com formato de dedos. Assim, nota-se que as f_v já tem um grande domínio sobre as f_c . Na Figura 4.5d as f_v se sobrepõe fortemente sobre f_c e a morfologia da interface é de uma estrutura de cinco dedos mas não tem bifurcações em suas pontas. Nas Figuras 4.5e e 4.5f claramente, as f_i governam o escoamento fazendo com que a interface evolua a estruturas de dedos e alguns deles bifurcam gerando padrões dendríticos altamente não-lineares, ou seja, o perfil esta composto tanto de bifurcações primárias quanto de bifurcações secundárias. Desta forma, pode-se verificar que aumentando a velocidade de injeção o deslocamento da glicerina gerada (v_g) passa de estágios com padrões fracamente não-lineares para estágios com padrões dendríticos altamente não-lineares. Assim, com o objetivo de demonstrar a capacidade de eliminar a formação dendrítica não-linear através de nosso modelo definido pela Equação 3.3, a magnitude da velocidade inicial para a taxa de injeção adotada nesta dissertação foi de $v_0 = 0.1 \frac{m}{s}$.

4.2.3 Quantidade de fluido injetado

Como foi discutido anteriormente, o valor da magnitude da velocidade injeção usada faz com que sejam observados efeitos não-lineares da interface nos escoamentos. Ademais, pode-se observar que os seis estágios apresentados na Figura 4.5 não injetam a mesma quantidade de água. Portanto, é importante fixar o volume de água injetada em cada simulação feita, já que permitira caracterizar os valores dos parâmetros de ajuste. Assim, para lograr determinar a quantidade de fluido preenchido na célula de HS-Ra deve-se fixar tanto o tempo de injeção como o raio do volume desejado.

4.2.3.1 Tempo de injeção constante ($\bar{\tau}_j$) A escolha do tempo utilizado para o escoamento dos fluidos permitiu observar os efeitos das instabilidades hidrodinâmicas da interface para os diferentes testes de velocidades e, além disso, possibilitou fixar o volume de água preenchida,

$V(\bar{R}_j)$, em cada simulação. O tempo, $\bar{\tau}_j$, foi calculado usando a Equação 3.5, que associa o raio da célula HS-Ra e a espessura com o seu raio da vazão e também a velocidade de injeção. Por exemplo, para calcular o tempo requerido no escoamento para preencher um quarto do volume da célula HS-Ra com taxa de injeção constante para dois valores de velocidade $v_1 \neq v_2$, precisa-se que $\bar{\tau}_1 \neq \bar{\tau}_2$. Na Figura 4.6, observa-se que a interface é mais estável para v_1 e tem um formato aproximadamente circular ao passo que para v_2 nota-se o aparecimento dos dedos, alguns deles já com bifurcações secundárias. Neste exemplo, porém, os volumes de água (V_a) injetados nas duas simulações são aproximadamente iguais, $V_{a1} \approx V_{a2}$, (ver Tabela 4.2). Caso contrário, fazendo uso dos valores de v_1 e v_2 e dos tempos $\bar{\tau}_1 = \bar{\tau}_2$, (ver Tabela 4.3) obteve-se o volume de água injetado nos dois casos citados a seguir, como aproximadamente $V_{a1} \approx 10 \cdot V_{a2}$, isto é: $V_{a1} \neq V_{a2}$, ver Figura 4.5a e 4.5f.

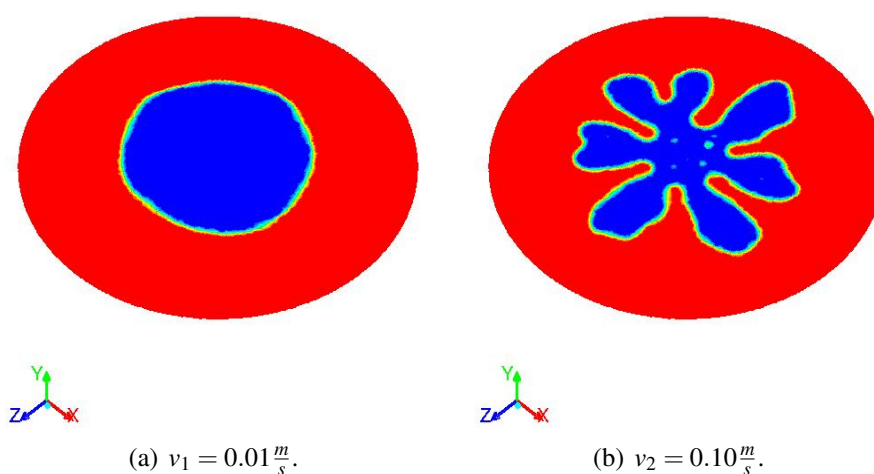


Figura 4.6 Volume de água preenchido aproximadamente igual para a) e b) usando os dados da velocidade e tempo de injeção da Tabela 4.2. Com $\mu_{vg} = 0.07990 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.1$, $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.975$ e $q(\bar{\tau}_j) \sim cte$ e $\alpha = 0.0$. Figura gerada no ANSYS FLUENT.

Tempo, $\bar{\tau}_j$ (s)	Velocidade ($\frac{m}{s}$)	volume* (m^3)
2.25	0.01	1.7222407E-08
0.225	0.10	1.7225367E-08

Tabela 4.2 *Tempos e velocidades diferentes* mas preenche-se a célula HS-Ra aproximadamente com volume iguais de água. *Resultados obtidos através das simulações dos escoamentos com $\mu_{vg} = 0.07990 \frac{kg}{m \cdot s}$, $\delta = 0.1$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.975$ por meio do ANSYS FLUENT.

Tempo, $\bar{\tau}_j$ (s)	Velocidade ($\frac{m}{s}$)	volume* (m^3)
0.225	0.01	1.722254E-09
0.225	0.10	1.722537E-08

Tabela 4.3 *Tempos iguais e velocidades diferentes* onde preenche-se a célula HS-Ra com volume distintos de água. *Resultados obtidos através das simulações dos escoamentos com $\mu_{vg} = 0.07990 \frac{kg}{m \cdot s}$, $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.975$ e $\delta = 0.1$ por meio do ANSYS FLUENT.

4.2.3.2 Fixação dos raios, \bar{R}_j , para os volumes a preencher As Tabelas 4.2 e 4.3 mostram claramente que o volume injetado depende tanto da vazão, $q(\bar{\tau}_j)$, que é função do módulo da velocidade, quanto do tempo de injeção empregado nas simulações. Portanto, optou-se por fixar três volumes da célula Hele-Shaw radial e desta forma definir os seus raios e assim poder calcular os seus tempos associados de preenchimento, isto é, para cada $V_i(\bar{R}_j)$ terá um raio $\bar{R}_j(\bar{\tau}_j)$ e um tempo $\bar{\tau}_j$ característico. Seja $R_{HS} = 1.50E-02$ m o raio e $V_{HS} = 1.7672E-08$ m^3 o volume total da célula HS-Ra, então, $\bar{R}_1(\bar{\tau}_1) = \frac{R_{HS}}{4}$, $\bar{R}_2(\bar{\tau}_2) = \frac{R_{HS}}{3}$ e $\bar{R}_3(\bar{\tau}_3) = \frac{R_{HS}}{2}$ serão os correspondentes raios em aproximação aos volumes $V_1(\bar{R}_1) = \frac{V_{HS}}{16}$, $V_2(\bar{R}_2) = \frac{V_{HS}}{9}$ e $V_3(\bar{R}_3) = \frac{V_{HS}}{4}$ e os tempos $\bar{\tau}_1$, $\bar{\tau}_2$ e $\bar{\tau}_3$ necessários para ocuparem esses volumes a uma taxa injeção constante, $q(\bar{\tau}_j) \sim cte$ (ver Tabela 4.4).

Raio (m)	Tempo, $\bar{\tau}_j$ (s)
0.00375	0.05625
0.00500	0.10000
0.00750	0.22500

Tabela 4.4 Raios dos volumes a preencher e seus respectivos tempos de injeção. A velocidade de injeção usada é $v_0 = 0.1 \frac{m}{s}$.

Como será visto nas seções posteriores, estes tempos definidos na Tabela 4.4 e a velocidade de injeção de $v_0 = 0.1 \frac{m}{s}$, além de permanecerem fixos, serão utilizados como condições iniciais para calcular os tempos característicos dos escoamentos com taxa de injeção variável, $q(\bar{T}) \sim \bar{T}^{-\frac{1}{3}}$. Desta maneira, garante-se que o volume de água injetado na célula HS-Ra seja constante em cada simulação feita.

4.2.4 Flutuações (F) da interface para os diferentes sistemas bifásicos

A seguir são apresentadas as flutuações (F) da interface gerada (I_g) de cada contraste de viscosidade analisado. Os valores de F são obtidos quando I_g é comparada com um padrão circular não perturbado (ver Seção 3.6.4.3). Os diferentes contrastes de viscosidades são mostrados na Seção 4.2.1 (ver Figuras 4.2 e 4.3). Para estes casos, o parâmetro de ajuste vai ser mantido fixo ($\alpha = 0.0$), de forma a poder observar o comportamento das flutuações quando se varia o valor da viscosidade gerada μ_{vg} (com μ_{agua} fixa) para cada um dos escoamentos feitos. Na Figura 4.7 mostra-se o comportamento de F em função de μ_{vg} , sendo μ_{vg} a viscosidade do fluido deslocado caracterizado pelo fator de redução δ . Observe-se um incremento rápido de F na primeira região da figura, seguido por uma segunda região onde seu crescimento é moderado. Isto pode ser explicado assim: para a primeira região corresponde aos primeiros contrastes de viscosidade ($\mathbf{A}(\mu_{vg})$) analisados, ou seja, os valores do δ estão entre $0.01 \leq \delta \leq 0.1$ e do $\mathbf{A}(\mu_{vg})$ entre $0.777 \leq \mathbf{A}(\mu_{vg}) \leq 0.975$. Inicialmente os padrões de invasão apresentam uma interface que não gera dedos viscosos, passando depois para uma interface com formato dendríticos fracamente não-lineares. Isto é, quanto maior for o contraste de viscosidade, maior é a instabilidade hidrodinâmica, e F toma valores maiores. A medida que os dedos viscosos crescem, as flutuações F também crescem, mas chega um momento em que F chega perto a um

valor razoavelmente constante, isso acontece para os três primeiros estágios (ver Figura 4.3a, 4.3b e 4.3c). Para os seguintes três estágios a interface evoluiu para uma estrutura de dedos bem definidos porém o incremento de F foi um pouco mais gradual (ver Figura 4.3d, 4.3e e 4.3f). Para os seguintes escoamentos (ver Figura 4.3g até 4.3j) a interface criou um formato de seis dedos bem definidos, alguns com bifurcações nas suas pontas e outros nas regiões laterais. No entanto, o incremento dos valores de F são mais graduais que os três casos anteriormente citados. O comportamento de F na primeira região pode ser observado com mais clareza no subgráfico que esta na parte inferior da Figura 4.7. Na segunda região corresponde aos padrões dendríticos fortemente não-lineares, o fator de redução esta na faixa de $0.2 \leq \delta \leq 1.0$ e do contraste entre $0.988 \leq \mathbf{A}(\mu_{vg}) \leq 1.0$, se $\delta = 1.0$ implica que a viscosidade gerada e igual a viscosidade da glicerina, $\mu_{vg} = \mu_{glicerina}$, e portanto, $\mathbf{A}(\mu_{glicerina}) \approx 1.0$. Observa-se que as estruturas formadas na interface são altamente complexas. Estes formatos bifurcam-se gerando padrões ramificados (ver Figura 4.2a) e outros muito ramificados (ver Figura 4.2b e 4.2c). Porém, os valores que F assume para estes três últimos casos tem um incremento paulatino (ver Figura 4.7).

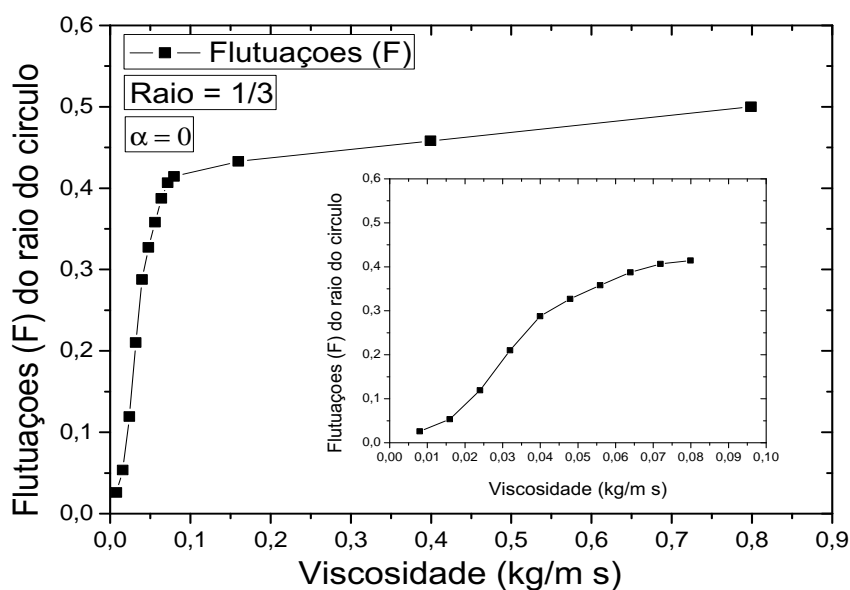


Figura 4.7 Ilustração dos valores que tomam as flutuações F para cada um dos sistemas bifásicos apresentados nas Figuras 4.2 e 4.3. O Fator de redução varia entre $0.01 \leq \delta \leq 1.0$ e do contraste de viscosidade entre $0.777 \leq \mathbf{A}(\mu_{vg}) \leq 1.0$. Foi preenchido um terço do volume da célula HS-Ra. Figura gerada no software Origin.

4.3 ESCOAMENTO COM TAXA DE INJEÇÃO VARIÁVEL ($\alpha \neq 0$)

Nesta seção vamos apresentar os parâmetros que variaram em cada sistema bifásico criado para as simulações dos escoamentos.

4.3.1 Variação do contraste de viscosidade

Como já foi dito anteriormente, quando um fluido de menor viscosidade desloca um outro fluido de maior viscosidade numa célula de Hele-Shaw, a interface que os separa começa a se deformar criando padrões em formato de dedos "fingers". Então, quanto maior for a diferença de viscosidade, mais complexos serão os padrões gerados. Na Figura 4.8 é apresentado um escoamento do caso onde o fator de redução é $\delta = 1.0$ e o contraste de viscosidade toma o maior valor, $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.998$, entre os fluidos usados, água deslocando glicerina. Neste caso, a análise do escoamento foi realizada com taxa de injeção variável, $q(\bar{T}) = a \cdot v_0(1 + \alpha \bar{T}^{\frac{1}{3}})^{-1}$. Nossos resultados mostraram que, mesmo tendo acrescentado o valor do parâmetro de ajuste entre $0.1 < \alpha < 20$ (como veremos nas seguintes páginas, será explicada a influência deste parâmetro na velocidade de injeção), não foi possível conseguir inibir os efeitos altamente não-lineares. Portanto os dedos viscosos continuavam aparecendo.

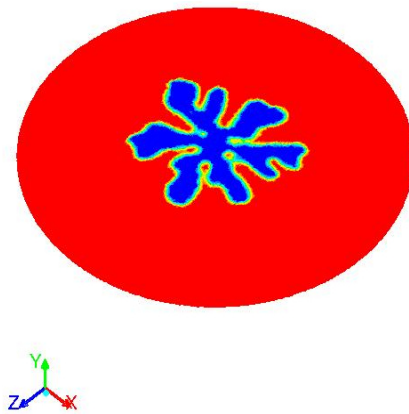


Figura 4.8 Ilustração do caso onde o fator de redução $\delta = 1.0$ e o contraste de viscosidade toma o maior valor $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.998$. Com $\mu_{vg} = 0.7990 \frac{kg}{ms}$, $\alpha = 10.2$ e $\bar{T} = 0.732$ s. Figura gerada no software ANSYS FLUENT.

Tendo em vista que, para o contraste de viscosidade $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.998$ (com $\delta = 1.0$) não foi possível controlar o aparecimento de dedos viscosos. Então, foi necessário diminuir o valor deste contraste. Optou-se por reduzir o valor da viscosidade da glicerina, $\mu_{glicerina} = 0.7990 \text{ kg}(ms)^{-1}$, mantendo fixo o valor da viscosidade da água, $\mu_{agua} = 0.001003 \text{ kg}(ms)^{-1}$. Depois disso, foi realizado um teste de redução para o valor de $\mu_{glicerina}$, onde foi usado $\delta = 0.5$, criando-se um novo valor de viscosidade $\mu_{vg} = 0,39950 \text{ kg}(ms)^{-1}$, e portanto, um novo valor do contraste, $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.994$. Em seguida, foram efetuados os escoamentos, porém os efeitos não-lineares persistiram, gerando formatos de dedos altamente complexos (ver Figura 4.9). Para as análises dos escoamentos o parâmetro de ajuste, variou entre $0.1 < \alpha < 20$, como citado anteriormente.

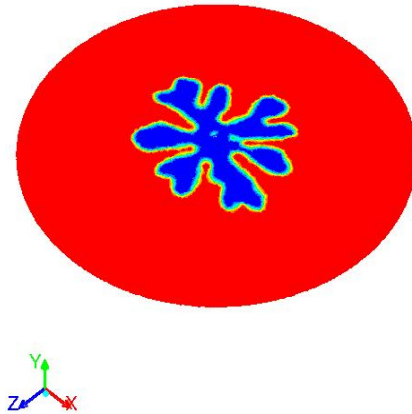


Figura 4.9 Ilustração do caso onde o fator de redução $\delta = 0.5$ e o contraste de viscosidade toma o valor $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.995$. Com $\mu_{vg} = 0.3995 \frac{kg}{ms}$, $\alpha = 5.0$ e $\bar{T} = 0.347 s$. Figura gerada no software ANSYS FLUENT.

Continuando com a diminuição do contraste de viscosidades dos fluidos envolvidos, desta maneira, conseguiremos que a evolução da interface alcancem um estágio fracamente não-linear. Então, foi feito mais uma nova redução, usando desta vez $\delta = 0.1$, e o valor que adquire a viscosidade gerada é $\mu_{vg} = 0.07990 kg(ms)^{-1}$. Posteriormente foram feitos os escoamentos e desta vez logrou-se atingir a um estágio fracamente não-linear. Além disso, foi possível suprimir a morfologia dendrítica, isto é, passar de um estágio fracamente não-linear para um estágio linear (ver Figura 4.29c). Então, qualquer valor da viscosidade gerada que esteja por abaixo de $\mu_{vg} = 0,07990 kg(ms)^{-1}$ vai possibilitar criar sistemas bifásicos para os quais nosso modelo é válido, ou seja, o fator de redução e o contraste de viscosidade tomam valores entre $0.02 \leq \delta \leq 0.1$ e $0.880 < \mathbf{A}(\mu_{vg}) < 1$, respectivamente. Nas Figuras 4.10 e 4.11 são apresentados os 9 valores de δ que estão relacionados com cada novo valor de μ_{vg} . Portanto, também são relacionados os novos contraste de viscosidade $\mathbf{A}(\mu_{vg})$. Além disso, note-se que qualquer valor que assuma $0.0 < \alpha < 45.0$ cria uma mudança nos padrões dendríticos como era de se esperar.

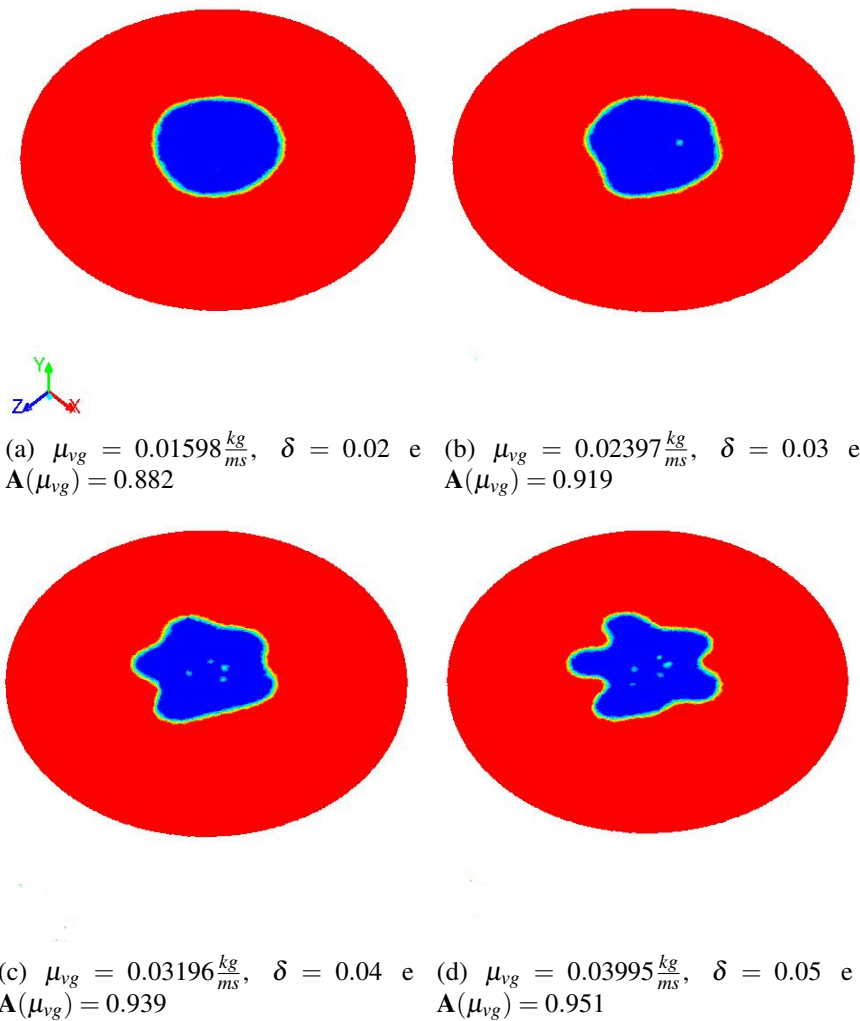
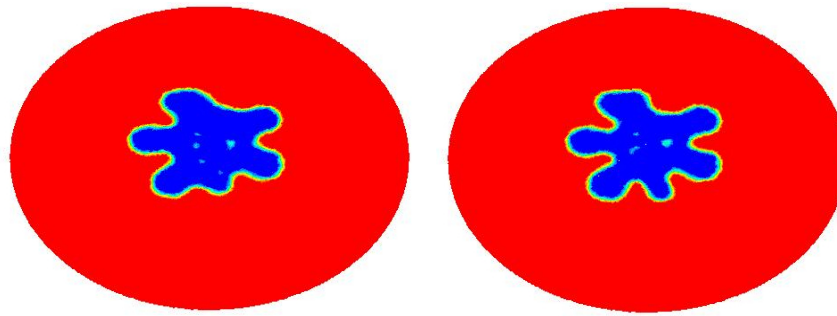
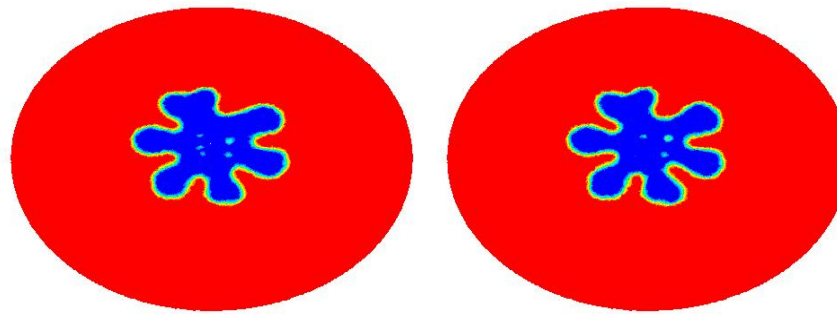


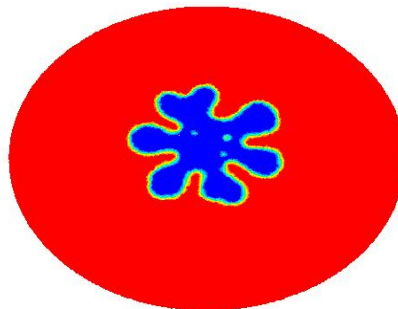
Figura 4.10 Ilustração de quatro contrastes de viscosidade e os seus padrões dos dedos viscosos criados com $\alpha = 1.0$ e $\bar{T} = 0.138$ s. Estes valores de δ e $\mathbf{A}(\mu_{vg})$ serão usados nesta dissertação. Cada valor de δ tem associado um valor de μ_{vg} , e portanto, um valor de $\mathbf{A}(\mu_{vg})$. Figuras geradas no software ANSYS FLUENT.



(a) $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.06$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.959$ e (b) $\mu_{vg} = 0.05593 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.07$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.965$



(c) $\mu_{vg} = 0.06392 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.08$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.969$ e (d) $\mu_{vg} = 0.07191 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.09$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.972$



(e) $\mu_{vg} = 0.07990 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.1$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.975$

Figura 4.11 Ilustração de cinco contrastes de viscosidade e os seus padrões dos dedos viscosos criados com $\alpha = 1.0$ e $\bar{T} = 0.138$ s. Estes valores de δ e $\mathbf{A}(\mu_{vg})$ serão usados nesta dissertação. Cada valor de δ tem associado um valor de μ_{vg} , e portanto, um valor de $\mathbf{A}(\mu_{vg})$. Figuras geradas no software ANSYS FLUENT.

4.3.2 Influência da velocidade de injeção variável

As análises dos escoamentos com taxa de injeção variando no tempo, na forma $q(\bar{T}) = v(\bar{T})a$, com $v(\bar{T}) = v_0(1 + \alpha\bar{T}^{\frac{1}{3}})^{-1}$, mostram que foi possível suprimir o aparecimento dos formatos dendríticos no processo de deslocamento da glicerina gerada pela água, na célula HS-Ra.

A Tabela 4.5¹, mostra a influência do parâmetro de ajuste α em $v(\bar{R}_c)$ aonde \bar{R}_c é o raio médio do círculo para os estágios da interface onde foi feita a medida, ou seja, para $\bar{T} \neq 0.0$.

Parâmetro	Tempo, \bar{t} (s)	Raio, \bar{R}_c (m)	v (m/s)	Re	Ca
$\alpha_1 = 0.5$	0.0	0.0	0.10*	9.95214357*	1.37774725E-03*
	0.0466	0.34009716E-02	0.23631564E-03	0.232828810	0.32558341E-05
	0.0933	0.46381960E-02	0.18557599E-03	0.182837690	0.25567667E-05
	0.1399	0.55757915E-02	0.16205982E-03	0.159668550	0.22327733E-05
	0.1865	0.63394136E-02	0.14700581E-03	0.144836630	0.20253681E-05
	0.2331	0.70425277E-02	0.13286245E-03	0.130902020	0.18305088E-05
	0.2797	0.76464959E-02	0.12344806E-03	0.121626500	0.17008030E-05
	0.0	0.0	0.10*	9.95214357*	1.37774725E-03*
$\alpha_2 = 2.5$	0.0924	0.37533720E-02	0.14747586E-03	0.145299700	0.20318437E-05
	0.1848	0.49510146E-02	0.11209131E-03	0.110437280	0.15443349E-05
	0.2771	0.58274148E-02	0.10377649E-03	0.102245200	0.14297785E-05
	0.3695	0.65099737E-02	0.96564181E-04	0.095139310	0.13304095E-05
	0.4619	0.71283942E-02	0.92246933E-04	0.090885729	0.12709298E-05
	0.5543	0.76377457E-02	0.88970999E-04	0.087658167	0.12257962E-05

Tabela 4.5 Os valores médios tanto do raio do círculo como da velocidade de injeção correspondente a cada estágio aonde foi medida a interface. Estes valores foram obtidos através da evolução da interface mostrada na Figura 4.13, para o caso de $\alpha = 2.5$. Da mesma maneira, as medidas foram feitas para caso de $\alpha = 0.5$. *Estes são os valores das condições iniciais para começar o escoamento, isto é, a célula HS-Ra contém somente a glicerina gerada (ver Figura 4.22) e $v(\bar{T} = 0.0) = v_0 = 0.1m/s$. Portanto, Re e Ca não dependem do tempo \bar{T} .

Em ambos os casos observa-se que, na medida que α é aumentado, a velocidade de injeção diminui, mas esta diminuição é mais rápida em $v_2(\bar{R}_{c2})$ que em $v_1(\bar{R}_{c1})$ devido o fato de α_2 ser cinco vezes maior que α_1 , ver Figura 4.12.

¹Este dados foram obtidos seguindo a metodologia descrita na Seção 3.6.2 mas, adicionando o valor do Re . Então, conhecendo Re é possível inferir os valores de v e Ca .

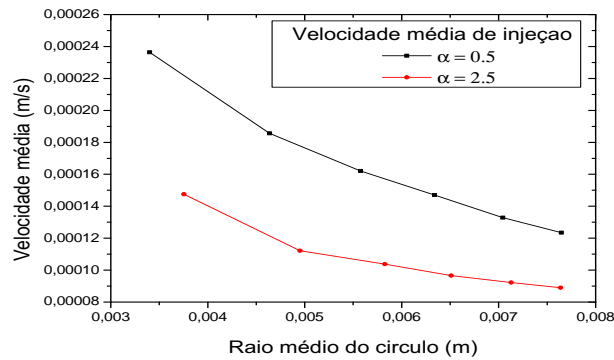


Figura 4.12 Ilustração da velocidade de injeção média em função do raio do círculo média, \bar{R}_c , correspondente a cada estágio aonde foi medida a interface. Este valores foram obtidos através da evolução da interface mostrada na Figura 4.13 para o caso onde $\alpha = 2.5$. Da mesma forma, foi feito para o caso em onde $\alpha = 0.5$. Figura gerada no software Origin.

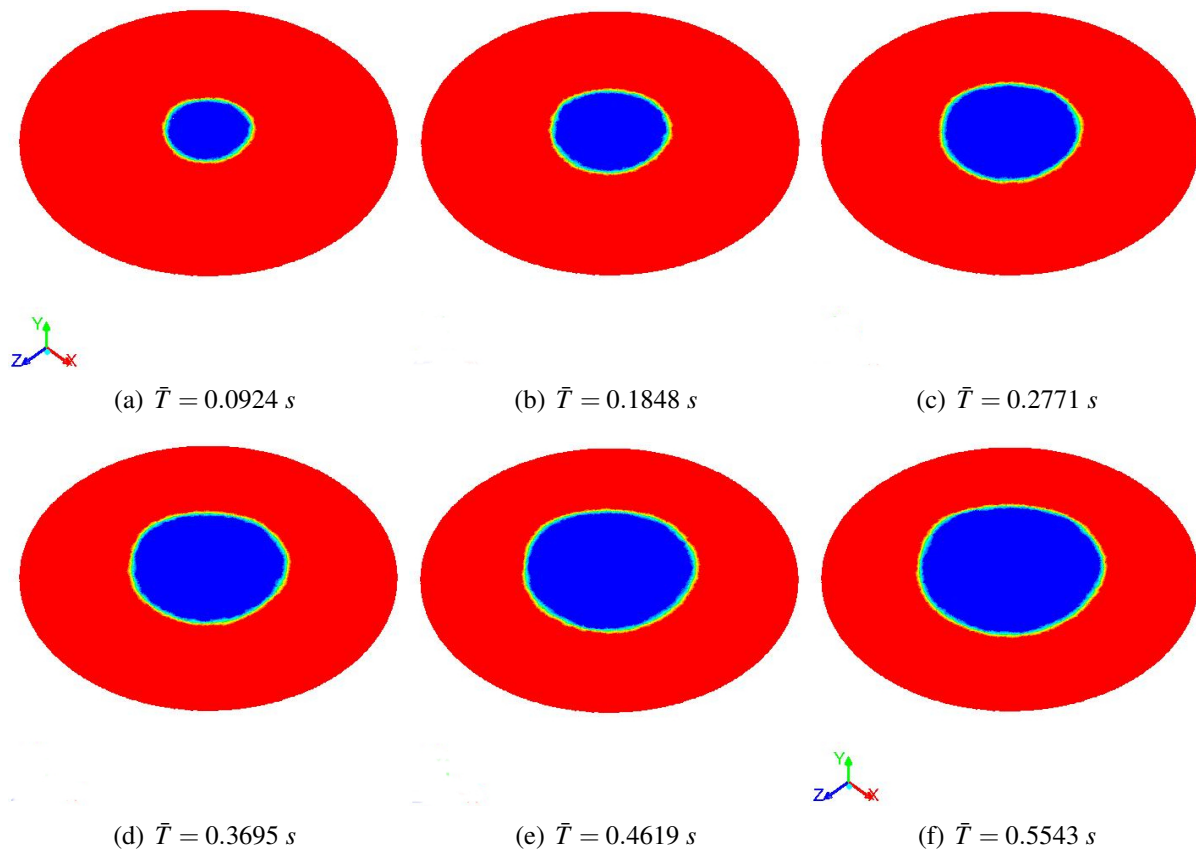


Figura 4.13 Ilustração dos diferentes estágio onde se mediu a evolução da interface no regime variável. Também se observa que estes estágio somente apresentam bifurcações primárias. Com $\mu_{vg} = 0.01598 \frac{\text{kg}}{\text{ms}}$, $\delta = 0.02$, $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.882$ e $\alpha = 2.5$. Da mesma forma, as medidas para caso de $\alpha = 0.5$ foram feitas mas, tendo em conta o seu tempo associado. Figura gerada no software ANSYS FLUENT.

Além disso, olhando para os números de Reynolds e Capilares que são funções da velocidade de injeção, observa-se que estes parâmetros também são afetados e diminuem à medida que a taxa de injeção vai decaindo. Nas Figuras 4.14a e 4.14b são apresentados os comportamentos dos números de Re e Ca médios em função do raio do círculo médio, respectivamente. A medida destes adimensionais estão na Tabela 4.5. Então, como era de se esperar as forças capilares começam a dominar o escoamento e, assim obtém-se a estabilidade hidrodinâmica da interface (ver Figura 4.15).

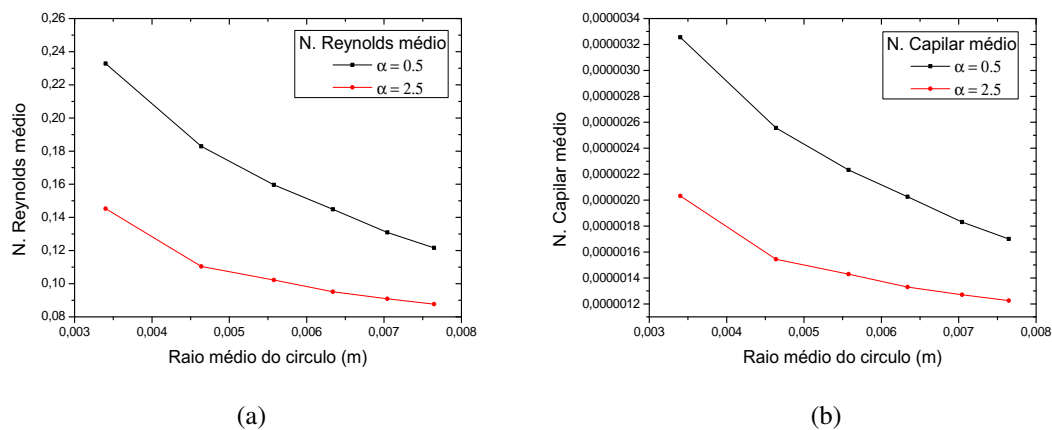


Figura 4.14 Ilustração do número de Re médio em a) e número Ca médio b) em função do raio do círculo médio, \bar{R}_c , correspondente a cada estágio aonde foi medida a interface. Este valores foram obtidos através da evolução da interface mostrada na Figura 4.13 para o caso onde $\alpha = 2.5$. Da mesma forma, foi feito para o caso em onde $\alpha = 0.5$. Figura gerada no software Origin.

4.3.3 Quantidade de fluido injetado

4.3.3.1 Influência e escolha do tempo total de injeção, \bar{T} . Quando é feito o escoamento em regime variável, o tempo total de injeção, \bar{T} , depende do valor do parâmetro de ajuste, α , do módulo da velocidade, v_0 , como do tempo total de injeção, $\bar{\tau}$, calculados no regime constante². A Equação transcendental definida na Sub-subseção 3.6.4.2 permite calcular o tempo, \bar{T} , que é necessário para preencher um volume determinado da célula HS-Ra. Como já foi dito anteriormente, quanto maior for o parâmetro α mais rapidamente a velocidade v_0 decai. Portanto, a taxa de injeção não é suficiente para encher o volume de água predeterminado se o tempo computado não é o requerido. Por exemplo, na Tabela 4.6 são indicados os tempos necessários para os dois escoamentos apresentados na Figura 4.15.

²Conforme dito anteriormente, v_0 , $\bar{\tau}_{1,2,3}$, $\bar{R}_{1,2,3}$ (1,2 e 3 representam quanto $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{2}$ da célula HS-Ra a preencher como o seu tempo requerido, respectivamente) e α serão usadas como as condições iniciais para calcular o tempo de injeção.

Parâmetro	Tempo (s)
$\alpha_1 = 0.5$	$\bar{T}_1 = 0.2794$
$\alpha_2 = 2.5$	$\bar{T}_2 = 0.5546$

Tabela 4.6 Tempo total para encher aproximadamente a metade da célula HS-Ra.

Nota-se que o tempo necessário quando é usada α_2 é aproximadamente o dobro do tempo para α_1 , mas desta forma é conseguido injetar mais ou menos a mesma quantidade de água. Para este exemplo foi preenchido um quarto do volume da célula de HS-Ra (ver o Gráfico 4.16). Então, para que isto aconteça, o cálculo de \bar{T} através da Equação 3.9, é necessário que as velocidades e tempo de injeção tenham para os dois casos citados as magnitudes de: $v_0 = v_1 = 0.1 \frac{m}{s}$, $\bar{\tau} = 0.225$ s, respectivamente, para atingir ao raio do volume $\bar{R}_3 = \frac{0.0001}{2}$ m. Assim, para cada um dos escoamentos realizados nesta dissertação foi indispensável determinar o tempo de injeção.

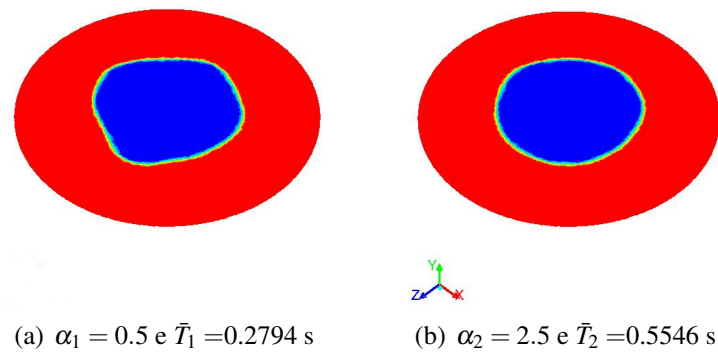


Figura 4.15 (a) e (b) mostra o estágio final da evolução da interface no regime variável. com $\mu_{vg} = 0.01598 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.02$ e $A(\mu_{vg}) = 0.882$. Figura gerada no software ANSYS FLUENT.

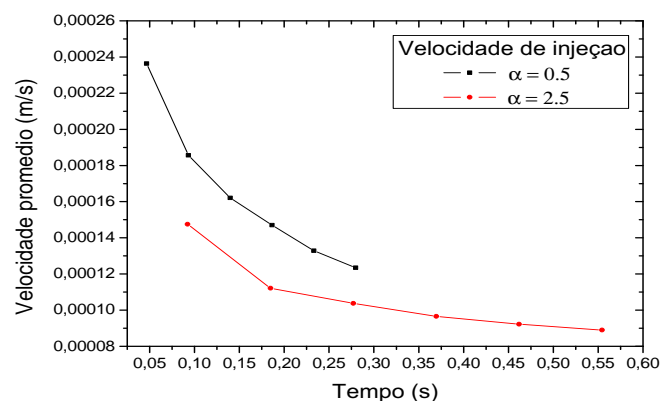


Figura 4.16 Ilustração da velocidade de injeção em função do tempo de preenchimento demandado pelos escoamento feitos no Gráfico 4.15. Figura gerada no software Origin.

4.3.3.2 Raios, \bar{R}_j , para os volumes a preencher nos escoamentos Uma forma para limitar a quantidade de água injetada na célula de Hele-Shaw radial, é definir o raio de um volume que se deseja preencher em cada escoamento simulado. Este raio, possibilita calcular o tempo de injeção requerido para injetar aproximadamente a mesma quantidade de água usando a taxa de injeção variável apresentada na Sub-seção 3.6.1 (ver Equação 3.3). Como veremos nas seguintes seções, definir o raio do volume a preencher permite caracterizar de maneira objetiva a taxa de injeção variável por meio do parâmetro de ajuste α , desta maneira, controlar o crescimento dos dedos viscosos. Assim, nesta dissertação foram fixados três volumes de água a serem injetadas através de seu correspondente raio. Desta forma, para cada $V(\bar{R}_j)$ terá um raio $\bar{R}_j(\bar{T}_j)$ e um tempo \bar{T}_j característico. Seja R_{HS} o raio e V_{HS} o volume total da célula HS-Ra, então $\bar{R}_1(\bar{T}_1) = \frac{R_{HS}}{4}$, $\bar{R}_2(\bar{T}_2) = \frac{R_{HS}}{3}$ e $\bar{R}_3(\bar{T}_3) = \frac{R_{HS}}{2}$ serão os correspondentes raios em aproximação aos volumes $V_1(\bar{R}_1) = \frac{V_{HS}}{16}$, $V_2(\bar{R}_2) = \frac{V_{HS}}{9}$ e $V_3(\bar{R}_3) = \frac{V_{HS}}{4}$.

Na Figura 4.15 é apresentado um exemplo de dois escoamentos com taxa de injeção variável, $q(\bar{T}) \sim \bar{T}^{-\frac{1}{3}}$, observa-se que independente da forma final da interface para cada estágio mostrado, a quantidade de água injetada é aproximadamente igual. Também, nota-se que ao controlar o volume de água injetada, os raios médios dos círculos, \bar{R}_c , são aproximadamente iguais (ver Tabela 4.7).

Raio médio do círculo, \bar{R}_c , (m)	volume (m^3)
0.76410972E-02	1.7222397E-08
0.76372823E-02	1.7225367E-08

Tabela 4.7 Volumes de água preenchidas aproximadamente iguais para os dois estágios finais apresentados na Figura 4.15.

A seguir, ilustram-se os três volumes de água injetada quando o escoamento é feito com taxa de injeção variável (ver Figura 4.17). Portanto, os estágios finais das interfaces ali apresentadas os efeitos não-lineares foram controlados, evitando-se a formação dos dedos viscosos.

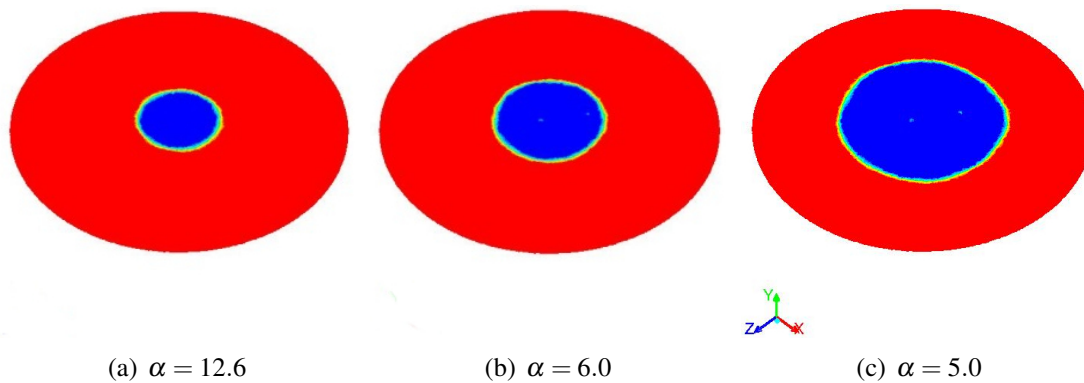


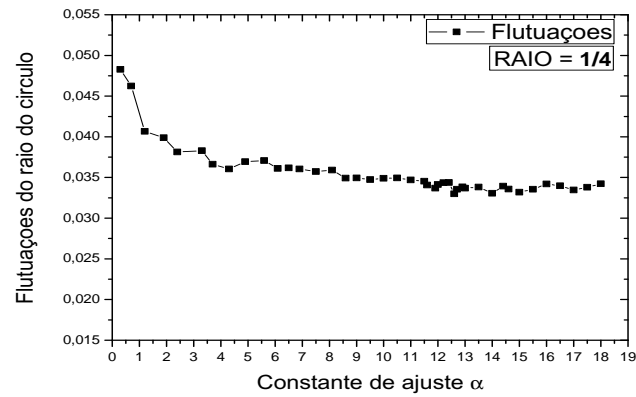
Figura 4.17 Ilustração de três escoamentos com taxa de injeção variável. Ademais, estes estágios finais logrou-se o controle da formação dos padrões dendríticos. Além disso, pode-se ver que nestes três escoamentos, a quantidade de água injetada correspondem aproximadamente para volumes $V_1(\bar{R}_1) = \frac{V_{HS}}{16}$, $V_2(\bar{R}_2) = \frac{V_{HS}}{9}$ e $V_3(\bar{R}_3) = \frac{V_{HS}}{4}$ onde \bar{R}_1 , \bar{R}_2 e \bar{R}_3 representam os raios e V_{HS} o volume total da célula. A viscosidade do fluido gerado é $\mu_{vg} = 0,01598 \frac{kg}{m \cdot s}$ com $\delta = 0.02$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.882$. Figuras geradas no software ANSYS FLUENT.

4.3.4 Resultados das flutuações ($F(\alpha)$) do \bar{R}_c em função do parâmetro α

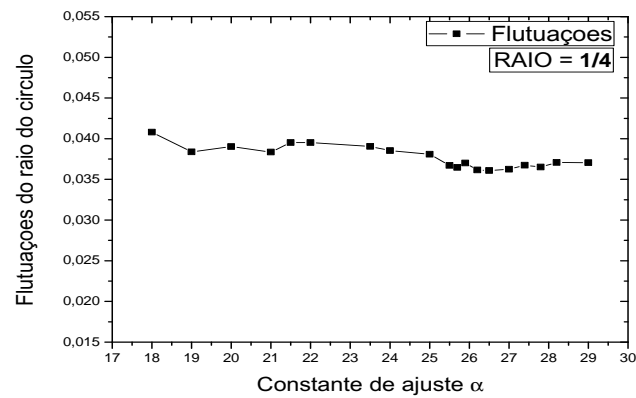
Em seguida, serão apresentados os valores das flutuações $F(\alpha)$ ou as flutuações do raio do círculo (\bar{R}_c). O valor de $F(\alpha)$ é obtido quando a interface gerada (I_g) nos escoamentos é comparada com a interface ajustada (I_a), isto é, a I_a é um padrão circular não perturbado (ver Seção 3.6.4.3) de raio \bar{R}_c . Os estágios analisados corresponderam para períodos longos da evoluções da interface. Nesta análise mostram-se os valores que tomam as flutuações $F(\alpha)$ da interface para alguns dos casos particulares estudados nesta dissertação, quando é preenchida a célula de Hele-Shaw Radial até aproximadamente $V_1(\bar{R}_1) = \frac{V_{HS}}{16}$, $V_2(\bar{R}_2) = \frac{V_{HS}}{9}$ e $V_3(\bar{R}_3) = \frac{V_{HS}}{4}$ onde \bar{R}_1 , \bar{R}_2 e \bar{R}_3 representam os raios dos volumes a preencher e V_{HS} o volume total da célula, ou seja, somente indicam-se alguns contrastes de viscosidades, $\mathbf{A}(\mu_{vg})$.

4.3.4.1 Três (3) estágios finais da interface onde foi analisada através de: $\mathbf{A}(\mu_{vg})$, α , $F(\alpha)$

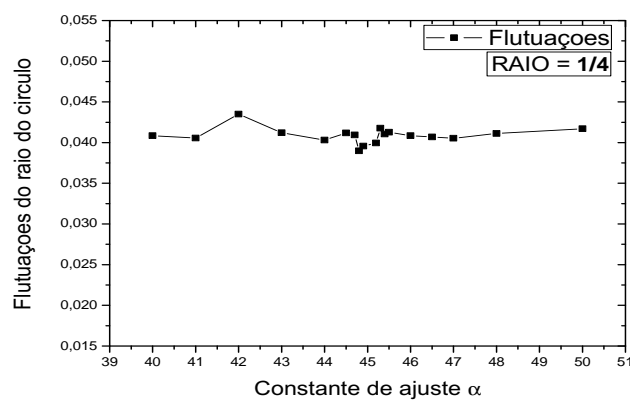
As Figuras 4.18, 4.19 e 4.20 mostram o decaimento das flutuações $F(\alpha)$ entre I_g e I_a em função do parâmetro de ajuste α para três contraste de viscosidade $\mathbf{A}(\mu_{vg})$.



(a) $\mu_{vg} = 0.01598 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.02$, $A(\mu_{vg}) = 0.882$ e $\alpha_{otima} = 12.6$

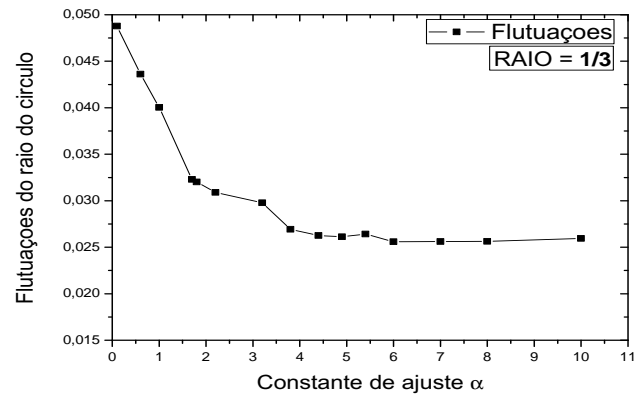


(b) $\mu_{vg} = 0.03995 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.05$, $A(\mu_{vg}) = 0.951$ e $\alpha_{otima} = 26.5$

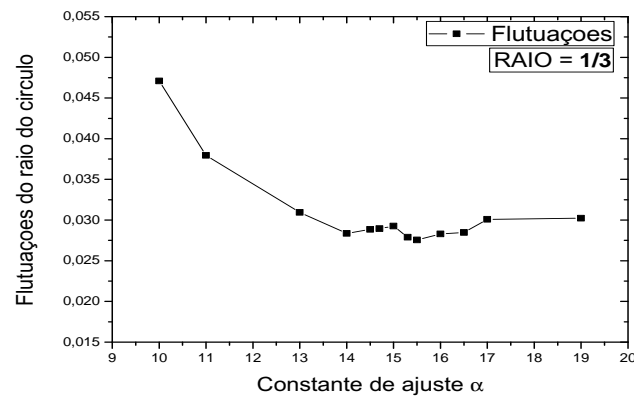


(c) $\mu_{vg} = 0.07990 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.10$, $A(\mu_{vg}) = 0.975$ e $\alpha_{otima} = 44.8$

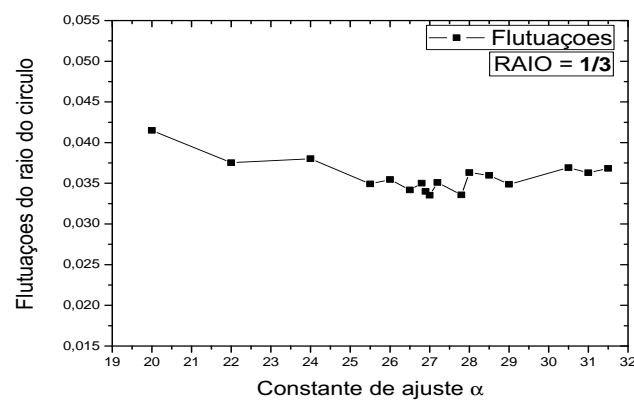
Figura 4.18 Ilustração das flutuações do raio do círculo, \bar{R}_c , em função do parâmetro de ajuste α , para os sistemas bifásicos apresentados na Tabela 4.8. Figura gerada no Origin.



(a) $\mu_{vg} = 0.01598 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.02$, $A(\mu_{vg}) = 0.882$ e $\alpha_{otima} = 6.0$

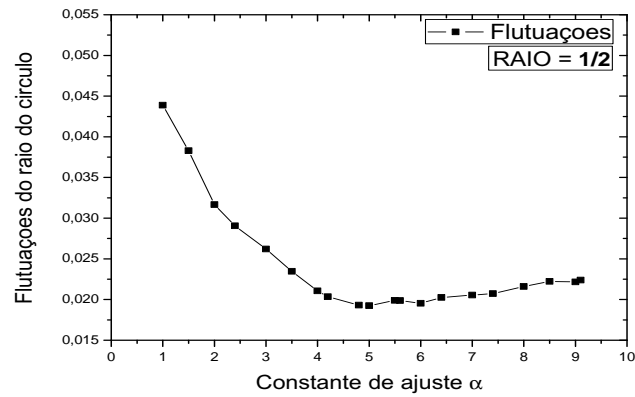


(b) $\mu_{vg} = 0.03995 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.05$, $A(\mu_{vg}) = 0.951$ e $\alpha_{otima} = 15.5$

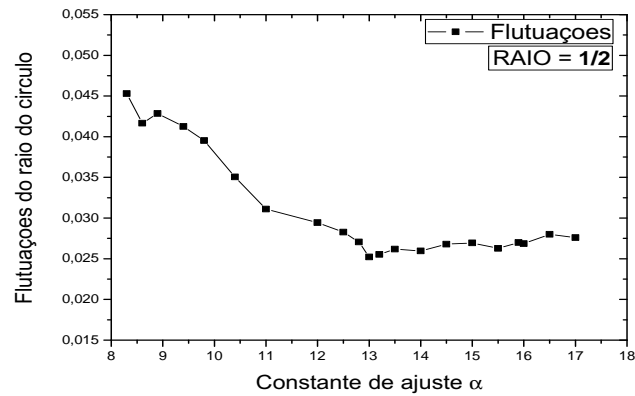


(c) $\mu_{vg} = 0.07990 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.1$, $A(\mu_{vg}) = 0.975$ e $\alpha_{otima} = 27.0$

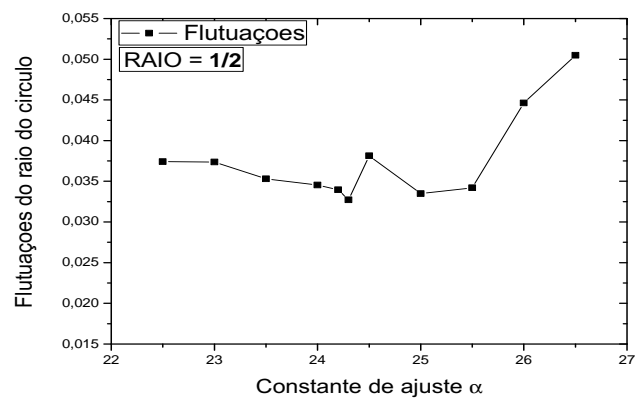
Figura 4.19 Ilustração das flutuações do raio do círculo, \bar{R}_c , em função do parâmetro de ajuste α , para os sistemas bifásicos apresentados na Tabela 4.9. Figura gerada no Origin.



(a) $\mu_{vg} = 0.01598 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.02$, $A(\mu_{vg}) = 0.882$ e $\alpha_{otima} = 5.0$



(b) $\mu_{vg} = 0.03995 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.06$, $A(\mu_{vg}) = 0.959$ e $\alpha_{otima} = 13.0$



(c) $\mu_{vg} = 0.07990 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.10$, $A(\mu_{vg}) = 0.975$ e $\alpha_{otima} = 24.3$

Figura 4.20 Ilustração das flutuações do raio do círculo, \bar{R}_c , em função do parâmetro de ajuste α , para os sistemas bifásicos apresentados na Tabela 4.10. Figura gerada no Origin.

Estas figuras ilustram a análises de $F(\alpha)$ para três valores de $\mathbf{A}(\mu_{vg})$ e para os valores de $\bar{R}_{c1} = \frac{R_{HS}}{4}$, $\bar{R}_{c2} = \frac{R_{HS}}{3}$ e $\bar{R}_{c3} = \frac{R_{HS}}{2}$ onde estes foram medidos (ver Figura 4.17). Nestes gráficos pode ser observado visivelmente como as flutuações $F(\alpha)$ diminuem a medida que α vai tomando valores maiores até assumir um valor mínimo, $F_{minima}(\alpha_{otima})$. Então, a variação deste parâmetro permite ter controle dos efeitos não-lineares e assim lograr a estabilidade da interface, isto é, passar de um estágio altamente não-linear para um estágio aproximadamente linear (ver Figura 4.25c). Em seguida, os valores de $F(\alpha)$ voltam a incrementar-se, isto é devido que a taxa de injeção é muito pequena para deslocar a viscosidade gerada, ou seja, se o valor de α excede o valor α_{otima} , volta-se de novo para estágio não-linear (ver Figura 4.30)³.

Além disso, também observa-se que a medida que é acrescentado o fator de redução δ o contraste de viscosidade $\mathbf{A}(\mu_{vg})$ é acrescentado também, portanto, maior deve ser o valor do α para que a taxa de injeção decaia mais rapidamente, para conseguir que as forças capilares dominem sobre as forças viscosas. As Tabelas 4.8, 4.9 e 4.10 mostram os valores dos parâmetros do α_{otima} e os valores da viscosidade gerada (μ_{vg}), δ e $\mathbf{A}(\mu_{vg})$ para os quais foi possível conseguir o valor mínimo das flutuações $F_{minima}(\alpha_{otima})$ para cada um dos três estágios da interface estudada. Portanto, o valor que assume $F_{minima}(\alpha_{otima})$ representa a maior estabilidade da interface atingida durante o escoamento, ou seja, foi possível conseguir um estado aproximadamente linear.

$\mu_{vg} (\frac{kg}{m \cdot s})$	δ	$\mathbf{A}(\mu_{vg})$	α_{otima}	Tempo \bar{T} (s)	\bar{R}_{c1} (m)	$F_{minima}(\alpha_{otima})$ do \bar{R}_{c1}
0.01598	0.02	0.882	12.6	0.4212	0.39624134E-02	0.32989837E-01
0.02497	0.03	0.919	17.6	0.6363	0.39618007E-02	0.33955962E-01
0.03196	0.04	0.939	22.6	0.8827	0.39585533E-02	0.33765559E-01
0.03995	0.05	0.951	26.5	1.0944	0.39633534E-02	0.36086024E-01
0.04794	0.06	0.959	30.2	1.3110	0.39666865E-02	0.36718321E-01
0.05595	0.07	0.965	34.1	1.5517	0.39715695E-02	0.37228996E-01
0.06392	0.08	0.969	37.8	1.7939	0.39766650E-02	0.37358760E-01
0.07191	0.09	0.972	41.3	2.0342	0.39732042E-02	0.37885987E-01
0.07990	0.10	0.975	44.8	2.2848	0.39705828E-02	0.38997220E-01

Tabela 4.8 Viscosidades geradas (μ_{vg}) que permitem criar os sistemas bifásicos com os seus respectivos fatores de redução e os respectivos contrastes de viscosidade associado e os parâmetros de ajuste α_{otima} . As flutuações de $F_{minima}(\alpha_{otima})$ do raio do círculo para o estágio da interface quando $\bar{R}_{c1} \sim \frac{1}{4}$ da célula de HS-Ra.

³Na Seção 4.4 será explicado com mais detalhes.

$\mu_{vg} (\frac{kg}{m \cdot s})$	δ	$A(\mu_{vg})$	α_{otima}	Tempo \bar{T} (s)	\bar{R}_{c2} (m)	$F_{minima}(\alpha_{otima})$ do \bar{R}_{c2}
0.01598	0.02	0.882	6.0	0.4120	0.51775212E-02	0.25582566E-01
0.02497	0.03	0.919	9.8	0.6829	0.51725641E-02	0.26399696E-01
0.03196	0.04	0.939	12.7	0.9168	0.51788490E-02	0.27641167E-01
0.03995	0.05	0.951	15.5	1.2295	0.51836030E-02	0.27562654E-01
0.04794	0.06	0.959	18.3	1.5294	0.51820100E-02	0.27362733E-01
0.05595	0.07	0.965	20.5	1.7813	0.51798655E-02	0.29759858E-01
0.06392	0.08	0.969	23.0	2.0839	0.51824039E-02	0.28967204E-01
0.07191	0.09	0.972	25.0	2.3380	0.51851876E-02	0.31543967E-01
0.07990	0.10	0.975	27.0	2.6022	0.51761226E-02	0.33520428E-01

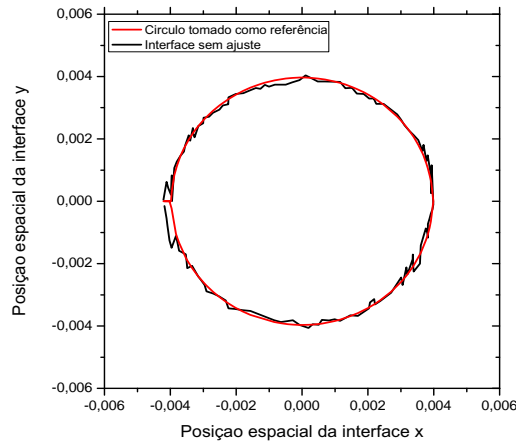
Tabela 4.9 Viscosidades geradas (μ_{vg}) que permitem criar os sistemas bifásicos com os seus respetivos fatores de redução e os respectivos contrastes de viscosidade associado e os parâmetros de ajuste α_{otima} . As flutuações de $F_{minima}(\alpha_{otima})$ do raio do círculo para o estágio da interface quando $\bar{R}_{c2} \sim \frac{1}{3}$ da célula de HS-Ra.

$\mu_{vg} (\frac{kg}{m \cdot s})$	δ	$A(\mu_{vg})$	α_{otima}	Tempo \bar{T} (s)	\bar{R}_{c3} (m)	$F_{minima}(\alpha_{otima})$ do \bar{R}_{c3}
0.01598	0.02	0.882	5.0	1.0120	0.76363451E-02	0.19240252E-01
0.02497	0.03	0.919	7.8	1.6505	0.76428174E-02	0.22887322E-01
0.03196	0.04	0.939	10.6	2.3462	0.76409762E-02	0.23903736E-01
0.03995	0.05	0.951	13.0	3.1296	0.76419974E-02	0.25209423E-01
0.04794	0.06	0.959	15.4	3.9235	0.76244094E-02	0.25209423E-01
0.05595	0.07	0.965	17.6	4.7063	0.76487966E-02	0.27444495E-01
0.06392	0.08	0.969	19.9	5.5777	0.76485231E-02	0.29898096E-01
0.07191	0.09	0.972	22.0	6.4179	0.76531697E-02	0.32737458E-01
0.07990	0.10	0.975	24.3	7.6881	0.76426740E-02	0.32714620E-01

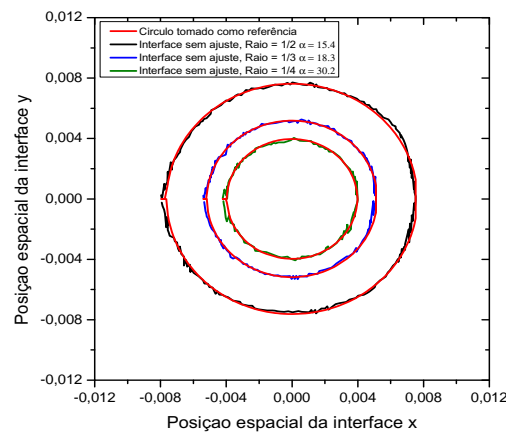
Tabela 4.10 Viscosidades geradas (μ_{vg}) que permitem criar os sistemas bifásicos com os seus respetivos fatores de redução e os respectivos contrastes de viscosidade associado e os parâmetros de ajuste α_{otima} . As flutuações de $F_{minima}(\alpha_{otima})$ do raio de curvatura para o estágio da interface quando $\bar{R}_{c3} \sim \frac{1}{2}$ da célula de HS-Ra.

Além disso, ao comparar os valores das flutuações $F_{minima}(\alpha_{otima})$ do raio do círculo, \bar{R}_c , indicadas nestas tabelas, mostram-se que as flutuações do \bar{R}_{c3} que ficam na Tabela 4.8 são as que têm o mais alto valor dentre as três, logo, estas flutuações diminuem e os valores que assumem são apresentadas na Tabela 4.9, e por último, $F_{minima}(\alpha_{otima})$ toma os valores de menor magnitude apresentados Tabela 4.10, isto pode ser explicado assim: o número de dados médio da posição espacial associada a interface incrementa-se quando se passa de preencher o volume de $V_1(\bar{R}_{c1}) \sim \frac{V_{HS}}{16}$, $V_2(\bar{R}_{c2}) \sim \frac{V_{HS}}{9}$ e $V_3(\bar{R}_{c3}) \sim \frac{V_{HS}}{4}$ da célula, conforme é mostrado em seguida, para $(\bar{R}_{c1} \sim \frac{1}{4})$, $(\bar{R}_{c2} \sim \frac{1}{3})$ e $(\bar{R}_{c3} \sim \frac{1}{2})$ tem-se que $n \sim 128$, $n \sim 165$ e $n \sim 232$, respectivamente. Isto faz com que se gere uma leve variação na análise da flutuação $F(\alpha)$, isto é, a menor quantidade de pontos de observação para interface gerada de $\bar{R}_{c3} \sim \frac{1}{4}$ é um fator que eleva as flutuações quando comparados com a interface ajustada (ver Figura 4.21a). Para os outros dois raios dos círculos as flutuações $F(\alpha)$ diminuiriam (ver Figura 4.21b). Finalmente, observa-se que os va-

lores de α onde ocorrem o mínimo de $F(\alpha)$ também depende de \bar{R}_c : os valores mais altos são os obtidos para $R_c = \frac{1}{4}$, decrescendo em seguida de maneira monotônica.



(a) $\bar{R}_{c1} \sim \frac{1}{4}$. Tanto x quanto y dados em (m).



(b) Do menor para o maior, $\bar{R}_c \sim \frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{2}$. Tanto x quanto y dados em (m).

Figura 4.21 Ilustração das flutuações entre I_g e I_a para um sistema bifásico que tem viscosidade gerada com magnitude de $\mu_{vg} = 0,04794 \frac{kg}{ms}$ com $\delta = 0.06$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.959$ para o \bar{R}_{c1} analisado no primeiro estágio para a) e em b), os três estágios \bar{R}_{c1} , \bar{R}_{c2} e \bar{R}_{c3} . Figura gerada no software Origin.

4.4 CONTROLE E MEDIDA DA AUSÊNCIA DOS FINGERS: PERFIL QUALITATIVO E QUANTITATIVO

Nesta seção focamos nossa atenção em explicar de forma bastante detalhada o controle e a medida da ausência dos padrões dendríticos (dedos viscosos ou fingers) para períodos longos da evolução da interface. Recordando que estes tempos foram fixados de tal forma que injeta-se

aproximadamente a mesma quantidade de água em cada simulação feita. O controle do padrão dos dedos viscosos foi atingido através da taxa de injeção variável (ver Subseção 4.3), e a medida da estabilidade hidrodinâmica foi obtida a partir da comparação entre a interface gerada, I_g , pelo escoamento e a interface ajustada, I_a , por um círculo não perturbado, isto é, calcula-se a flutuação que há entre I_g e I_a (ver Sub-subseção 3.6.4.3). Nas análises dos escoamentos que a seguir serão apresentadas, foram usados os valores⁴ de $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$ com $\delta = 0.06$, $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.959$, $\nu_0 = 0.1 \frac{m}{s}$ e $\bar{\tau} = 0.1 s$ e além disso, o volume a invadir é aproximadamente $V_2(\bar{R}_2) \sim \frac{V_{HS}}{9}$ onde \bar{R}_2 representa o raio do volume a preencher e V_{HS} o volume total da célula HS-Ra. Assim, para caracterizar de forma objetiva a taxa de injeção variável no tempo através do *parâmetro de ajuste* α e, deste modo atingir o menor valor dos efeitos não-lineares na interface, ou o valor mínimo das flutuações $F_{minima}(\alpha_{otima})$ do raio do círculo, \bar{R}_c , para inibição dos dedos viscosos. Portanto, decidiu-se, que o deslocamento da viscosidade gerada μ_{vg} pela água começará com a célula HS-Ra estando completamente enchida (ver Figura 4.22).

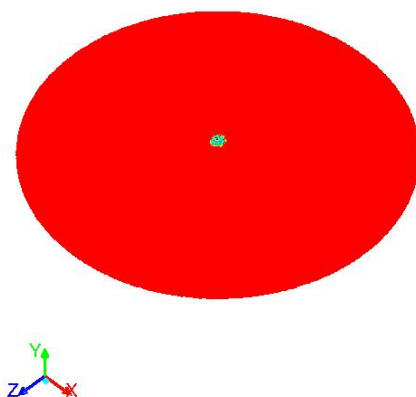


Figura 4.22 Célula de Hele-Shaw radial completamente preenchida com o fluido de viscosidade $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$ (representada pelo cor vermelho), $\delta = 0.06$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.959$. Figura gerada no software ANSYS FLUENT.

Nas Figuras 4.23a e 4.23b é apresentado o escoamento (perfil qualitativo e quantitativo, respectivamente) realizado no regime constante (implicando que $\alpha_0 = 0.0$, por conseguinte $q(\bar{\tau}) \sim cte$). Ali, é mostrado o cenário da máxima instabilidade da interface I_{max-g} e, também olhando para a Tabela 4.11, é o maior valor das flutuações, $F_0(\alpha_0 = 0.0)$, associado ao sistema bifásico analisado, $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.959$. Neste caso, observa-se que os dedos cresceram bem definidos produto das bifurcações primárias, o formato gerado é uma estrutura de 6 dedos. Porém, um dos dedos tem uma pequena ondulação (bifurcação secundária) indicando a tendência de bifurcar-se e gerar uma divisão para dois dedos (ver Figura 4.23a). Quando a taxa de injeção é mudada de constante para variável as bifurcações da interface começaram a ser inibidas. A supressão destas instabilidades hidrodinâmicas na célula de RS-Ra podem ser observada detalhadamente nos diferentes perfis, tanto de forma qualitativa como quantitativa, que a seguir serão descritos.

⁴Onde μ_{vg} , δ e $\mathbf{A}(\mu_{vg})$ serão utilizados como condições iniciais dos escoamentos.

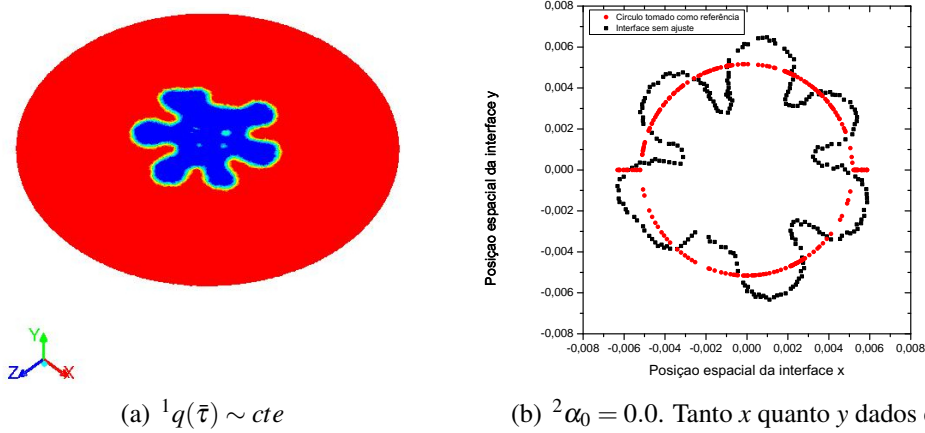


Figura 4.23 Ilustração do perfil qualitativo em a), e quantitativo da interface em b): os pontos pretos são a interface gerada no escoamento e pontos vermelhos a interface ajustada, com $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.06$ e $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.959$, $q(\bar{\tau}) \sim cte$ e $\bar{\tau} = 0.10$ s. Figuras 1 e 2 geradas nos softwares ANSYS FLUENT e Origin, respectivamente.

Inicialmente, os testes realizados utilizaram valores pequenos de α , por exemplo: começamos com o primeiro valor que é dado ao parâmetro de ajuste, $\alpha_1 = 0.9$, junto ao tempo \bar{T}_1 que foi calculado com a Equação 3.9. Este é o tempo necessário para ocupar o volume $V(\bar{R}_2^2) \sim \frac{V_{HS}}{3}$ da célula HS-Ra com água representada pelo cor azul. A pequena bifurcação secundária que surgiu no dedo, para o escoamento anteriormente citado, é inibida e um dos dedos inferiores foi também inibido quase por completo. Isto aconteceu dado que os efeitos inerciais começam a diminuir, e o formato gerado nesta ocasião é uma estrutura de aproximadamente 6 dedos (ver Figuras 4.24a e 4.24b), perfil qualitativo e quantitativo, respectivamente. No entanto, deixa uma quantidade retida entre os formatos dos dedos viscosos gerados, ou seja, o valor do α_1 é muito pequeno e, a taxa de injeção não é reduzida o suficiente e continuam persistindo os efeitos não-lineares. Portanto, ao comparar as interfaces I_g e I_a a flutuação $F_1(\alpha_1)$ tem um alto valor, mas decai relativamente pouco em comparação com a obtida para $F_0(\alpha_0)$, isto é, $\sim 15.11\%$. A partir daqui, os valores da flutuação de cada caso analisado também serão de igual forma comparados com respeito a $F_0(\alpha_0)$ (ver Tabela 4.11). Em seguida, um outro novo valor de α é testado com as mesmas condições iniciais (μ_{vg} , δ , $\mathbf{A}(\mu_{vg})$) e seu correspondente tempo de injeção.

4.4 CONTROLE E MEDIDA DA AUSÊNCIA DOS FINGERS: PERFIL QUALITATIVO E QUANTITATIVO 66

Parâmetro α	Tempo \bar{T} (s)	Raio do círculo, \bar{R}_c , (m)	Flutuações \bar{R}_c
0.0*	$\tau = 0.1000$	0.51165552E-02	0.32452334
0.9	0.1339	0.52120757E-02	0.27549151
1.8	0.1728	0.52253175E-02	0.23525367
3.5	0.2587	0.52422521E-02	0.12248039
5.0	0.3741	0.52052361E-02	0.07196388
10.2	0.7318	0.51712197E-02	0.03813522
16.3	1.3128	0.51790746E-02	0.02804163
18.3	1.5294	0.51820100E-02	0.02736273
21.0	1.8404	0.51797814E-02	0.03069002

Tabela 4.11 Os diferentes valores que adquire o tempo e as flutuações do radio do círculo devido ao aumento de α . *Para este escoamento corresponde para o regime constante, $q(\bar{\tau}) \sim cte$ e para os outros escoamentos foram feitos com taxa de injeção variável, $q(\bar{T}) = av_0(1 + \alpha\bar{T}^{\frac{1}{3}})^{-1}$.

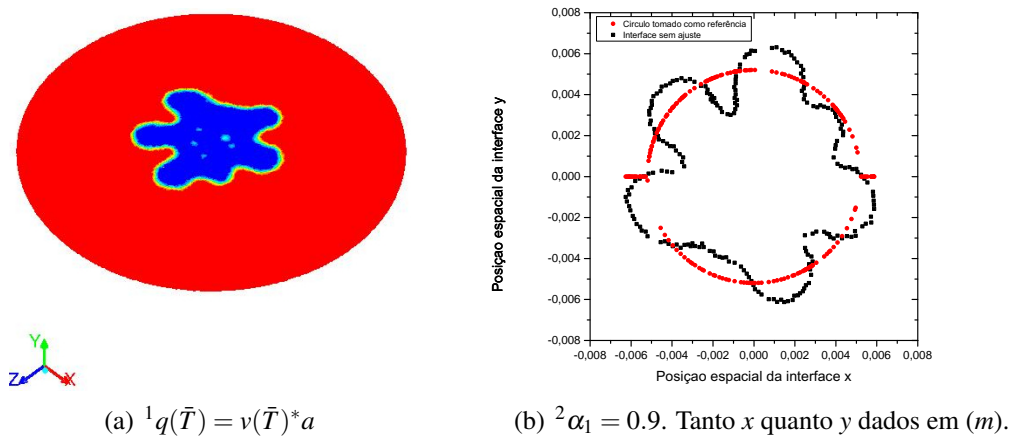


Figura 4.24 Ilustração do perfil qualitativo em a), e quantitativo da interface, b), os pontos pretos são a interface gerada no escoamento e pontos vermelhos a interface ajustada. $*v(\bar{T}) = v_0(1 + \alpha\bar{T}^{\frac{1}{3}})^{-1}$ com $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.06$, $\mathbf{A}(\mu_{vg}) = 0.959$ e $\bar{T} = 0.1339$ s. Figuras 1 e 2 geradas nos softwares ANSYS FLUENT e Origin, respectivamente.

Se o valor do parâmetro de ajuste for aumentado para $\alpha_2 = 1.8$, observa-se que a I_g ainda continua tendo o formato de cinco dedos, no entanto olhando para o perfil quantitativo (ver Figura 4.25b), o dedo superior desapareceu, isto é, a taxa de injeção decaiu rapidamente. Porém, os efeitos inerciais continuam tendo forte influência sobre os efeitos viscosos mas a flutuação $F_2(\alpha_2)$ diminuiu $\sim 27.51\%$.

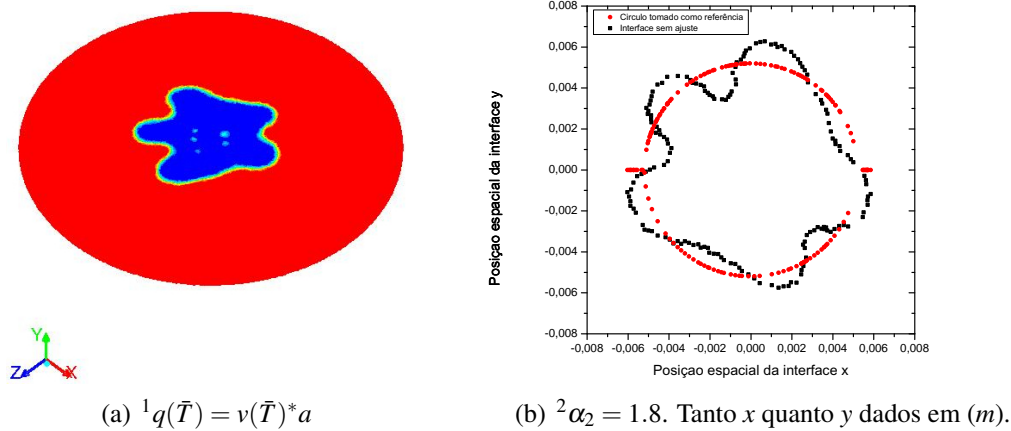


Figura 4.25 Ilustração do perfil qualitativo em a), e quantitativo da interface em b), os pontos pretos são a interface gerada no escoamento e pontos vermelhos a interface ajustada. $*v(\bar{T}) = v_0(1 + \alpha\bar{T}^{\frac{1}{3}})^{-1}$ com $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.06$, $A(\mu_{vg}) = 0.959$ e $\bar{T} = 0.1718$ s. Figuras 1 e 2 geradas nos softwares ANSYS FLUENT e Origin, respetivamente.

Seguindo com o incremento do parâmetro de ajuste, desta vez com $\alpha_3 = 3.5$, pode-se ver nas Figuras 4.26a e 4.26b que a interface passa de um estágio altamente não-linear para um estágio fracamente não-linear: o padrão muda completamente, os dedos inferiores do perfil da Figura 4.26b foram inibidos aproximadamente por completo. Para este caso, a taxa de injeção diminuiu fortemente e em consequência disso, os feitos inerciais começam a deixar de ter domínio sobre os efeitos viscosos. Os valores que assume a flutuação $F_3(\alpha_3)$ do raio do círculo diminuiram consideravelmente $\sim 62.26\%$ mas não o suficiente, portanto, deve-se considerar mais um novo valor de α .

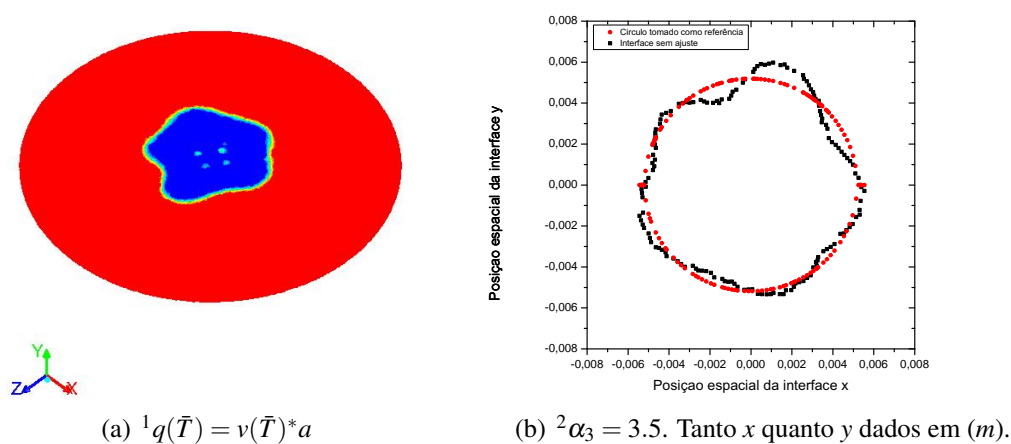
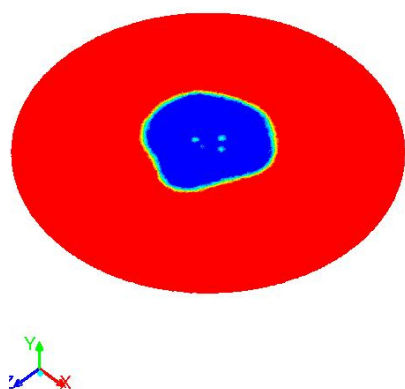
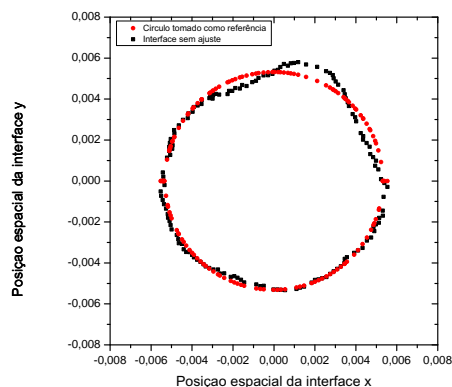


Figura 4.26 Ilustração do perfil qualitativo em a), e quantitativo da interface em b), os pontos pretos são a interface gerada no escoamento e pontos vermelhos a interface ajustada. $*v(\bar{T}) = v_0(1 + \alpha\bar{T}^{\frac{1}{3}})^{-1}$ com $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.06$, $A(\mu_{vg}) = 0.959$ e $\bar{T} = 0.2587$ s. Figuras 1 e 2 geradas nos softwares ANSYS FLUENT e Origin, respetivamente.

Para $\alpha_4 = 5.0$, quase consegue-se a supressão dos padrões dendrítico, isto é, a inibição dos efeitos não-lineares estão começando a chegar próximo a seu mínimo valor. Neste caso, ver Figuras 4.27a e 4.27b, os resultados sugerem que os efeitos inerciais deixaram de ser relevante no escoamento. Desta forma, o deslocamento possui uma dependência maior com as forças capilares e estas passam a ter um domínio significativo sobre as forças viscosas. Além disso, o formato da I_g está cada vez mais perto da I_a , assim I_g está evoluindo de uma estrutura de seis dedos para uma estrutura quase circular. Ao olhar para o valor da flutuação $F_4(\alpha_4)$, a redução é um pouco mais de quatro tercios em relação a $F_0(\alpha_0)$, ou seja, $\sim 77,82\%$. Neste ponto da procura do parâmetro de ajuste pode-se perceber que está se avançando para conseguir o valor de α que dê conta da medida mínima das flutuações $F_{minima}(\alpha_{otima})$ entre I_g e I_a , que chamaremos de parâmetro de ajuste ótimo α_{otimo} .



(a) ${}^1q(\bar{T}) = v(\bar{T}) * a$



(b) ${}^2\alpha_4 = 5.0$. Tanto x quanto y dados em (m).

Figura 4.27 Ilustração do perfil qualitativo em a), e quantitativo da interface em b), os pontos pretos são a interface gerada no escoamento e pontos vermelhos a interface ajustada. $*v(\bar{T}) = v_0(1 + \alpha\bar{T}^{\frac{1}{3}})^{-1}$ e com $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.06$, $A(\mu_{vg}) = 0.959$ e $\bar{T} = 0.3741$ s. Figuras 1 e 2 geradas nos softwares ANSYS FLUENT e Origin, respetivamente.

Na simulação seguinte foi utilizado um incremento de $\alpha_5 = 10.2$. Alcançando a supressão dos padrões dendríticos, a interface exhibe uma estabilidade aproximadamente linear. Como já era previsto, a taxa de injeção diminuiu o necessário para que o deslocamento fosse dominado pelas forças capilares. Observa-se no perfil qualitativo da Figura 4.28a que a I_g exhibe umas ondulações muito pequenas. Então é preciso olhar para o perfil quantitativo da Figura 4.28b, mas a interface gerada e ajustada também são muito próximas uma da outra, fazendo com que não se perceba facilmente algum tipo de diferença. Sem dúvida, a flutuação $F_5(\alpha_5)$ decresceu significativamente em $\sim 88.25\%$. Porém, não se tem certeza que esse valor corresponde a α_{otimo} . Nessa situação, é requerido considerar novos valores do parâmetro de ajuste e olhar somente para as medidas das flutuações $F(\alpha)$.

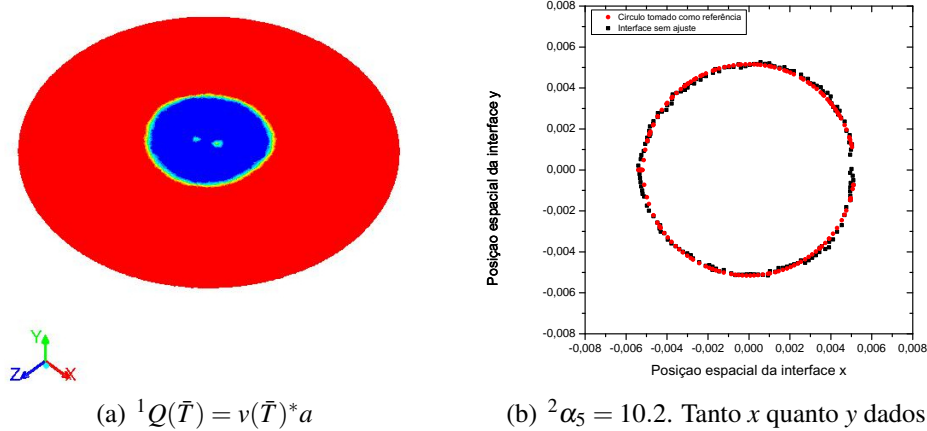
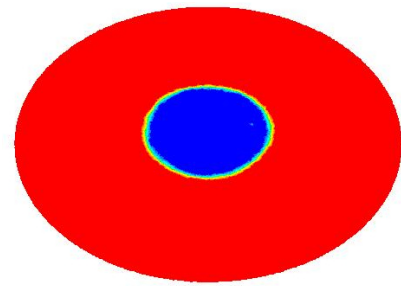


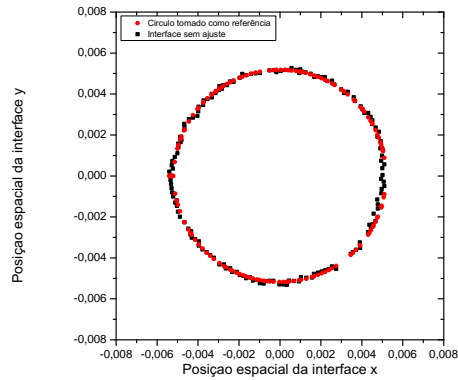
Figura 4.28 Ilustração do perfil qualitativo em a), e quantitativo da interface em b), os pontos pretos são a interface gerada no escoamento e pontos vermelhos a interface ajustada. $*v(\bar{T}) = v_0(1 + \alpha\bar{T}^{\frac{1}{3}})^{-1}$ e com $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.06$, $A(\mu_{vg}) = 0.959$ e $\bar{T} = 0.7318$ s. Figuras 1 e 2 geradas nos softwares ANSYS FLUENT e Origin, respetivamente.

Para as quantidades de $\alpha_6 = 16.3$, $\alpha_7 = 18.3$ e $\alpha_8 = 21.0$ onde observa-se que o perfil qualitativo para cada uma delas são extremadamente iguais, conforme mostrado nas Figuras 4.29a, 4.29c e 4.29e, e da mesma forma acontece com os perfis quantitativos como é mostrado nas Figuras 4.29b, 4.29d e 4.29f. As flutuações $F(\alpha)$ obtidas entre I_g e I_a usando estes três últimos valores para o parâmetro de ajuste, mostram que α_7 permite adquirir uma mínima flutuação $F_{minima}(\alpha_{otima})$, ou seja, $F_6(\alpha_6) > F_7(\alpha_7) = F_{minima}(\alpha_{otima}) < F_8(\alpha_8)$. Por outro lado, surge uma questão: porque para α_8 a flutuação aumenta ao invés de diminuir?. Este fato pode ser explicado da seguinte forma. Quando o aumento do valor de α excede consideravelmente o valor de α_{otimo} , a taxa de injeção decai extremadamente rápido. Assim, as forças capilares tem um grande domínio sobre o escoamento. Lembrando que, a formação e inibição dos *fingers* é devido ao incremento da pressão local [4]. Então, em algumas partes da interface aumenta-se fortemente a pressão e em outras ela diminui. Portanto, em algumas regiões a água expulsa a glicerina e em outras não, e nesses setores é criado refluxo "reversed flow". Deste maneira, uma vez mais são geradas suave ou grandes ondulações na interface, gerando-se mais uma vez um estágio fracamente não-lineares (ver Figura 4.30).

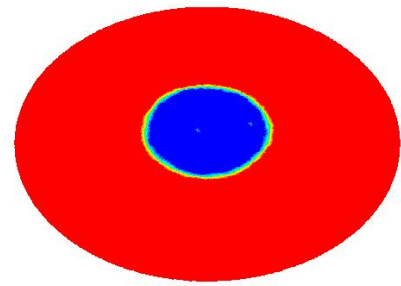
4.4 CONTROLE E MEDIDA DA AUSÊNCIA DOS FINGERS: PERFIL QUALITATIVO E QUANTITATIVO 70



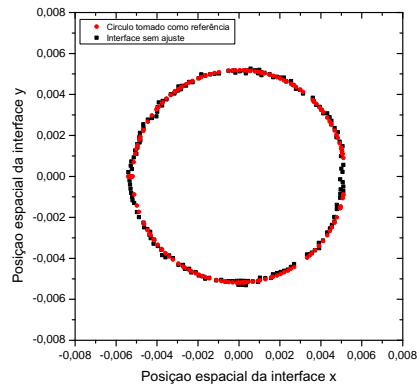
(a) ${}^1q(\bar{T}) = v(\bar{T}) * a$ com $\bar{T} = 1.3128$ S.



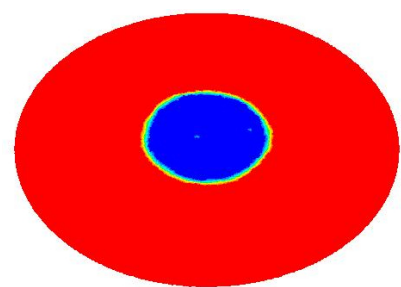
(b) ${}^2\alpha_6 = 16.3$. Tanto x quanto y dados em (m).



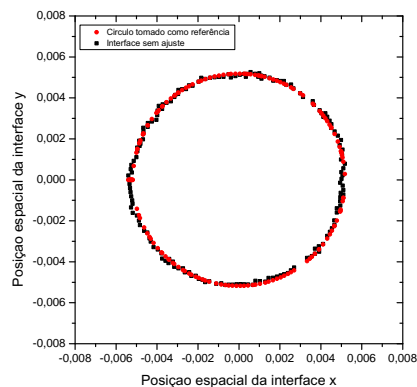
(c) ${}^1q(\bar{T}) = v(\bar{T}) * a$ com $\bar{T} = 1.5294$ S.



(d) ${}^2\alpha_7 = 18.3$. Tanto x quanto y dados em (m).



(e) ${}^1q(\bar{T}) = v(\bar{T}) * a$ com $\bar{T} = 1.8404$ S.



(f) ${}^2\alpha_8 = 21.0$. Tanto x quanto y dados em (m).

Figura 4.29 Ilustração dos perfis qualitativos em a), c) e e). E, perfis quantitativos da interface em b), d) e f) onde os pontos pretos são a interface gerada no escoamento e pontos vermelhos a interface ajustada. $*v(\bar{T}) = v_0(1 + \alpha\bar{T}^{\frac{1}{3}})^{-1}$ e com $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.06$ e $A(\mu_{vg}) = 0.959$. Figuras 1 e 2 geradas nos softwares ANSYS FLUENT e Origin, respetivamente.

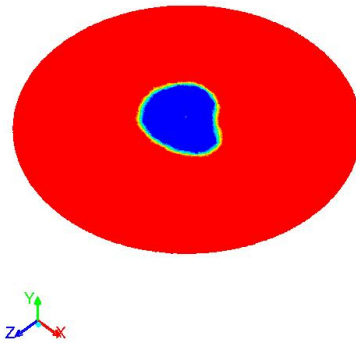


Figura 4.30 Ilustração do aparecimento do formato dendrítico devido a que $\alpha > \alpha_{optima}$, com $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.06$, $A(\mu_{vg}) = 0.959$ e taxa de injeção variável. Figura gerada no software ANSYS FLUENT.

Então, α_6 , α_7 e α_8 possuem um valor razoável que criam uma variação na interface tão pequena que, não é possível fazer uma análise qualitativa e deve-se, como já mencionado anteriormente, realizar uma análise quantitativa. Assim, observando as flutuações para estes três casos tem-se que: $F_6(\alpha_6)$ decaiu um $\sim 91,36\%$, $F_{minima}(\alpha_{otima}) \sim 91,56\%$ e $F_8(\alpha_8) \sim 90,54\%$. Desta forma, pode-se determinar o valor do parâmetro de ajuste ótimo do sistema bifásico ($A(\mu_{vg})$) estudado. Na Figura 4.31 mostra-se o comportamento das flutuações em função do parâmetro de ajuste. Neste gráfico, pode-se observar como as flutuações $F(\alpha)$ decaem do valor máximo quando, o escoamento é feito no regime constante e logo, passa para um escoamento em regime variável chegando ao mínimo da flutuação $F_{minima}(\alpha_{otima})$ e em seguida, a flutuação $F(\alpha)$ volta de novo a aumentar.

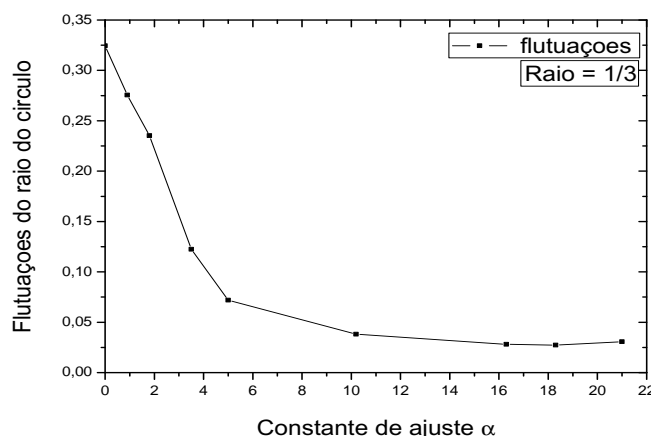


Figura 4.31 Flutuações do raio do círculo, \bar{R}_{c2} , para o caso onde viscosidade gerada $\mu_{vg} = 0.04794 \frac{kg}{ms}$, $\delta = 0.06$ e $A(\mu_{vg}) = 0.959$ permanecem constantes durante os escoamentos. Figura gerada no software Origin.

4.5 ANÁLISE DA MEDIDA DA AUSÊNCIA DOS FINGERS NO REGIME VARIÁVEL

Como foi indicado nas Seções 4.1 e 4.2 foram estabelecidos os critérios que ficaram fixos como o regime de injeção constante, e na Seção 4.3 foi apresentado o regime de injeção variável. Estes critérios como as taxas de injeções serão usados nos escoamentos simulados. Assim, nesta seção vamos apresentar os resultados quantitativos para a condição de ausência dos dedos viscosos ou fingers para cada sistema bifásico ($\mathbf{A}(\mu_{vg})$) onde a água expulsa um fluido caracterizado pela viscosidade μ_{vg} , em função do parâmetro α na Equação 3.3. Esta medida é obtida dos estágios finais, isto é, para períodos longos da evolução da interface e que representa, o valor mínimo das flutuações $F_{minima}(\alpha_{otima})$ quando se compara a interface gerada, I_g , com a interface ajustada, I_a , ver Seção 4.4.

4.5.1 Resultados da estabilidade da interface em função do parâmetro α_{otima}

Nas Figuras 4.32, 4.33 e 4.34 são apresentados os digramas da estabilidade da interface para os nove sistemas bifásicos analisados com os seus correspondentes parâmetros de ajuste, α_{otima} . Estas informações ficam nas Tabelas 4.8, 4.9, e 4.10 e pertencente para os três raios dos círculos investigados $\bar{R}_{c1} \sim \frac{1}{4}$, $\bar{R}_{c2} \sim \frac{1}{3}$ e $\bar{R}_{c3} \sim \frac{1}{2}$ da célula HS-Ra. As curvas de estabilidade da interface mostradas nestas figuras dividem o plano (μ_{vg}, α) em duas regiões: a) uma *sem fingers*, ou seja, os estágios finais atingidos da interface são aproximadamente lineares (supressão da instabilidade hidrodinâmica), a qual corresponde às áreas que encontram-se acima destas curvas de estabilidade da interface, b) uma outra *com fingers*, isto é, os estágios finais da evolução da interface apresentam dependência com os efeitos não-lineares e correspondem às áreas que estão abaixo das curvas de estabilidade da interface. Assim, estes resultados sugerem que para cada valor da viscosidade gerada μ_{vg} há um valor do parâmetro de ajuste na região de transição ou crítico, $\alpha_{critico}$, associada a ela, que permite em aproximação, obter a mínima flutuação $F_{minima}(\alpha_{critico})$ entre a interface gerada e a interface ajustada.

Na Figura 4.35, apresenta-se os três perfis das curvas de estabilidades citados acima. Nela pode-se observar a forte dependência que tem a taxa de injeção com o parâmetro de ajuste α_{otimo} , isto é, quanto menor for o volume a preencher, maior deve ser o valor de α_{otimo} para que a velocidade de injeção diminua mais rapidamente uma vez que o tempo de injeção é pequeno. Caso contrario, quando se deseja preencher o volume $V(\bar{R}_{c3}) = \frac{V_{HS}}{4}$, os valores de α_{otimo} são de menor valor porém, o tempo de injeção é acrescentado consideravelmente em relação ao caso de $V(\bar{R}_{c1}) = \frac{V_{HS}}{16}$ onde \bar{R}_{c3} e \bar{R}_{c1} representam os raios dos volumes a preencher e V_{HS} o volume total da célula.

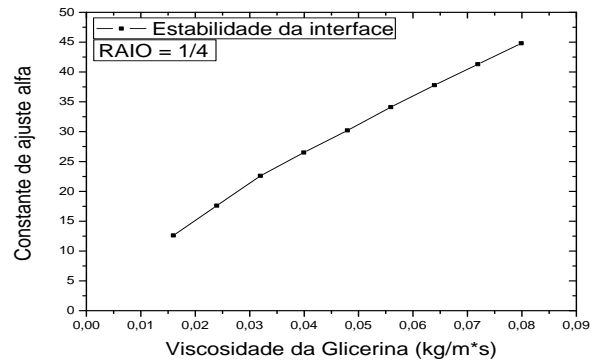


Figura 4.32 Diagrama da estabilidade da interface dos sistemas bifásicos ($A(\mu_{vg})$) apresentados na Tabela 4.8. Figura gerada no software Origin.

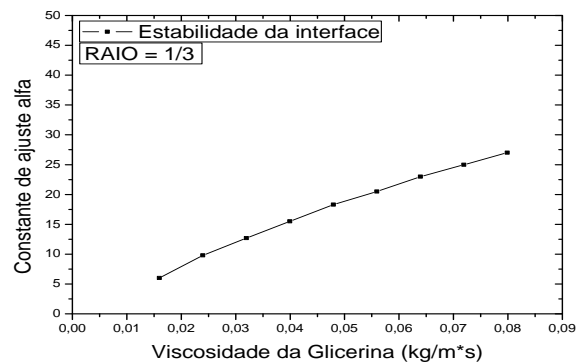


Figura 4.33 Diagrama da estabilidade da interface dos sistemas bifásicos ($A(\mu_{vg})$) apresentados na Tabela 4.9. Figura gerada no software Origin.

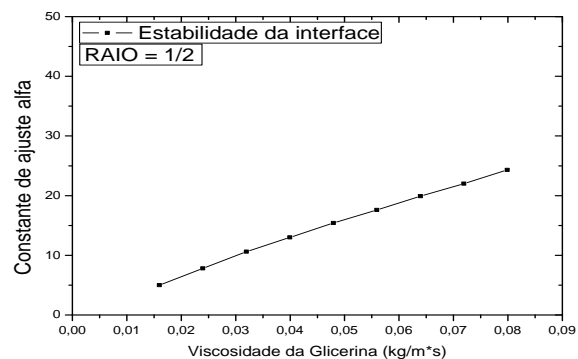


Figura 4.34 Diagrama da estabilidade da interface dos sistemas bifásicos ($A(\mu_{vg})$) apresentados na Tabela 4.10. Figura gerada no software Origin.

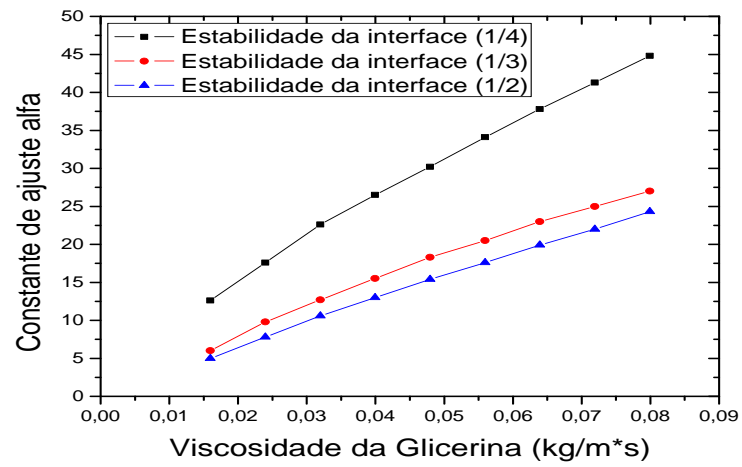


Figura 4.35 Diagrama da estabilidade da interface dos sistemas bifásicos ($A(\mu_{vg})$) apresentados nas Tabelas 4.8, 4.9 e 4.10. Figura gerada no software Origin.

Conclusões e Perspectiva

5.1 CONCLUSÕES

Os resultados obtidos numericamente nesta dissertação comprovam que ao fazer a taxa de injeção diminuir segundo uma lei de potência, $\alpha \bar{T}^{-\frac{1}{3}}$, é possível aproximadamente, impedir que perturbações dendríticas, decorrentes dos efeitos não-lineares, que surgem na interface fluido-fluido durante os escoamentos laminares de sistemas bifásicos newtonianos, apareçam na interface, bem como corrigir pequenas perturbações ao injetar o fluido invasor a uma velocidade variável, a partir de uma configuração fracamente perturbada. Nossos resultados numéricos validam os resultados analíticos encontrados por [4], para configurações fracamente não-lineares. Os dados revelam, que ao diminuir a taxa de injeção as forças capilares passam a dominar o escoamento. No entanto, para alcançar um estado aproximadamente linear, foram encontrados valores *ótimos* para o parâmetro de ajuste, α_{otimo} , o que possibilitou obter um valor mínimo para as flutuações, $F_{minima}(\alpha_{otimo})$, que representa uma comparação entre a interface gerada após a injeção e um círculo não perturbado.

Ao analisar os valores encontrados para o parâmetro, α_{otimo} , junto ao fluido deslocado, para uma mesma velocidade inicial, logrou-se construir um diagrama de estabilidade da interface, $(\mu_{vg}, \alpha_{otima})$, que caracteriza a formação ou inibição dos padrões dendríticos. Nessa situação, se $\alpha < \alpha_{otima}$ a evolução da interface exibirá a formação de fingers (ver Figura 4.24a). Porém, se $\alpha > \alpha_{otimo}$ o estágio final da interface é aproximadamente linear (ver Figura 4.29e). Assim, para cada valor de μ_{vg} há um valor do parâmetro de ajuste, α_{otimo} , para obter a mínima flutuação $F_{minima}(\alpha_{otimo})$ entre a interface gerada e a interface ajustada, isto é, um estágio estacionário foi alcançado.

Verificamos através das análises dos escoamentos para quais valores da viscosidade do fluido deslocado (μ_{vg}) nosso modelo (ver Equação 3.3) é válido, para os quais logrou-se o controle da instabilidade hidrodinâmica. Então, estes valores de μ_{vg} ficam na faixa de $[0.01598 \frac{kg}{m \cdot s} - 0.07990 \frac{kg}{m \cdot s}]$ com fator de redução entre $[0.02 \leq \delta \leq 0.10]$ e o contraste de viscosidade entre

$$[0.882 \leq \mathbf{A}(\mu_{vg}) \leq 0.975] .$$

Por fim, não foi possível explorar estágios finais da interface para a injeção de uma quantidade de água maior que $\frac{1}{4}$ do volume da célula HS-Ra, pelas seguintes razões: caso os parâmetros de ajuste assumam valores pequenos, os quais estejam no intervalo $1.0 < \alpha < 5.0$, o que faz a taxa de injeção cair rapidamente alcançando valores para os quais o fluido deslocado não consegue vencer a pressão externa à célula e aparecem refluxo na parede definida como saída. Em uma outra tentativa, se $\alpha > 5.0$ o valor muito pequeno de $q(\bar{T})$ faz com que a simulação divirja e seja conseqüentemente interrompida.

5.2 PERSPECTIVA

Para futuros trabalho com a célula de Hele-Shaw Radia, pode-se recomendar simular o deslocamento de um fluido de maior viscosidade por um de menor viscosidade através de uma região porosa (modelada por meio do empacotamento Apoliano como realizado nas Referências [5, 34]), fazendo uso do nosso modelo (ver Seção 3.6), e desta forma observar que tão eficiente poderia ser este modelo de injeção variável para deslocar o fluido de maior viscosidade.

Apêndices

Script: UDF

A.1 ARQUIVO EM LINGUAGEM C

Como já anteriormente foi comentado, a função UDF permite incorporar o arquivo ".C" ao software DFC Solver.

```
1
2  #include "udf.h"
3
4  DEFINE_PROFILE (inlet_y_velocity, thread, position)
5  {
6
7      face_t f;
8
9      real t = CURRENT_TIME;
10
11
12     real v0 = -0.1; /* Velocidade inicial */
13     double e = 0.333 ; /* Expoente */
14     real a = 1.0; /* Parâmetro de ajuste alfa */
15     begin_f_loop (f, thread)
16
17     {
18
19         F_PROFILE (f, thread, position) = v0/(1 + a*pow(t,e));
20
21     }
22
23     end_f_loop (f, thread)
24
25 }
```


Método de Solução no ANSYS FLUENT: Revisão

Os problemas da hidrodinâmica são governados pelas equações das leis da conservação da física, que são usadas para a sua análise e predição dos fenômenos presente. Em ANSYS FLUENT, a DFC resolve só as equações da conservação de massa e momento quando os problemas não tem transferência de calor e os fluidos são incompressíveis [29, 34, 61]. As equações escritas na forma diferencial oferecem uma descrição detalhada ponto a ponto do campo de velocidade [62], tal como indicado nas as equações do movimento 2.1 e 2.6 na Seção 2.2. A partir de aqui até o fim do apêndice, as informações contidas nele foram retiradas dos **Manuais de ANSYS FLUENT** [17, 33]. No entanto, também foram incluídas outras referências dentre do texto.

B.1 MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS (MVF)

Em ANSYS FLUENT, os regimes de escoamento multifásicos estão agrupados em quatro categorias: fluxos gás-líquido ou líquido-líquido, fluxo sólido-líquido e fluxo de três fases. Por exemplo: fluxo borbulhante, fluxo de gotículas, fluxo de lodos, fluxo de superfície livre ou estratificada, fluxo de partículas carregadas¹. Após de definir o regime do escoamento para o problema a estudar, também deve-se definir o método numérico, neste caso fluxo multifásico, que permitirá solucionar as equações do movimento dos fluidos. Quando trabalha-se com fluidos imiscíveis a abordagem que melhor adapta-se é *abordagem Euler-Euler (EE)*. Nesta abordagem (*EE*), as diferentes fases são tratadas matematicamente como interpenetração contínua, desde que o volume de uma fase não seja ocupado por outra fase, dentro do volume de controle.

O Método dos Volume Finitos (MVF) discretiza a forma integral das equações de conservação diretamente no espaço físico, isto é, o *MVF* integra as equações em cada um dos volumes de controle em que o domínio computacional (*malha*) foi dividido. Dessa maneira, a cada volume de controle é associado um nó em seu centro, onde as variáveis são definidas. Então, quanto maior for a quantidade de nós na malha, a solução numérica será mais próxima à solução exata [61]. Além disso, (*MVF*) permite simular numericamente o escoamento de dois ou

¹Em inglês, Bubbly flow, Droplet flow, slug flow, stratified/free-surface flow e particle-laden flow, respectivamente.

mais fluidos. Este método, ao igual que a abordagem Euler-Euler, também faz uso da condição de fluidos não interpenetrantes para realizar os cálculos. No *MVF* o número de variáveis é igual ao número de fases. Então, cada variável é representada pela fração volumétrica na célula computacional. Em cada volume de controle, a fração volumétrica de todas as fases somadas é igual a 1 (ver nas Referências [17, 34]). Assim, a fração volumétrica do fluido j em uma dada célula é definida por α_j e, portanto, as seguintes situações são possíveis:

1. $\alpha_j = 0$: a célula não contém o fluido j .
2. $\alpha_j = 1$: a célula preenchida apenas pelo fluido j .
3. $0 < \alpha_j < 1$: a célula contém uma interface entre mais de um fluido.

B.2 CURVATURA

O ANSYS FLUENT modela a curvatura, κ , através do modelo de *força superficial continua* (em inglês, *continuum surface force - CSF*). O modelo CSF adiciona um *termo fonte*, deduzido através da força superficial por unidade de área interfacial, à equação da quantidade de movimento. Desta forma, a tensão superficial, σ , pode ser considerada constante ao longo da interface.

A curvatura da superfície é calculada a partir dos gradientes locais nas superfícies normais à interface. Seja n a normal à superfície, definida como o gradiente de α_j , onde α_j é fração volumétrica da fase j , assim:

$$\vec{n} = \nabla \alpha_j, \quad (\text{B.1})$$

A curvatura, κ , é definida em termos da divergência de \hat{n}

$$\kappa = -(\nabla \cdot \hat{n}), \quad (\text{B.2})$$

onde \hat{n} é a unidade normal à superfície e é da forma,

$$\hat{n} = \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|}. \quad (\text{B.3})$$

No modelo MVF o termo fonte quando se tem somente duas fases numa célula é definido por:

$$F_{vol} = \sigma_{1,2} \frac{\rho \kappa_1 \nabla \alpha_1}{\frac{1}{2}(\rho_1 + \rho_2)}, \quad (\text{B.4})$$

onde F_{vol} é *força de volume* e ρ é a densidade média de volume dada por:² $\rho = \alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2$. Como já foi dito anteriormente, σ é constante na interface dado que foi considerado que $\Delta p = p_1 - p_2$ também é constante através da superfície. Assim, a força na superfície pode ser expressa como uma força de volume fazendo uso do teorema da divergência. Além disso, F_{vol} permite uma superposição suave das forças perto das células quando o sistema tem mais de duas fases.

²Para um sistema de n fases, a densidade é dada por: $\rho = \sum \alpha_j \rho_j$. Desta forma, as outras propriedades por exemplo, viscosidade, tensão superficial, etc., são determinadas de maneira semelhante [17].

B.3 DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL

O ANSYS FLUENT armazena os valores discretos de ϕ no centro da célula, ver Figura B.1 neste exemplo em c_0 e c_1 . Assim, os valores de ϕ_f podem ser interpolados a partir de valores armazenados no centro. O Software faz uso do *esquema upwind*. Os valores de ϕ_f nas face são derivados a partir dos valores das propriedades existentes no centro da célula anterior, em relação à direção normal da velocidade. O ANSYS FLUENT tem os seguintes *esquemas upwind* de discretização: *first-order upwind*, *second-order upwind*.

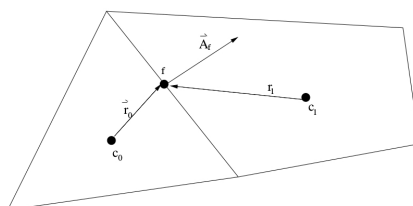


Figura B.1 Volume de controle para uma célula triangular bidimensional. Figura retirada da referência [17].

B.3.1 Esquema *upwind* de primeira ordem (*first-order upwind*) e de segunda ordem (*second-order upwind*)

Tem-se dois esquemas de precisão, de primeira ordem e de segunda ordem. Para o primeiro caso, o esquema *upwind* assume que os valores das quantidades no centro das células representam um valor médio entre as faces, e este é colocado na entrada da célula, representando a direção do escoamento. Deste modo, o valor de ϕ_f será exatamente ao valor de ϕ armazenado no centro da célula anterior, na direção do escoamento. No segundo caso, o esquema *upwind* determina os valores de ϕ_f usando uma abordagem de aproximação linear multidimensional. Esta abordagem tem um alto nível de precisão, os valores de ϕ_f são obtidos por meio de uma expansão em série de Taylor, assim:

$$\phi_f = \phi + \nabla\phi \cdot \vec{r} \quad (\text{B.5})$$

onde ϕ e $\nabla\phi$ são o valor no centro da célula e seu gradiente na célula anterior, respectivamente, e \vec{r} é o vetor deslocamento do centro da célula anterior até o centro da face. ANSYS FLUENT calcula o gradiente da Equação B.5 através do método: *Gradiente baseado nas células avaliação pelos mínimos quadrados - Least Squares Cell-Based Gradient Evaluation*: Neste método pode-se supor que a solução varia linearmente. Para as células c_0 e c_i é colocado um valor, ver Figura B.2, então para avaliar a variação do valor na célula c_i com respeito ao valor da célula c_0 ao longo do vetor δr_i , precisa-se de:

$$(\nabla\phi)_{c_0} \cdot \Delta r_i = \phi_{c_i} - \phi_{c_0}, \quad (\text{B.6})$$

Uma forma compacta para escrever a variação dos valores de célula respeito a célula c_0 é dada por:

$$[J](\nabla\phi)_{c_0} = \Delta\phi, \quad (\text{B.7})$$

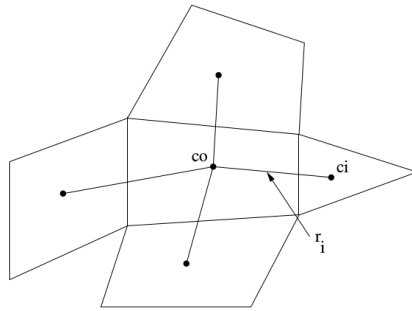


Figura B.2 Avaliação do gradiente pelo método LSCB. Figura retirada da referência [17].

onde $[J]$ é a matriz dos coeficientes que é puramente uma função da geometria.

B.4 PRESSURE-BASED SOLVER - PBS

ANSYS FLUENT, o método de *PBS* permite solução numérica das equações discretizadas é solucionado pelo algoritmo: o *Pressure-based: Algoritmo Segregado*.

B.4.0.1 Baseado Pressão: Algoritmo Segregado O Baseado Pressão: Algoritmo Segregado (*em inglês, Pressure-Based Segregated Algorithm - PBSA*) faz uso do algoritmo segregado quando as equações para as variáveis (velocidade, pressão, temperatura, etc.) são solucionadas sequencialmente, isto é, são resolvidas uma após a outra. Cada equação, enquanto está sendo resolvida, é "desacoplada" ou "segregada" das outras equações. O algoritmo segregado é apropriado em termos de memória, uma vez que as equações discretizadas só precisam ser armazenadas uma de cada vez na memória. Porém, a convergência da solução é relativamente lenta, devido a que as equações são resolvidas de forma separada.

Com o algoritmo segregado, cada iteração consiste nos seguintes passos: a) Atualização das propriedades do fluido (por exemplo: densidade, calor específico, viscosidade) contendo viscosidade turbulenta (difusividade) baseada na solução atual. b) Resolução das equações algébricas da quantidade de movimento, uma após a outra, usando os valores recém atualizados de pressão e vazão mássica na face. c) Resolva a equação da pressão usando os recentes campos de velocidades e de vazão mássica obtidos. d) Correção da vazão mássica na face, a pressão, e os campos de velocidades empregando a correção obtida no passo c). e) Resolução da equações para escalares adicionais, se houver, tais como quantidades turbulentas, energia, espécies, e intensidade de radiação usando os valores correntes das variáveis de solução. f) Atualização dos termos fonte resultantes das iterações entre diferentes fases. g) Verificação da convergência das equações. Estes passos são repetidos até que os critérios de convergência sejam encontrados. Na Figura B.3 pode-se observar de forma esquemática os passos do algoritmo.

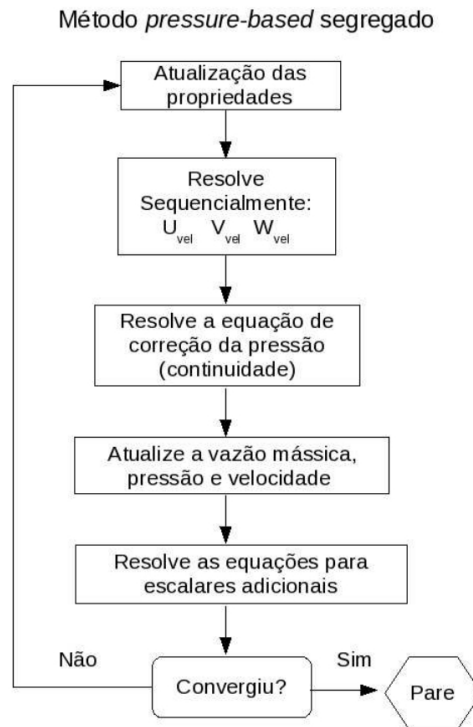


Figura B.3 Método de Solução, Pressure-based: Algoritmo Segregado. Figura retirada da referência [5].

B.4.1 Equações de transporte no ANSYS FLUENT

As equações de transportes são discretizadas pelo ANSYS FLUENT através do método de solução *Pressure-Based Solver - PBS*. O método de discretização *BPS* é usado devido que ajusta-se às condições adotadas no fluxo (fluido newtoniano, incompressível, laminar e baixa velocidades). Por praticidade as equações da continuidade e de quantidade do movimento são escritas na forma integral, para um regime estacionário.

$$\oint \rho \vec{u} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (\text{B.8})$$

$$\oint \rho \vec{u} \vec{u} \cdot d\vec{A} = - \oint p \vec{I} \cdot d\vec{A} + \oint \vec{\sigma} \cdot d\vec{A} + \int_V \vec{F} dV \quad (\text{B.9})$$

onde I é a matriz identidade, $\vec{\sigma}$ é o tensor de tensão e \vec{F} é o vetor força [17, 61]. As equações de transporte B.8 e B.9 são discretizadas por métodos especiais através do uso de quantidades escalares sob o volume de controle do sistema analisado (ver nas referências [17, 34]).

Referências Bibliográficas

- [1] SAFFMAN, P. G.; TAYLOR, G. The penetration of a fluid into a porous medium or heleshaw cell containing a more viscous liquid. In: . c1958. v. 245. p. 312–329. 1, 2, 3, 25
- [2] ROSA, A. J.; DE SOUZA CARVALHO, R.; XAVIER, J. A. D. *Engenharia de reservatórios de petróleo*. Interciência, 2006. 2, 14
- [3] TIAB, D.; DONALDSON, E. C. *Petrophysics: theory and practice of measuring reservoir rock and fluid transport properties*. Gulf Professional Pub., 2004. 2, 9, 10, 16, 17
- [4] DIAS, E. O.; MIRANDA, J. A. Control of radial fingering patterns: A weakly nonlinear approach. *Phys. Rev. E*, v. 81, p. 016312, Jan 2010. 2, 3, 4, 25, 26, 27, 29, 31, 69, 75
- [5] OLIVEIRA, R. S. D. *Propriedades de escala no escoamento de fluido em meio poroso modelado por empacotamento apoloniano*. 88f. 2009. Dissertação (Mestrado em Física) - Universidade Federal da Bahia, Instituto de Física, Curso de Pós-Graduação em Física, Salvador Bahia. Pages 7 - 11, 2009. 2, 6, 11, 22, 23, 76
- [6] RISTROPH, L.; THRASHER, M.; MINEEV-WEINSTEIN, M. B.; SWINNEY, H. L. Fjords in viscous fingering: Selection of width and opening angle. *Phys. Rev. E*, v. 74, p. 015201, Jul 2006. 2, 10, 31
- [7] SCHWARTZ, L. Stability of heleshaw flows: The wetting-layer effect. *Physics of Fluids (1958-1988)*, v. 29, n. 9, p. 3086–3088, 1986. 2, 10, 31
- [8] LI, S.; LOWENGRUB, J. S.; FONTANA, J.; PALFFY-MUHORAY, P. Control of viscous fingering patterns in a radial heleshaw cell. *Physical review letters*, v. 102, n. 17, p. 174501, 2009. 2, 28, 31
- [9] PATERSON, A.; FERMIGIER, M.; JENFFER, P.; LIMAT, L. Wetting on heterogeneous surfaces: Experiments in an imperfect heleshaw cell. *Phys. Rev. E*, v. 51, p. 1291–1298, Feb 1995. 2, 10, 31

- [10] HE, S.; KAHANDA, G. L. M. K. S.; WONG, P.-Z. Roughness of wetting fluid invasion fronts in porous media. *Phys. Rev. Lett.*, v. 69, p. 3731–3734, Dec 1992. 2, 10, 31
- [11] CASADEMUNT, J. Viscous fingering as a paradigm of interfacial pattern formation: Recent results and new challenges. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, v. 14, n. 3, p. 809–824, 2004. 2, 4, 31, 32
- [12] LESHCHINER, A.; THRASHER, M.; MINEEV-WEINSTEIN, M. B.; SWINNEY, H. L. Harmonic moment dynamics in laplacian growth. *Physical Review E*, v. 81, n. 1, p. 016206, 2010. 2, 3, 4, 10, 26, 28, 31
- [13] PRAUD, O.; SWINNEY, H. L. Fractal dimension and unscreened angles measured for radial viscous fingering. *Physical Review E*, v. 72, n. 1, p. 011406, 2005. 2, 31
- [14] CHESNOKOV, A.; LIAPIDEVSKII, V. Viscosity-stratified flow in a hele-shaw cell. *arXiv preprint arXiv:1501.00366*, 2015. 2
- [15] KONDIC, L.; SHELLEY, M. J.; PALFFY-MUHORAY, P. Non-newtonian hele-shaw flow and the saffman-taylor instability. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 80, n. 7, p. 1433, 1998. 2
- [16] DIAS, E. O. R. et al. Otimização e controle de interfaces instáveis e de forças adesiva em fluidos. 2014. 2, 44
- [17] FLUENT, A. 13.0: Theory guide, ansys. *Inc., Canonsburg, PA*, 2013. 2, 13, 20, 31, 39, 79, 80, 83
- [18] BRACKBILL, J.; KOTHE, D. B.; ZEMACH, C. A continuum method for modeling surface tension. *Journal of computational physics*, v. 100, n. 2, p. 335–354, 1992. 2, 18, 19, 20
- [19] BEN-JACOB, E. From snowflake formation to growth of bacterial colonies ii: Cooperative formation of complex colonial patterns. *Contemporary Physics*, v. 38, n. 3, p. 205–241, 1997. 2
- [20] GORIELY, A.; TABOR, M. Self-similar tip growth in filamentary organisms. *Physical review letters*, v. 90, n. 10, p. 108101, 2003. 2
- [21] GLICKSMAN, M. E. *Principles of solidification: an introduction to modern casting and crystal growth concepts*. Springer Science & Business Media, 2010. 2
- [22] MIRANDA, J.; WIDOM, M. Radial fingering in a hele-shaw cell: a weakly nonlinear analysis. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, v. 120, n. 3, p. 315–328, 1998. 2, 3, 4, 26, 31
- [23] GUSTAFSSON, B.; VASIL'EV, A. *Conformal and potential analysis in hele-shaw cells*. Springer Science & Business Media, 2006. 2, 6, 24, 25
- [24] PATERSON, L. Radial fingering in a hele shaw cell. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 113, n. 1, p. 513–529, 1981. 2, 3, 4

- [25] KUNDU, P.; COHEN, I. *Fluid mechanics (second edition)*. Elsevier Science, 2001. 2, 6, 8, 18
- [26] BATAILLE, J. Stabilité d'un écoulement radial non miscible. v. 23, p. 1349, 1968. 4, 28
- [27] WILSON, S. A note on the measurement of dynamic contact angles. *Journal of Colloid and Interface Science*, New York, v. 51, n. 3, p. 532–534, 1975. 4
- [28] AMAR, M. B.; HAKIM, V.; MASHAAL, M.; COUDER, Y. Self-dilating viscous fingers in wedge-shaped hele–shaw cells. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics (1989-1993)*, v. 3, n. 9, p. 2039–2042, 1991. 4, 28
- [29] MUNSON, B. R.; YOUNG, D. F.; OKIISHI, T. H. *Fundamentos da mecânica dos fluidos*. Tradução da 4ª edição norte-americana. Edgard Blucher, 2004. 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 18, 22, 24, 26, 31, 79
- [30] BRUNETTI, F. *Mecânica dos fluidos. rev.* São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008. 4, 6, 8, 10, 11, 12
- [31] WHITE, F. M. *Fluid mechanics (seventh edition)*. ed: McGraw-Hill, Boston, 2009. 4, 8, 12, 13, 18, 26
- [32] KARNIADAKIS, G. E.; BESKOK, A.; ALURU, N. *Microflows and nanoflows: fundamentals and simulation*. Springer Science & Business Media, 2006. v. 29. 6, 10, 18
- [33] FLUENT, A. I. Ansys fluent 12.0 udf manual. *Ansys Inc*, 2009. 7, 24, 79
- [34] SOUZA, A. S. P. *Escoamento de fluidos bifásicos em empacotamentos geométricos*. 2014. Dissertação (Mestrado em Física) - Universidade Federal da Bahia, Instituto de Física, Curso de Pós-Graduação em Física, Salvador Bahia. Pages 4 - 11, 2014. 7, 8, 10, 11, 12, 13, 16, 22, 23, 24, 39, 44, 76, 79, 80, 83
- [35] CENGEL, Y. A.; CIMBALA, J. M. *Mecânica de fluidos: Fundamentos y aplicaciones*. Interamericana Editora, 2015. 7, 8, 9, 10, 11, 12, 22, 23, 24
- [36] LANGLOIS, W. E.; DEVILLE, M. O. *Slow viscous flow*. Springer, 1964. 9
- [37] CHANSON, H. 14 - physical modelling of hydraulics. In: CHANSON, H. (Ed.) *Hydraulics of Open Channel Flow (Second Edition)*. Oxford: Butterworth-Heinemann, second edition. ed., 2004. p. 253 – 274. 9
- [38] SAYLOR, J.; BOUNDS, G. D. et al. Experimental study of the role of the weber and capillary numbers on mesler entrainment. *AIChE Journal*, v. 58, n. 12, p. 3841–3851, 2012. 9
- [39] TABELING, P. *Introduction to microfluidics*. Oxford University Press on Demand, 2005. 9, 10, 13, 14, 15, 17
- [40] SHIKHMURZAEV, Y. D. *Capillary flows with forming interfaces*. CRC Press, 2007. 9, 10

- [41] DREYFUS, R.; TABELING, P.; WILLAIME, H. Ordered and disordered patterns in two-phase flows in microchannels. *Phys. Rev. Lett.*, v. 90, p. 144505, Apr 2003. 10
- [42] DE GENNES, P.-G.; BROCHARD-WYART, F.; QUÉRÉ, D. *Capillarity and wetting phenomena: drops, bubbles, pearls, waves*. Springer Science & Business Media, 2013. 10, 15
- [43] SORIANO, J.; ORTÍN, J.; HERNÁNDEZ-MACHADO, A. Experiments of interfacial roughening in hele-shaw flows with weak quenched disorder. *Phys. Rev. E*, v. 66, p. 031603, Sep 2002. 10
- [44] CHEN, J.-D. Radial viscous fingering patterns in hele-shaw cells. *Experiments in fluids*, v. 5, n. 6, p. 363–371, 1987. 10
- [45] CUETO-FELGUEROSO, L.; JUANES, R. A phase-field model of two-phase hele-shaw flow. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 758, p. 522–552, 2014. 10, 31
- [46] DIAS, E. O.; MIRANDA, J. A. Taper-induced control of viscous fingering in variable-gap hele-shaw flows. *Physical Review E*, v. 87, n. 5, p. 053015, 2013. 10
- [47] AL-HOUSSEINY, T. T.; TSAI, P. A.; STONE, H. A. Control of interfacial instabilities using flow geometry. *Nature Physics*, v. 8, n. 10, p. 747–750, 2012. 10
- [48] ISHII, M.; HIBIKI, T. *Thermo-fluid dynamics of two-phase flow*. Springer Science & Business Media, 2010. 10
- [49] ROSA, E. S. *Escoamento multifásico isotérmico: modelos de multifluidos e de mistura*. Bookman Editora, 2009. 10
- [50] ADAM, N. K. *The physics and chemistry of surfaces*. London: Oxford University Press: Humphrey Milford: Third Edition, 1941. 13, 14, 15
- [51] CRAIG, JR., F. F. *The reservoir engineering aspects of waterflooding*. Society of Petroleum Engineers. Dallas, NY. Second Printing, 1971. 15, 16
- [52] SANTOS, R. G. *Avaliação da molhabilidade de superfícies de oleodutos através de medidas de ângulo de contato: Efeito de asfaltenos e de ácidos naftênicos. sa59a*. 2003. Pages 34, 35. Dissertação (Mestrado em Física) - Universidade Estadual de Campina, Faculdade de Engenharia Química, Curso de Pós-Graduação em Engenharia química, Campinas, São Paulo, 2003. Pages 34, 35. 15, 17
- [53] WANG, J. Y.; BETELU, S.; LAW, B. M. Line tension approaching a first-order wetting transition: Experimental results from contact angle measurements. *Phys. Rev. E*, v. 63, p. 031601, Feb 2001. 15, 17
- [54] SCHRADER, M. E. Young-dupre revisited. *Langmuir*, Washington, v. 11, n. 9, p. 3585–3589, 1995. 15, 17
- [55] LUZ, A.; RIBEIRO, S.; PANDOLFELLI, V. Artigo revisão: Uso da molhabilidade na investigação do comportamento de corrosão de materiais refratários. *Cerâmica*, v. 54, n. 330, p. 174–183, 2008. 15, 17

- [56] DUNCAN, J. S. *Introduction to colloid and surface chemistry*. Liverpool Polytechnic: Elsevier Science Ltd., 1992. 16
- [57] RODRIGUEZ, L. *Introducao a geometria diferencial*. Rua Luiz de Camões, 68 -RJ: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 1977. 18
- [58] SANTOS, W.; ALENCAR, H. *Geometria diferencial das curvas planas*. IMPA, 2003. 18
- [59] GOLDMAN, R. Curvature formulas for implicit curves and surfaces. *Computer Aided Geometric Design*, v. 22, n. 7, p. 632–658, 2005. 18
- [60] MCLEAN, J.; SAFFMAN, P. The effect of surface tension on the shape of fingers in a hele shaw cell. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 102, p. 455–469, 1981. 19, 25
- [61] TU, J.; YEOH, G. H.; LIU, C. *Computational fluid dynamics: A practical approach*. 2007. 22, 23, 24, 79, 83
- [62] MAITELLI, C. W. S. D. P. Simulação do escoamento monofásico em um estágio de uma bomba centrífuga utilizando técnicas de fluidodinâmica computacional. 2010. 22, 23, 24, 79
- [63] HELE-SHAW, H. The flow of water. *Nature*, London, v. 58, p. 34–36, 1898. 24, 25
- [64] MYERS, R. L. *The basics of physics*. Greenwood Publishing Group, 2006. 24
- [65] OLÍMPIO RIBEIRO DIAS, E. *Mecanismos de controle em célula de hele-shaw radial*. 532.05. 2010. Dissertação (Mestrado em Física) - Universidade Federal de Pernambuco, Departamento de Física CCNE, Curso de Pós-Graduação em Física, Recife -EP, 2010. 25
- [66] CHEN, C.-Y.; HUANG, C.-W.; WANG, L.-C.; MIRANDA, J. A. Controlling radial fingering patterns in miscible confined flows. *Physical Review E*, v. 82, n. 5, p. 056308, 2010. 28
- [67] THOMÉ, H.; RABAUD, M.; HAKIM, V.; COUDER, Y. The saffman taylor instability: From the linear to the circular geometry. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, v. 1, n. 2, p. 224–240, 1989. 28
- [68] MIRANDA, J. A.; WIDOM, M. Weakly nonlinear investigation of the saffman–taylor problem in a rectangular hele–shaw cell. *International Journal of Modern Physics B*, v. 12, n. 09, p. 931–949, 1998. 31
- [69] RIGORD, P.; CHARLAIX, E.; PETIT, L. Dynamic viscosity of non-brownian suspensions in poiseuille flow. *Journal de Physique II*, v. 6, n. 7, p. 1091–1098, 1996. 31
- [70] IGLESIAS, E. P. *Petróleo y gas natural: industria, mercados y precios*. Ediciones AKAL, 2003. v. 5.
- [71] MORAIS, J. *Petrobras: Uma história das explorações de petróleo em águas profundas e no pré-sal*. Elsevier Brasil, 2015. v. 1.
- [72] MARIANO, G. C. et al. Estudo do escoamento imiscível água/óleo mediante experimentação em célula de hele-shaw e simulação cfd. 2008.

- [73] WAUQUIER, J.-P. *El refinado del petróleo: petróleo crudo, productos petrolíferos, esquemas de fabricación*. Ediciones Díaz de Santos, 2004.
- [74] RUNGE, V. *Eléments d'analyse et de contrôle dans le problème de hele-shaw*. 2014. Tese (Doutorado em Física) - Ecole Centrale de Lyon, 2014.
- [75] CHEN, C.-Y. K. Simulation - immiscible radial hele-shaw flow (constant injection of stronger surface tension). <http://web.it.nctu.edu.tw/chingyao/index.html>. 17 Mar. 2013.
- [76] DIAS, E. O.; MIRANDA, J. A. Influence of inertia on viscous fingering patterns: Rectangular and radial flows. *Phys. Rev. E*, v. 83, p. 066312, Jun 2011.