



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA**  
**INSTITUTO DE FÍSICA**  
Programa de Pós-Graduação em Física

Dissertação de Mestrado

**Escoamento de fluidos bifásicos em  
empacotamentos geométricos**

Aureliano Sancho Souza Paiva

Salvador - 2014

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

INSTITUTO DE FÍSICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

**Escoamento de fluidos bifásicos em  
empacotamentos geométricos**

Aureliano Sancho Souza Paiva

**Orientador:** Prof. Dr. Roberto Fernandes Silva Andrade

Dissertação apresentada ao Instituto de Física da  
Universidade Federal da Bahia para a obtenção do  
título de Mestre em Física.

Salvador - 2014

Sistema de Bibliotecas da UFBA

Paiva, Aureliano Sancho Souza.  
Escoamento de fluidos bifásicos em empacotamentos geométricos / Aureliano Sancho Souza  
Paiva. - 2015.  
90 f.: il.

Inclui apêndices.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Fernandes Silva Andrade.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal da Bahia, Instituto de Física, Salvador, 2014.

1. Escoamento bifásico. 2. Materiais porosos. 3. Fluidodinâmica computacional.  
I. Andrade, Roberto Fernandes Silva. II. Universidade Federal da Bahia. Instituto de Física.  
III. Título.

CDD - 627.883  
CDU - 624.151

Dedico esta dissertação a Janete, minha mãe.

## Agradecimentos

Agradeço a minha mãe Janete, meu porto seguro.

Agradeço a minha namorada Danielle, pelo carinho e preocupação.

Ao professor Roberto Andrade pela proposta de trabalho e orientação.

A Rafael por ter me apresentado o professor Roberto e por estar sempre disponível.

Aos amigos do instituto, que alegraram as tardes de estudo. Nilton, Alex, Tércio, Elenilson, Vitor Damião e Naiara.

Aos funcionários do Instituto de Física, em especial a Tia Dau.

A CAPES, por ter financiado este trabalho.

"Ninguém sabe o duro que dei

Pra ter fon fon

Trabalhei, trabalhei

Pra ter fon fon

Trabalhei, trabalhei"

( **Carango - Wilson Simonal**)

## Resumo

Escoamentos de fluidos multifásicos em meios porosos ocorrem em um grande número de aplicações industriais e também no meio ambiente, indo desde erosão de solos, escoamento sanguíneo a recuperação de petróleo. Entre as diferentes estratégias usadas para recuperar petróleo, uma bem conhecida é a injeção de água por meio de um poço adjacente e recuperação por um poço produtor, definida como método de recuperação secundário. Otimizar a recuperação usando esse método, exige um maior conhecimento sobre algumas características do sistema, tais como: geometria porosa, propriedades dos fluidos, molhabilidade e tensão superficial. Esta dissertação trata uma versão simplificada deste problema, analisando o escoamento bidimensional bifásico laminar em um meio poroso, modelado pelo empacotamento Apoloniano, desprezando os efeitos da força gravitacional. Estudou-se neste trabalho, usando o aplicativo FLUENT, pacote de Dinâmica de Fluidos Computacional - DFC, a injeção de água a baixas velocidades com baixos números de Reynolds e baixos números capilares, em um canal bidimensional inicialmente preenchido com óleo, mantendo a interface estável para evitar a formação de *fingers*. Ao variar o número e o tamanho dos círculos, que representam os granulos da região porosa, alterando sua porosidade, encontramos resultados que relacionam a velocidade de entrada da água e o volume de óleo retido na região porosa para diferentes configurações de regiões porosas que se diferenciam pelo número e tamanho dos raios dos círculos. Analisamos quantitativamente e qualitativamente a influência da geometria sobre a maneira como a água invade a região porosa e estudamos a relação entre a porosidade de cada configuração e o volume de óleo retido.

**Palavras Chaves:** Escoamento bifásico. Meios Porosos. DFC.

# Abstract

Flow of multiphase fluids in porous media occur in a large number of industrial applications and also in the environment, ranging from erosion of soils, blood flow, and oil recovery. Among the different strategies used to recover oil, the water injection through an adjacent well and the subsequent oil production through an extracting well is known as method of secondary recovery. To optimize the recovery using this method it is necessary a large amount of knowledge about some characteristics of the system, such as the porous rock geometry and the properties of two fluids, including wettability and surface tension. This dissertation considers a simplified version of this problem, by analyzing the of laminar bi-phase flow in a porous medium modeled by the Apollonian packing, neglecting the effects of gravitational force. We used the Computational Fluid Dynamics (CFD) package FLUENT to investigate the water injection at low speed with small Reynolds and capillary numbers, in a two-dimensional channel. In the initial configuration the channel is filled with oil, and the small velocity is necessary to keep stable the interface between the two fluids, in order to avoid the formation of fingers. The number and size of the circles making up the porous region can be varied with consequent changes in the porosity. The obtained results relate the water inlet speed to the volume of oil trapped in porous region for different configurations of porous regions with respect to the number and the size of the circles. We analyzed quantitatively and qualitatively the influence of the geometry on the way the water invades the porous region and studied the relationship between the porosity of each setting and the volume of trapped oil.

**Keywords:** Two-phase flow, Porous Media, CFD.

# Lista de Figuras

2.1	Ângulo de contato. Figura retirada da referência [4]. . . . .	7
2.2	Pressão capilar. Figura retirada da referência [4] . . . . .	9
2.3	Tubo capilar. Figura retirada da referência [4] . . . . .	11
3.1	Reconstrução geométrica. Figura retirada da referência [3]. . . . .	23
3.2	Doador-receptor. Figura retirada da referência [3]. . . . .	23
3.3	Primeira geração. Figura gerada no software FLUENT. . . . .	24
3.4	Segunda geração. Figura gerada no software FLUENT. . . . .	25
3.5	Terceira geração. Figura gerada no software FLUENT. . . . .	25
3.6	Malha triangular. Figura gerada no software MESH. . . . .	25
3.7	Malha inflada. Figura retirada da referência [16]. . . . .	26
3.8	Canal com água e óleo. Figura gerada no software FLUENT. . . . .	27
4.1	Perfil do óleo - ângulo de contato. Figuras geradas no software FLUENT. . . . .	28
4.2	Canal sem círculos, velocidade $0.05\text{ m/s}$ . Figura gerada no software FLU- ENT. . . . .	29
4.3	Canal sem círculos, velocidade $0.001\text{ m/s}$ . Figura gerada no software FLU- ENT. . . . .	30
4.4	Célula de Hele-Shaw. Distância entre as placas $0.01\text{ mm}$ e $v = 0.0001\text{ m/s}$ . Figura gerada no software FLUENT. . . . .	30
4.5	Interface no centro da região porosa. Figura gerada no software FLUENT. . . . .	32
4.6	SG - 07 - $0.00075\text{ m/s}$ . Figura gerada no software FLUENT. . . . .	32
4.7	Quebra da interface. Figuras geradas no software FLUENT. . . . .	33
4.8	TG - 08 - $0.001\text{ m/s}$ . Figura gerada no software FLUENT. . . . .	34

4.9	Primeira geração, fator de redução 0.7. Figuras geradas no software FLU- ENT. . . . .	35
4.10	Primeira Geração - fator de redução 0.7. Porcentagem de retenção de óleo em função da velocidade. . . . .	36
4.11	Primeira geração, fator de redução 0.8. Figuras geradas no software FLU- ENT. . . . .	37
4.12	Primeira Geração - fator de redução 0.8. Porcentagem de óleo em função da velocidade. Gráfico gerado no software Origin. . . . .	38
4.13	Primeira geração, fator de redução 0.9. Figuras geradas no software FLU- ENT. . . . .	40
4.14	Primeira Geração - fator de redução 0.9. Porcentagem de óleo em função da velocidade. Gráfico gerado no software Origin. . . . .	41
4.15	Tensão superficial $\sigma = 0.001 \text{ N/m}$ . Figura gerada no software FLUENT. . . . .	41
4.16	Viscosidade do óleo $\mu = 0.001 \text{ kg/ms}$ . Figura gerada no software FLUENT. . . . .	42
4.17	Primeira geração, malha de menor qualidade. Figuras geradas no software FLUENT. . . . .	43
4.18	Segunda geração, fator de redução 0.7. Figuras geradas no software FLUENT. . . . .	44
4.19	Segunda Geração - fator de redução 0.7. Porcentagem de óleo em função da velocidade. Gráfico gerado no software Origin. . . . .	45
4.20	Segunda geração, fator de redução 0.8. Figuras geradas no software FLUENT. . . . .	46
4.21	Segunda Geração - fator de redução 0.8. Porcentagem de óleo em função da velocidade. Gráfico gerado no software Origin. . . . .	47
4.22	Segunda geração, fator de redução 0.9. Figuras geradas no software FLUENT. . . . .	47
4.23	Segunda Geração - fator de redução 0.9. Porcentagem de óleo em função da velocidade. Gráfico gerado no software Origin. . . . .	48
4.24	Terceira Geração - fator de redução 0.7. Porcentagem de óleo em função da velocidade. Gráfico gerado no software Origin. . . . .	49
4.25	Terceira geração, fator de redução 0.7. Figuras geradas no software FLUENT. . . . .	51
4.26	Terceira geração, $v = 0.0005 \text{ m/s}$ . Figuras geradas no software FLUENT. . . . .	51
4.27	Terceira geração, fator de redução 0.8. Figuras geradas no software FLUENT. . . . .	52

4.28	Terceira Geração - fator de redução 0.8. Porcentagem de óleo em função da velocidade. Gráfico gerado no software Origin. . . . .	53
4.29	Terceira Geração - fator de redução 0.9. Porcentagem de óleo em função da velocidade. Gráfico gerado no software Origin. . . . .	53
4.30	Terceira geração, fator de redução 0.9. Figuras geradas no software FLUENT.	54
4.31	Figuras geradas no software FLUENT. . . . .	55
4.32	Figuras geradas no software FLUENT. . . . .	55
4.33	Fração volumétrica de óleo em função da porosidade (velocidades 0.001 $m/s$ e 0.00075 $m/s$ ). . . . .	57
4.34	Fração volumétrica de óleo em função da porosidade (velocidades 0.0005 $m/s$ e 0.00025 $m/s$ ). . . . .	58
5.1	Outras possíveis configurações, fator de redução 0.7. Figuras geradas no software FLUENT. . . . .	61
A.1	Configuração de Descarte. Figura retirada de [19] . . . . .	63

# Lista de Tabelas

4.1	Velocidade e número de Reynolds. . . . .	29
4.2	Velocidade e número capilar. . . . .	29
4.3	Porcentagem retida de óleo para cada velocidade. Primeira geração, fator de redução 0.7 e quantidade de óleo na região porosa $9.853866 \times 10^{-6} m^2$ . . .	36
4.4	Porcentagem retida de óleo para cada velocidade. Primeira geração, fator de redução 0.8 e quantidade de óleo na região porosa $7.970075 \times 10^{-6} m^2$ . . .	38
4.5	Porcentagem retida de óleo para cada velocidade. Primeira geração, fator de redução 0.9 e quantidade de óleo na região porosa $5.825928 \times 10^{-6} m^2$ . . .	40
4.6	Porcentagem de óleo retida para cada velocidade. Usando uma malha de menor qualidade. . . . .	42
4.7	Porcentagem retida de óleo para cada velocidade. Segunda geração, fator de redução 0.7 e quantidade de óleo na região porosa $9.401621 \times 10^{-6} m^2$ . . .	43
4.8	Porcentagem retida de óleo para cada velocidade. Segunda geração, fator de redução 0.8 e quantidade de óleo na região porosa $7.386917 \times 10^{-6} m^2$ . . .	46
4.9	Porcentagem retida de óleo para cada velocidade. Segunda geração, fator de redução 0.9 e quantidade de óleo na região porosa $5.080381 \times 10^{-6} m^2$ . . .	48
4.10	Porcentagem retida de óleo para cada velocidade. Terceira geração, fator de redução 0.7 e quantidade de óleo na região porosa $9.238712 \times 10^{-6} m^2$ . . .	50
4.11	Porcentagem retida de óleo para cada velocidade. Terceira geração, fator de redução 0.8 e quantidade de óleo na região porosa $7.160973 \times 10^{-6} m^2$ . . .	52
4.12	Porcentagem retida de óleo para cada velocidade. Terceira geração, fator de redução 0.9 e quantidade de óleo na região porosa $4.799712 \times 10^{-6} m^2$ . . .	53
4.13	Geração-fator de redução / Porosidade. . . . .	56
4.14	Geração-fator de redução / Porosidade. . . . .	59

# Conteúdo

<b>Lista de Figuras</b>	<b>viii</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>ix</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação . . . . .	1
1.2 Descrição do problema físico e objetivo . . . . .	2
1.3 Organização da dissertação . . . . .	3
<b>2 Escoamento bifásico em meios porosos:</b>	
<b>Revisão</b>	<b>4</b>
2.1 Fluidos . . . . .	4
2.1.1 Escoamento Bifásico . . . . .	5
2.1.2 Tensão superficial . . . . .	6
2.1.3 Molhabilidade . . . . .	6
2.1.4 Pressão Capilar . . . . .	8
2.2 Meios Porosos . . . . .	11
2.3 Parâmetros macroscópicos da estrutura porosa . . . . .	12
2.3.1 Porosidade . . . . .	12
2.3.2 Superfície específica . . . . .	13
2.3.3 Permeabilidade . . . . .	13
2.4 Petróleo . . . . .	13
2.4.1 Recuperação de óleo em reservatórios de petróleo . . . . .	14

<b>3</b>	<b>Formulação do Problema e Metodologia de Solução</b>	<b>16</b>
3.1	Dinâmica dos Fluidos Computacional - DFC . . . . .	16
3.1.1	Como trabalha um código DFC . . . . .	17
3.2	Métodos de Solução . . . . .	18
3.2.1	Modelo VOF . . . . .	21
3.3	Um modelo para meios porosos . . . . .	24
3.3.1	Modelo para meios porosos - Empacotamento Apoloniano . . . . .	24
3.3.2	O modelo deste trabalho . . . . .	24
<b>4</b>	<b>Resultados e Discussões</b>	<b>28</b>
4.1	Análise das Simulações . . . . .	34
4.1.1	Análise da fração volumétrica de óleo retida . . . . .	34
4.1.2	Geometria . . . . .	55
4.1.3	Porosidade . . . . .	56
<b>5</b>	<b>Conclusões</b>	<b>60</b>
	<b>Apêndices</b>	<b>62</b>
<b>A</b>	<b>Empacotamento e os teoremas de Descartes</b>	<b>62</b>
A.1	Teorema dos círculos de Descartes . . . . .	62
A.2	Teorema de Descartes Complexo . . . . .	64
<b>B</b>	<b>Discretização espacial</b>	<b>65</b>
B.1	Esquema <i>upwind</i> de primeira ordem ( <i>first-order upwind</i> ) . . . . .	65
B.2	Esquema <i>upwind</i> de segunda ordem ( <i>second-order upwind</i> ) . . . . .	65
B.3	Linearização da equação discretizada . . . . .	66
B.4	Discretização da quantidade de movimento e equação da continuidade no Fluent . . . . .	66
B.4.1	Discretização da quantidade de movimento . . . . .	67
B.4.2	Discretização da equação da continuidade . . . . .	67

B.4.3	Acoplamento pressão-velocidade . . . . .	68
B.5	Algoritmo SIMPLE . . . . .	68
<b>C</b>	<b>Script usado para gerar o canal e os círculos</b>	<b>70</b>
	<b>Referências bibliográficas</b>	<b>73</b>

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Motivação

Escoamentos de fluidos multifásicos em meios porosos ocorrem em um grande número de aplicações industriais e também no meio ambiente. Dentre as aplicações pode-se citar, sistema de potência: reatores de água fervente e água pressurizada; separadores de fases, como os usados na produção de petróleo; fenômenos geo-meteorológicos: sedimentação, erosão dos solos, transporte pelo vento e ondas oceânicas; sistemas biológicos: escoamento sanguíneo e controle da temperatura do corpo através do suor [1].

Para diminuir os gastos na recuperação de óleo e na construção de novos equipamentos na área petrolífera, é comum o uso de aplicativos de Dinâmica dos Fluidos Computacional - DFC. DFC é um conjunto de técnicas matemáticas e computacionais que permitem realizar simulações rápidas e eficientes de escoamento de fluidos com ou sem trocas de calor e com ou sem troca de massa.

Após a perfuração do poço, o petróleo jorra por diferença de pressão, até que a diferença de pressão se anule. Quando o petróleo para de jorrar somente uma fração do óleo contida no reservatório foi expulsa. Surge então, a necessidade de usar outras estratégias, métodos secundários e terciários<sup>1</sup>, para recuperar o óleo restante. Com um software DFC é possível modelar situações de recuperação de petróleo e simular numericamente formas de otimizar a recuperação. Um exemplo é a injeção de água no reservatório usando um poço adjacente, com a consequente expulsão do óleo do reservatório através de um poço produtor. Pode-se, usar o software DFC para simular diferentes situações: variação da temperatura da água, variação da salinidade da água, mistura de água com glicerina em variadas temperaturas, etc.

---

<sup>1</sup>Os métodos de recuperação de petróleo serão descritos posteriormente.

## 1.2 Descrição do problema físico e objetivo

Nesta dissertação, pretende-se estudar o escoamento de um fluido bifásico (água e óleo) newtoniano e incompressível no regime permanente e isotérmico em um meio poroso modelado por um empacotamento apoloniano, usando o aplicativo FLUENT. Este trabalho tem como objetivo buscar resultados para a dependência entre a fração de óleo retida na região porosa e a velocidade de entrada, bem como a relação entre fração volumétrica retida, porosidade e geometria da região porosa.

O aplicativo utilizado contém recursos de modelagem física necessários para modelar fluxos, transferência de calor e reações para aplicações industriais que vão desde o fluxo de ar sobre uma asa de avião a combustão em um forno.

Limitamos o nosso trabalho a um fluxo laminar com baixos números de Reynolds,  $Re$ , valores menores que 10. O  $Re$  é um adimensional utilizado em mecânica dos fluidos para estudar o regime de escoamento, laminar ou turbulento, de determinado fluido sobre uma superfície. O escoamento será laminar para valores menores que 2000 e turbulento para valores maiores. O número de Reynolds é encontrado usando a seguinte relação,

$$Re = \frac{Dv\rho}{\mu}. \quad (1.1)$$

Para números de Reynolds menores que 2000 o regime de escoamento é laminar e para valores menores que 10 a grandeza de interesse é o número capilar,  $n_c$ , representado pela seguinte equação

$$n_c = \frac{\mu v}{\sigma}, \quad (1.2)$$

onde  $D$  é o diâmetro do canal,  $v$  é a velocidade,  $\rho$  é a densidade,  $\mu$  é a viscosidade e  $\sigma$  é a tensão superficial [2, 3, 4]. Utiliza-se o valor de  $n_c$  para analisar a relação entre as forças viscosas e a tensão superficial entre um líquido e um gás ou entre dois líquidos imiscíveis. Em escoamentos em meios porosos as forças capilares se sobrepõe sobre as forças viscosas quando os valores de  $n_c$  são inferiores a  $10^{-5}$ , para valores maiores as forças viscosas dominam o escoamento.

O escoamento ocorrerá dentro de um canal dividido em zonas, dentro de uma das zonas são colocados círculos a fim de simular uma região porosa. Foram criadas diferentes configurações para diferentes números e tamanhos de círculos.

## 1.3 Organização da dissertação

No Capítulo 2 é feita uma revisão sobre dinâmica dos fluidos, discutindo as características do escoamento bifásico, tensão superficial, molhabilidade e pressão capilar. Em seguida é feita discussão sobre meios porosos e os parâmetros macroscópicos de sua estrutura e breve uma descrição sobre a recuperação de óleo em reservatórios de petróleo.

No Capítulo 3 é detalhado o problema, sua descrição matemática, geométrica e física. São apresentadas as metodologias de solução dentro da Dinâmica dos Fluidos Computacional - DFC.

No Capítulo 4 são apresentados e discutidos os resultados das simulações numéricas, usando ferramentas de análise computacional. Relacionou-se a fração volumétrica de óleo retida com a velocidade, de injeção da água no canal, com a geometria do empacotamento e com a porosidade. Também é feita uma discussão sobre os padrões de retenção de óleo, i.e., as regiões do empacotamento das quais o óleo não consegue ser expulso.

As conclusões tiradas bem como as sugestões para futuras análises são descritas no Capítulo 5.

# Capítulo 2

## Escoamento bifásico em meios porosos: Revisão

Neste capítulo serão discutidos os conceitos fundamentais sobre fluidos e meios porosos.

### 2.1 Fluidos

A matéria pode ser encontrada na natureza em diferentes fases ou estados: sólido, líquido e gasoso. Estas três fases podem ser diferenciadas quanto à sua estrutura molecular ou seu comportamento sob a ação de uma força externa.

As análises da estrutura molecular dos materiais revelam que as moléculas de um material sólido são pouco espaçadas e estão sujeitas a forças intermoleculares intensas e coesivas, o que permite ao sólido a propriedade de não se deformar facilmente. Entretanto, o líquido apresenta espaçamentos pouco maiores entre suas moléculas e forças intermoleculares mais fracas, o que permite maior liberdade de movimento e deformação. Os gases apresentam espaços intermoleculares muito maiores que os líquidos e por causa disto, forças intermoleculares são desprezíveis, o que implica em uma facilidade de deformação e capacidade de sempre ocupar todo o volume de qualquer reservatório [2, 5].

A principal distinção entre sólidos e fluidos é o comportamento que apresentam sob a ação de forças externas. Um fluido é definido como uma substância que se deforma continuamente quando submetida a uma tensão de cisalhamento, enquanto os sólidos suportam altas tensões de cisalhamento. A principal distinção entre líquidos e gases está relacionada com a respectivas densidades e coeficientes relacionados com sua variação, como a compressibilidade isotérmica.

Quando a taxa de deformação é diretamente proporcional à tensão de cisalhamento diz-se que o fluido é do tipo *newtoniano*, caso contrário tem-se um fluido *não-newtoniano*. Isaac Newton propôs que a constante de proporcionalidade entre a tensão de cisalhamento  $\tau$  e a taxa de deformação  $\frac{du}{dy}$ , o gradiente de velocidade no escoamento entre duas placas, na condição de não escorregamento, com  $u$  sendo a velocidade e  $y$  a distância entre as placas, fosse uma propriedade do fluido, a qual chamou de viscosidade. Assim, para líquidos newtonianos, a tensão de cisalhamento é escrita da seguinte forma

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}, \quad (2.1)$$

onde  $\mu$  recebe o nome de coeficiente de viscosidade dinâmica ou absoluta.

Independente da estrutura molecular dos fluidos, não é possível descrever o seu comportamento, em equilíbrio ou em movimento, a partir da dinâmica individual de suas moléculas. Por isso é necessário caracterizar seu comportamento, com base na hipótese do contínuo [2, 5].

O contínuo é dito existir num dado volume de uma substância quando este pode ser dividido em elementos de volume muito pequenos do ponto de vista macroscópico, mas suficientemente grandes para contar um número grande de moléculas, de modo que os efeitos dos valores médios das propriedades das moléculas dentro do volume sejam constantes ou variem continuamente com o tempo e com a posição do elemento de volume [6].

### 2.1.1 Escoamento Bifásico

Escoamentos que apresentam uma única fase, são denominados monofásicos, onde fase representa um estado homogêneo claramente identificável, por exemplo: uma mistura de gases ou de líquidos completamente miscíveis podem representas uma única fase. Escoamento com mais de uma fase fluida, são chamados de multifásicos. Assim, o escoamento bifásico é um caso particular do escoamento multifásico, e ocorre quando dois fluidos com propriedades físico-químicas diferentes se deslocam juntos [7, 8]. Para o escoamento de óleo e água, as duas fases são facilmente identificáveis, já que eles são imiscíveis.

Com base nas possíveis combinações das fases, os regimes de fluxo multifásico podem ser agrupados em cinco categorias: fluxo gás-líquido, fluxo líquido-líquido; fluxo gás-sólido; fluxo de sólido-líquido e fluxos trifásicos. As interfaces fluido-sólido são devidas às paredes de canais que delimitam a região onde o fluxo é permitido ou à presença de obstáculos dentro desta região. Uma segunda classificação pode ser realizada levando-se

em consideração a geometria das interfaces em três classes de escoamento: escoamento separado, misturado e disperso. Uma das características do escoamento bifásico é a presença de uma ou mais interfaces. Diferentes valores de algumas propriedades, como por exemplo tensão superficial e viscosidade, formam diferentes estruturas de escoamento [2, 9].

### 2.1.2 Tensão superficial

Quando dois fluidos imiscíveis<sup>1</sup> estão em contato (gás-líquido ou líquido-líquido), os fluidos são separados por uma interface bem definida. A tensão superficial,  $\sigma$ , surge como um resultado de forças de atração entre as moléculas de um fluido, e também depende da temperatura e das propriedades do outro fluido, com o qual está em contato. A tensão superficial é uma força macroscópica, que atua apenas na superfície e é necessária para manter e explicar o equilíbrio entre duas fases distintas. Ela atua para equilibrar a força radialmente para o interior com a força do gradiente de pressão radial para o exterior em toda a superfície.

Como exemplo podemos pensar uma gota esférica de água, com raio  $R$ , no ar. A pressão dentro da gota,  $p_1$ , é maior que a pressão fora dela,  $p_2$ , caso contrário seu volume diminuiria. Logo a diferença de pressão é dada por  $p = p_1 - p_2$ . Essa diferença deve ser compensada para que a gota não estoure, cabe à tensão superficial exercer uma força contrária na parede da gota para compensar a diferença de pressão. O caso oposto é o de uma bolha de ar imersa em uma quantidade de água, por exemplo. Dentro da bolha, a força resultante sobre uma molécula, devido a seus vizinhos é zero. Na superfície, no entanto, a força resultante é radialmente para dentro, e o efeito combinado das componentes radiais da força ao longo de toda a superfície esférica é fazer com que a superfície se contraia, aumentando assim a pressão sobre o lado côncavo da superfície.

Nas regiões em que dois fluidos estão separados, mas um deles não está na forma de bolas esféricas, a tensão superficial atua de modo a minimizar a energia livre, diminuindo a área da interface [4].

### 2.1.3 Molhabilidade

Quando há mais de uma fase escoando simultaneamente em um meio poroso, cada fase tem uma característica de aderência ao sólido, chamada de molhabilidade. Molhabilidade é o termo usado para descrever a adesão relativa de dois fluidos a uma superfície sólida [10, 11]. Em um meio poroso contendo um ou mais fluidos imiscíveis, molhabilidade

---

<sup>1</sup>São fluidos que não se misturam e quando colocados em contato, são visivelmente identificados.

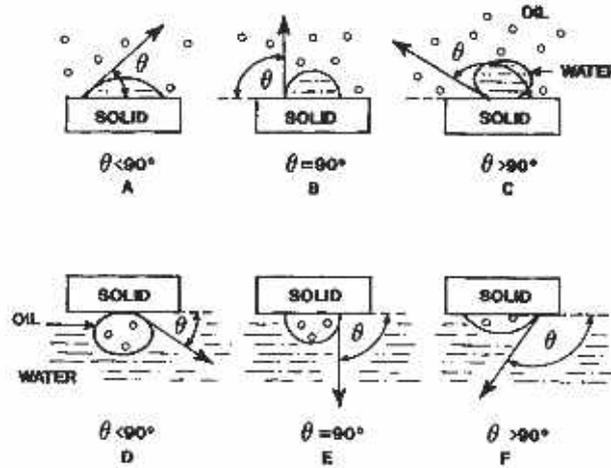


Figura 2.1: Ângulo de contato. Figura retirada da referência [4].

é uma medida da tendencia preferencial de um dos fluidos molhar a superfície. Quando a interface está em contato com as paredes de um recipiente, por exemplo, um tubo capilar, a interface do fluido forma um ângulo  $\theta$  com a superfície, como mostrado na Figura 2.1. Esta interface é função da adesão relativa dos líquidos ao sólido e o ângulo  $\theta$  é descrito pela equação de Young<sup>2</sup> [2, 3]

$$\sigma_{so} = \sigma_{sa} + \sigma_{ao} \cos \theta. \quad (2.2)$$

Desta forma, o ângulo de contato, medido a partir da água, fase mais densa, é dado por

$$\cos \theta = \frac{\sigma_{so} - \sigma_{sa}}{\sigma_{ao}} = \frac{\gamma}{\sigma_{ao}}, \quad (2.3)$$

onde a tensão de adesão,  $\gamma$ , é definida como a diferença entre as tensões superficiais sólido-óleo,  $\sigma_{so}$ , e sólido-água,  $\sigma_{sa}$ .

Três condições de molhabilidade são visíveis a partir da equação (2.3) e da análise da imagem:

- i - Quando  $\gamma$  é positiva, o sistema é água-molhante ( $\theta < 90, \cos \theta > 0$ ).
- ii - Quando  $\gamma$  é zero, o sistema é neutro ( $\theta = 90, \cos \theta = 0$ ).
- iii - Quando  $\gamma$  é negativa, o sistema é óleo-molhante ( $\theta > 90, \cos \theta < 0$ ).

No estudo de casos reais, é comum definir esses limites, levando à seguinte classificação:

<sup>2</sup>Tomando como exemplo dois fluidos, água e óleo.

- i - água-molhante, se o ângulo de contato estiver entre 0 – 80.
- ii - intermediário, se o ângulo de contato estiver entre 80 – 100.
- iii - óleo-molhante, se o ângulo de contato estiver entre 100 – 180.

Os efeitos da tensão superficial são expressos com base em duas grandezas adimensionais, que refletem a razão entre os diferentes tipos de forças presentes no fluido. Estas grandezas são: o número de Reynolds,  $R_e$ , e o número capilar,  $n_c$ ; ou o número de Reynolds,  $R_e$ , e o número de Weber,  $W_e$  [3]. A escolha de  $n_c$  ou  $W_e$  vai depender do valor de  $R_e$ . Para  $R_e \ll 1$ , em regimes não turbulentos, a grandeza de interesse é o número capilar

$$n_c = \frac{\mu v}{\sigma}, \quad (2.4)$$

e para  $R_e \gg 1$ , regime turbulento, a quantidade de interesse é o número de Weber,

$$W_e = \frac{\rho D v^2}{\sigma}. \quad (2.5)$$

Os efeitos da tensão superficial podem ser negligenciados se  $n_c \gg 1$  ou  $W_e \gg 1$ .

### 2.1.4 Pressão Capilar

Pressão capilar é a diferença de pressão entre dois fluidos imiscíveis<sup>3</sup> através de uma interface curva em equilíbrio. A curvatura da interface é consequência de um umedecimento preferencial das paredes capilares de uma das fases.

Pode-se supor dois fluidos imiscíveis, água e óleo em contato com um capilar, em que a água molha as paredes do capilar, mas o óleo é não-molhante e está apoiado sobre uma película fina do fluido molhante. A pressão dentro do fluido não-molhante é maior do que a pressão dentro do fluido molhante, conseqüentemente, a interface entre os fluidos é convexa no que diz respeito ao fluido não-molhante. A pressão capilar é definida como a diferença de pressão entre a fase não-molhante e a molhante, logo

$$P_C = p_{nm} - p_m, \quad (2.6)$$

onde  $P_C$  é a pressão capilar,  $p_{nm}$  é a pressão interna do fluido não-molhante e  $p_m$  é a pressão interna do fluido molhante.

---

<sup>3</sup>Miscibilidade é a propriedade de duas ou mais substâncias líquidas misturarem entre si com maior ou menor facilidade, formando uma ou mais fases.

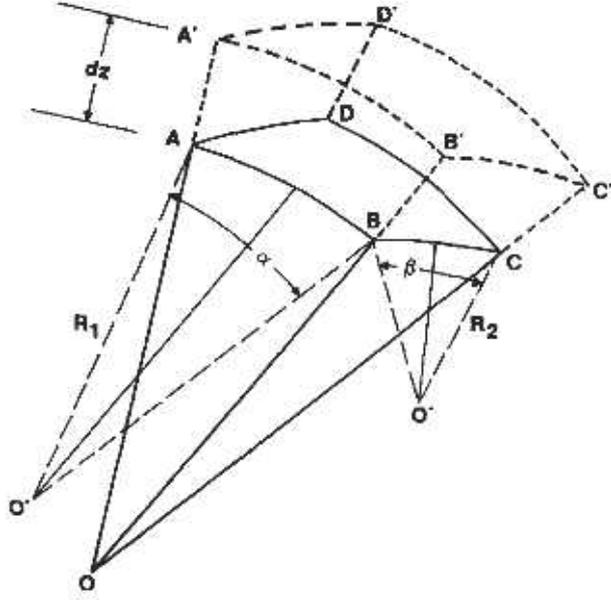


Figura 2.2: Pressão capilar. Figura retirada da referência [4]

Se para dois fluidos imiscíveis, água e óleo, em contato com a parede de um capilar, eles molham as paredes com a mesma extensão, o ângulo entre a interface e o líquido molhante é aproximadamente igual a  $90^\circ$ . Neste caso as pressões em cada fluido são iguais e a pressão capilar é igual a zero. Se a pressão na água é maior que a pressão no óleo, a curvatura da interface é direcionada para dentro do óleo e o ângulo formado entre a parede e o fluido molhante é maior que  $90^\circ$ [4].

Considere um segmento interfacial da superfície, separando dois fluidos com uma diferença de pressão através da interface, produzindo um retângulo curvilíneo. Ambos os centros das curvaturas estão no mesmo lado, portanto  $R_1$  e  $R_2$  são positivos.

O trabalho realizado na expansão da superfície, aumentando a pressão no lado convexo, é o trabalho contra a tensão superficial. Os comprimentos dos arcos nos lados aumentam de  $L_1$  para  $L_1 + \frac{L_1}{R_1}(dz)$  e de  $L_2$  para  $L_2 + \frac{L_2}{R_2}(dz)$ . A área da superfície original (ABCD) expande-se para  $(A'B'C'D')$ , como mostrado na Figura 2.2, dessa forma

$$ABCD = L_1 L_2 \quad (2.7)$$

$$A'B'C'D' = [L_1 + \frac{L_1}{R_1}(dz)][L_2 + \frac{L_2}{R_2}(dz)] \quad (2.8)$$

$$A'B'C'D' = L_1 L_2 (1 + \frac{dz}{R_1} + \frac{dz}{R_2} + \frac{dz^2}{R_1 R_2}), \quad (2.9)$$

negligenciando o pequeno termo  $\frac{dz^2}{R_1 R_2}$  o aumento na área é igual a:

$$A'B'C'D' - ABCD = L_1 L_2 \left(1 + \frac{dz}{R_1} + \frac{dz}{R_2}\right) - L_1 \cdot L_2 \quad (2.10)$$

$$A'B'C'D' - ABCD = L_1 L_2 \left(\frac{dz}{R_1} + \frac{dz}{R_2}\right). \quad (2.11)$$

O trabalho isotérmico  $[(N/m) \cdot m^2 = Nm]$  requerido para expandir a área contra a tensão de superfície é,

$$W(1) = \sigma L_1 L_2 dz \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right), \quad (2.12)$$

e o trabalho isotérmico feito pelo aumento da pressão para fazer avançar a superfície em um  $dz$  é igual a

$$W(2) = p L_1 L_2 dz. \quad (2.13)$$

Igualando as duas quantidades de trabalho e cancelando os termos comuns, a pressão capilar como função da tensão superficial e do raio de curvatura é dada por,

$$p L_1 L_2 dz = \sigma L_1 L_2 dz \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \quad (2.14)$$

$$P_c = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right). \quad (2.15)$$

Se considerarmos um meio poroso,  $R_2$ , pode ser negativo, o que leva a uma equação mais geral para a pressão capilar,

$$P_c = \sigma \left(\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2}\right), \quad (2.16)$$

se os raios de curvatura são iguais  $R_1 = R_2$ , tem-se que

$$P_c = \frac{2\sigma}{R}. \quad (2.17)$$

Considere o caso de um tubo capilar, Figura 2.2, de forma cilíndrica, contendo água como fluido molhante em contato com um fluido não-molhante (óleo ou gás). Um menisco, com forma esférica, irá se formar na interface entre os fluidos. Analisando a

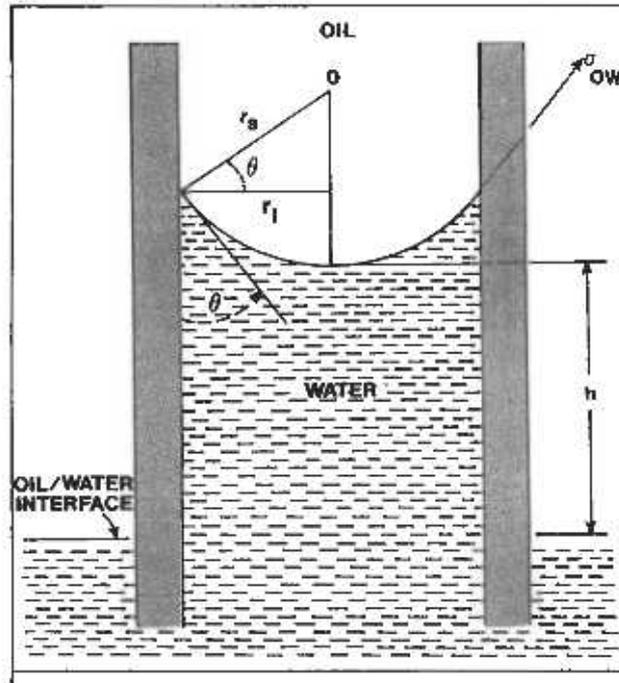


Figura 2.3: Tubo capilar. Figura retirada da referência [4]

partir do centro do tubo, temos o raio do tubo e o raio da esfera. Como pode ser visto na Figura 2.3, o raio da esfera é muito grande em relação ao raio do capilar, e os dois raios são relacionados pelo cosseno do ângulo de contato

$$\cos \theta = \frac{r_c}{R_{ie}}, \quad (2.18)$$

onde,  $r_c$  é o raio do tubo capilar e  $R_{ie}$  o raio da interface esférica [4].

Usando as equações (2.17) e (2.18), a expressão para a pressão capilar em termos da tensão interfacial, ângulo de contato e raio do tubo capilar é

$$P_c = \frac{2\sigma \cos \theta}{r_c}. \quad (2.19)$$

## 2.2 Meios Porosos

Um meio poroso pode ser definido como uma fase sólida contínua com buracos, ou com vazios, esses vazios são chamados de poros e podem estar ou não interconectados [12], ter diferentes formas e tamanhos. Se os poros forem interconectados, o meio poroso será permeável e um determinado fluido poderá ir de uma extremidade a outra da amostra. São exemplos de meios porosos: reservatórios de petróleo, agregados fibrosos como tecidos

e filtros, solos e concretos [5].

Os poros podem ser classificados segundo a influência de suas paredes sobre o escoamento; espaços forçados, capilarizados e vazios. Os poros serão espaços forçados se suas paredes influenciarem significativamente no escoamento, capilarizados se a influencia for desprezível e vazios se suas paredes não influenciarem no escoamento [5]. Quanto à estabilidade, os poros podem ser consolidados (rígidos) ou não consolidados (menos rígidos, como esponjas e areia). Finalmente, eles são classificados em ordenados ou desordenados a depender de sua distribuição dentro da fase sólida.

## 2.3 Parâmetros macroscópicos da estrutura porosa

Do ponto de vista quantitativo, um meio poroso pode ser caracterizado por diferentes propriedades, como: *porosidade* ( $\phi$ ), *área de superfície específica* ( $S_v$ ) e a *permeabilidade* ( $\kappa$ ). Na maioria das situações esses parâmetros podem ser determinados pela porosidade do meio, independente de outras características.

### 2.3.1 Porosidade

A porosidade é o parâmetro físico que mede a relação entre a fração de volume dos poros, que podem estar interconectados ou não, em relação ao volume total do corpo sólido, dado por

$$\phi = \frac{V_p}{V_t}, \quad (2.20)$$

onde  $V_p$  é o volume dos poros e  $V_t$  é o volume total do corpo sólido [1].

Pode-se ainda escrever a porosidade total em termos do volume de sólido da amostra porosa da seguinte forma

$$\phi = \frac{V_t - V_s}{V_t} = 1 - \frac{V_s}{V_t}, \quad (2.21)$$

onde  $V_s$  representa o volume de sólidos do meio.

### 2.3.2 Superfície específica

A superfície específica  $S_v$  de um meio poroso é definida como a razão entre a área total de superfície intersticial  $A_s$  dos poros e o volume total  $V_t$  do meio poroso [12], ou seja,

$$S_v = \frac{A_s}{V_t}. \quad (2.22)$$

### 2.3.3 Permeabilidade

Permeabilidade é definida como a capacidade da rocha de permitir o escoamento de fluidos através da rede de poros interconectados. O conceito de permeabilidade aparece na lei que governa o deslocamento dos fluidos através de meios porosos, conhecida como lei de Darcy.

De acordo com a lei de Darcy, a velocidade de avanço de um fluido homogêneo num meio poroso é proporcional à permeabilidade e ao gradiente de pressão, e inversamente proporcional à viscosidade do fluido. Ela pode ser expressa por

$$Q = -\frac{A\kappa(\Delta P + \rho gh)}{\mu L}, \quad (2.23)$$

onde  $Q$  é a vazão,  $A$  é a seção transversal,  $\kappa$  é a permeabilidade absoluta do meio poroso,  $\mu$  é viscosidade dinâmica,  $\Delta P$  é o gradiente de pressão e  $L$  é o comprimento do meio poroso. A permeabilidade,  $\kappa$ , também é função de diversas características do meio, como a porosidade efetiva do meio, a conectividade e a forma dos poros.

## 2.4 Petróleo

O petróleo é um produto usado pela humanidade há muitos séculos, existindo mesmo relatos que os egípcios utilizaram para calafetar as pirâmides. Da antiguidade até os dias atuais, diversos povos trabalharam com petróleo e deram diferentes nomes a ele. Mas sua exploração só atingiu níveis de destaque no final do século XIX, com o seu uso na iluminação. Daí veio a necessidade de se buscar petróleo em regiões mais profundas, sendo que até então o óleo utilizado era de reservas rasas situadas quase na superfície. O monopólio exercido por John D. Rockefeller marca o início da era do petróleo como uma das principais matérias primas da economia mundial. Hoje o petróleo e seus derivados são desdobrados em mais de 6 mil produtos que vão do copinho de café à gasolina usada

nos carros [13].

O petróleo é uma substância oleosa, inflamável, com cheiro característico e, em geral, menos densa que a água e com cor variando entre o negro e o castanho escuro. Ele é constituído de uma mistura de hidrocarbonetos, moléculas constituídas de átomos de carbono e átomos de hidrogênio, sendo na sua maioria composto por hidrocarbonetos alifáticos, alicíclicos e aromáticos. Essas substâncias são geradas pelos restos de seres vivos (plantas e animais marinhos). Essa matéria orgânica foi se depositando e formando diversas camadas, dando origem a rochas sedimentares. Depois de milhões de anos, pela ação de bactérias, microrganismos, alta pressão e temperaturas elevadas, o composto orgânico se transforma em petróleo, com o passar do tempo esse óleo flui da rocha em que foi gerado e acumula-se em bacias sedimentares formadas por camadas ou lençóis porosos de areia, arenitos ou calcários, chamadas de rocha-reservatório [7, 13].

#### **2.4.1 Recuperação de óleo em reservatórios de petróleo**

Para atender às crescentes necessidades do mercado, novas tecnologias foram criadas para recuperarem petróleo de reservatórios mais profundos. Os métodos utilizados hoje para a recuperação podem ser divididos em três tipos: Primário (usa a pressão do próprio reservatório), Secundário (injeção de gás ou de água) e Terciário (processos químicos, processos miscíveis e processos térmicos) [7, 10].

O método primário, consiste em perfurar um poço até o reservatório. Como a pressão no reservatório é muito maior que a pressão atmosférica, o petróleo é levado à superfície por diferença de pressão, cessando quando a pressão dentro do reservatório se estabiliza com a pressão atmosférica. Este método só consegue recuperar uma pequena quantidade do óleo presente no reservatório o que leva à necessidade de se aplicar outros métodos para se retirar mais óleo.

O segundo método, secundário, é uma forma de complementar o método primário. No entanto, não existe hierarquia entre o método secundário e o terciário, sendo a escolha do método influenciada pelas características do reservatório e dos fluidos envolvidos. No método secundário, poços adjacentes são perfurados até o reservatório e injeta-se água ou gás, aumentando-se a pressão interna, de forma que o petróleo é extraído por um poço produtor. Esse processo é governado por forças viscosas e de tensão superficial.

Os métodos terciários podem ser: químicos, miscíveis ou térmicos. No primeiro caso, compostos químicos (usualmente surfactantes) são injetados para diminuir a tensão superficial entre as fases; nos processos miscíveis são injetados gases que são miscíveis com óleo com o intuito de diminuir a viscosidade e nos processos térmicos eleva-se a

temperatura, e conseqüentemente a pressão, com a injeção de um fluido quente para diminuir a viscosidade do óleo e aumentar a recuperação.

# Capítulo 3

## Formulação do Problema e Metodologia de Solução

O problema colocado nesta dissertação consiste em simular a recuperação secundária, injetando água em uma região porosa, contendo óleo cru. A simulação é feita para um escoamento estacionário, isotérmico, com baixo número de Reynolds e com o meio poroso modelado por um empacotamento Apoloniano.

A escolha do modelo Apoloniano, deve-se a sua simplicidade de construção, possibilidade de representação de um meio poroso, formado por partículas de diferentes tamanhos, e ao fato de poder controlar seu crescimento, variando os raios e a quantidade de círculos.

### 3.1 Dinâmica dos Fluidos Computacional - DFC

A *dinâmica dos fluidos computacional - DFC* (em inglês Computational Fluid Dynamic - CFD) é um conjunto de técnicas matemáticas e computacionais que permitem realizar a integração das equações diferenciais da hidrodinâmica de maneira rápida e eficiente, em uma grande variedade de situações, como em sistemas semi ou multifásicos, com ou sem troca de calor e com ou sem troca de massa. Nestas situações, o usuário procura conhecer a distribuição das velocidades, pressões e temperaturas na região de escoamento [3].

As simulações numéricas não surgem como substitutos da mecânica dos fluidos experimental e da análise teórica. O uso de DFC requer a construção de um modelo, usando na maioria das vezes uma plataforma CAD <sup>1</sup> e a escolha dos dados de entrada.

---

<sup>1</sup>Computer Aided Design - CAD é como são conhecidos os softwares utilizados pela engenharia, geo-

Erros na construção do modelo, escolhas erradas nos métodos de solução e equívocos nos dados de entrada podem levar a resultados quantitativos irrealistas. Sendo assim, as três técnicas devem trabalhar em harmonia, os resultados podem indicar quais experimentos serão realizados e em alguns casos pode-se resolver as equações numericamente para verificar se os dados estão de acordo.

O principal objetivo das simulações DFC é reduzir custos no processo de produção, diminuindo o número de experimentos e explorando fenômenos que são de difícil realização em laboratórios. O uso das técnicas de DFC oferece vantagens, tais como: redução no tempo e nos gastos de realização de novos projetos, possibilidade de estudar sistemas onde a obtenção de alguns resultados é difícil ou até impossível, e habilidade de estudar sistemas que experimentalmente apresentam condições perigosas.

Os principais pacotes de DFC disponíveis hoje no mercado oferecem uma estrutura semelhante, composta de uma plataforma CAD, um gerador de malha e um software de análise DFC. Dessa forma, para tratar um problema de escoamento de fluidos computacionalmente, é necessário primeiramente construir o modelo que represente da melhor forma possível o ambiente e o objeto de análise. Em seguida, para que as soluções numéricas sejam obtidas, é necessário discretizar o local onde devem ser feitos os cálculos numéricos. Para isso utiliza-se um software que discretiza toda a região de interesse em pontos, ou volume de controle, sendo que estes pontos podem ser distribuídos de diferentes maneiras dentro da região. O aumento do número de nós implica em uma maior precisão nos resultados ao custo de um maior tempo computacional: quanto mais fina a malha, melhores os resultados e maior o tempo computacional. Uma forma de contornar esse problema é encontrar uma solução numérica independente da malha, uma solução que não sofra mudanças consideráveis com o refinamento da malha.

Na solução de problemas via simulação DFC, os métodos de discretização mais comuns, são: método das diferenças finitas (MDF), métodos de elementos finitos (MEF) e o método dos volumes finitos (MVF) [14]. Como nesta dissertação utilizou-se o software FLUENT, e este usa o MVF, somente este método será discutido aqui.

### **3.1.1 Como trabalha um código DFC**

Como forma de garantir um fácil acesso e melhorar o trabalho, os principais pacotes de DFC presentes no mercado, incluem uma sofisticada interface para facilitar a criação da geometria, inserção dos parâmetros do problema e obtenção dos resultados. Estes pacotes contém basicamente, três elementos principais:

---

logia, geografia, arquitetura, e design para facilitar o projeto e desenho técnicos.

- Pré-processador: é formado por uma plataforma CAD para a construção da geometria. No aplicativo ANSYS, ele é denominado Design Modeler - DM. Ao aplicativo CAD está acoplado um segundo sistema que permite fazer a distribuição do espaço através da construção e do refinamento da malha que, no aplicativo ANSYS, é denominado Mesh. No DM é possível construir a geometria usando a interface gráfica ou executando um script que possui todas as informações sobre a geometria. O uso de scripts<sup>2</sup> facilita o trabalho quando a geometria é complexa, pois evita que se tenha que fazê-lo manualmente sempre que for construir a simulação. No DM pode-se também subdividir a geometria em zonas [15]. O Mesh é a ferramenta para a construção e refinamento da malha, que permite a divisão do domínio em vários subdomínios [16].
- Solver: é a parte do código onde são escolhidos os métodos para a integração e aproximação das equações diferenciais parciais que governam o problema. Após esta escolha, o solver determina a solução das equações algébricas não-lineares resultantes do processo de discretização. O solver possui também a interface para a entrada dos parâmetros e das condições iniciais.
- Pós-processador: é a parte do código que possibilita ao usuário visualizar a malha computacional, gráficos vetoriais, imagens, superfície 2D ou 3D, entre outras opções. Neste trabalho, o aplicativo FLUENT exerceu o papel de Solver e de Pós-processador.

## 3.2 Métodos de Solução

Em qualquer problema de DFC, o ANSYS-FLUENT resolve equações de conservação da massa e do momento. As equações de conservação para um escoamento laminar em um referencial inercial, são detalhadas a seguir [3, 17].

### Equação de conservação da massa

A equação da conservação da massa, ou equação da continuidade, pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = S_m. \quad (3.1)$$

---

<sup>2</sup>No Design Modeler, um arquivo escrito em JavaScript, mas que contém comandos particulares do programa, é usado para gerar o modelo.

Essa equação é válida tanto para fluidos compressíveis como para fluidos incompressíveis, e o termo  $S_m$  é o fluxo de massa adicionado à fase contínua a partir de uma segunda fase dispersa.

## Equações de conservação do momento

A equação para a conservação do momento num referencial inercial é escrita da seguinte forma

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\vec{v}) + \nabla \cdot (\rho\vec{v}\vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\bar{\tau}) + \rho\vec{g} + \vec{F}, \quad (3.2)$$

onde  $p$  é a pressão,  $\bar{\tau}$  é o tensor de tensão,  $\rho\vec{g}$  é a força gravitacional no corpo e  $\vec{F}$  é a força externa que atua no corpo.

O tensor  $\bar{\tau}$  é dado por

$$\bar{\tau} = \mu[(\nabla\vec{v} + \nabla\vec{v}^T) - \frac{2}{3}\nabla \cdot \vec{v}I], \quad (3.3)$$

onde  $\mu$  é a viscosidade molecular,  $I$  é o tensor unitário e o segundo termo no lado direito é o efeito do volume de dilatação. Como condição de contorno na interface sólido-fluido, adota-se o não deslizamento ( $\vec{v} = 0$ ). Como para um fluido incompressível  $\rho$  não é função do tempo, em um fluxo na escala de segmentos de poros, a equações da continuidade é escrita da seguinte forma

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0. \quad (3.4)$$

Assim, desprezando as forças externas, usando a condição de não deslizamento e a equação da continuidade nas equações (3.2) e (3.3), temos que a equação de conservação do momento em um referencial inercial se reduz à equação de Navier-Stokes

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{v}. \quad (3.5)$$

## Fluxo Multifásico

Para fluxos multifásicos, as equações de transporte são resolvidas para dois tipos de escalares: fase e mistura, de fase. Para um escalar arbitrário,  $k$  na fase  $l$ , denotado por  $\phi_l^k$ , o software resolve a equação de transporte dentro do volume ocupado pela fase  $l$ ,

$$\frac{\partial \alpha_l \rho_l \phi_l^k}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_l \rho_l \vec{u}_l \phi_l^k - \alpha_l \Gamma_l^k \nabla \phi_l^k) = S_l^k, \quad k = 1, \dots, N. \quad (3.6)$$

Nesta expressão,  $\alpha_l$ ,  $\rho_l$  e  $\vec{u}_l$  indicam a fração volumétrica<sup>3</sup>, densidade e velocidade da fase  $l$ , respectivamente.  $\Gamma_l^k$  e  $S_l^k$  são o coeficiente de difusão e o termo fonte, respectivamente. Neste caso, o escalar  $\phi_l^k$  está associado somente com uma fase  $l$ .

O fluxo de massa para a fase  $l$  é definido da seguinte forma

$$F_l = \int_S \alpha_l \rho_l \vec{u}_l \cdot d\vec{A}. \quad (3.7)$$

Se a variável de transporte descrita pelo escalar  $\phi_l^k$  representa um campo físico que é compartilhado entre as fases, ou é considerado o mesmo para todas as fases, deve-se considerar este escalar como sendo associado à mistura das fases,  $\phi^k$ . Assim, a equação de transporte fica

$$\frac{\partial \rho_m \phi^k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \vec{u}_m \phi^k - \Gamma_m^k \nabla \phi^k) = S_m^k, \quad k = 1, \dots, N. \quad (3.8)$$

Aqui, a densidade de mistura  $\rho_m$ , a velocidade  $\vec{u}_m$  e  $\Gamma_m^k$ , o coeficiente de difusão da mistura para o escalar  $k$ , são dados pelas seguintes relações,

$$\rho_m = \sum_l \alpha_l \rho_l, \quad (3.9)$$

$$\rho_m \vec{u}_m = \sum_l \alpha_l \rho_l \vec{u}_l, \quad (3.10)$$

$$F_m = \int_S \rho_m \vec{u}_m \cdot d\vec{S}, \quad (3.11)$$

$$\Gamma_m^k = \sum_l \alpha_l \Gamma_l^k, \quad (3.12)$$

$$S_m^k = \sum_l S_l^k, \quad (3.13)$$

---

<sup>3</sup>A fração volumétrica de uma fase representa o seu volume em uma determinada região dividido pelo volume total desta região.

### 3.2.1 Modelo VOF

O FLUENT possui dois modelos de aproximação para fluxos multifásicos, o Euler-Lagrange e o Euler-Euler. A aproximação Euler-Lagrange é mais indicada para tratar sistemas com uma fase dispersa dentro da outra e a aproximação Euler-Euler trata matematicamente as diferentes fases como uma interpenetração contínua, desde que o volume de uma fase não seja ocupado por outra fase, introduzindo-se o conceito de fração volumétrica. Essas frações volumétricas são assumidas como funções contínuas no espaço e no tempo e suas somatórias são iguais a 1. As equações de conservação para cada fase são derivadas para obter um conjunto de equações, que tenha uma estrutura similar para todas as fases.

O FLUENT possui três diferentes funções para modelar sistemas multifásicos: Volume do Fluido (VOF), Mistura e modelo Euleriano. O modelo escolhido para este trabalho foi o VOF, pois este é indicado para simulações com dois ou mais fluidos imiscíveis onde a região da interface entre os dois fluidos é de interesse. No modelo VOF, um único conjunto de equações de momento é compartilhada pelas diferentes fases e a fração volumétrica de cada um dos fluidos em cada célula é controlada ao longo de toda a malha.

A formulação VOF se baseia no fato de que dois ou mais fluidos não são interpenetrantes. Para cada fase adicionada ao modelo, uma variável é introduzida: a fração volumétrica da fase na célula computacional. Em cada volume de controle, as frações volumétricas de todas as fases somadas são iguais a 1. Os campos de todas as variáveis e propriedade são compartilhados pelas fases e representam o valor médio do volume, enquanto a fração volumétrica de cada uma das fases é conhecida em cada local. Assim, as variáveis e propriedades em qualquer célula são representativas de uma das fases, ou da mistura, dependendo dos valores da fração volumétrica. Como a fração volumétrica do fluido na célula é definida por  $\alpha_l$ , tem-se então, três situações possíveis;

- $\alpha_l = 0$ : a célula não contém o fluido  $l$ .
- $\alpha_l = 1$ : a célula preenchida apenas pelo fluido  $l$ .
- $0 < \alpha_l < 1$ : a célula contém uma interface entre mais de um fluido.

#### Equação para a fração volumétrica

O acompanhamento da interface entre as fases é realizado pela solução da equação da continuidade para a fração volumétrica de uma, ou mais, fases. Para a fase  $l$ , esta equação fica da seguinte forma

$$\frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_l \rho_l) + \nabla \cdot (\alpha_l \rho_l \vec{v}_l) = S_{\alpha_l} + \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pl} - \dot{m}_{ql}) \right], \quad (3.14)$$

onde  $\dot{m}_{pq}$  é a transferência de massa da fase  $p$  para a fase  $q$  e  $\dot{m}_{qp}$  de  $q$  para  $p$ . Por padrão, o termo  $S_{\alpha_q}$  é nulo e como o modelo deste trabalho não considera troca de massa, a equação acima se reduz a

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_l \rho_l) + \nabla \cdot (\alpha_l \rho_l \vec{v}_l) = 0. \quad (3.15)$$

A equação de fração volumétrica não será resolvida para a fase primária, a fração de volume da fase primária será calculada com base na seguinte restrição,

$$\sum_{l=1}^n \alpha_l = 1. \quad (3.16)$$

## Discretização do tempo

O modelo VOF usa o esquema explícito para discretizar o tempo. Nesta aproximação, esquemas de interpolação de diferenças finitas são aplicados aos valores da fração volumétrica que são calculados no passo de tempo anterior, usando a seguinte relação

$$\frac{\alpha_q^{n+1} \rho_l^{n+1} - \alpha_l^n \rho_l^n}{\Delta t} V + \sum_f (\rho_l U_f^n \alpha_{l,f}^n) = \left[ \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pl} - \dot{m}_{lp}) S_{\alpha_l} \right] V, \quad (3.17)$$

onde

- $n + 1$  = índice do passo de tempo atual.
- $n$  = índice do passo de tempo anterior.
- $\alpha_{l,f}$  = valor da fração de volume da fase na face<sup>4</sup>.
- $V$  = volume da célula.
- $U_f$  = fluxo do volume através da face.

Quando o esquema explícito é usado para a discretização do tempo, os valores das propriedades podem ser interpolados reconstruindo a face da célula, por meio da função geo-reconstrução, ou usando os esquemas de discretização espacial citados no Apêndice B.

---

<sup>4</sup>Face é cada um dos lados, paredes, das células que formam a discretização.

## Geo-reconstrução

No FLUENT, a formulação do controle de volume requer que os fluxos de convecção e difusão através das faces de volume de controle sejam calculados com termos fontes dentro do próprio volume de controle. O software oferece dois esquemas: *reconstrução geométrica* e *doador-receptor*.

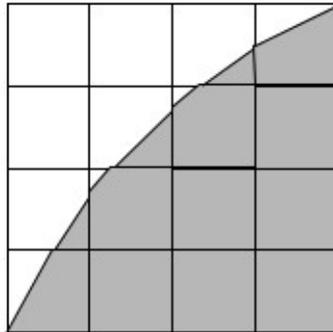


Figura 3.1: Reconstrução geométrica. Figura retirada da referência [3].

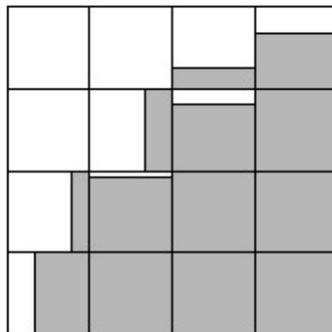


Figura 3.2: Doador-receptor. Figura retirada da referência [3].

O esquema adotado neste trabalho foi o de reconstrução geométrica, Figura 3.1, que possui um tratamento de interpolação especial para as células que se encontram nas proximidades da interface entre as duas fases e que pode ser utilizado em malhas triangulares. A reconstrução doador-receptor, só pode ser usada em malhas quadriláteras ou hexaédricas o que inviabiliza seu uso neste trabalho. O primeiro passo na reconstrução é calcular a posição da interface entre os fluidos em relação ao centro de cada célula. O segundo passo é calcular a quantidade de fluido em cada face usando a representação computadorizada de interface linear e informações sobre a distribuição normal e tangencial da velocidade na face. O terceiro passo é calcular a percentagem, em volume, em cada célula usando o equilíbrio dos fluxos calculados durante a fase anterior.

## 3.3 Um modelo para meios porosos

### 3.3.1 Modelo para meios porosos - Empacotamento Apoloniano

Como foi mencionado anteriormente a complexidade da geometria de regiões porosas dificulta a construção de um modelo computacional. No entanto, existem formas de criar regiões porosas tendo controle sobre o seu crescimento.

Nesta dissertação, foi utilizado o empacotamento apoloniano como forma de modelar a região porosa. Este empacotamento foi apresentado por Apolônio de Perga no século três A.C. como solução do problema de se determinar o menor número de círculos não superpostos necessário para cobrir uma região no plano. A determinação das coordenadas dos centros e os raios dos círculos foi feita usando o *Teorema dos Círculos de Descartes* e o *Teorema de Descartes Complexo* [19, 20, 21]. Dada uma configuração de quatro círculos mutuamente tangentes, em pontos diferentes, no plano, é possível se determinar o raio e as coordenadas do centro do quarto círculo. Os valores dos centros e dos raios dos círculos, para todas as gerações utilizados nesta dissertação, foram determinados na referência [5]. Alguns detalhes sobre o *Teorema dos Círculos de Descartes*, o *Teorema Complexo de Descartes* e as equações utilizadas nesta dissertação estão reproduzidos no Apêndice A.

### 3.3.2 O modelo deste trabalho

Nosso modelo é formado por um canal bidimensional de altura  $h$  e comprimento  $L$  contendo em seu interior um conjunto de círculos que estão agrupados de acordo com um empacotamento apoloniano. Inicialmente quatro círculos tangentes, de mesmo tamanho, de raios  $\frac{h}{4}$  são desenhados de forma que seus centros fiquem situados sobre os vértices de um quadrado de lado  $\frac{h}{2}$  colocado no meio do canal. Esta geometria com 4 círculos é denominada de primeira geração ou  $g = 1$ . As gerações seguintes são obtidas acrescentando-se novos círculos tangentes nos espaços limitados pelos quatro círculos iniciais. No entanto, para que o fluido escoar é necessário que existam espaços entre os círculos, ou seja, que a região porosa se torne permeável. Para isso diminui-se seus raios usando um fator de redução  $0 < s < 1$  e associa-se um valor diferente de porosidade  $\phi$ , para cada configuração.

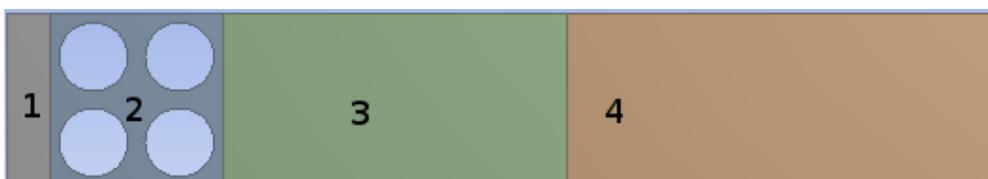


Figura 3.3: Primeira geração. Figura gerada no software FLUENT.

O canal foi dividido em quatro zonas identificadas por cores distintas na Figura 3.3. No instante inicial, a zona 1 é ocupada por água, e as demais são ocupadas por óleo. A criação de zonas facilita o cálculo do volume retido de óleo, pois o aplicativo oferece a opção de escolher a zona em que queremos calcular o volume de uma das fases.

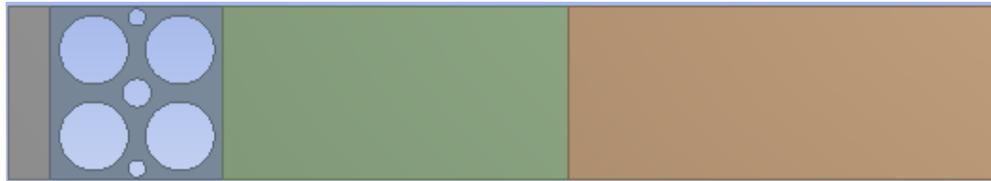


Figura 3.4: Segunda geração. Figura gerada no software FLUENT.

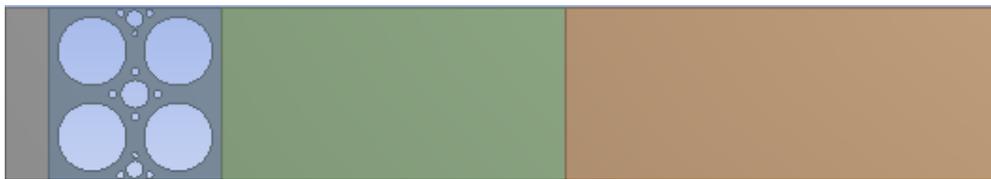


Figura 3.5: Terceira geração. Figura gerada no software FLUENT.

Para se chegar à solução do problema proposto, foi necessária a utilização dos aplicativos ligados às 3 fases do procedimento de DFC: pré-processamento, solver e pós-processamento. Para a construção do canal foi utilizado o DM e para não ter que repetir o processo de construção pra interface gráfica, foi usado um Script, escrito em JavaScript (Apêndice B). No DM foi feita também a divisão do canal em zonas que contém, no instante inicial, diferentes tipos de fluidos. Para a criação da malha utilizou-se o aplicativo Mesh, onde, para se obter uma maior precisão nos resultados, optou-se por usar uma malha triangular, que pode ser vista na Figura 3.6.

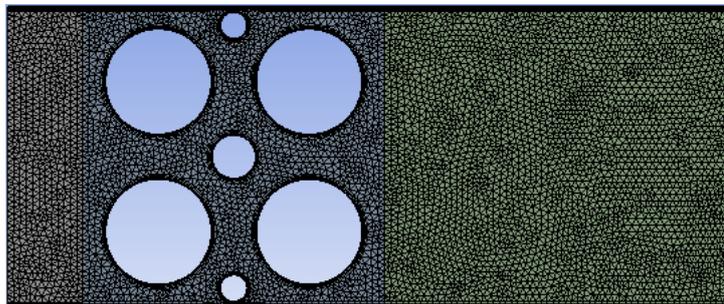


Figura 3.6: Malha triangular. Figura gerada no software MESH.

Fluxos laminares são muito influenciados pela camada limite, e para ter melhor precisão nas paredes, optou-se por seguir a orientação de [18] e criar um refinamento diferente perto das paredes, chamado *inflation*. Este procedimento consiste em criar camadas que vão diminuindo de espessura à medida que se aproximam da parede, como mostrado na Figura 3.7.

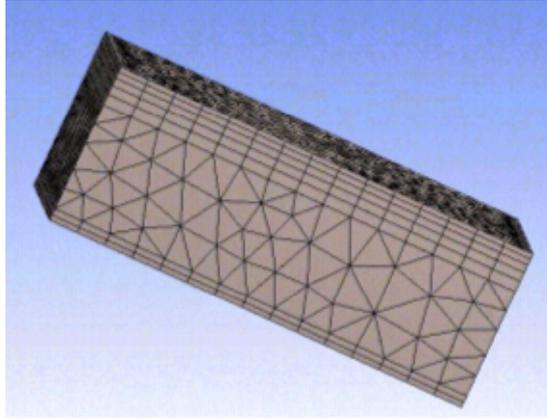


Figura 3.7: Malha inflada. Figura retirada da referência [16].

No solver, o sistema de equações parciais dado pelas equações (3.4) e (3.5) foi discretizado e o sistema algébrico resultante foi resolvido iterativamente empregando o software FLUENT. No FLUENT é possível monitorar a qualidade da malha usando a ferramenta *Orthogonal Quality*, a qual varia de 0 a 1, sendo que a qualidade é maior para valores próximos de 1.

Para a fase secundária, água, foram utilizadas as propriedades da água a 20 °C. Para o fluido primário, óleo, no intuito de aproximar o modelo da realidade, optou-se por construir um fluido com as características do petróleo cru. O petróleo cru é classificado segundo seu grau de API, uma escala criada para medir a densidade do petróleo, dada por

$$API = \frac{141,5}{\rho} - 131,5, \quad (3.18)$$

onde  $\rho$  é expresso em unidades de  $g/cm^3$ . Petróleos com grau API maior que 30 são considerados leves; entre 22 e 30 graus API, são médios; abaixo de 22 graus API, são pesados; com grau API igual ou inferior a 10, são petróleos extrapesados [22]. Quanto maior o grau API, maior o valor do petróleo no mercado.

Optou-se por usar neste trabalho um óleo, com um  $API = 22$ , correspondendo a uma densidade  $\rho = 922 \text{ g/cm}^3 = 922 \text{ kg/m}^3$ , e com viscosidade  $\mu = 0.05 \text{ kg/ms}$ . Decidimos que o óleo deveria ser bem mais viscoso que a água para melhor representar o deslocamento de um fluido viscoso por um menos viscoso. Para a tensão superficial foi adotado o valor de  $0.0312 \text{ N/m}$ , com o objetivo de manter a interface entre os dois fluidos estável.

Fixados esses parâmetros, a simulação consiste em injetar água identificada pela cor azul na Figura 3.8, no lado esquerdo do canal, enquanto o óleo, representado pela

região em vermelho, sai pela parede da direita, Figura 3.8.



Figura 3.8: Canal com água e óleo. Figura gerada no software FLUENT.

# Capítulo 4

## Resultados e Discussões

Os resultados obtidos correspondem a simulações feitas a partir de condições iniciais mostradas na Figura 3.8: canal preenchido com água na primeira zona e óleo nas demais zonas. A recuperação secundária de petróleo é simulada injetando no canal, preenchido com óleo, um fluido menos viscoso, desprezando os efeitos da força gravitacional. Antes de discutir os diversos casos estudados, serão descritos os critérios adotados para fixar os parâmetros do modelo. No modelo é preciso informar os valores dos seguintes parâmetros: ângulo de contato, velocidade, passo de tempo, dimensões do canal, propriedades dos fluidos e tensão superficial.

A molhabilidade do sistema óleo-água, em reservatórios de petróleo, depende das características das rochas do reservatório bem como das características dos fluidos [2, 23]. Dependendo destas condições, o sistema pode ser água molhante ou óleo molhante. Diferentemente da classificação usual, ver Figura 2.1, o FLUENT define o sistema como óleo molhante para ângulos de contato entre 0 - 80, intermediário entre 80 - 100, e água molhante entre 100 - 180. Entendido isso, preferimos fixar o ângulo de contato em um valor intermediário de 90 graus, onde os fluidos molham igualmente as paredes. As Figuras 4.1a, 4.1b e 4.1c, mostram os perfis para cada faixa.

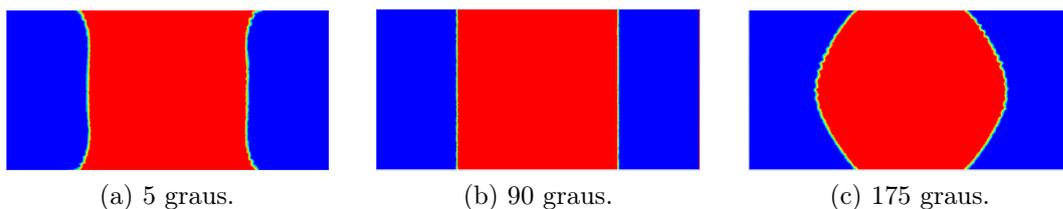


Figura 4.1: Perfil do óleo - ângulo de contato. Figuras geradas no software FLUENT.

A escolha do intervalo de velocidades foi baseada nas análises do escoamento do mesmo sistema bifásico em um canal sem a região porosa e no valor de  $Re$  baixo o

suficiente para termos um escoamento laminar [24]. Para o cálculo do  $Re$  foram usadas as propriedades da água, fluido invasor. As velocidades usadas e seus respectivos números de Reynolds, Equação 1.1, podem ser vistos na Tabela 4.1.

Velocidade ( $m/s$ )	Reynolds
0.0001	0,39
0.00025	0.99
0.0005	1.99
0.00075	2.98
0.001	3.98

Tabela 4.1: Velocidade e número de Reynolds.

No limite de baixas velocidades de injeção o deslocamento possui uma dependência maior com as forças capilares, Tabela 4.2. Como os valores de  $n_c$  estão na faixa de  $10^{-5}$ , para baixas velocidades as forças capilares passam a ter uma ação mais efetiva.

Velocidade ( $m/s$ )	Número capilar
0.0001	$3.21 \times 10^{-6}$
0.00025	$8.03 \times 10^{-6}$
0.0005	$1.60 \times 10^{-5}$
0.00075	$2.41 \times 10^{-5}$
0.001	$3.21 \times 10^{-5}$

Tabela 4.2: Velocidade e número capilar.

As análises de escoamento para o canal sem a região porosa mostraram que, ao se aumentar a velocidade de entrada da água, as forças viscosas passam a dominar o escoamento e a água não consegue retirar todo o óleo do canal. A água irá abrir caminho dentro do óleo, com o perfil dendrítico mostrado na Figura 4.2, [25]. A continuação do processo na Figura 4.2 mostra que a água atinge o final do canal sem conseguir expulsar a camada de óleo que fica aderida às paredes do canal. Dessa forma, para poder caracterizar de maneira objetiva a retenção de óleo devido a presença de obstáculos, decidimos limitar o nosso estudo a velocidades de entrada tais que o perfil da interface permaneça reto durante todo o escoamento para um canal sem círculos. Esta restrição garante que a água expulse todo o óleo, como mostrado na Figura 4.3.

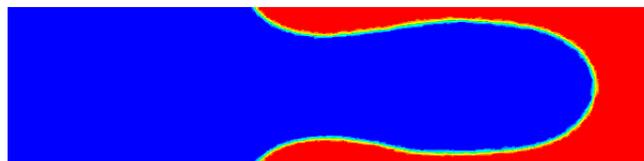


Figura 4.2: Canal sem círculos, velocidade  $0.05 m/s$ . Figura gerada no software FLUENT.



Figura 4.3: Canal sem círculos, velocidade  $0.001 \text{ m/s}$ . Figura gerada no software FLUENT.

Nosso modelo consiste em uma placa bidimensional no plano  $XY$ , entendendo que o eixo  $Z$  está indo para infinito nos dois lados e que os círculos são cilindros infinitos. Assim, podemos desprezar a influência das forças viscosas nas paredes laterais do canal. Comparativamente, isto representa uma simplificação muito grande porque a área das paredes laterais é muito maior que a área das paredes dos círculos e das paredes inferiores e superiores, que com essa simplificação são apenas linhas. A situação oposta a essa é a célula de Hele-Shaw retangular [26], que consiste em um modelo tridimensional onde se faz  $Z$  muito pequeno em relação às dimensões do canal, de maneira que o modelo possa ser descrito como bidimensional. Nesta situação a viscosidade nas paredes muda completamente o perfil do escoamento dando origem a fingers, como pode ser visto na Figura 4.4.

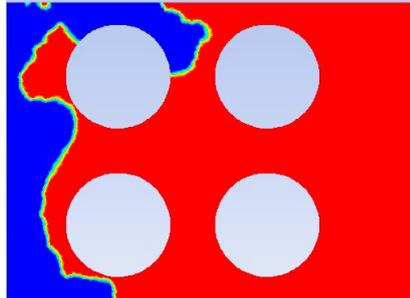


Figura 4.4: Célula de Hele-Shaw. Distância entre as placas  $0.01 \text{ mm}$  e  $v = 0.0001 \text{ m/s}$ . Figura gerada no software FLUENT.

Na célula de Hele-Shaw o escoamento de dois fluidos viscosos possui uma instabilidade na interface que separa os fluidos, e como no modelo estudado neste trabalho, o fluido invasor é menos viscoso que o fluido deslocado. No processo de recuperação de petróleo, quando injeta-se água no reservatório, o fluido invasor desloca o óleo criando dedos viscosos (fingers). As formas mais comuns de abordar esse problema constituem no arranjo formado por duas placas onde pode-se variar a velocidade de entrada ou a distância entre as placas, mas sem uma região porosa, [26, 25]. Nossos testes mostram que a presença de círculos influencia o perfil dos fingers, ver Figura 4.4. Como é muito difícil obter um perfil homogêneo sem a presença de fingers em uma célula Hele-Shaw, a comparação da retenção de óleo devido a presença de obstáculos é bem mais complexa. Por este motivo, os resultados aqui obtidos não devem ser diretamente comparados com aqueles para células de Hele-Shaw.

Durante o processo de otimização do modelo foram realizados muitos testes, com diferentes malhas e passos de tempo, para se conseguir uma simulação convergente. A convergência de um escoamento, no FLUENT, é muito sensível à malha e ao passo de tempo, para atingir a convergência foi necessário usar um passo de tempo pequeno, 0.00025 s, e refinar de forma razoável a malha. Levamos em conta que malhas muito finas deixam a simulação muito demorada. Com passo de tempo mencionado acima e malhas com número de nós entre 20000-40000, o tempo para que o óleo quebre uma simulação com a menor velocidade de entrada foi em torno de 8 dias em um cluster com 42 núcleos. Por este motivo, alguns dos resultados apresentados não podem ser encarados como definitivos. O refinamento da malha pode alterar o padrão de retenção de óleo encontrado, mas o tempo computacional exigido para isso se torna muito grande

Na solução numérica das equações para sistemas bifásicos, o FLUENT utiliza a condição de Courant–Friedrichs–Lewy (CFL) para analisar a estabilidade da simulação. Para o caso bidimensional, esta condição é expressa da seguinte forma,

$$C = \frac{v_x \Delta t}{\Delta x} + \frac{v_y \Delta t}{\Delta y} \leq C_{max}, \quad (4.1)$$

onde o número adimensional  $C$  é chamado de número de Courant,  $v_x$  é a velocidade na direção  $x$ ,  $v_y$  é a velocidade na direção  $y$ ,  $\Delta t$  é o passo de tempo,  $\Delta x$  o espaço percorrido dentro da célula na direção  $x$  e  $\Delta y$  o espaço percorrido dentro da célula na direção  $y$ .

No aplicativo, o número de Courant ajuda a encontrar o passo de tempo que mais se ajusta à malha usada. Para simulações utilizando o VOF é aconselhável que o seu valor seja  $\leq 1$ , mas valores um pouco acima são aceitáveis. Se o passo de tempo não for adequado para o tamanho das células, o número de Courant aumenta, o que pode levar a erros. No aplicativo utilizado, se  $C > 250$  a simulação é interrompida.

No processo de construção da malha, o refinamento foi aplicado em todo o canal de maneira uniforme, mas o MESH adapta as regiões mais estreitas entre os círculos e entre os círculos e as paredes, criando uma malha mais fina nessas regiões. Assim, para os fatores de redução 0.8 e 0.9, cria-se uma descontinuidade na malha, porque ela fica mais fina de maneira quase abrupta e isso causa erros na interpolação. De fato, valores armazenados no centro de uma célula maior podem ser interpolados para as faces de duas ou mais células menores. O arquivo de saída, que apresenta a convergência em cada passo de tempo, mostra que existe uma diminuição na precisão da convergência no momento em que a interface entre os fluidos passa pelo centro da região porosa.

Neste trabalho medimos a fração volumétrica de óleo que fica retida na região porosa, como pode ser visto na Figura 4.6. Para facilitar a análise vamos identificar os



Figura 4.5: Interface no centro da região porosa. Figura gerada no software FLUENT.

círculos em relação a uma linha vertical que corta o canal. Levando em conta o padrão mostrado na Figura 4.5, identificamos os primeiros círculos (geração 1, circundados pela água), os círculos centrais (geração 2) e os últimos círculos (geração 1, circundados por óleo) <sup>1</sup>.



Figura 4.6: SG - 07 - 0.00075  $m/s$ . Figura gerada no software FLUENT.

Durante o escoamento, a medida que a água invade o canal ela expulsa uma parte do óleo, mas deixa uma quantidade presa entre os círculos e os círculos e as paredes <sup>2</sup>. As diferentes etapas do processo de retenção de óleo estão detalhadas na Figura 4.7. A Figura 4.7a mostra a situação quando a interface está no centro da região porosa. Neste caso, apenas o óleo na região central do canal foi expulso. Quando a interface ultrapassa a região porosa, ela pressiona o óleo contra a parede, Figura 4.7b, levando à quebra da interface na parede inferior ou superior, como mostrado na Figura 4.7c.

A falta de simetria na malha, gera uma variação no comportamento, a primeira quebra na interface pode ocorrer tanto na parede inferior quanto superior. Após essa primeira quebra, nota-se uma certa quantidade de óleo entre os círculos superiores e a parede superior. Na parede inferior é observada certa quantidade de óleo presa na região porosa que ainda continua ligada à quantidade que está sendo expulsa do canal por uma fina película. De modo similar ao observado no caso do canal sem obstáculos, a formação e o rompimento desta película depende da velocidade de injeção de água, sendo que para velocidades mais altas ela demora mais de romper.

Quando a interface rompe pela a segunda vez (ver Figura 4.7d), e essa quebra faz com que uma pequena fração volumétrica do óleo volte para a região porosa acumulando-se na frente dos últimos círculos. A diferença entre o volume retido de diferentes velocidades para uma mesma configuração está relacionada com o momento dessa quebra e consequentemente a quantidade de óleo que volta, conforme a Figura 4.7e.

<sup>1</sup>A primeira configuração não possui círculos centrais.

<sup>2</sup>Para simplificar a notação Segunda Geração com fator de redução 07, SG - 07.

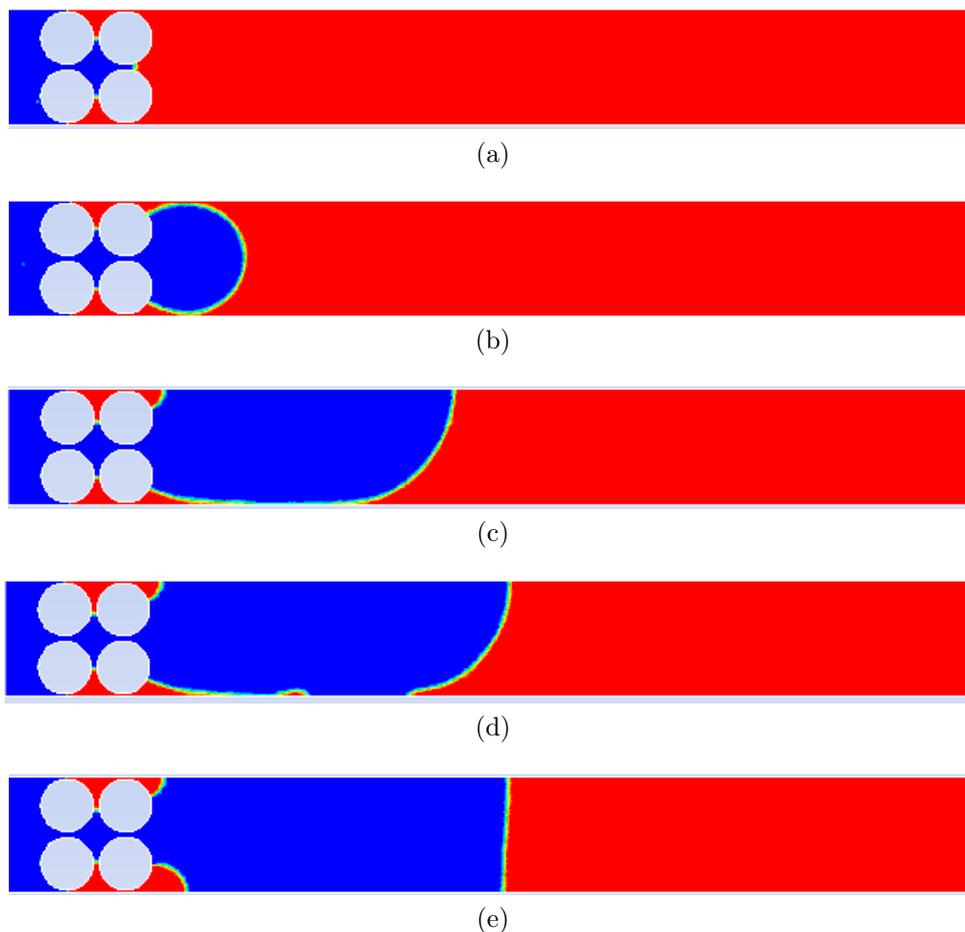


Figura 4.7: Quebra da interface. Figuras geradas no software FLUENT.

Depois que essa configuração é alcançada nós medimos a quantidade de óleo nas zonas 2 e 3, ver Figura 3.3.

Foram usadas cinco velocidades, indicadas na Tabela 4.1. Para velocidades maiores, as forças viscosas tornam-se muito fortes e a água, seguindo o princípio de minimização da energia, abre um caminho por dentro do óleo, como mostrado na Figura 4.2. Nestes casos o canal torna-se pequeno para que a interface do óleo se quebre, deixando uma quantidade retida nos poros, como ilustrado na Figura 4.6. Para velocidades maiores, teríamos que usar um canal maior. Por outro lado, para velocidades menores, como as forças capilares são maiores que as forças viscosas, conseguimos controlar o perfil da interface e o óleo quebra antes do final do canal. No entanto, com velocidades tão pequenas a quantidade de óleo retirada em um mesmo intervalo de tempo é muito pequena e o tempo computacional muito grande.

O canal utilizado tem um comprimento total de 33 *mm*: 1 *mm* primeira zona, 4 *mm* segunda zona (região porosa), 8 *mm* terceira zona e 20 *mm* quarta zona. Esta escolha foi feita com base nos resultados encontrados para diferentes velocidades. Como já mencionado, para as velocidades maiores a interface do óleo demora de quebrar (ver

Figura 4.8), com o aparecimento de uma camada fina que se estende por todo o canal e que demora de se romper.



Figura 4.8: TG - 08 - 0.001  $m/s$ . Figura gerada no software FLUENT.

Por este motivo, foi necessário usar um canal grande o suficiente para que em todas as configurações investigadas a interface do óleo rompa deixando uma fração volumétrica na região porosa, ver Figura 4.6.

Como o número de nós em uma malha está também relacionado com o tamanho do canal, diminuir seu tamanho representa um ganho de tempo computacional. No entanto, usar canais de tamanhos diferentes para velocidades diferentes, para a mesma configuração de círculos, impossibilita a comparação adequada da fração de óleo retirada, pois os testes mostraram que o tamanho do canal influencia no resultado.

## 4.1 Análise das Simulações

Uma vez apresentadas as condições que fundamentaram a escolha dos parâmetros do modelo, discutiremos em seguida os resultados encontrados para as frações volumétricas do óleo, retidas na região porosa, relacionando com as velocidades de entrada, com a geometria da região porosa e com a porosidade.

### 4.1.1 Análise da fração volumétrica de óleo retida

Para cada uma das três gerações, aplicamos três fatores de redução, 0.7, 0.8 e 0.9<sup>3</sup>. Para cada fator de redução das gerações fizemos simulações para as cinco velocidades, indicadas na tabela 4.1, mantendo fixos todos os outros parâmetros: ângulo de contato 90 graus, tensão superficial,  $\sigma = 0.0312 N/m$ , e passo de tempo, 0.00025  $s$ . Devido o alto tempo computacional gasto nas simulações, principalmente para as velocidades mais baixas, realizou apenas uma rodada de simulações.

Para o fluido invasor, usamos as propriedades da água a 20 °C,  $\rho = 998.2 kg/m^3$  e  $\mu = 0.001003 kg/ms$  e para o óleo  $\rho = 922 kg/m^3$  e  $\mu = 0.05 kg/ms$ , que representa um óleo com  $API = 22$ .

---

<sup>3</sup>Fatores menores de redução não são interessantes pois representam alta porosidade.

## Primeira Geração

Para a primeira geração, a análise do escoamento para o fator de redução 0.7 mostra como as forças capilares se sobrepõem sobre as forças viscosas à medida que diminuimos a velocidade. E o aumento das forças capilares neste caso representa a diminuição da fração volumétrica do óleo retido na região porosa, ou seja, aumento da recuperação.

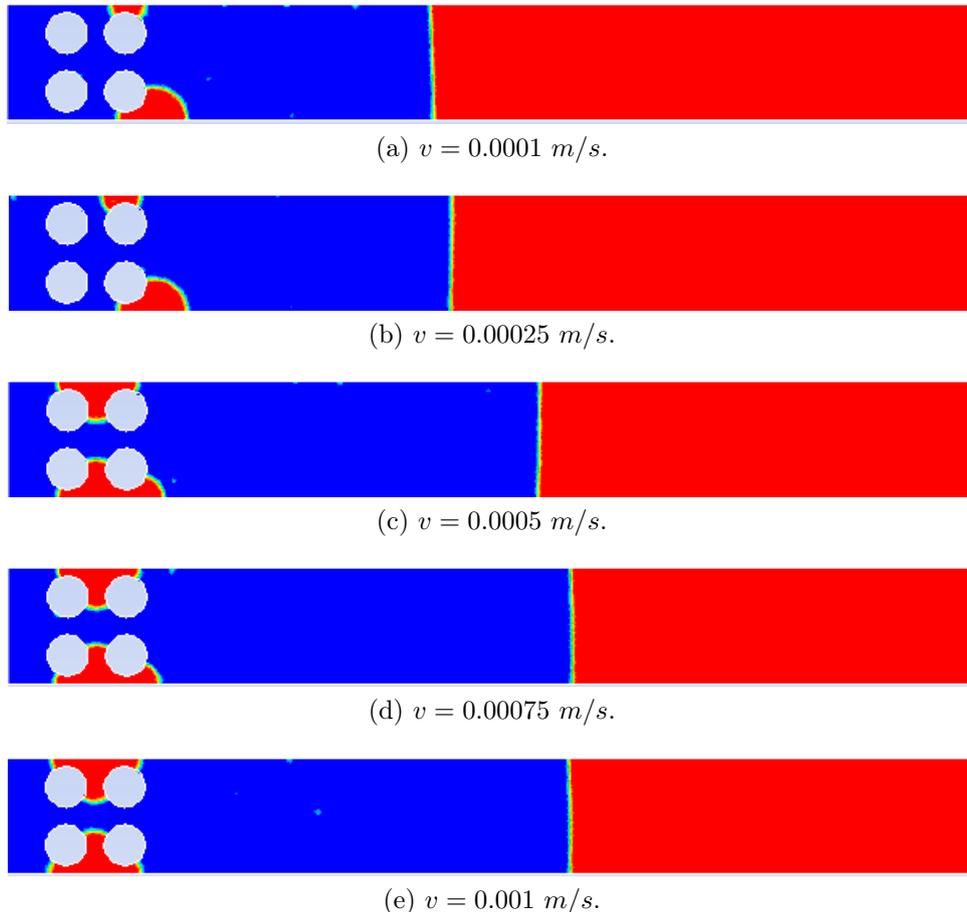


Figura 4.9: Primeira geração, fator de redução 0.7. Figuras geradas no software FLUENT.

Para essa configuração, onde os espaços entre os círculos e os círculos e as paredes são maiores, porosidade maior, é possível construir uma boa malha, sem aumentar muito o número de células, mantendo a simulação convergente durante todo o escoamento. A Tabela 4.3 mostra a porcentagem da fração volumétrica de óleo retido na região porosa para cada velocidade em relação à quantidade de óleo contido inicialmente na região porosa, que corresponde a zona 2, o quadrado de lado 4 com os círculos em seu interior. Os valores mostram que existe uma diminuição na fração de óleo retida nos poros à medida de que reduzimos a velocidade e chama atenção uma grande variação na quantidade de óleo retida quando o  $Re$  passa de 1.99 a 0.99, ilustrado na Figura 4.10. Nesta situação a velocidade passa de  $0.0005 \text{ m/s}$  para  $0.0025 \text{ m/s}$  e o  $n_c$  passa de  $10^{-5}$  para  $10^{-6}$ . Esta variação se deve ao fato de uma parcela de óleo ficar retida entre os dois círculos e as

paredes, ao passo que para  $Re < 1$  o óleo retido ocupa apenas a região entre os dois últimos círculos e as paredes.

Velocidade (m/s)	0.0001	0.00025	0.0005	0.00075	0.001
Óleo retido (%)	22.75%	23.09%	39.87%	39.88%	39.59%

Tabela 4.3: Porcentagem retida de óleo para cada velocidade. Primeira geração, fator de redução 0.7 e quantidade de óleo na região porosa  $9.853866 \times 10^{-6} m^2$ .

Resultados encontrados utilizando uma malha mais grossa e um passo de tempo maior, 0.0005 s, também mostram o mesmo comportamento, diminuição da fração do óleo retido com a redução da velocidade e uma queda na fração retida quando  $Re < 1$ . Aparentemente para essa geometria, é possível encontrar resultados dentro do esperado, mesmo com uma malha de menor qualidade. Este comportamento dos resultados pode ser encarado como padrão, e poderia ser esperado para outros valores do fator de redução e da geração. No entanto, veremos que diferenças no padrão de retenção foram observadas, o que pode ser atribuído a imprecisão da malha e erros de arredondamento. No entanto, devido às já mencionadas dificuldades com o tempo de integração quando o número de nós é aumentado, nem sempre foi possível identificar e corrigir imprecisões, principalmente no caso de velocidades muito baixas.

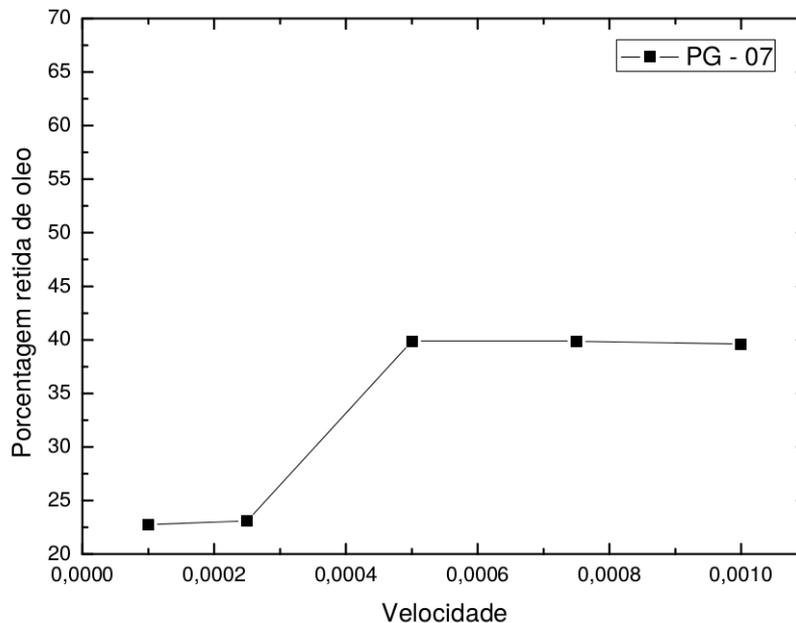


Figura 4.10: Primeira Geração - fator de redução 0.7. Porcentagem de retenção de óleo em função da velocidade.

Para o fator de redução 0.8, com a diminuição dos espaços na região porosa a fração volumétrica de óleo retida diminui levemente com a diminuição da velocidade, até

a velocidade  $0.00025 \text{ m/s}$ . Para a menor velocidade,  $0.0001 \text{ m/s}$ , a fração volumétrica de óleo retida na região porosa aumenta muito, enquanto seria esperada uma diminuição, caso o padrão obtido para o fator de redução 0.7 fosse repetido. Este resultado pode ser entendido pela comparação entre as Figuras 4.9 e 4.11, que permite identificar, em primeiro lugar, que as regiões onde o óleo ficou retido para  $s = 0.8$  compreendem sempre o espaço entre os círculos e entre os círculos e as paredes. Não é observado o esvaziamento do espaço entre os primeiros círculos e a parede nem do espaço entre os círculos, em oposição ao ilustrado na Figura 4.9 para os dois menores valores de velocidade. Por outro lado, para a velocidade  $0.0001 \text{ m/s}$ , houve um acréscimo de óleo retido na região após o último círculo inferior, o que explica o aumento da fração de óleo retido. No entanto não foi possível verificar se este efeito desaparece se usarmos uma malha com uma qualidade melhor.

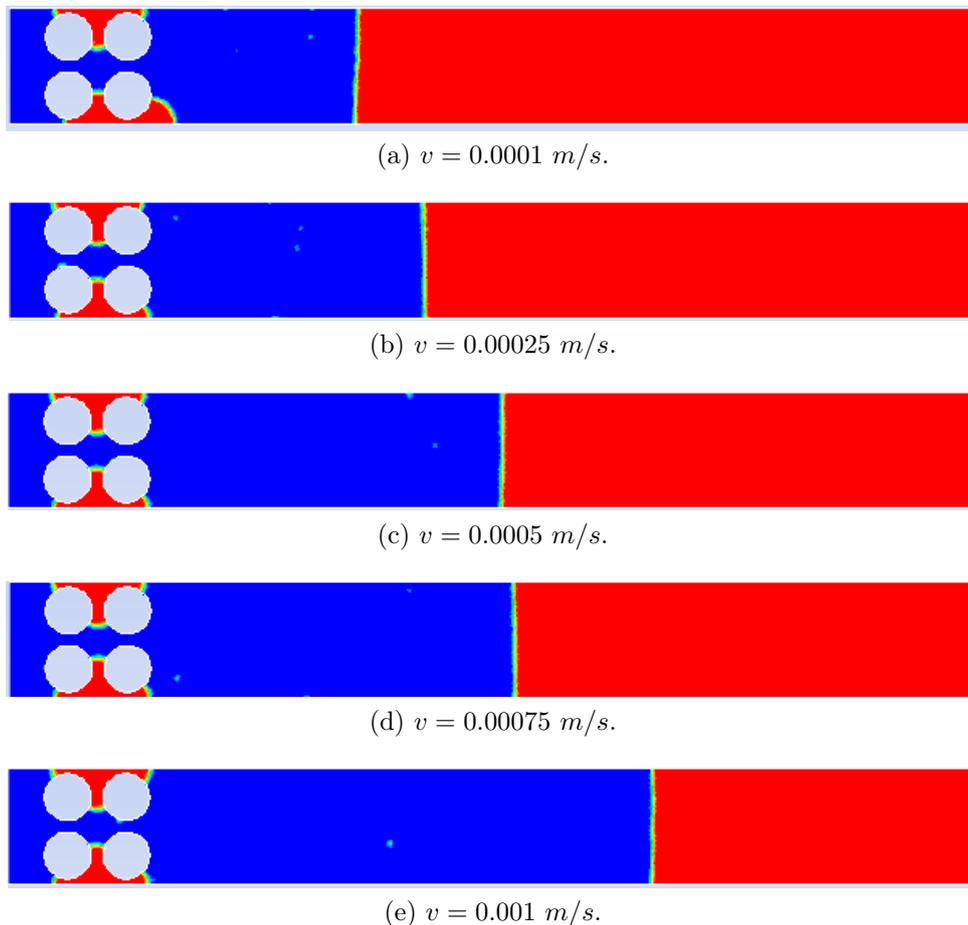


Figura 4.11: Primeira geração, fator de redução 0.8. Figuras geradas no software FLU-ENT.

Como aumentamos os diâmetros dos círculos, mesmo criando uma malha mais fina que aquela para 0.7, a proximidade entre círculos e círculos e paredes, causa uma descontinuidade na malha e dificulta a convergência. Para as velocidades maiores os

resultados estão de acordo com o esperado e a recuperação aumenta com a diminuição da velocidade, até a velocidade  $0.00025 \text{ m/s}$ , ver Figura 4.12.

Os erros de convergência são propagados durante a simulação, e como a simulação para a velocidade  $0.0001 \text{ m/s}$ , demorou 320 000 passos de tempo para a interface do óleo se quebrar, o erro propagado pode ter se tornado muito grande, tendo como resultado um valor muito distante dos valores anteriores.

Velocidade (m/s)	0.0001	0.00025	0.0005	0.00075	0.001
Óleo retido (%)	43.08%	36.95%	37.50%	38.22%	38.61%

Tabela 4.4: Porcentagem retida de óleo para cada velocidade. Primeira geração, fator de redução 0.8 e quantidade de óleo na região porosa  $7.970075 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ .

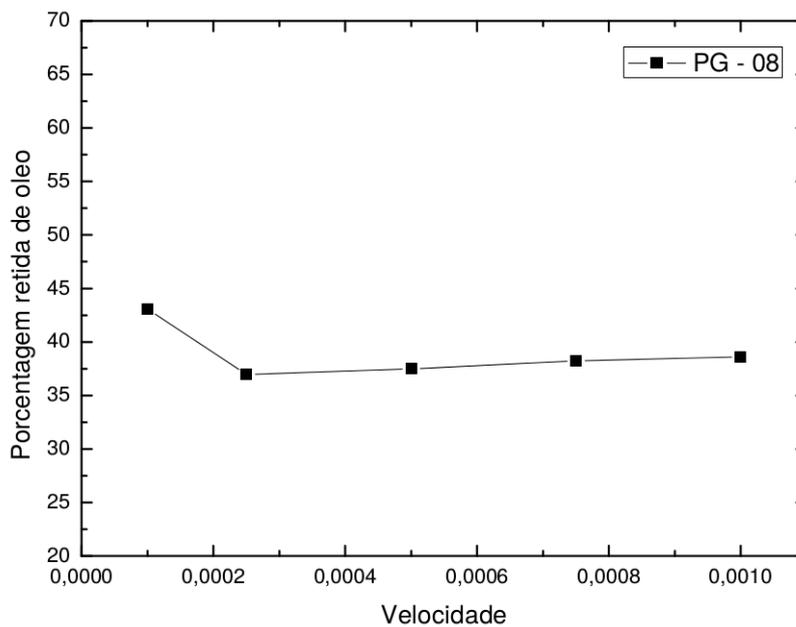


Figura 4.12: Primeira Geração - fator de redução 0.8. Porcentagem de óleo em função da velocidade. Gráfico gerado no software Origin.

Para velocidades menores a quantidade de passos de tempo necessária para que o óleo quebre é muito maior, o que leva a uma maior propagação de erros. Esses erros podem ser classificados como erros globais, pois erros locais, devido a discretização, são propagados de maneira iterativa e que leva também a um erro iterativo na convergência. Para simulações como essa é difícil estimar uma margem de erro pois o valor exato é desconhecido. Esses erros propagados podem explicar a maior quantidade de óleo, que volta após a interface romper pela segunda vez, acumulada após os últimos círculos entre a segunda e terceira zonas, Figura 4.11e.

No entanto, a análise das figuras mostra que existe uma padrão na forma como o óleo fica retido na região porosa, a diferença nos valores está relacionada ao ponto em que o óleo quebra, variando a quantidade de óleo que volta. Para todas as velocidades a fração volumétrica de óleo retida ficou presa entre os dois círculos superiores e a parede superior, os círculos inferiores e a parede inferior e na frente dos últimos círculos.

Para as simulações com fator de redução 0.9, como nos casos anteriores é possível verificar a diminuição da fração volumétrica do óleo retida na região porosa de forma muito lenta, Tabela 4.5. No entanto, valores diferentes aparecem para a velocidade  $0.00025 \text{ m/s}$ , ou seja, para essa configuração valores diferentes aparecem mais cedo que para o fator de redução 0.8.

Essa configuração apresenta o mesmo padrão do fator de redução 0.8, com o óleo aprisionado entre os círculos superiores e a parede superior, os círculos inferiores e a parede inferior e após os últimos círculos. Para as velocidades,  $0.0001 \text{ m/s}$  e  $0.00025 \text{ m/s}$ , Figuras 4.11a e 4.11b, a quantidade de óleo retido após os últimos círculos aumenta em relação às velocidades mais altas, ver Figura 4.13. Para as velocidades mais baixas a interface do óleo rompe pela segunda vez mais próximo dos últimos círculos, conseqüentemente, espera-se que uma quantidade menor de óleo volte para a frente dos círculos. Esse aumento está relacionado com o ponto em que o óleo quebra, pode ser que os erros propagados influenciem os cálculos na região próxima à parede, na camada limite, por onde a fina interface se estende, e isso faz com que o óleo quebre em um ponto mais distante da região porosa e uma maior quantidade de óleo volte e fique presa na frente dos últimos círculos.

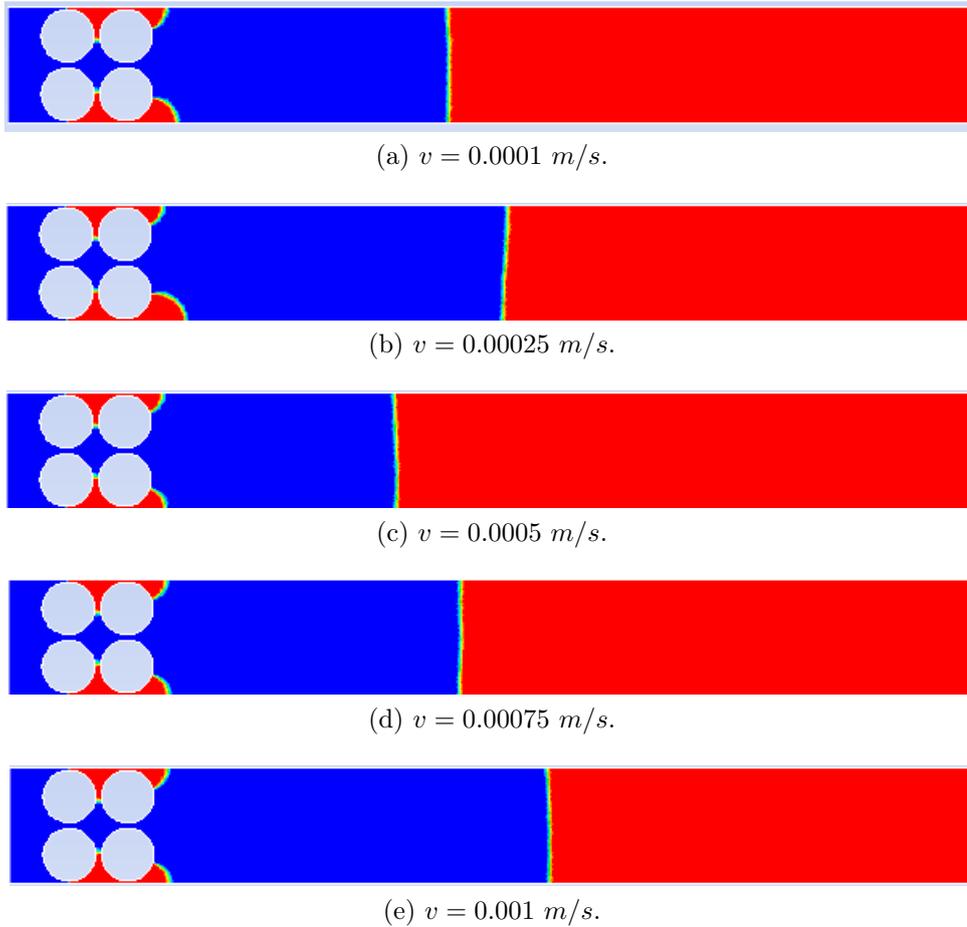


Figura 4.13: Primeira geração, fator de redução 0.9. Figuras geradas no software FLU-ENT.

A malha criada para esse fator de redução possui uma quantidade maior de nós, mas uma qualidade um pouco menor, porque a adaptação que o software faz nas regiões mais estreitas afeta a qualidade da malha, essa adaptação gera erros de interpolação dos valores nas faces das células.

Velocidade (m/s)	0.0001	0.00025	0.0005	0.00075	0.001
Óleo retido (%)	50.60%	55.44%	43.59%	44.21%	44.61%

Tabela 4.5: Porcentagem retida de óleo para cada velocidade. Primeira geração, fator de redução 0.9 e quantidade de óleo na região porosa  $5.825928 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ .

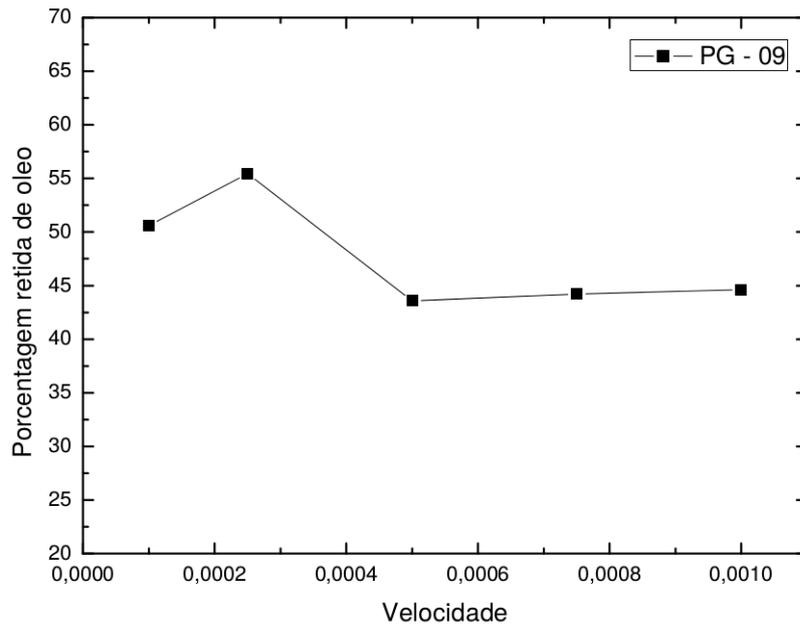


Figura 4.14: Primeira Geração - fator de redução 09. Porcentagem de óleo em função da velocidade. Gráfico gerado no software Origin.

Confrontando os resultados encontrados para os três fatores de redução, percebemos um aumento na quantidade de óleo retido à medida que diminuimos a porosidade. A expulsão do óleo de regiões estreitas está relacionada principalmente com a viscosidade do óleo e com tensão interfacial entre os fluidos. Para tentar avançar entre essas regiões uma opção é diminuir a tensão interfacial, misturando a água com algum surfactante ou aumentar a temperatura do fluido invasor para aquecer o óleo e diminuir sua viscosidade [29], que são estratégias já adotadas pelas empresas de exploração de petróleo.

Para o nosso modelo diminuir a tensão superficial não é uma boa estratégia pois perdemos o controle sobre a estabilidade da interface entre os fluidos para valores baixos de  $\sigma$ , conforme mostrado na Figura 4.15. A redução de  $\sigma$  implica na diminuição da pressão capilar, segundo a equação (2.19), usando o ângulo de contato igual a  $90^\circ$  e raio do canal igual a  $0.002 \text{ mm}$ , isso faz com que a interface torne-se mais côncava em relação a água, criando um caminho parecido com o mostrado na Figura 4.2 e dificultado a quebra óleo para que tenha-se uma fração volumétrica retida na região porosa.



Figura 4.15: Tensão superficial  $\sigma = 0.001 \text{ N/m}$ . Figura gerada no software FLUENT.

Mas podemos simular um aumento na temperatura da água para diminuir a viscosidade do óleo. Para simular a injeção de água em temperaturas mais elevadas,

podemos propor, para nosso modelo, que a água é injetada em altas temperaturas e quando entra em contato com o óleo transfere energia, aquecendo-o e diminuindo sua viscosidade, e a água volta a ter as mesmas propriedades que possui em temperatura ambiente. Dessa forma podemos simplificar o aumento da temperatura alterando somente a viscosidade do óleo e mantendo os outros parâmetros fixos.



Figura 4.16: Viscosidade do óleo  $\mu = 0.001 \text{ kg/ms}$ . Figura gerada no software FLUENT.

A melhora na recuperação é alcançada quando diminuimos muito a viscosidade do óleo, principalmente quando este valor se aproxima do valor da viscosidade da água.

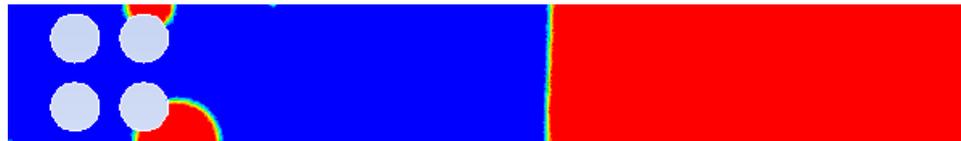
Ao olhar para os resultados encontrados usando uma malha mais grossa e um passo de tempo maior, como foi citado anteriormente, percebe-se que existe uma relação entre o óleo retido e a velocidade. No entanto, para regiões menos porosas a diminuição na velocidade exige uma malha cada vez mais fina para que se diminua os erros de propagação e de interpolação dos valores nas faces das células.

Geração	Óleo $m^3$	0.00025 $m/s$	0.0005 $m/s$	0.00075 $m/s$	0.001 $m/s$
PG-08	$7.967485 \times 10^{-6}$	70.00%	32.28%	44.63%	62.87%
PG-09	$5.829330 \times 10^{-6}$	61.57%	60.50%	48.20%	48.49%

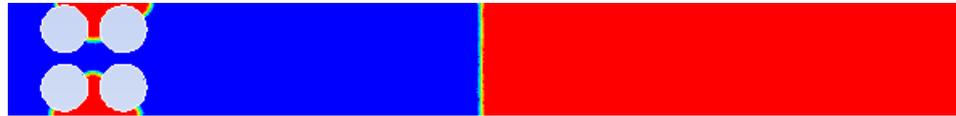
Tabela 4.6: Porcentagem de óleo retida para cada velocidade. Usando uma malha de menor qualidade.

A Tabela 4.6 mostra que as discrepâncias entre a fração de óleo retida para as duas diferentes malhas aparecem para uma velocidade mais alta, ou seja, com o refino da malha conseguimos adiar o aparecimento de resultados ruins. Dessa forma a discretização apresenta-se desde a primeira geração como uma dificuldade, pois o tempo computacional gasto para as velocidades menores é muito grande e refinar mais a malha implica em aumentar esse tempo.

Ao compararmos os padrões de retenção dos três fatores de redução mostrados anteriormente nas Figuras 4.9, 4.11 e 4.13 com os padrões encontrados utilizando uma malha de menor qualidade, Figura 4.17, percebemos que os padrões são os mesmos, e que a diferença na qualidade da discretização interfere no valor da quantidade de óleo retido mas não muda o padrão de retenção.



(a) Fator de redução 0.7.  $v = 0.00025$ .



(b) Fator de redução 0.8.  $v = 0.0005$ .



(c) Fator de redução 0.9.  $v = 0.00075$ .

Figura 4.17: Primeira geração, malha de menor qualidade. Figuras geradas no software FLUENT.

## Segunda Geração

Os resultados para o fator de redução 0.7 da segunda geração podem ser vistos na Tabela 4.7, e os padrões de retenção correspondentes estão ilustrados na Figura 4.18. A fração volumétrica do óleo retida na região porosa diminui nas três primeiras velocidades, mas sofre um aumento para as duas velocidades mais baixas. Esse aumento pode ser justificado por erros de interpolação perto da parede, região da camada limite, onde foi utilizada a função *inflation*, que discretiza essa região usando retângulos diferentemente do restante da malha que é triangular.

Velocidade (m/s)	0.0001	0.00025	0.0005	0.00075	0.001
Óleo retido (%)	24.12%	25.13%	21.32%	21.61%	23.05%

Tabela 4.7: Porcentagem retida de óleo para cada velocidade. Segunda geração, fator de redução 0.7 e quantidade de óleo na região porosa  $9.401621 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ .

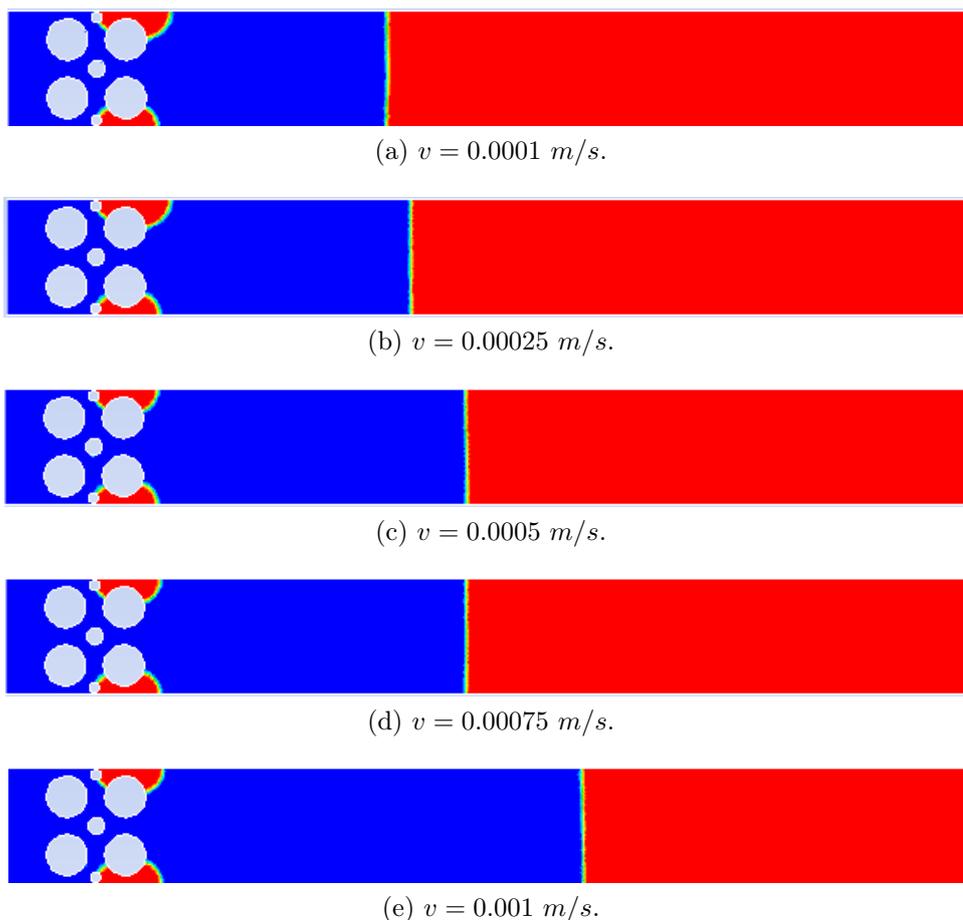


Figura 4.18: Segunda geração, fator de redução 0.7. Figuras geradas no software FLU-ENT.

Novamente, como pode ser visto na Figura 4.19, temos problemas com velocidades pequenas, a quantidade de óleo retido na região porosa aumenta muito. A Figura 4.18, mostra que este fator de redução possui um mesmo padrão de retenção do óleo na região porosa. O óleo fica retido entre os últimos círculos e as paredes inferior e superior e o que muda é a quantidade de óleo acumulada após os círculos.

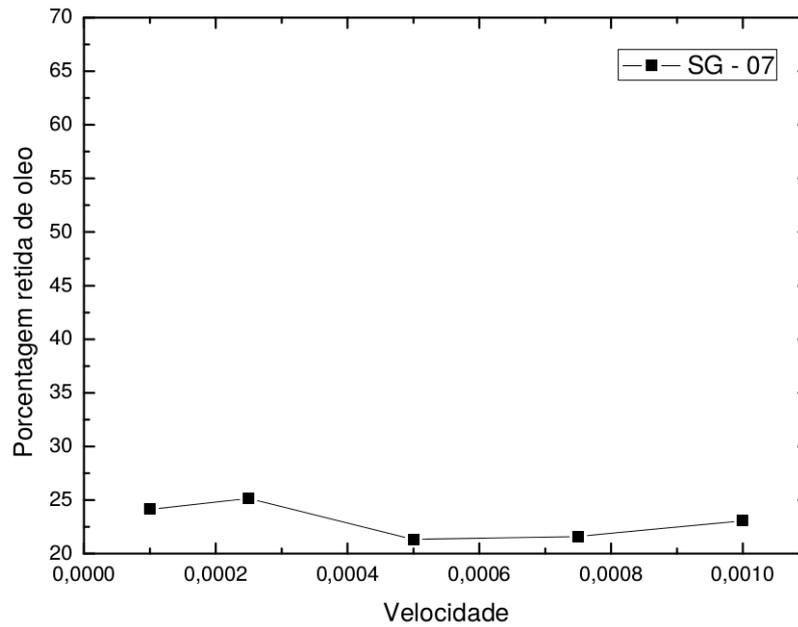


Figura 4.19: Segunda Geração - fator de redução 0.7. Porcentagem de óleo em função da velocidade. Gráfico gerado no software Origin.

Para o fator de redução 0.8, não ocorre uma diminuição na fração volumétrica retida com a redução da velocidade<sup>4</sup>, mas ocorre uma diminuição significativa na fração volumétrica do óleo retida nos poros, para a velocidade, 0.00025 *m/s*.

<sup>4</sup>Essas simulações foram refeitas, mas tiveram os mesmos resultados.

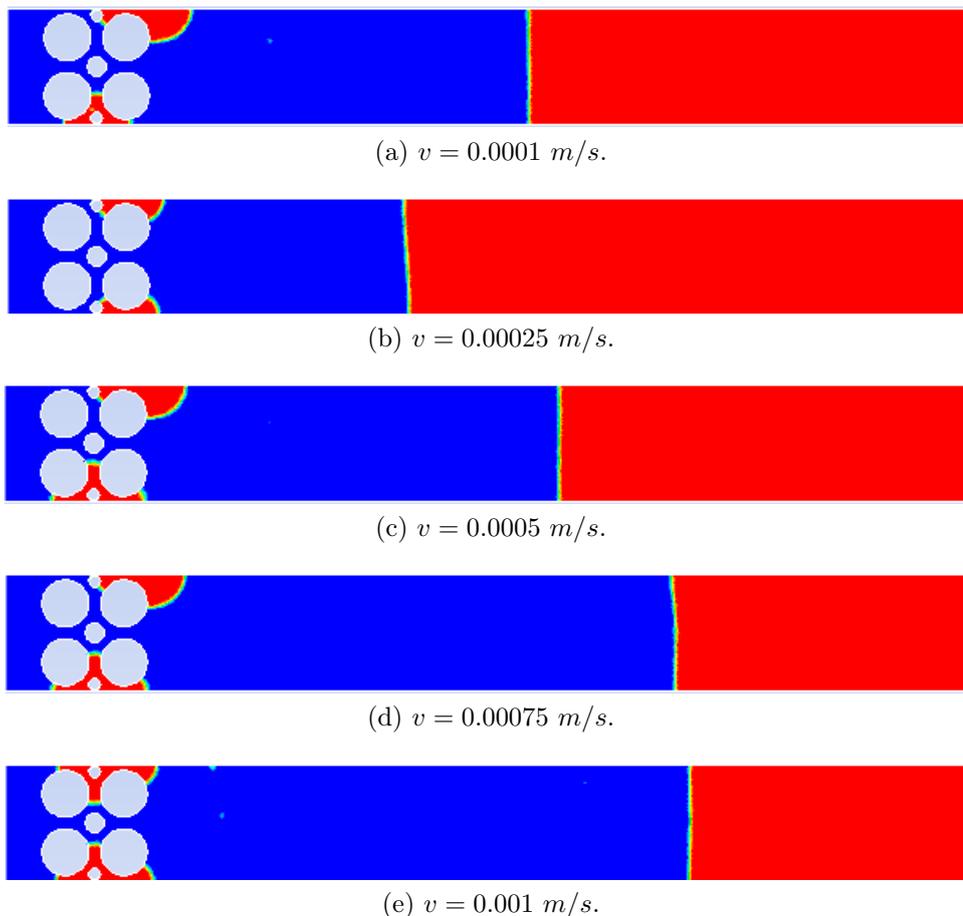


Figura 4.20: Segunda geração, fator de redução 0.8. Figuras geradas no software FLUENT.

Velocidade (m/s)	0.0001	0.00025	0.0005	0.00075	0.001
Óleo retido (%)	39.76%	22.25%	43.25 %	42.19%	39.66%

Tabela 4.8: Porcentagem retida de óleo para cada velocidade. Segunda geração, fator de redução 0.8 e quantidade de óleo na região porosa  $7.386917 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ .

Para o fator de redução 0.8, as quantidades de óleo retida para as três primeiras velocidades estão muito próximas, ver tabela 4.8, e quando  $Re < 1$  e  $n_c \simeq 10^{-6}$ , existe uma diminuição grande na fração volumétrica retida.

As imagens presentes na Figura 4.20, mostram uma variação no padrão de retenção do óleo. Para a velocidade mais alta persiste o padrão da primeira geração para o mesmo fator de redução, mas a diminuição da velocidade muda o perfil e a água consegue avançar sobre uma região anteriormente ocupada. Desconsiderando a quantidade que volta após a segunda quebra do óleo e fica presa nos últimos círculos, qualitativamente existe uma melhora na invasão da água para as velocidades  $0.0005 \text{ m/s}$  e  $0.00075 \text{ m/s}$  e para a velocidade  $0.00025 \text{ m/s}$ , o perfil muda novamente e a água consegue invadir a

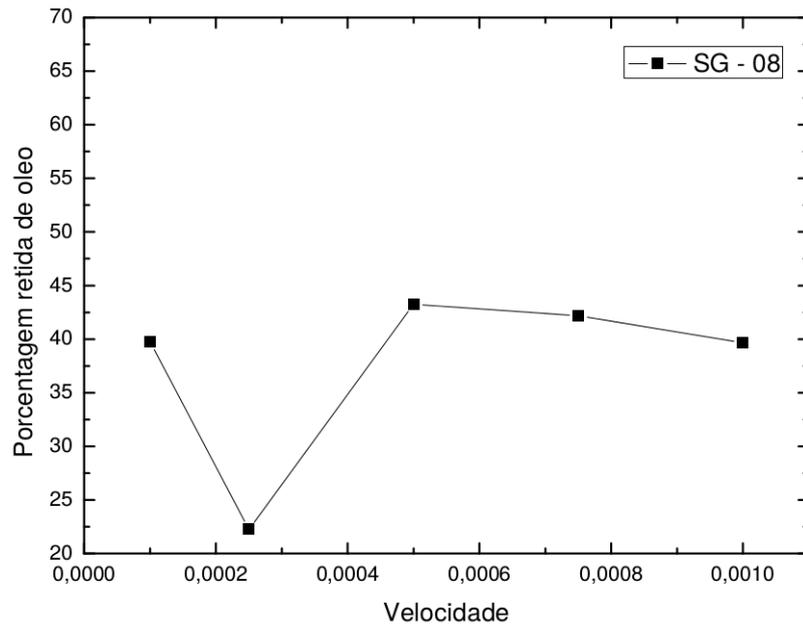


Figura 4.21: Segunda Geração - fator de redução 0.8. Porcentagem de óleo em função da velocidade. Gráfico gerado no software Origin.

região entre os dois primeiros círculos e suas respectivas paredes.



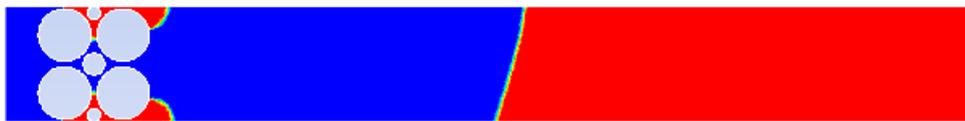
(a)  $v = 0.0001 \text{ m/s}$ .



(b)  $v = 0.00025 \text{ m/s}$ .



(c)  $v = 0.0005 \text{ m/s}$ .



(d)  $v = 0.00075 \text{ m/s}$ .



(e)  $v = 0.001 \text{ m/s}$ .

Figura 4.22: Segunda geração, fator de redução 0.9. Figuras geradas no software FLU-ENT.

Para o fator de redução 0.9, os resultados encontrados estão dentro do esperado, uma diminuição lenta na quantidade retida de óleo até a velocidade 0.00025  $m/s$  e um aumento para a velocidade 0.0001  $m/s$ , ver Tabela 4.9. O aumento na quantidade de óleo retida usando a velocidade mais baixa pode ser creditada a erros propagados. Para esta simulação o fluido escoava apenas pelo canal aberto entre o círculo central e os dois superiores. O canal entre o círculo central e os dois inferiores ficou fechado. No entanto, nas outras simulações, para as quatro velocidades restantes, encontramos o mesmo padrão de retenção com o óleo preso entre os três círculos superiores e a parede superior e os três círculos inferiores e a parede inferior, que é o mesmo padrão da geração anterior usando o fator de redução 0.9, ver Figura 4.13

Velocidade (m/s)	0.0001	0.00025	0.0005	0.00075	0.001
Óleo retido (%)	52.48%	39.15%	43.18%	51.85%	51.86%

Tabela 4.9: Porcentagem retida de óleo para cada velocidade. Segunda geração, fator de redução 0.9 e quantidade de óleo na região porosa  $5.080381 \times 10^{-6} m^2$ .

Isto pode indicar que o nosso modelo apresenta uma melhora na recuperação quando  $Re < 1$  e  $n_c \simeq 10^{-6}$ , e que os resultados encontrados para a velocidade 0.0001  $m/s$ , são devido a problemas na discretização e flutuações numéricas.

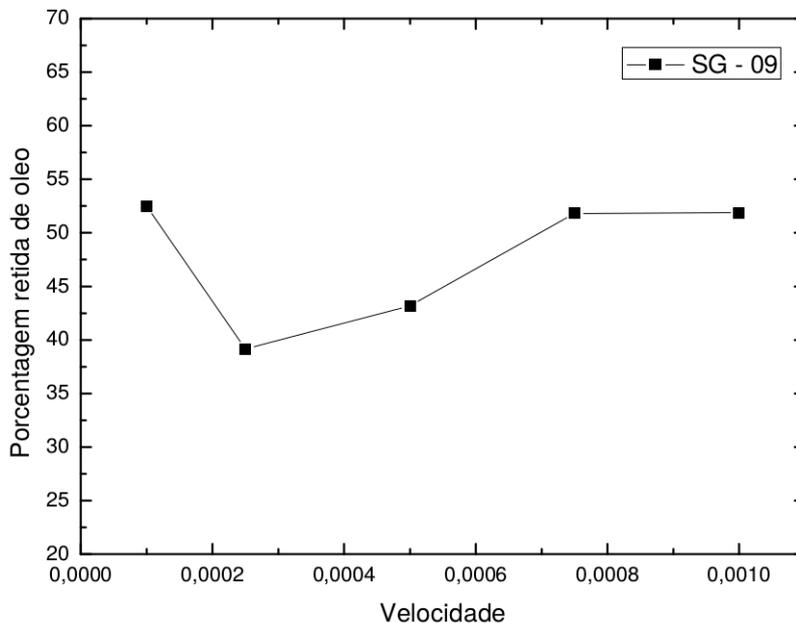


Figura 4.23: Segunda Geração - fator de redução 0.9. Porcentagem de óleo em função da velocidade. Gráfico gerado no software Origin.

Em todos os fatores de redução, nas duas primeiras configurações, encontramos pequenas diminuições na fração de óleo retida quando passamos de uma velocidade para

outra menor. Isso ocorre porque, para uma velocidade mais baixa, a interface do óleo quebra após a injeção de uma quantidade menor de água e a quantidade de óleo que volta, da fina película que é criada, para a região porosa é um pouco menor.

### Terceira Geração

A terceira geração de círculos apresenta uma maior dificuldade na convergência, pois a diminuição dos espaços faz com que o software construa um refinamento diferente para estas áreas criando uma descontinuidade na malha e gerando maiores erros. O aumento de círculos pede uma malha mais fina em todo o canal e um passo de tempo menor, mas isso aumenta consideravelmente o tempo computacional.

Devido o tempo computacional, restringimos a discussão dos resultados desta geração para velocidade  $v \geq 0.00025 \text{ m/s}$ . Cada simulação possui uma malha diferente, mais fina a medida que a porosidade diminui, e a terceira geração possui as malhas com os maiores números de nós. No entanto, este refinamento não implica em melhor qualidade dos resultados, o que deixou a simulação muito longa.

Os problemas de qualidade da malha, afetaram os resultados das simulações, não sendo possível identificar o mesmo comportamento, aumento da recuperação com a diminuição da velocidade, para todos os fatores de redução, ver Tabela 4.10.

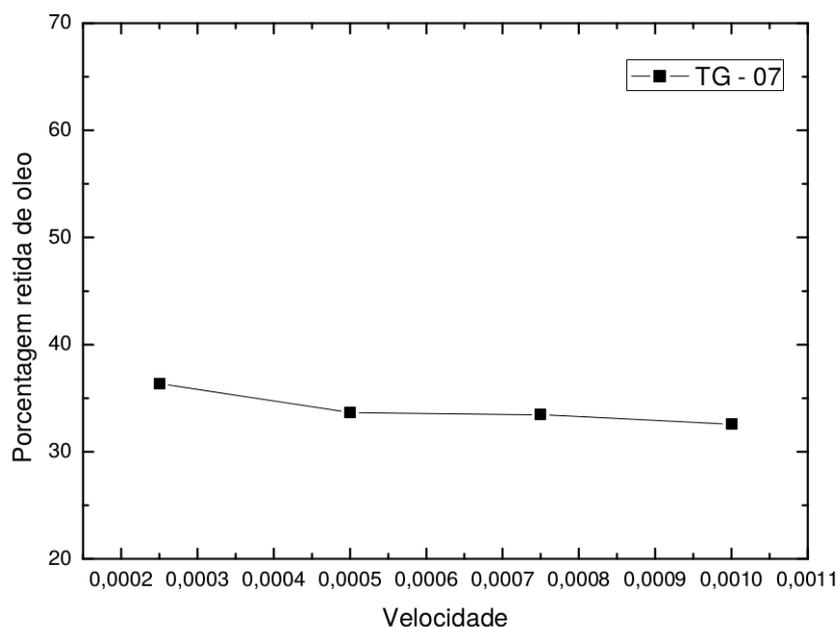


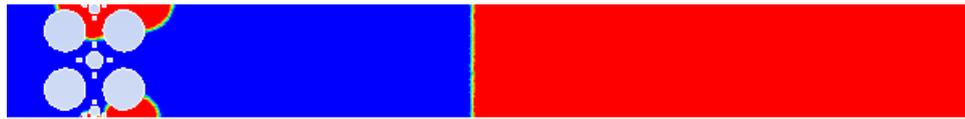
Figura 4.24: Terceira Geração - fator de redução 0.7. Porcentagem de óleo em função da velocidade. Gráfico gerado no software Origin.

Velocidade (m/s)	0.0001	0.00025	0.0005	0.00075	0.001
Óleo retido (%)	33.12%	36.36%	33.63%	33.45%	32.58%

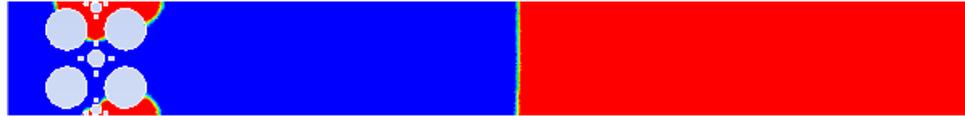
Tabela 4.10: Porcentagem retida de óleo para cada velocidade. Terceira geração, fator de redução 0.7 e quantidade de óleo na região porosa  $9.238712 \times 10^{-6} m^2$ .

Para o fator de redução 0.7 os valores estão bem próximos, mas aumentam com a redução da velocidade. Com base na Figura 4.25, é possível perceber o perfil da fração volumétrica do óleo retido segue um mesmo padrão para as quatro velocidades analisadas. Como foi colocado anteriormente a película fina que se forma antes do óleo quebrar pela segunda vez, pode aparecer na parede superior ou inferior, e para o fator de redução 0.7, podemos ver nos vídeos que essa película não aparece sempre na mesma parede. Mas levando em consideração essa mudança percebe-se que o comportamento é o mesmo para as quatro simulações.

Tem-se uma região onde uma quantidade maior de óleo está presa entre dois círculos grandes, os círculos centrais e uma parede e uma menor quantidade presa entre um círculo grande, os centrais e a outra parede, como pode ser visto na Figura 4.25d, sendo que a película aparece na parede onde acumulou-se mais óleo. Partindo da velocidade mais alta para a mais baixa ocorre uma mudança, a película que aparece inicialmente, na velocidade  $v = 0.001$ , na parede inferior muda para a parede superior na velocidade  $v = 0.0005$  ao passo que com a diminuição da velocidade a água também consegue avançar mais sobre a região entre os círculos e a parede no lado que acumula menos óleo, como pode ser visto comparando a Figura 4.25d com a 4.25a.



(a)  $v = 0.00025 \text{ m/s}$ .



(b)  $v = 0.0005 \text{ m/s}$ .



(c)  $v = 0.00075 \text{ m/s}$ .



(d)  $v = 0.001 \text{ m/s}$ .

Figura 4.25: Terceira geração, fator de redução 0.7. Figuras geradas no software FLUENT.

Em alguns casos da terceira geração pode ser interessante olhar para a configuração do sistema um pouco antes do óleo quebrar pela segunda vez. O que se vê no resultado final é a ação da tensão superficial fazendo com que a interface óleo-água, remanescente entre os círculos e a parede, na parede em que o óleo quebra pela segunda vez, e a água que invade o canal, minimize sua área. Desta forma o óleo passa a ter o comportamento similar ao de uma gota, voltando e se acomodando na região entre os círculos. No entanto, a água consegue invadir a região porosa mais do que mostra a configuração final, como pode ser visto na Figura 4.26.



Figura 4.26: Terceira geração,  $v = 0.0005 \text{ m/s}$ . Figura geradas no software FLUENT.

Os resultados das simulações, usando o fator de redução 0.8, apresentam problemas parecidos com os do fator 0.7, com destaque para a fração volumétrica de óleo retida na região porosa para  $v = 0.001 \text{ m/s}$ , que é muito alta <sup>5</sup>, em relação aos valores encontrados nas outras simulações, como pode ser visto na Figura 4.11. Neste caso, o canal tornou-se pequeno e a água tocou o final do canal, parede de saída, antes do óleo quebrar, por isso verificou-se o refluxo de uma maior quantidade de óleo para as regiões

<sup>5</sup>Essa simulação foi realizada mais de uma vez e obteve o mesmo valor.

com círculos, o que pode ser visto melhor no vídeo que acompanha a dissertação.

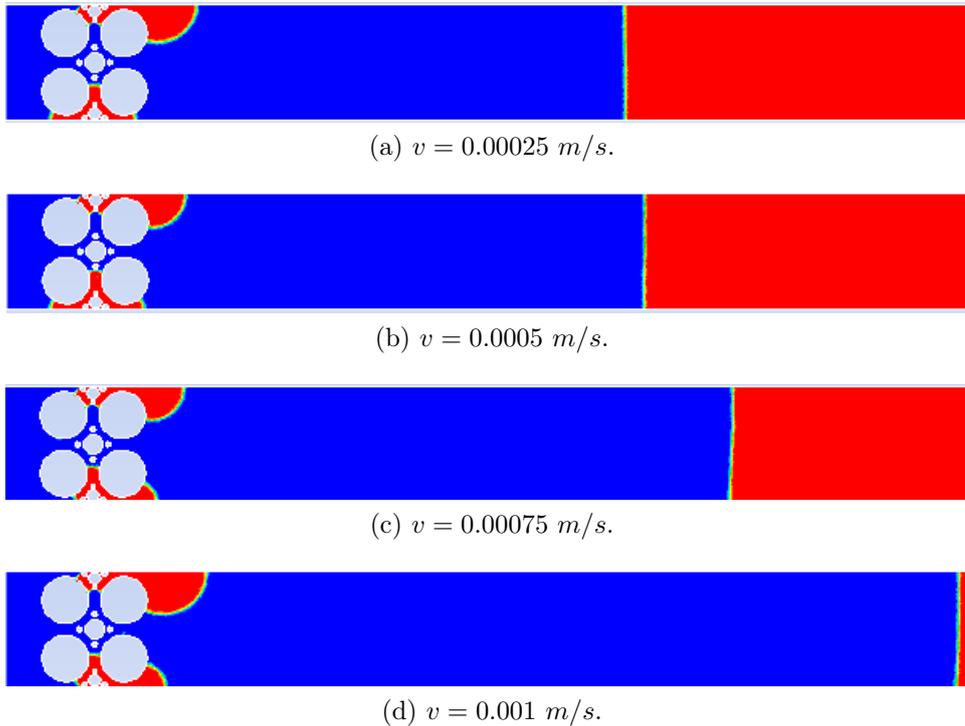


Figura 4.27: Terceira geração, fator de redução 0.8. Figuras geradas no software FLUENT.

Velocidade (m/s)	0.0001	0.00025	0.0005	0.00075	0.001
Óleo retido (%)	50.40%	53.27%	47.11%	47.66%	67.52%

Tabela 4.11: Porcentagem retida de óleo para cada velocidade. Terceira geração, fator de redução 0.8 e quantidade de óleo na região porosa  $7.160973 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ .

Quanto a configuração da fração volumétrica do óleo que fica retida nos poros, as simulações seguem um padrão. Óleo acumulado entre os círculos superiores e a parede superior e entre os círculos inferiores e a parede inferior, com a película de óleo formando-se sempre na parede superior. E a maior quantidade de óleo após o último círculo superior é devido ao ponto em que o óleo quebra pela segunda vez, fazendo recuar mais ou menos óleo.

A configuração com a terceira geração de círculos e o fator de redução 0.9 talvez represente o limite para a qualidade da malha que foi possível utilizar. Os valores encontrados, Tabela 4.12, possuem o mesmo comportamento dos resultados encontrados durante o processo de teste das malhas. As malhas ruins das primeira e segunda gerações, de forma parecida, não conseguiram mostrar um aumento na recuperação com a redução da velocidade.

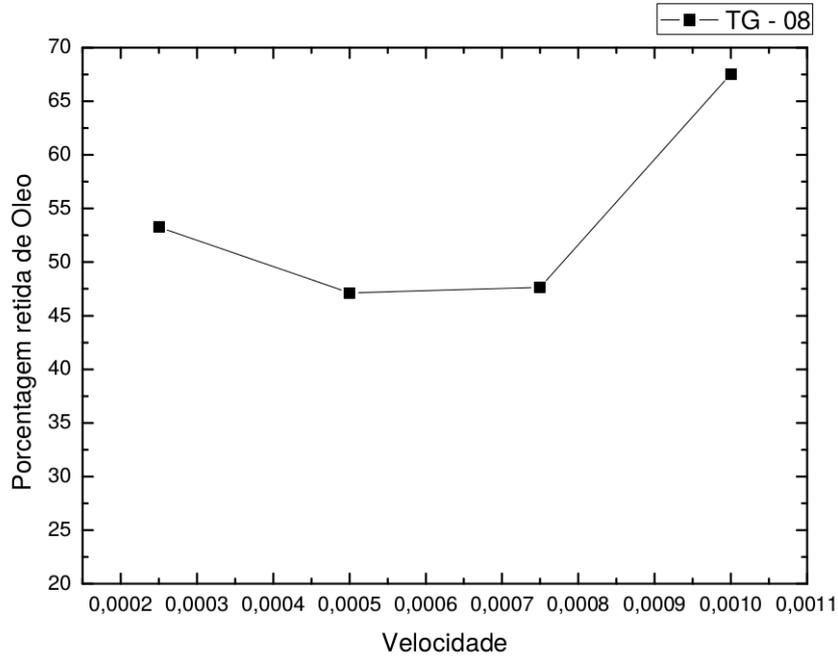


Figura 4.28: Terceira Geração - fator de redução 0.8. Porcentagem de óleo em função da velocidade. Gráfico gerado no software Origin.

Velocidade (m/s)	0.0001	0.00025	0.0005	0.00075	0.001
Óleo retido (%)	erro	59.28%	59.84%	54.77%	57.03%

Tabela 4.12: Porcentagem retida de óleo para cada velocidade. Terceira geração, fator de redução 0.9 e quantidade de óleo na região porosa  $4.799712 \times 10^{-6} m^2$ .

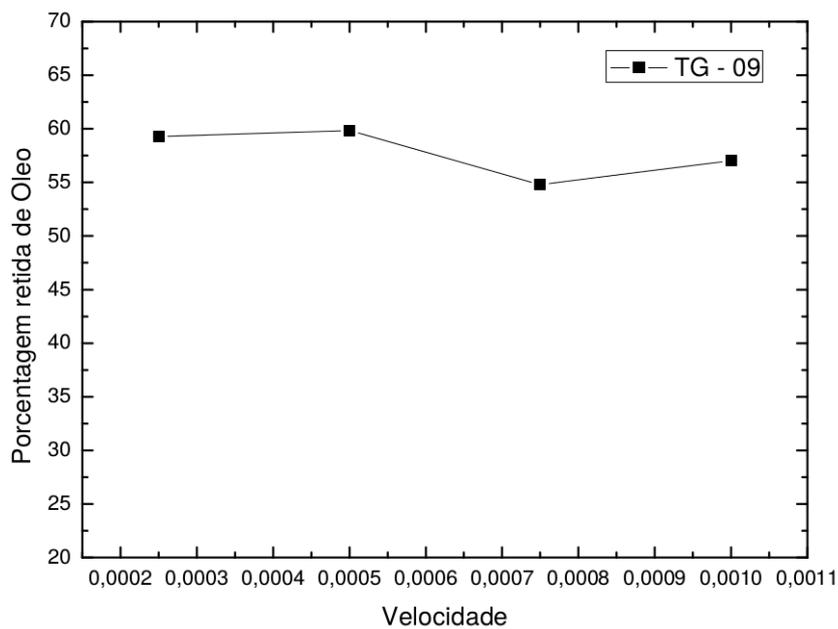


Figura 4.29: Terceira Geração - fator de redução 0.9. Porcentagem de óleo em função da velocidade. Gráfico gerado no software Origin.

É interessante notar que, para a velocidade  $0.001\text{m/s}$ , o número de Courant ultrapassou o limite 250, o que causa a interrupção da integração. Devido o fato da velocidade e o passo de tempo serem muito baixos, a simulação demora mais e o erro propagado torna-se maior, quando a interface passa pelo meio da região porosa a simulação perde totalmente a confiabilidade.

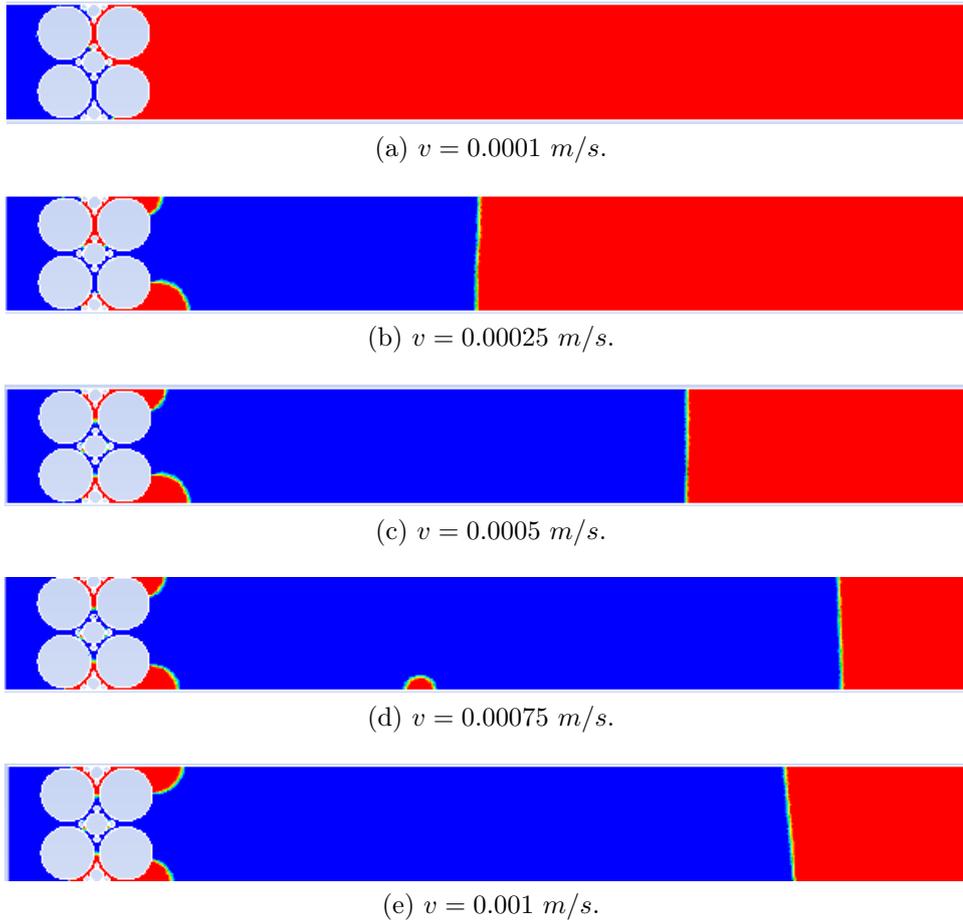


Figura 4.30: Terceira geração, fator de redução 0.9. Figuras geradas no software FLUENT.

Desconsiderando  $v = 0.0001\text{ m/s}$ , as outras simulações possuem um padrão de retenção, com o óleo retido preso entre os círculos e as paredes, como ocorreu para o fator de redução 0.9 nas duas primeiras gerações, ver Figuras 4.13 e 4.22, fora a simulação para  $v = 0.001\text{ m/s}$ , nas outras a película se forma na parede inferior, o que não parece afetar muito a configuração do óleo retido na região porosa. Mas aparece uma mudança no padrão de invasão com relação às simulações anteriores com o mesmo fator de redução. Com a diminuição da velocidade a água consegue penetrar entre os primeiros círculos grandes e as paredes, como pode ser visto nas Figuras 4.30a e 4.30b, com um grande avanço da água em 4.30a, o que aparentemente está relacionado com a presença de novos círculos.

## 4.1.2 Geometria

O aumento no número de círculos representa a criação de obstáculos, o que pode influenciar o caminho da água dentro da região porosa, mas também representa um aumento na área total das paredes do canal, e com isso um aumento das forças viscosas. A análise qualitativa do escoamento, através das imagens e dos vídeos, mostra que a presença de novos círculos fez com que a água penetrasse mais na região porosa. Isso indica que a distribuição dos círculos e tamanho dos círculos, a geometria, em conjunto com a velocidade, mesmo com o aumento das forças viscosas pode influenciar na forma como a água invade a região.

Essa mudança pode ser notada analisando as fotos e os vídeos, da primeira e segunda gerações, para o fator de redução 0.7 e velocidade  $0.001 \text{ m/s}$ , Figuras 4.31.



(a) PG -  $v = 0.001 \text{ m/s}$ .



(b) SG -  $v = 0.001 \text{ m/s}$ .

Figura 4.31: Figuras geradas no software FLUENT.

E também para o fator de redução 0.8, velocidade  $0.001 \text{ m/s}$ , para as duas primeiras gerações, Figuras 4.32.



(a) PG -  $v = 0.00025 \text{ m/s}$ .



(b) SG -  $v = 0.00025 \text{ m/s}$ .

Figura 4.32: Figuras geradas no software FLUENT.

Nas simulações com fator de redução 0.9, das duas primeiras gerações, não foi possível observar esse comportamento. Para esses casos a área de contato torna-se bem maior e as forças viscosas aparentemente superam as forças capilares, o que dificulta a expulsão do óleo, criando um acúmulo de óleo na região porosa, como pode ser visto

em 4.30. No entanto, para a terceira geração, nas simulações com as velocidades mais baixas, a interface consegue avançar entre a região mais estreita entre os primeiros círculos grandes e as paredes, Figuras 4.30a e 4.30b.

Estas análises podem indicar que em um regime laminar com baixos  $Re$ , mesmo com uma tensão superficial alta a distribuição dos círculos, geometria da região porosa, pode favorecer a invasão da água em lugares mais apertados, conseqüentemente retirar mais óleo.

### 4.1.3 Porosidade

Para analisar a relação entre a porosidade e a fração retida de óleo, calculamos a porosidade da região porosa, quadrado onde são colocados os círculos, de cada configuração, dividindo o volume dos poros pelo volume total da amostra, Equação 1.2.

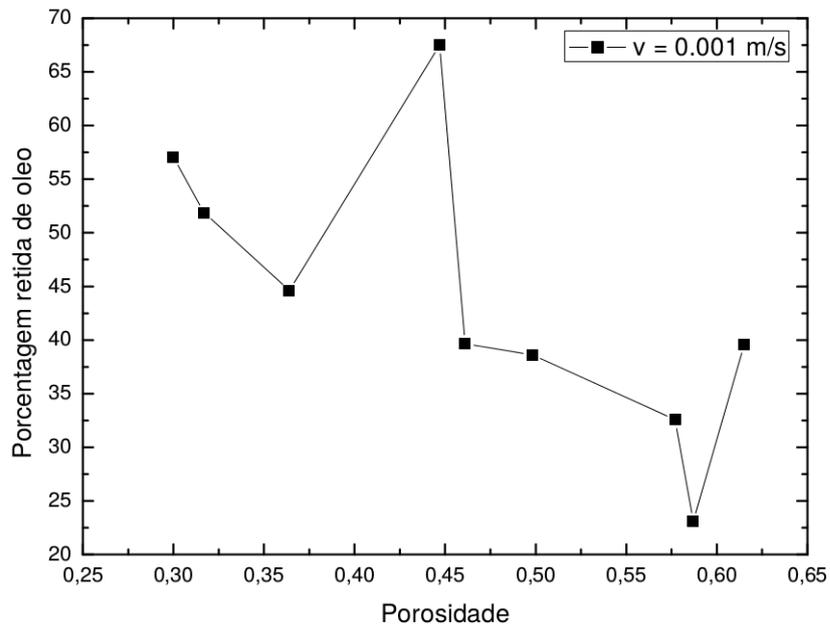
Geração - Fator de redução	Porosidade
PG-07	0.615
SG-07	0.587
TG-07	0.577
PG-08	0.498
SG-08	0.461
TG-08	0.447
PG-09	0.364
SG-09	0.317
TG-09	0.300

Tabela 4.13: Geração-fator de redução / Porosidade.

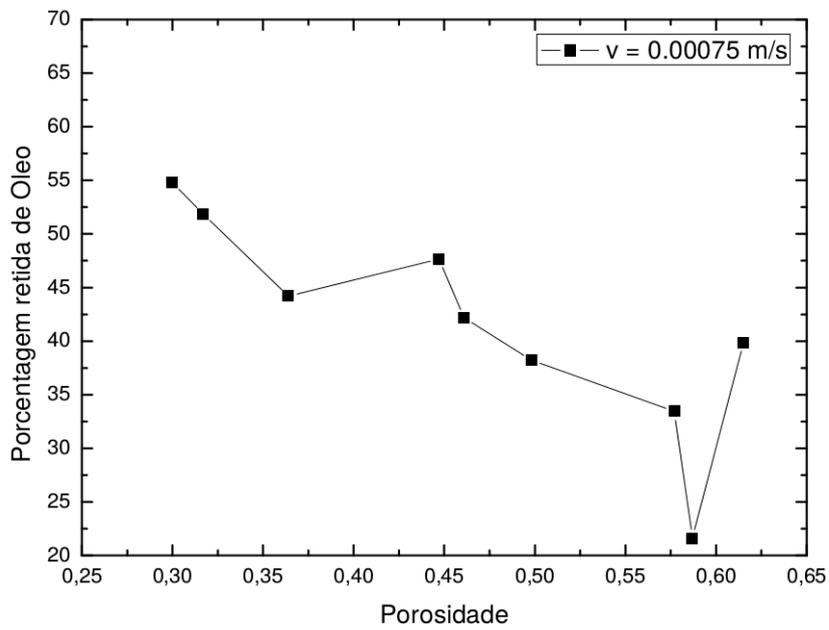
Devido aos problemas de convergência das simulações para  $v = 0.0001$  ( $m/s$ ), fizemos essa análise somente para as outras 4 velocidades. Analisamos a fração retida de óleo em relação a porosidade e percebemos que a quantidade retida aumenta (diminui a recuperação), com o aumento da porosidade. Este fato está relacionado com o aumento da área de contato que aumenta as forças viscosas.

Analisando os gráficos da Figura 4.33a, 4.33b e 4.34a percebemos uma mudança no comportamento dos gráficos nos pontos que estão associados a terceira geração e fator de redução 0.8. Para a velocidade  $v = 0.001$  ( $m/s$ ) como foi pontuado anteriormente a água toca a saída antes do óleo quebrar pela segunda vez, o que causou a volta de uma maior quantidade de óleo. Para as outras velocidades os valores podem estar relacionados a geometria e ao fator de redução.

Quanto ao ponto relacionado à configuração mais porosa, primeira geração com

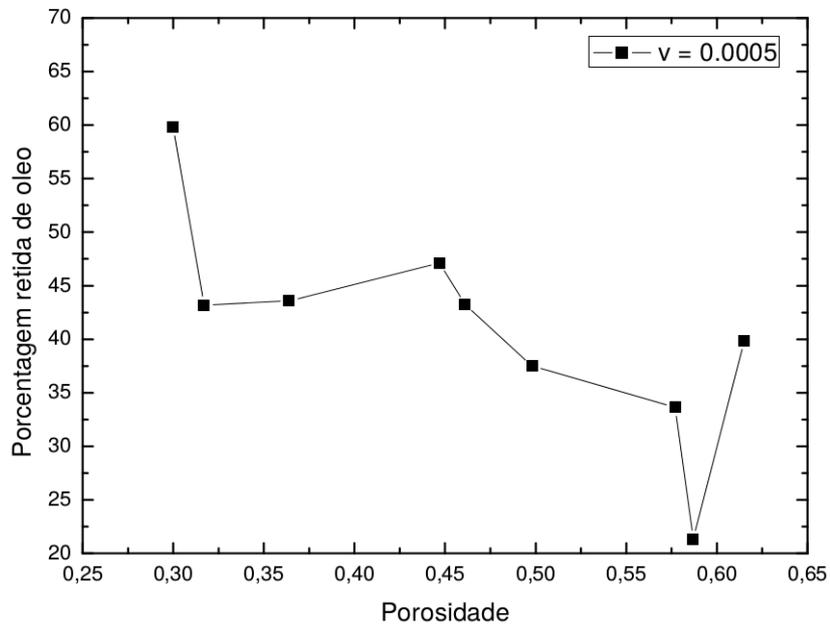


(a)  $v = 0.001 \text{ m/s}$ .

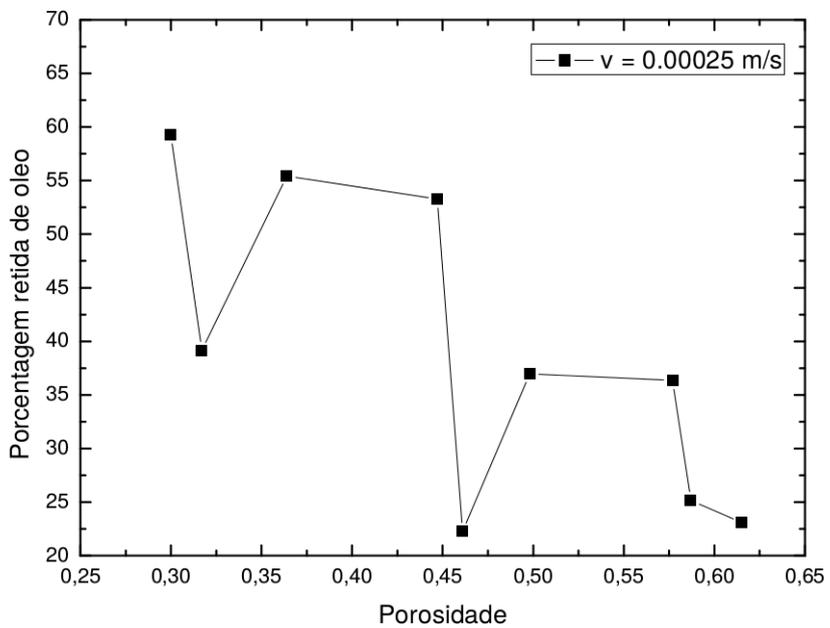


(b)  $v = 0.00075 \text{ m/s}$ .

Figura 4.33: Fração volumétrica de óleo em função da porosidade (velocidades  $0.001 \text{ m/s}$  e  $0.00075 \text{ m/s}$ ).



(a)  $v = 0.0005 \text{ m/s}$ .



(b)  $v = 0.00025 \text{ m/s}$ .

Figura 4.34: Fração volumétrica de óleo em função da porosidade (velocidades  $0.0005 \text{ m/s}$  e  $0.00025 \text{ m/s}$ ).

Geração	$\phi$	0.00025 <i>m/s</i>	0.0005 <i>m/s</i>	0.00075 <i>m/s</i>	0.001 <i>m/s</i>
PG-07	0.615	23.09%	39.87%	39.88%	39.59%
SG-07	0.587	25.13%	21.32%	21.61%	23.05%
TG-07	0.577	36.36%	33.63%	33.45%	32.58%
PG-08	0.498	36.95%	37.50%	38.22%	38.61%
SG-08	0.461	22.25%	43.25%	42.19%	39.66%
TG-08	0.447	53.27%	47.11%	47.66%	67.52%
PG-09	0.364	55.44%	43.59%	44.21%	44.61%
SG-09	0.317	39.15%	43.18%	51.85%	51.86%
TG-09	0.300	59.28%	59.84%	54.77%	57.03%

Tabela 4.14: Geração-fator de redução / Porosidade.

fator de redução 0.7, o salto pode ser justificado pela maior porosidade e pela diminuição do número de círculos em relação ao ponto anterior, referente a segunda geração com fator de redução 0.7. Assim, os resultados foram influenciados pela geometria, porosidade e velocidade.

Quanto a Figura 4.34b, como foi visto anteriormente o modelo apresenta uma sensível diminuição na fração de óleo retida, em  $v = 0.00025 \text{ m/s}$ , de forma que as simulações: segunda geração com fator de redução 0.8 e 0.9, apresentam diminuições consideráveis na quantidade de óleo retida. Para a configuração mais porosa, diferentemente do que acontece para velocidades maiores, ocorre uma diminuição da quantidade de óleo retida na na simulação da primeira geração com fator de redução 0.7 em relação à simulação da segunda geração com mesmo fator de redução.

Mesmo diante das dificuldades de solução encontradas para configurações com um número maior de círculos e com pequena redução em seus raios, os resultados indicam que o nosso modelo é capaz de mostrar que a expulsão de um fluido viscoso por um menos viscoso de dentro de um região porosa torna-se mais difícil quando diminui-se a porosidade. No entanto, é possível reduzir essa dificuldade usando velocidades mais baixas, como pode ser visto na Figura 4.30a.

# Capítulo 5

## Conclusões

Com base nos resultados obtidos neste trabalho podemos comprovar que, para o escoamento bifásico, laminar em baixas velocidades, baixos números de  $Re$ , e o número capilar  $n_c \simeq 10^{-5}$ , a fração volumétrica de óleo retida na região porosa diminui com a redução da velocidade, o que significa que as forças capilares tornam-se maiores que as forças viscosas e passam a dominar o escoamento. Os resultados também indicam que existe uma melhora significativa quando o  $Re < 1$ . No entanto, o aumento do número e dos raios dos círculos aumenta a área de contato e conseqüentemente aumenta as forças viscosas o que dificulta a ação das forças capilares.

O aumento do número de círculos cria barreiras dentro da região porosa além de aumentar a área de contato dos fluidos com as paredes. Ao mesmo tempo, a inclusão de novos círculos alterando a geometria da região porosa pode mudar a forma como o fluido invasor ocupa esta região e melhorar expulsão do outro fluido. Isto ficou mais claro na passagem da primeira para a segunda geração, onde incluímos 3 novos círculos. Na terceira geração com o acréscimo de mais 10 círculos, além de serem criadas novas barreiras as forças viscosas ficam mais fortes com o aumento da área de contato, o que dificulta a ação das forças capilares. Contudo, para a terceira geração com fator de redução 0.9 e  $v = 0.0001 \text{ m/s}$ , mesmo com a interrupção da simulação devido o aumento no número de Courant, é possível perceber que a água invade, pela primeira vez, as regiões entre os primeiros círculos e as paredes inferior e superior, como pode ser visto na Figura 4.30a. Uma simples comparação com as outras gerações mostra que o aumento no número de círculos influenciou na forma como a água invade a região porosa. No entanto, o aumento do número de círculos e de seus raios exige uma velocidade baixa para que a água invada as regiões mais estreitas.

Ao organizar os resultados da quantidade de óleo retida em função da porosidade, para uma mesma velocidade, foi possível obter uma descrição quantitativa precisa

caracterizando a dependência entre a fração de óleo retido e a porosidade do meio utilizado. Como esperado, quanto menos poroso é o meio mais difícil fica a expulsão do fluido mais viscoso da região porosa.

O trabalho revelou que a dificuldade para simular escoamento bifásico em meios porosos, utilizando DFC, está em encontrar uma boa discretização nas regiões porosas, principalmente em regiões mais estreitas. Simulações de escoamento de fluidos precisam ter um número grande de células para atingir uma malha de boa qualidade e um passo de tempo pequeno para manter a convergência. No entanto, o preço computacional é muito alto e para um trabalho em que é necessário fazer e refazer várias simulações torna-se difícil obter bons resultados para um número maior de círculos e velocidades menores.

Dessa forma as simulações para a terceira geração, principalmente o erro ocorrido para o fator de redução 0.9 para a velocidade  $0.0001 \text{ m/s}$ , representaram o limite para a discretização que foi viável fazer.

Verificamos também que é possível, assumindo algumas simplificações, analisar com esse modelo uma outra estratégia de recuperação, como a injeção de água em altas temperaturas com o objetivo de diminuir a viscosidade do óleo deslocado. Testes realizados mostraram que o modelo consegue indicar uma melhora na recuperação com a diminuição da viscosidade do óleo.

Uma outra estratégia que pode ser adotada é aumentar de forma controlada a região porosa, como pode ser visto na Figura 5.1.



(a) Segunda configuração.



(b) Terceira configuração.

Figura 5.1: Outras possíveis configurações, fator de redução 0.7. Figuras geradas no software FLUENT.

Estas configurações foram testadas com diferentes malhas, mas o tempo tornou-se curto para estender a análise para esses modelos. Com o aumento dos círculos a área da malha diminui, pois surgem "buracos" no canal, mas devido à necessidade de refinar melhor as áreas mais estreitas entre os círculos e os círculos e as paredes, aumenta-se consideravelmente o número de células na malha aumentando o custo computacional.

# Apêndice A

## Empacotamento e os teoremas de Descartes

O empacotamento Apoloniano<sup>1</sup> foi proposto por Apolonios de Perga no século três A.C. e sua solução consta no tratado tangências. O problema consiste em dado três objetos, cada um dos quais pode ser um ponto, linha ou círculo, desenhar um círculo que é tangente a cada um e determinar o menor número de círculos (em 2D) ou esferas (em 3D) para ocupar uma região finita no espaço<sup>2</sup> e as contas mostradas aqui foram retiradas de [5].

Dentre os vários trabalhos sobre empacotamento Apoloniano, pode-se destacar o realizado por Descartes (1643), em dois teoremas (Teorema dos Círculos de Descartes e Teorema de Descartes Complexo) em que ele encontra relações entre o raio e o centro de cada círculo. O desenvolvimento desses teoremas pode ser visto em [5].

### A.1 Teorema dos círculos de Descartes

Uma configuração de Descartes é uma configuração de quatro círculos mutuamente tangentes, em pontos diferentes, no plano. Algumas formas de arrumação dos círculos são mostradas na figura 3.1.

Dados três círculos tangentes entre si, em três pontos distintos, com curvaturas<sup>3</sup>  $b_1$ ,  $b_2$  e  $b_3$ . Segundo o Teorema dos Círculos de Descartes existirá outros dois círculos tangentes a cada um deles e as curvaturas destes novos círculos serão as raízes da seguinte

---

<sup>1</sup>Apollonian Packing, em inglês.

<sup>2</sup>O teorema são discutidos de maneira abrangente em [19]

<sup>3</sup>A curvatura  $b_j$  é definida como o inverso do raio  $r_j$ , ou seja,  $b_j = \frac{1}{r_j}$ .

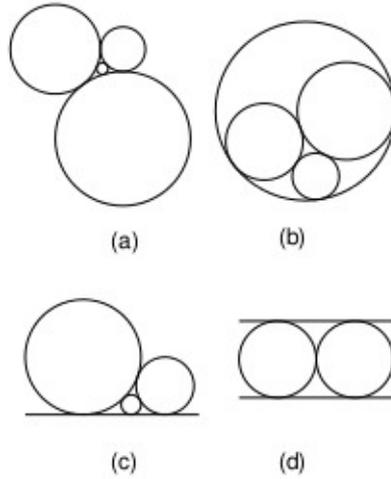


Figura A.1: Configuração de Descartes. Figura retirada de [19]

equação.

$$\sum_{j=1}^4 b_j^2 = \frac{1}{2} \left( \sum_{j=1}^4 b_j \right)^2 \quad (\text{A.1})$$

Expandindo essa expressão e substituindo  $b_1, b_2, b_3$  e  $b_4$  por  $a, b, c$  e  $d$ , e fazendo algumas manipulações:

$$\Delta = 4(a + b + c)^2 - 4[a^2 + b^2 + c^2 - 2(ab + ac + bc)]$$

$$\Delta = 16(ab + ac + bc)$$

$$d = \frac{2(a+b+c) \pm 4\sqrt{ab+ac+bc}}{2}$$

tem-se então, duas soluções,  $d_1$  e  $d_2$ :

$$d_1 = a + b + c + 2\sqrt{ab + ac + bc} \quad (\text{A.2})$$

$$d_2 = a + b + c - 2\sqrt{ab + ac + bc} \quad (\text{A.3})$$

$$d_1 + d_2 = 2(a + b + c) \quad (\text{A.4})$$

A equação (A.1) aplica-se a todas as configurações de Descartes, presentes na Figura 3.1. Para montar essas configurações, deve-se prestar atenção nos sinais das curvaturas de cada círculo. Um círculo orientado é um círculo com um sentido atribuído na direção do vetor normal, que pode apontar para dentro ou para fora. Se o raio for positivo

a orientação será para dentro e o círculo será desenhado dentro e se o raio fora negativo o vetor apontará para fora e o círculo será desenhado fora. O círculo também pode ter uma curvatura zero, o que significa que o raio é degenerado e se aproxima de uma reta.

## A.2 Teorema de Descartes Complexo

O Teorema de Descartes Complexo diz que qualquer configuração de quatro círculos mutuamente tangentes com curvaturas  $b_j$  e centros  $z_j = x_j + iy_j$  satisfazem a seguinte relação:

$$\sum_{j=1}^4 (b_j z_j)^2 = \frac{1}{2} \left( \sum_{j=1}^4 b_j z_j \right)^2 \quad (\text{A.5})$$

Realizando cálculos semelhantes da seção anterior, (A.1), obtém-se relações semelhantes que conectam os centros dos dois novos círculos com os centros dos outros três círculos tangentes:

Sendo assim,

$$d_1 z_1 = a z_1 + b z_2 + c z_3 + 2 \sqrt{a b z_1 z_2 + a c z_1 z_3 + b c z_2 z_3} \quad (\text{A.6})$$

$$d_2 z_1' = a z_1 + b z_2 + c z_3 + 2 \sqrt{a b z_1 z_2 + a c z_1 z_3 + b c z_2 z_3} \quad (\text{A.7})$$

$$d_1 z_1 + d_2 z_1' = 2(a z_1 + b z_2 + c z_3) \quad (\text{A.8})$$

# Apêndice B

## Discretização espacial

Por padrão o Fluent guarda os valores de  $\phi$  no centro da célula, os valores de  $\phi_f$  são ser interpolados a partir de valores armazenados no centro. Isto é feito usando o esquema *upwind*. Os valores de  $\phi_f$  nas face são derivados a partir das propriedades existentes no centro da célula anterior, em relação à direção normal da velocidade. O Ansys Fluent apresenta os seguintes esquemas *upwind*: *first-order upwind*, *second-order upwind*, *power law* e *QUICK*. Como os resultados deste trabalho foram encontrados utilizando o *upwind* de segunda ordem, serão discutidos apenas os esquemas *first-order upwind* e *second order upwind*. Todas as informações sobre discretização espacial mostradas nesta sessão, foram retiradas de [3].

### B.1 Esquema *upwind* de primeira ordem (*first-order upwind*)

No esquema *upwind* de primeira ordem assume-se que os valores no centro das células representam um valor médio entre as faces, e este é colocado na entrada da célula, representando a direção do escoamento. Dessa forma, o valor de  $\phi_f$  será igual ao valor de  $\phi$  armazenado no centro da célula anterior, na direção do escoamento.

### B.2 Esquema *upwind* de segunda ordem (*second-order upwind*)

Neste esquema os valores de  $\phi_f$  são determinados usando uma aproximação linear e multidimensional. Para isso,  $\phi_f$  é obtida a partir de uma expansão em série de Taylor,

$$\phi_f = \phi + \nabla\phi \cdot \vec{r} \quad (\text{B.1})$$

onde  $\phi$  e  $\nabla\phi$  são o valor no centro da célula e seu gradiente na célula anterior, respectivamente, e  $\vec{r}$  é o vetor deslocamento do centro da célula anterior até o centro da face. Este gradiente é calculado em cada célula usando o teorema da divergência, escrito da seguinte forma;

$$\nabla\phi = \frac{1}{V} \sum_f \tilde{\phi}_f \vec{A} \quad (\text{B.2})$$

onde  $\tilde{\phi}_f$  é a média aritmética de  $\phi$  no centro de duas células adjacentes à face. Este esquema apresenta menos dispersão numérica que o *upwind* de primeira ordem, mas pode apresentar erros dispersivos. Este método foi utilizado neste trabalho devido a sua maior precisão.

### B.3 Linearização da equação discretizada

A equação de transporte discretizada contém a variável escalar desconhecida  $\phi$  no centro da célula, assim como, as variáveis desconhecidas ao redor das células vizinhas, no entanto, ela é não linear com respeito a estas variáveis. Uma linearização pode ser escrita como

$$a_P\phi = \sum_{nb} a_{nb}\phi_{nb} + b \quad (\text{B.3})$$

onde o subscrito refere-se às células vizinhas, e  $a_P$  e  $a_{nb}$  são coeficientes de linearização para  $\phi$  e  $\phi_{nb}$ . O número de vizinhos de cada célula depende do tipo de malha adotada, mas normalmente coincide com o número de faces da célula.

### B.4 Discretização da quantidade de movimento e equação da continuidade no Fluent

O Fluent apresenta dois métodos de solução o *pressure-based solver* e o *density-based solver*, nesta dissertação foi usado o *density-based solver*, por ser o mais indicado para fluxos a baixas velocidades. No processo de discretização das equações, para facilitar, pode-se escrever as equações da continuidade e de quantidade de movimento, (3.1) e (3.2),

na forma integral, para um regime estacionário.

$$\oint \rho \vec{u} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (\text{B.4})$$

$$\oint \rho \vec{u} \vec{u} \cdot d\vec{A} = - \oint p \vec{I} \cdot d\vec{A} + \oint \tau \cdot d\vec{A} + \int_V \vec{F} dV \quad (\text{B.5})$$

onde  $I$  é a matriz identidade,  $\tau$  é o tensor de tensão e  $\vec{F}$  é o vetor força.

### B.4.1 Discretização da quantidade de movimento

O método de discretização adotada para a equação de transporte é o mesmo para a discretizar a equação de quantidade de movimento. Como exemplo, a discretização para a equação de quantidade de movimento em  $x$  pode ser obtida substituindo  $\phi$  por  $u$ :

$$a_p u = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + \sum p_f \vec{A} \cdot \hat{i} + S \quad (\text{B.6})$$

onde  $p_f$  é a pressão na face da célula e  $S$  é o termo fonte. Como o campo de pressão e o fluxo de massa não são conhecidos, estes precisam ser encontrados durante a solução. A última equação pede o valor da pressão entre as faces das células e para isso utiliza-se o método de interpolação citado anteriormente, *upwind* de segunda ordem.

### B.4.2 Discretização da equação da continuidade

Integrando a Equação (B.4) sobre o volume de controle, tem-se

$$\sum_f J_f A_f = 0. \quad (\text{B.7})$$

As equações de quantidade de movimento e continuidade são resolvidas sequencialmente. Aqui, a equação de continuidade é usada como uma equação para a pressão. Na equação (B.7), a pressão não aparece explicitamente para escoamento incompressíveis, pois a pressão  $p$  não é mais uma função da densidade, que é constante. Para introduzir a pressão na equação de continuidade utiliza-se o algoritmo SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*).

### B.4.3 Acoplamento pressão-velocidade

O acoplamento pressão-velocidade é obtido usando a seguinte equação:

$$J_f = \hat{J}_f + d_f(p_{c0} - p_{c1}) \quad (\text{B.8})$$

onde  $p_{c0}$  e  $p_{c1}$  são as pressões dentro e fora das células em ambos os lados da face, e  $\hat{J}_f$  contém a influência da velocidade nestas células. O termo  $d_f$  é uma função de  $\bar{a}_p$ , a média dos coeficientes  $a_p$  da equação de quantidade de movimento para as células em ambos os lados da face  $f$ .

## B.5 Algoritmo SIMPLE

O algoritmo SIMPLE utiliza uma relação entre a velocidade e as correções de pressão para garantir a conservação da massa e obter o campo de pressão.

Se a equação de quantidade de movimento é resolvida com um valor inicial para o campo de pressão  $p^*$ , o fluxo resultante na face,  $J_f^*$ , calculado pela equação (B.8)

$$J_f^* = \hat{J}_f^* + d_f(p_{c0}^* - p_{c1}^*) \quad (\text{B.9})$$

não satisfaz a equação da continuidade. Consequentemente, uma correção  $J'_f$  é adicionada no fluxo na face  $J_f^*$ , obtendo um fluxo corrigido na face,  $J_f$

$$J_f = J_f^* + J'_f \quad (\text{B.10})$$

satisfazendo assim, a equação da continuidade. No algoritmo SIMPLE,  $J'$  é escrito como:

$$J'_f = d_f(p'_{c0} - p'_{c1}) \quad (\text{B.11})$$

O algoritmo substitui as equações de correção do fluxo (equações (B.10) e (B.11)) na equação da continuidade discretizada (equação (B.7)) obtendo uma equação discreta para a correção da pressão  $p'$  na célula:

$$a_p p' = \sum_{nb} a_{nb} p'_{nb} + b \quad (\text{B.12})$$

onde o termo fonte  $b$  é a taxa do fluxo líquido na célula, dado por:

$$\sum_f J_f^* A_f. \quad (\text{B.13})$$

Quando a solução é obtida, a pressão na célula e o fluxo na face são corrigidos usando:

$$p = p^* + \alpha_p p', \quad (\text{B.14})$$

$$J_f = J_f^* + d_f(p'_{c0} - p'_{c1}), \quad (\text{B.15})$$

onde  $\alpha_p$  é um fator de sub-relaxação para a pressão.

# Apêndice C

## Script usado para gerar o canal e os círculos

```
1 // Script com a Geometria da terceira geracao de circulos
2 // Neste script o fator de reducao e 0.8. Linguagem JavaScript
3 // Mestrado-IF - UFBA
4 // Aureliano Sancho
5
6 agb.Regen ();
7 function planeXYSketchesOnly (p)
8 {
9 p.Plane = agb.GetActivePlane();
10 p.Origin = p.Plane.GetOrigin();
11 p.XAxis = p.Plane.GetXAxis();
12 p.YAxis = p.Plane.GetYAxis();
13
14
15 //.....Primeira zona.....
16
17 p.Sk1 = p.Plane.newSketch();
18 p.Sk1.Name = "agua";
19
20 with (p.Sk1)
21 {
22 p.Ln1 = Line(-3, 2, -2, 2);
23 p.Ln2 = Line(-2, 2, -2, -2);
24 p.Ln3 = Line(-2, -2, -3, -2);
25 p.Ln4 = Line(-3, -2, -3, 2);
```

```

26 }
27
28 //.....Segunda zona.....
29 p.Sk2 = p.Plane.newSketch();
30 p.Sk2.Name = "poros";
31
32 with (p.Sk2)
33 {
34     p.Ln1 = Line(-2, 2, 2, 2);
35     p.Ln2 = Line(2, 2, 2, -2);
36     p.Ln3 = Line(2, -2, -2, -2);
37     p.Ln4 = Line(-2, -2, -2, 2);
38
39 //.....Circulos.....
40
41 p.Cr25 = Circle(-1.000000, 1.000000, 0.800000)
42 p.Cr25 = Circle( 1.000000, 1.000000, 0.800000)
43 p.Cr25 = Circle( 1.000000,-1.000000, 0.800000)
44 p.Cr25 = Circle(-1.000000,-1.000000, 0.800000)
45
46 p.Cr25 = Circle( 0.000000, 0.000000, 0.330000)
47
48 p.Cr25 = Circle( 0.000000, 1.750000, 0.200000)
49 p.Cr25 = Circle( 0.000000,-1.750000, 0.200000)
50
51 p.Cr25 = Circle(-0.333333, 1.888889, 0.088888)
52 p.Cr25 = Circle( 0.333333, 1.888889, 0.088888)
53 p.Cr25 = Circle( 0.333333,-1.888889, 0.088888)
54 p.Cr25 = Circle(-0.333333,-1.888889, 0.088888)
55
56 p.Cr25 = Circle( 0.000000, 0.521374, 0.086384)
57 p.Cr25 = Circle( 0.521374, 0.000000, 0.086384)
58 p.Cr25 = Circle( 0.000000,-0.521374, 0.086384)
59 p.Cr25 = Circle(-0.521374, 0.000000, 0.086384)
60
61 p.Cr25 = Circle( 0.000000, 1.416667, 0.066666)
62 p.Cr25 = Circle( 0.000000,-1.416667, 0.066666)
63 }
64
65

```

```

66 //.....Terceira zona.....
67 p.Sk3 = p.Plane.newSketch();
68 p.Sk3.Name = "oleo1";
69 with (p.Sk3)
70 {
71     p.Ln1 = Line(2, 2, 10, 2);
72     p.Ln2 = Line(10, 2, 10, -2);
73     p.Ln3 = Line(10, -2, 2, -2);
74     p.Ln4 = Line(2, -2, 2, 2);
75 }
76
77 //.....Quarta zona.....
78
79 p.Sk4 = p.Plane.newSketch();
80 p.Sk4.Name = "agua2";
81 with (p.Sk4)
82 {
83     p.Ln1 = Line(10, 2, 30, 2);
84     p.Ln2 = Line(30, 2, 30, -2);
85     p.Ln3 = Line(30, -2, 10, -2);
86     p.Ln4 = Line(10, -2, 10, 2);
87 }
88
89 p.Plane.EvalDimCons();
90 return p;
91 }
92 var XYPlane = agb.GetXYPlane();
93 agb.SetActivePlane (XYPlane );
94 var ps1 = planeXYSketchesOnly (new Object());

```

# Referências Bibliográficas

- [1] DE WIEST, Roger J. M. *Flow through Porous Media*. Ed. Academic Press, New York, 1969. 1, 12
- [2] MUSON, Bruce R. *Fundamentos da mecânica dos fluidos*. Bruce R. Muson, Donald F. Young, Theodore H. Okiishi. São Paulo: Blucher, 2004. 2, 4, 5, 6, 7, 28
- [3] Manual do FLUENT (FLUENT Inc., Lebanon, New Hampshire, USA). É um pacote comercial para dinâmica de fluido computacional - DFC. vi, 2, 7, 8, 16, 18, 23, 65
- [4] TIAB, Djebbar. DONALDSON, Erle C. *Petrophysics: theory and practice of measuring reservoir rock and fluid transport properties*. Editora Elsevier - 2nd ed, 2004, USA. vi, 2, 6, 7, 9, 11
- [5] OLIVEIRA, Rafael Souza de. *Propriedades de escala no escoamento de fluido em meio poroso modelado por empacotamento Apoloniano*. 2009. 88f. Dissertação (Mestrado em Física) Universidade Federal da Bahia. Instituto de Física. 4, 5, 12, 24, 62
- [6] WHITE, Frank. *Fluid Mechanics*. 4th ed.[S.l]: MacGraw-Hill, 1999. 5
- [7] MUSSE, Ana Paula. *Recuperação avançada de petróleo pela injeção de glicerina bruta (GB), co-produto da produção de biodiesel*. Ana Paula Musse. Salvador-BA: Universidade Federal da Bahia, 2007. 5, 14
- [8] SOUZA, Raquel Greice Silva. *Escoamento Bifásico Líquido-Gás: Previsão de Gradientes de Pressão com a Correlação de Lockhart e Martinelli e Fluidodinâmica Computacional*. Raquel Greice Silva de Souza. Rio de Janeiro: UFRJ/EQ, 2009. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola de Química, 2009. 5
- [9] CONTI, Thadeu das Neves. *Simulação numérica de escoamento bifásico adiabático, bidimensional, em regime transiente, aplicando o modelo de dois fluidos*. Dissertação de Mestrado, Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, autarquia associada à Universidade de São Paulo. São Paulo, 1983. 6

- [10] OLIVEIRA, Cláudio Lucas Nunes de. *Escoamento bifásico em meios porosos: aplicações na recuperação de óleo infiltração de fluidos adesivos*. Tese de doutorado, Universidade Federal do Ceará - Departamento de Física, Fortaleza 13/02/2009. 6, 14
- [11] BLUNT, M. J.; SCHER, H. *Pore-level modeling of wetting*. *Phys. Rev. E*, 52, 6387, 1995. 6
- [12] BEAR, J. *Dynamics of Fluids in Porous Media*. New York: Dover, 1988. 11, 13
- [13] MARINHO, E. B. S. *Investigações sobre a ocorrência de correlações em dados de perfis de poços com utilização do método de análise destendenciada de correlações cruzadas*. 2013. Dissertação (Mestrado em Geofísica) - Universidade Federal da Bahia. 14
- [14] FORTUNA, A. O. *Técnicas Computacionais para Dinâmica dos Fluidos*. São Paulo: Edusp, 2000. 17
- [15] Manual do DesignModeler (ANSYS Inc., Lebanon, New Hampshire, USA). É um pacote de plataforma CAD, presente no ANSYS. 18
- [16] Manual do MESH (ANSYS Inc., Lebanon, New Hampshire, USA). É um pacote de discretização da malha, presente no ANSYS. vi, 18, 26
- [17] User's Guide (FLUENT Inc., Lebanon, New Hampshire, USA). Guia do usuário do FLuent - DFC. 18
- [18] TU, Jiyuan. *Computational fluid dynamics: a practical approach*. Jiyuan Tu, Guan Heng Yeoh, Chaoqun Liu. Editora Elsevier - First edition 2008, USA. 25
- [19] LAGARIAS, J. C.; MALLOWS, C. L.; WILKS, A. *Beyond the Descartes circle theorem*. *Amer. Math. Monthly*, v 109, 338-361, 2002. viii, 24, 62, 63
- [20] COXETER, H. S .M.; The problem of Apollonius. *Amer. Math. Monthly*, v. 75, 5-15, 1968. 24
- [21] GRAHAM, R. L.; LAGARIAS, J. C.; MALLOWS, C. L.; WILKS, A.; YAN C. H. *Apollonian Packings: number theory*. *J. Number Theory*, v.100, 1-45, preprint, 2003. 24
- [22] FARIAS, Manoel Leopoldino Rocha. *Recuperação avançada de óleos pesados por injeção de emulsões diluídas de óleo em água*. Tese de Doutorado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, Julho de 2013. 26

- [23] LA LAMA, M. S.; BRINKMANN, M. *Impact of wettability correlations on multiphase flow through porous media. American Physical Society, 64th Annual Meeting of the APS Division of Fluid Dynamics, November 20-22, 2011.* 28
- [24] TATSUMI, T; YOSHIMURA T. *Stability of the laminar flow in a rectangular duct. J. Fluid Mech.* (1990), vol. 212, pp. 437449. 29
- [25] DIAS, E. O. R.; and MIRANDA, J. A. *Taper-induced control of viscous fingering in variable-gap Hele-Shaw flows. Physical Review E*, v. 87, 053015, 2013. 29, 30
- [26] DIAS, E. O. R. *Mecanismos de controle em célula de Hele-Shaw radial.* Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Pernambuco - Departamento de Física, 2010. 30
- [27] FERER, M.;BRONMHAL, G. S.; SMITH, D. H. *Two-phase flow in porous media: Crossover from capillary fingering to compact invasion for drainage Phys. Rev. E*, v. 71, 026303, 2005.
- [28] ANDRADE JR, J S ; HERRMANN, H. J. ; Andrade, R. F. S. ; SILVA, L R. Apollonian Networks: Simultaneously Scale-Free, Small World, Euclidean, Space Filling, and with Matching Graphs [Phys. Rev. Lett. 94, 018702 (2005)]. Physical Review Letters, v. 102, p. 079901, 2009.
- [29] OLIVEIRA, C. L. N.; ANDRADE, J. S.; HERRMANN, H. J. *Oil displacement through a porous medium with a temperature gradient. Phys. Rev. E*, v. 83, 066307, 2011. 41
- [30] ARAÚJO, A. D.; BASTOS, W. B.; ANDRADE, J. S.; HERRMANN, H. J. *Distribution of local fluxes in diluted porous media. Phys. Rev. E*, v. 74, 010401, 2006.
- [31] KUNDU, P. K.; COHEN, I.M. *Fluid Mechanics.* Elsevier Academic Press, 2008.
- [32] RAEINI, A. Q.; BLUNT, M. J.; BIJELJIC B. *Modelling two-phase flow in porous media at the pore scale using the volume-of-fluid method. Journal of Computational Physics*, 231, (2012), 5653–5668.