



Universidade Federal da Bahia
Instituto de Física
Programa de Pós-Graduação em Física

Dissertação de Mestrado

A Produção Térmica da Partícula X(3872)

Antonio Lafayette Lins Freire Vasconcellos

abril de 2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

INSTITUTO DE FÍSICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

A Produção Térmica da Partícula X(3872)

Antonio Lafayette Lins Freire Vasconcellos

Orientador: Prof. Dr. Luciano Melo Abreu

Dissertação apresentada ao Instituto de Física da Universidade Federal da Bahia como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Física.

Salvador, abril de 2013

V331a Vasconcellos, Antonio Lafayette Lins Freire .
A Produção Térmica da Partícula X(3872)
/Antonio Lafayette Lins Freire Vasconcellos – 2013.
79 f. : il.

Orientador: Prof. Dr. Luciano Melo Abreu.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal da Bahia. Instituto de Física,
2013.

1. Modelo Padrão da Física de Partículas. 2. Estados exóticos. 3. Partícula X(3872).
I. Abreu, Luciano Melo. II. Universidade Federal da Bahia. Instituto de
Física. III. Título.

CDD - 530.12

CDU - 530.145

A PRODUÇÃO TÉRMICA DA PARTÍCULA X(3872)

ANTONIO LAFAYETTE LINS FREIRE VASCONCELLOS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós Graduação em Física da Universidade Federal da Bahia como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Física, aprovada em abril de 2013.

Banca examinadora:

Prof. Dr. Luciano Melo Abreu (Orientador)

UFBA

Prof. Dr. Fernando Silveira Navarra

USP

Prof. Dr. Arthur Matos Neto

UFBA

Dedico esta dissertação a todos que amo,
em especial a minha família e a Fernanda Rocha.

Agradecimentos

Este trabalho apenas foi possível de ser realizado devido à ajuda de muitas pessoas. Venho, neste espaço, manifestar meus sinceros agradecimentos. No caminhar da minha vida acadêmica e política, muitas pessoas contribuíram para a minha formação humana e intelectual, e, como o esquecimento sempre me arremeteu, variando apenas em grau de intensidade, desde já peço desculpas àqueles cujos nomes não estejam escritos nesta página.

Primeiramente, agradeço ao orientador Luciano Melo Abreu por fazer-me acreditar no que eu já estava desacreditado, e, pela sua zelosa orientação.

Aos amigos João Humberto Aires Pedroza Júnior, Mabele de Jesus, Sergio Floquet Sales, Wallas Santos Nascimento, Eric Matos, Iuri Boaventura, Yuri Hamayano, Wanisson, Miralvo Menezes (Miras), Érico Gonçalves, Vitor Damião, Vitor Mancir, Daniel Abreu, Jorge Dantas, Bocão, Valencastro, Arapiraca, Marcos Almeida (Gabarito), Marcílio. Sem eles, possivelmente, minha estada no Instituto de Física não seria tão profícua, e, certamente, muito sem graça.

A Juarez Caetano da Silva, pela sua perspicácia intelectual.

Aos professores, Frederico Vasconcellos Prudente, Raimundo Muniz, Jorge Mário Carvalho Malbouisson, Luiz Malbouisson, Humberto Borges, Alexandre Gadelha, Micael Dias de Andrade, Thiago Albuquerque, pelas diversas discussões estimulantes, regadas ou não a cerveja, no qual o aprender foi o substantivo mais relevante.

A Arthur Matos Neto, pelas grandes lições de vida e de física, sempre com a agudez intelectual que lhe é singular.

Aos funcionários do Instituto de Física, em especial aos amigos, Nelson Dumiense da Silva, Conceição de Maria Santos, André Leal, Geraldo e Marli.

Aos saudosos funcionários da antiga biblioteca do Instituto de Física, Seu Valtério, Dona Eraldina e Elson, encontrando-se atualmente na biblioteca central.

Por fim, agradeço aos meus irmãos, Emanuel Lins Freire Vasconcellos e Luciana Vas-

concellos de Miranda; ao meu cunhado e a minha cunhada, Luiz Paulo e Carolina Mendonça; ao amigo, Diego Bahiense; a minha mãe, a meu pai e a minha amada e pequena, Fernanda Rocha.

"Eu sou eu e a minha circunstância
e se não a salvo, não salvo a mim mesmo."

José Ortega y Gasset

Resumo

Este trabalho é devotado ao estudo das propriedades da partícula X(3872), um estado mesônico exótico descoberto em 2003, cuja estrutura ainda não encontra-se bem compreendida pela comunidade. Dentre todas as propostas, uma das mais promissoras é a que considera que a X(3872) é descrita como um estado molecular hadrônico formado por mésons charmosos. Deste modo, neste cenário molecular, investigamos a produção térmica deste méson exótico. Neste sentido, a partir de uma densidade de lagrangiana efetiva obtida por simetria quiral e de quarks pesados, que descreve o processo do tipo $D^0 + \bar{D}^{*0} \rightarrow X + c.c$, efetuamos o cálculo da matriz de espalhamento e posteriormente obtemos a taxa de produção térmica desta partícula para a densidade de lagrangiana efetiva de interação considerada.

Abstract

This work is devoted to study particle X(3872)'s properties, a exotic mesonic state discovered in 2003, whose structure is not yet well understood by the community. Among all proposals, one of the most promising is the one that considers that the X(3872) is described as a hadronic molecular state formed by charm mesons. Thus, in this molecular scenario, we investigated the thermal production of this exotic meson. In this sense, from a effective lagrangian density obtained by chiral and heavy quarks symmetry, which describes a process of the type $D^0 + \bar{D}^{*0} \rightarrow X + c.c$, we perform a calculation of the scattering matrix and subsequently we obtain the thermal production rate of this particle for the interaction effective lagrangian density considered.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

1	Introdução	p. 19
2	Modelo Padrão da Física de Partículas	p. 21
2.1	Preliminares	p. 21
2.2	As partículas elementares e suas interações	p. 21
2.3	Dos quarks aos Hádrons	p. 26
2.4	Espectroscopia hadrônica	p. 29
2.4.1	Momento angular total \mathbf{J}	p. 29
2.4.2	Momento angular no modelo de quarks	p. 32
2.5	Paridade	p. 34
2.5.1	Paridade dos quarks e hádrons	p. 35
2.6	Conjugação de carga	p. 35
3	A Partícula X(3872)	p. 38
3.1	Preliminares	p. 38
3.2	Descoberta da partícula X(3872)	p. 38
3.3	Número quântico J^{PC} da partícula X(3872)	p. 41
3.4	Interpretações de X(3872)	p. 42
3.4.1	Charmonium	p. 42

3.4.2	Molécula de mésons charmosos	p. 43
3.4.3	Outras opções	p. 43
4	Taxa de produção térmica da partícula X(3872)	p. 47
4.1	Preliminares	p. 47
4.2	A lagrangiana efetiva e a matriz $\mathcal{M}(DD^* \rightarrow \mathcal{X})$	p. 47
4.3	Taxa de produção térmica da partícula X(3872)	p. 51
4.4	Discussão dos resultados	p. 54
5	Conclusões e perspectivas	p. 59
	Apêndice A – Técnicas de Teoria de Campos	p. 61
A.1	Representações de Heisenberg, Schrödinger e de Interação	p. 61
A.1.1	Representação de Heisenberg	p. 61
A.1.2	Representação de Schrödinger	p. 62
A.1.3	Representação de Interação	p. 62
A.2	Expansão perturbativa da função de correlação	p. 63
A.3	Teorema de Wick	p. 71
A.4	Matriz de espalhamento	p. 72
	Apêndice B – Cálculo da amplitude ao quadrado da matriz invariante	p. 75
	Referências Bibliográficas	p. 77

Lista de Figuras

2.1	Modelo Padrão da Física de Partículas	p. 26
2.2	Momento angular orbital total de um sistema de três quarks q ligados .	p. 33
3.1	Sondagem de diferentes mecanismos de produção em colisões hadrônicas	p. 39
3.2	$X(3872)$ em $J/\psi\pi\pi$	p. 40
4.1	Taxa de produção térmica da $X(3872)$, $R_X[(\text{MeV})^4]$, da equação (4.36) em função da temperatura. O corte usado na integração sobre p_0 foi 4000 MeV; $g_{DD^*X} = 3100$ MeV; $\Gamma = 2,3$ MeV; $m_{D^0} = 1865$ MeV, $m_{D^{*0}} = 2007.0$ MeV e $m_X = 3870$ MeV.	p. 55
4.2	Taxa de produção térmica da $X(3872)$, $R_X[(\text{MeV})^4]$, da equação (4.36) em função da temperatura. O corte usado na integração sobre p_0 foi 3882 MeV; $g_{DD^*X} = 3100$ MeV; $\Gamma = 2,3$ MeV; $m_{D^0} = 1865$ MeV, $m_{D^{*0}} = 2007.0$ MeV e $m_X = 3870$ MeV.	p. 55
4.3	Taxa de produção térmica da $X(3872)$, $R_X[(\text{MeV})^4]$, da equação (4.36) em função da temperatura. O corte usado na integração sobre p_0 foi 4000 MeV; $g_{DD^*X} = 2500$ MeV; $\Gamma = 2,3$ MeV; $m_{D^0} = 1865$ MeV, $m_{D^{*0}} = 2007.0$ MeV e $m_X = 3870$ MeV.	p. 56
4.4	Taxa de produção térmica da $X(3872)$, $R_X[(\text{MeV})^4]$, da equação (4.36) em função da temperatura. O corte usado na integração sobre p_0 foi 3882 MeV; $g_{DD^*X} = 2500$ MeV; $\Gamma = 2,3$ MeV; $m_{D^0} = 1865$ MeV, $m_{D^{*0}} = 2007.0$ MeV e $m_X = 3870$ MeV.	p. 56
4.5	Taxa de produção térmica da $X(3872)$, $R_X[(\text{MeV})^4]$, da equação (4.36) em função da temperatura. O corte usado na integração sobre p_0 foi 4000 MeV; $g_{DD^*X} = 2200$ MeV; $\Gamma = 2,3$ MeV; $m_{D^0} = 1865$ MeV, $m_{D^{*0}} = 2007.0$ MeV e $m_X = 3870$ MeV.	p. 57

4.6	Taxa de produção térmica da X(3872), $R_X[(\text{MeV})^4]$, da equação (4.36) em função da temperatura. O corte usado na integração sobre p_0 foi 3882 MeV; $g_{DD^*X} = 2200$ MeV; $\Gamma = 2,3$ MeV; $m_{D^0} = 1865$ MeV, $m_{D^{*0}} = 2007.0$ MeV e $m_X = 3870$ MeV.	p. 57
-----	--	-------

Lista de Tabelas

2.1	Números Quânticos dos quarks.	p. 23
2.2	Tabela de alguns mésons com seus respectivos quarks constituintes, suas massas, e seus números quânticos J^P ou J^{PC}	p. 28
3.1	Medida da massa da X(3872). Em cada expressão, o primeiro erro é o erro estatístico e o segundo é o erro sistemático. O resultado do experimento Babar inclui ambos os erros, tanto o estatístico como o sistemático. . .	p. 40
3.2	Modos de decaimento da partícula X(3872).	p. 41
3.3	Estados charmonium.	p. 46
4.1	Produção térmica da partícula X(3872) para $T = 275$ MeV e $T = 400$ MeV, nos limites superiores em p_0 de, 4000 MeV e 3882 MeV, para todas as constantes de acoplamento utilizadas.	p. 58

1 *Introdução*

Nos anos recentes têm havido um grande número de descobertas de novos e controversos estados de hádrons que não conseguem ser interpretados a partir dos hádrons usuais, isto é, dos bárions e mésons. Essas descobertas são enriquecedoras e também um desafio ao nosso conhecimento de espectroscopia dos hádrons e da teoria subjacente para as interações fortes, que é descrita pela teoria física denominada cromodinâmica quântica, do inglês, quantum chromodynamics (QCD).

Dentre os novos estados, podemos destacar uma partícula exótica da matéria descoberta pela colaboração Belle [1], no estudo de decaimento dos mésons B , e confirmada, posteriormente, pelas colaborações CDF, D0 e Babar [2–4], apelidada pelos físicos de partícula X(3872). Este estado é uma ressonância estreita com uma pequena largura de decaimento [5, 6], com suas propriedades ainda desconhecidas, excetuando-se sua massa e conjugação de carga.

Esse terreno de desconhecimento tem contribuído enormemente para o trabalho cada vez mais intenso e instigante da fenomenologia hadrônica na busca da determinação de suas propriedades. Paralelo ao trabalho experimental, algumas propostas teóricas de descrição deste estado têm sido sugeridas, podendo-se destacar o méson charmonium, mas devido à estreita largura de decaimento da partícula X(3872), tem-se tornado inviável. Esta dificuldade de interpretação via charmonium, amplia o terreno de possíveis interpretações desta ressonância, com destaque aos estados tetraquark [7, 8], charmonium híbrido [9, 10], molécula de mésons charmosos [11–15].

Neste sentido, esta dissertação de mestrado é devotada ao estudo das propriedades exóticas da matéria fortemente interagente, com particular interesse na partícula X(3872), que será interpretada como estado molecular de mésons charmosos D^0 , \bar{D}^{*0} e seus respectivos antimésons \bar{D}^0 , D^{*0} [11]. A partir de uma densidade de lagrangiana efetiva deste estado molecular [16, 17], obteremos a taxa de produção térmica como processo de fusão dos mésons charmosos supracitados.

Esta dissertação está organizada do seguinte modo. No capítulo 2, será apresentado uma breve introdução à física das partículas elementares e suas interações, discorrendo, posteriormente, sobre os hádrons, as moléculas hadrônicas [11, 18] e, para finalizar, será discutido a notação da espectroscopia hadrônica, desenvolvendo teoricamente os conceitos necessários para o uso desta notação [19–21].

No capítulo 3, discutiremos a descoberta da partícula $X(3872)$, sumariaremos algumas de suas propriedades e abordaremos brevemente algumas possibilidades de interpretação deste objeto com especial enfoque a proposta de interpretação da $X(3872)$ como estado ligado S de mésons charmosos [11].

No capítulo 4, tendo disponível a densidade de lagrangiana efetiva dos mésons D e D^* e da partícula $X(3872)$, baseada em simetria quiral e de quarks pesados [16, 17], calcularemos a matriz invariante \mathcal{M} para o posterior cálculo da taxa de produção térmica da partícula exótica em estudo. Concluimos este capítulo com a discussão dos resultados.

No capítulo 5 finalizamos este trabalho apresentando as nossas conclusões e perspectivas.

2 *Modelo Padrão da Física de Partículas*

2.1 Preliminares

Neste Capítulo será apresentada uma breve introdução à física das partículas elementares e suas interações. Posteriormente será abordado alguns aspectos da física dos hádrons e das moléculas hadrônicas, e, por fim, será discutido o formalismo necessário para compreensão da notação empregada na espectroscopia de hádrons.

2.2 As partículas elementares e suas interações

Em nosso entendimento atual, existem quatro interações fundamentais na natureza: forte, eletromagnética, fraca e gravitacional; e, toda matéria é composta de três espécies de partículas elementares: seis léptons e seis quarks, que são férmions e as partículas mediadoras, que são bósons. Cada uma das interações fundamentais é descrita por uma teoria física e mediada pela troca de partículas mediadoras e, também, para cada tipo de quark e lépton existem suas respectivas antipartículas.

Seis tipos de quarks são conhecidos. Quark up (\mathbf{u}), down (\mathbf{d}), estranho (\mathbf{s}), charme (\mathbf{c}), bottom (\mathbf{b}) e top (\mathbf{t}), do mais leve ao mais pesado, respectivamente. As antipartículas dos quarks são rotuladas por $\bar{\mathbf{u}}$, $\bar{\mathbf{d}}$, $\bar{\mathbf{s}}$, $\bar{\mathbf{c}}$, $\bar{\mathbf{b}}$, $\bar{\mathbf{t}}$. Por exemplo, o quark estranho é frequentemente chamado de quark \mathbf{s} e sua antipartícula é chamada de antiquark $\bar{\mathbf{s}}$. Como cada um desses quarks são diferentes um do outro, é necessário um rótulo para diferenciá-los, conhecidos como *sabores* de quarks. Quarks e antiquarks genéricos, com seus sabores não especificados, são geralmente denotados por \mathbf{q} e $\bar{\mathbf{q}}$.

Existem seis *sabores* de quarks, conservados na interação forte, caracterizados pelos números quânticos, N_u , N_d , S (estranheza), \tilde{B} (beleza), C (charme), T (top), definidas, respectivamente, pelas seguintes expressões:

$$N_u \equiv N(\mathbf{u}) - N(\bar{\mathbf{u}}); \quad (2.1)$$

$$N_d \equiv N(\mathbf{d}) - N(\bar{\mathbf{d}}); \quad (2.2)$$

$$S \equiv -N_s \equiv -[N(\mathbf{s}) - N(\bar{\mathbf{s}})]; \quad (2.3)$$

$$\tilde{B} \equiv -N_b \equiv -[N(\mathbf{b}) - N(\bar{\mathbf{b}})]; \quad (2.4)$$

$$C \equiv N_c \equiv [N(\mathbf{c}) - N(\bar{\mathbf{c}})]; \quad (2.5)$$

$$T \equiv N_t \equiv [N(\mathbf{t}) - N(\bar{\mathbf{t}})]; \quad (2.6)$$

onde $N(\mathbf{q})$ é o número de quarks \mathbf{q} e $N(\bar{\mathbf{q}})$, o número de antiquarks $\bar{\mathbf{q}}$ - aqui, os quarks \mathbf{q} e seus antiquarks $\bar{\mathbf{q}}$ estão especificados, isto é, ou são $(\mathbf{u}, \bar{\mathbf{u}})$, ou $(\mathbf{d}, \bar{\mathbf{d}})$, etc-.

A partir dos sabores dos quarks, dada pelas expressões (2.1)-(2.6), as cargas elétricas dos quarks podem ser definidas pelas expressões abaixo:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{2}{3} [N_u + N_c + N_t] - \frac{1}{3} [N_d + N_s + N_b] \\ &= \frac{2}{3} [N_u + C + T] - \frac{1}{3} [N_d - S - \tilde{B}]. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Todos esses números quânticos, conservados na interação forte, são chamados de números quânticos internos, pois eles não estão associados com movimento nem com propriedades espaciais das funções de estado. As antipartículas dos quarks correspondentes possuem valores opostos destes mesmos números quânticos.

É interessante definir a simetria de isospin, I , quantidade conservada nas interações fortes, dada pela expressão,

$$I \equiv (I_3)_{max}, \quad (2.8)$$

onde I_3 , denominada de terceira componente do isospin, é definida por:

$$I_3 = \frac{1}{2}[N_u - N_d], \quad (2.9)$$

em que N_u e N_d são os números quânticos definidos pelas expressões (2.1) e (2.2), respectivamente.

Os seis tipos de quarks são divididos em três famílias ou gerações. Nós denotamos as três famílias como (\mathbf{u}, \mathbf{d}) , (\mathbf{c}, \mathbf{s}) e (\mathbf{t}, \mathbf{b}) . Os quarks \mathbf{u} , \mathbf{c} e \mathbf{t} possuem carga elétrica $+\frac{2}{3}$ e os quarks \mathbf{d} , \mathbf{s} e \mathbf{b} possuem carga elétrica $-\frac{1}{3}$ e seus antiquarks possuem, respectivamente, cargas elétricas $-\frac{2}{3}$ ($\bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{c}}, \bar{\mathbf{t}}$) e $+\frac{1}{3}$ ($\bar{\mathbf{d}}, \bar{\mathbf{s}}, \bar{\mathbf{b}}$). A tabela 2.1 disponibiliza os números quânticos e as cargas elétricas dos quarks, discutidos acima, bem como os valores aproximados de suas massas¹.

Números Quânticos dos quarks										
Geração	Quark	Massa	Q	N_u	N_d	I	S	C	\tilde{B}	T
primeira geração	\mathbf{u}	2,4 MeV	+2/3	1	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0
	\mathbf{d}	4,8 MeV	-1/3	0	1	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0
segunda geração	\mathbf{c}	1,27 GeV	+2/3	0	0	0	0	1	0	0
	\mathbf{s}	104 MeV	-1/3	0	0	0	-1	0	0	0
terceira geração	\mathbf{t}	172 GeV	+2/3	0	0	0	0	0	0	1
	\mathbf{b}	4,2 GeV	-1/3	0	0	0	0	0	-1	0

Tabela 2.1: Números Quânticos dos quarks.

Existem seis espécies de léptons, divididos em três famílias ou gerações, análogo ao caso dos quarks: elétron (e^-) e o neutrino do elétron ν_e , representando a primeira geração dos léptons; o muon (μ^-) e o neutrino do muon ν_μ , representando a segunda geração dos léptons; e, finalmente, o tau (τ^-) e o seu neutrino ν_τ , representando a terceira geração. O elétron, o muon e o tau possuem carga elétrica -1 e seus respectivos neutrinos possuem carga elétrica nula. Em adição aos léptons, existem suas seis antipartículas correspondentes, os antiléptons, que são: antieletron (e^+), conhecido como pósitron, o antimúon (μ^+), o antitau (τ^+), todos eles com carga elétrica +1 e os seus respectivos antineutrinos $\bar{\nu}_e$, $\bar{\nu}_\mu$ e $\bar{\nu}_\tau$, todos com carga elétrica nula.

Os seis tipos distintos de léptons são classificados de acordo com sua carga Q , e seus números quânticos, chamados de números leptônicos: número eletrônico (L_e), número

¹Nesta dissertação será utilizada as unidades naturais que são comumente empregadas em física de partículas. Neste sistema de unidades $\hbar = c = 1$, onde c é a velocidade de propagação da luz no vácuo e \hbar é a constante de Planck h dividido por 2π .

muônico (L_μ) e o número tauônico (L_τ). O número eletrônico é definido, para qualquer estado, por

$$L_e \equiv N(e^-) - N(e^+) + N(\nu_e) - N(\bar{\nu}_e) \quad (2.10)$$

onde $N(e^-)$, $N(e^+)$, $N(\nu_e)$, $N(\bar{\nu}_e)$, são, respectivamente: o número de elétrons, o número de pósitrons, o número de neutrinos do elétron, e, o número de antineutrinos do elétron. Para estados de uma única partícula, $L_e = 1$ para e^- e ν_e , $L_e = -1$ para e^+ e $\bar{\nu}_e$ e $L_e = 0$ para todas as outras partículas. Analogamente ao que foi feito para o elétron, é possível definir o número muônico e o número tauônico:

$$L_\mu \equiv N(\mu^-) - N(\mu^+) + N(\nu_\mu) - N(\bar{\nu}_\mu) \quad (2.11)$$

e

$$L_\tau \equiv N(\tau^-) - N(\tau^+) + N(\nu_\tau) - N(\bar{\nu}_\tau). \quad (2.12)$$

Tanto no caso dos quarks como dos léptons, cada nova geração tende a ser mais pesada que a anterior. Toda matéria visível no universo é feita da primeira geração de partículas de matéria (quarks up, quarks down e elétrons). Isso porque todas as partículas da segunda e terceira gerações de partículas são instáveis e decaem, tornando-se partículas de primeira geração, a única geração estável.

Cada uma das interações fundamentais é mediada pela troca de partículas, as partículas mediadoras. A partícula mediadora da interação gravitacional seria o gráviton, porém sua existência é, ainda, puramente especulativa. O gráviton ainda não foi detectado. Seria uma partícula sem massa, com spin 2. Mas não há ainda sequer uma teoria quântica da gravidade, quer dizer, uma teoria que faça uso do gráviton para calcular forças gravitacionais.

A força eletromagnética é mediada por uma partícula sem massa de spin-1 chamada fóton (γ). Os quarks e os léptons carregados interagem via força eletromagnética. Os quarks e os léptons, interagem via força fraca, que é mediada por três partículas massivas de spin-1 conhecidas como bósons vetoriais \mathbf{W}^+ , \mathbf{W}^- e \mathbf{Z}^0 . Apenas os quarks e os antiquarks e as partículas constituídas por esses objetos, os hádrons, interagem via força forte.

No caso da interação forte, a partícula mediadora é o glúon (g), partícula sem massa de spin-1. Há oito tipos de glúons. São eles que mediam a força forte, a força que mantém

os quarks ligados e confinados nos hádrons. De certa forma, os glúons são a cola da matéria. Uma importante propriedade da matéria que deve ser definida para caracterizar a interação forte entre os quarks (e antiquarks) é o que chamamos, em analogia com a carga elétrica, de **carga de cor**, mas diferente da carga elétrica, que existe em apenas um tipo, podendo ser positiva (+) ou negativa (-), a carga de cor existe em três tipos, geralmente chamadas de *vermelho*, *azul* e *verde*. Dessa forma, podemos batizar a carga de cor dos antiquarks como *antivermelho*, *antiazul* e *antiverde*. Um quark carrega qualquer uma das três cargas de cor enquanto um antiquark carrega qualquer uma das três cargas de anticor.

A interação forte é geralmente muito mais complicada que a interação eletromagnética, pois os glúons possuem carga de cor (diferentemente dos fótons, que não possuem carga elétrica), podendo, portanto, interagir entre si, mesmo na ausência de quarks. Assim, os glúons também interagem via interação forte.

No plano teórico, a estrutura predominantemente utilizada na descrição das interações entre as partículas elementares é a **Teoria Quântica de Campos (TQC)**, que é uma teoria que incorpora tanto a mecânica quântica como a relatividade restrita, descrevendo sistemas físicos com um número infinito de graus de liberdade. Neste contexto, a teoria que descreve as interações forte, fraca e eletromagnética entre os quarks e léptons é denominada Modelo Padrão da Física de Partículas. Na interação forte, estamos no setor da QCD. Na interação fraca e eletromagnética, encontramos-nos no setor da teoria eletrofraca, em que a essas duas interações são apresentadas como manifestações diferentes de uma única força, a força eletrofraca. A figura 2.1² apresenta o esquema que sumariza o conhecimento atual acerca das partículas elementares segundo o Modelo Padrão.

²figura retirada o endereço eletrônico <http://www.link2universe.net/2012-07-03/cern-domani-nuovo-aggiornamento-sulla-ricerca-del-bosone-di-higgs/>.

Three generations
of matter (fermions)

	I	II	III	
mass →	2.4 MeV/c ²	1.27 GeV/c ²	171.2 GeV/c ²	0
charge →	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0
spin →	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
name →	u up	c charm	t top	γ photon
Quarks	4.8 MeV/c ²	104 MeV/c ²	4.2 GeV/c ²	0
	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
	d down	s strange	b bottom	g gluon
Leptons	<2.2 eV/c ²	<0.17 MeV/c ²	<15.5 MeV/c ²	91.2 GeV/c ²
	0	0	0	0
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
	ν_e electron neutrino	ν_μ muon neutrino	ν_τ tau neutrino	Z⁰ Z boson
	0.511 MeV/c ²	105.7 MeV/c ²	1.777 GeV/c ²	80.4 GeV/c ²
	-1	-1	-1	±1
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
	e electron	μ muon	τ tau	W[±] W boson

Gauge bosons

Figura 2.1: Modelo Padrão da Física de Partículas

2.3 Dos quarks aos Hádrons

Quarks e glúons isolados até hoje nunca foram diretamente observado em nenhum experimento, mesmo nos aceleradores de altas energias. Este fato é explicado pela QCD que prediz que quarks ou glúons isolados possuem energia infinita. Combinação de quarks, anti-quarks e glúons possuem energia finita apenas se a carga de cor global for neutra. Assim como os quarks, os hádrons, que são estados ligados de quarks via interação forte, também sentem esta interação. Existem dois tipos de hádrons bem estabelecidos no modelo padrão da física de partículas: os bárions e os mésons, que são compostos, respectivamente, de três quarks e um par quark-antiquark. Por exemplo, o próton (p) e o nêutron (n) são bárions, sendo constituídos, respectivamente, por quarks uud e udd . Logo as antipartículas do próton (antipróton - \bar{p}) e do nêutron (antinêutron - \bar{n}) são antibárions sendo compostas pelos antiquarks $\bar{u}\bar{u}\bar{d}$ e $\bar{u}\bar{d}\bar{d}$, respectivamente. Já os píons π^+ e π^- são mésons compostos pelos seguintes pares de quark-antiquark: $u\bar{d}$, $\bar{u}d$, respectivamente.

Mésons contendo um quark s (ou um antiquark \bar{s}) e um antiquark (ou um quark) mais leve são chamados de mésons estranhos ou mésons K . Mésons contendo um quark c (ou um antiquark \bar{c}) e um antiquark (ou um quark) mais leve são chamados de mésons charmosos ou, simplesmente, mésons D . Finalmente, mésons contendo um quark b (ou um antiquark \bar{b}) e um antiquark (ou um quark) mais leve são chamados de mésons bottom ou mésons B .

Apesar de muitos hádrons conhecidos serem identificados definitivamente como bárions

ons, antibárions ou mésons, estes três não são os únicos tipos de hádrons permitido pela QCD. Qualquer combinação de quarks, antiquarks e de glúons resultando numa carga de cor global neutra, pode ter energia finita e, portanto, formar um hádron. Dessa forma, em princípio, podemos ter, em consonância com a QCD (apesar de ainda não terem sido observados experimentalmente), alguns exemplos de estados de cor global neutra: os *glueballs* com constituintes ggg [22], mésons híbridos, com constituintes $q\bar{q}g$ [9, 10], e, mésons $qq\bar{q}\bar{q}$ [7, 8, 23].

Uma outra importante classe de hádrons são as moléculas hadrônicas [15, 24–29], na qual seus constituintes são mésons e bárions. Moléculas hadrônicas consistem em hádrons de cor global neutra ligados pela interação forte entre suas partículas *coloridas* constituintes. Um exemplo, o dêuteron é uma molécula bariônica estável que consiste em um próton e um nêutron. Os núcleos mais pesados, que são estados ligados com um número maior de prótons e nêutrons, também podem ser interpretados como moléculas bariônicas.

Nesta dissertação, em particular, estamos interessados em estruturas hadrônicas que sejam estados ligados de mésons charmosos D^0 , \bar{D}^{*0} [11–14] e de seus respectivos antimésons, \bar{D}^0 e D^{*0} , para caracterização do estado da partícula X(3872), descoberta em 2003 na colaboração Belle. Objetivamos, com isso, a obtenção da taxa de produção térmica da partícula X(3872). O sobrescrito 0 implica que estes mésons possuem carga elétrica neutra. Os mésons D^0 e \bar{D}^0 , são pseudoescalares de spin 0 e os mésons \bar{D}^{*0} e D^{*0} são partículas vetoriais de spin 1.

Para um melhor caracterização dos mésons serão listados, na tabela 2.2 abaixo [6, 11], os seus quarks constituintes e a massa aproximada de cada um deles, não se limitando a apenas os mésons charmosos. Para cada um, é dado o número quântico de spin (J) e paridade (P), J^P , ou spin, paridade e conjugação de carga (C), J^{PC} [6].

Méson	Quarks constituintes	Massa(MeV)	J^{PC}
Mésons ordinários			
π^+	$u\bar{d}$	140	0^-
π^-	$\bar{u}d$	140	0^-
π^0	$(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	135	0^{-+}
ρ^+	$u\bar{d}$	776	1^{--}
ρ^-	$\bar{u}d$	776	1^{--}
ρ^0	$(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	776	1^{--}
ω	$(\bar{u}u + \bar{d}d)/\sqrt{2}$	783	1^{--}
Mésons Estranhos			
K^+	$\bar{s}u$	494	0^-
K^-	$s\bar{u}$	494	0^-
K^0	$\bar{s}d$	498	0^-
\bar{K}^0	$s\bar{d}$	498	0^-
K^{*+}	$\bar{s}u$	892	1^-
K^{*-}	$s\bar{u}$	892	1^-
K^{*0}	$\bar{s}d$	896	1^-
\bar{K}^{*0}	$s\bar{d}$	896	1^-
Mésons Charmosos			
D^+	$c\bar{d}$	1869	0^-
D^-	$\bar{c}d$	1869	0^-
D^0	$c\bar{u}$	1865	0^-
\bar{D}^0	$\bar{c}u$	1865	0^-
D^{*+}	$c\bar{d}$	2010	1^-
D^{*-}	$\bar{c}d$	2010	1^-
D^{*0}	$c\bar{u}$	2007	1^-
\bar{D}^{*0}	$\bar{c}u$	2007	1^-
Mésons Bottom			
B^+	$\bar{b}u$	5279	0^-
B^-	$b\bar{u}$	5279	0^-
B^0	$\bar{b}d$	5279	0^-
\bar{B}^0	$b\bar{d}$	5279	0^-
Charmonium			
J/ψ	$\bar{c}c$	3097	1^{--}
$\psi(2S)$	$\bar{c}c$	3686	1^{--}
X_{c1}	$\bar{c}c$	3511	1^{++}

Tabela 2.2: Tabela de alguns mésons com seus respectivos quarks constituintes, suas massas, e seus números quânticos J^P ou J^{PC} .

2.4 Espectroscopia hadrônica

2.4.1 Momento angular total \mathbf{J}

Para uma partícula com spin s existem dois operadores vetoriais cujas componentes satisfazem relação de comutação de momento angular, que são o momento angular orbital $\mathbf{L} = \mathbf{L} \otimes \hat{1}_S$ (um operador independente de spin estendido ao espaço produto) e o spin $\mathbf{S} = \hat{1}_r \otimes \mathbf{S}$ (um operador independente dos graus de liberdade associados à posição, estendidos também ao espaço produto através do operador identidade do espaço da partícula sem spin, $\hat{1}_r$). Esses operadores comutam entre si, pois na realidade agem sobre fatores distintos no espaço-produto. A partir dos operadores \mathbf{L} e \mathbf{S} estendidos ao espaço produto é possível definir o momento angular total \mathbf{J} da partícula com spin como [19, 20]:

$$\mathbf{J} \equiv \mathbf{L} \otimes \hat{1}_S + \hat{1}_r \otimes \mathbf{S} \quad (2.13)$$

ou simplesmente

$$\mathbf{J} \equiv \mathbf{L} + \mathbf{S}. \quad (2.14)$$

onde as componentes do operador \mathbf{L} e \mathbf{S} satisfazem, respectivamente, as seguintes relações de comutação:

$$\begin{aligned} [L_1, L_2] &= iL_3, \\ [L_3, L_1] &= iL_2, \\ [L_2, L_3] &= iL_1. \end{aligned} \quad (2.15)$$

e

$$\begin{aligned} [S_1, S_2] &= iS_3, \\ [S_3, S_1] &= iS_2, \\ [S_2, S_3] &= iS_1. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Como o spin e o momento angular orbital comutam:

$$[L_i, S_j] = 0; \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (2.17)$$

as componentes de \mathbf{J} satisfazem as mesmas regras de comutação de \mathbf{L} e \mathbf{S} :

$$\begin{aligned} [J_1, J_2] &= iJ_3, \\ [J_3, J_1] &= iJ_2, \\ [J_2, J_3] &= iJ_1. \end{aligned} \tag{2.18}$$

Portanto, o quadrado do momento angular total, \mathbf{J}^2 , comuta com as componentes J_i ($i = 1, 2, 3$) e podemos diagonalizar \mathbf{J}^2 e J_3 :

$$\begin{aligned} \mathbf{J}^2 |jm_j\rangle &= j(j+1) |jm_j\rangle, \\ J_3 |jm_j\rangle &= m_j |jm_j\rangle, \\ m_j &= -j, -j+1, \dots, +j. \end{aligned} \tag{2.19}$$

Onde j é o autovalor do momento angular total e m_j o momento magnético associado ao j .

Por outro lado, das relações de comutação de \mathbf{L} e \mathbf{S} , podemos escrever:

$$\begin{aligned} \mathbf{L}^2 |nlm_l\rangle &= l(l+1) |nlm_l\rangle, \\ \mathbf{L}_3 |nlm_l\rangle &= m_l |nlm_l\rangle, \\ \mathbf{S}^2 |sm_s\rangle &= s(s+1) |sm_s\rangle, \\ \mathbf{S}_3 |sm_s\rangle &= m_s |sm_s\rangle. \end{aligned} \tag{2.20}$$

onde n é o número quântico principal; l é o autovalor do momento angular; m_l momento magnético associado ao l ; s é o spin e; m_s é o momento de spin.

É interessante saber responder qual a relação entre os autovalores do momento angular total j e os autovalores do momento angular orbital l e de spin s , bem como qual a correspondência entre os autovetores $|jm_j\rangle$ do operador do momento angular total \mathbf{J} e os autovetores $|nlm_l\rangle$ e $|sm_s\rangle$ dos operadores \mathbf{L} e \mathbf{S} , respectivamente.

Usando $[\mathbf{L}, \mathbf{S}] = 0$ bem como as relações de comutação para \mathbf{L} , \mathbf{S} e \mathbf{J} é possível verificar que

$$[\mathbf{J}^2, \mathbf{L}^2] = [\mathbf{J}^2, \mathbf{S}^2] = [J_3, \mathbf{L}^2] = [J_3, \mathbf{S}^2] = 0 \tag{2.21}$$

mas

$$[\mathbf{J}^2, L_3] \neq 0 \tag{2.22}$$

e

$$[\mathbf{J}^2, S_3] \neq 0. \quad (2.23)$$

Como $[\mathbf{J}^2, J_3] = 0$ e $J_3 = L_3 + S_3$ segue que,

$$[\mathbf{J}^2, L_3] = -[\mathbf{J}^2, S_3]. \quad (2.24)$$

Esses resultados mostram que o quadrado do operador momento angular total \mathbf{J}^2 não é compatível com as componentes L_3 e S_3 do operador momento angular orbital e do spin, respectivamente. Dessa forma, os vetores $|nlm_l\rangle \otimes |sm_s\rangle = |nlm_lsm_s\rangle$ não são, em geral, autovetores de \mathbf{J}^2 . Esses vetores estendidos ao espaço-produto são autovetores de L_3 e S_3 , como $J_3 = L_3 + S_3$ eles são também autovetores de J_3 com autovalor $(m_l + m_s) \equiv m_j$. Como \mathbf{L}^2 , \mathbf{S}^2 e J_3 comutam com \mathbf{J}^2 , o fato de que os vetores $|nlm_lsm_s\rangle$ não sejam em geral autovetores deste operador (\mathbf{J}^2) deve ser atribuído ao fato de que existem diferentes combinações de autovalores m_l e m_s de L_3 e S_3 que levam ao mesmo autovalor $(m_l + m_s) = m_j$ de J_3 .

Estes fatos elucidados acima são suficientes para indicar que os autovetores simultâneos de \mathbf{L}^2 , \mathbf{S}^2 , \mathbf{J}^2 e J_3 ,

$$|nlsjm_j\rangle \quad (2.25)$$

podem ser escritos como combinações lineares dos autovetores de \mathbf{L}^2 , L_3 , \mathbf{S}^2 e S_3 com os autovalores desejados de \mathbf{L}^2 e \mathbf{S}^2 e com os autovalores de L_3 e S_3 tais que sua soma corresponda ao autovalor desejado de J_3 .

Devido às restrições gerais impostas pelas relações de comutação de momento angular, os autovalores $j(j+1)$ de \mathbf{J}^2 , devem ser tais que $-j \leq m_j \leq j$. Portanto

$$|nlsjm_j\rangle = \sum_{m_l, m_s} C_{m_l m_s m_j}^{l s j} |nlm_lsm_s\rangle \quad (2.26)$$

em que os coeficientes $C_{m_l m_s m_j}^{l s j}$, chamados de coeficientes de Clebsch-Gordan, têm o significado das amplitudes de probabilidade

$$C_{m_l m_s m_j}^{l s j} = \langle nlm_lsm_s | nlsjm_j \rangle \quad (2.27)$$

que se anulam a não ser que $m_l + m_s = m_j$ e $-j \leq m_j \leq j$ o que implica, em particular, uma restrição sobre os valores de m_l e m_s na soma em 2.26.

A questão de determinar os valores possíveis de j , que define o autovalor do momento

angular total \mathbf{J}^2 , para um dado valor de l , já conhecendo-se o spin s , que, como é um grau de liberdade interno, não é passível de modificações sobre diferentes tipos de interação, pode ser respondida através de contagem apropriada dos estados $|nlm_l sm_s\rangle$. Em todo o caso deve valer:

$$j_{min} = |l - s| \leq j \leq l + s = j_{max}, \quad \Delta j = \text{inteiro}. \quad (2.28)$$

Os valores possíveis de j serão inteiros se ambos os momentos angulares constituintes forem inteiros ou semi-inteiros e serão semi-inteiros se um dos constituintes for inteiro enquanto o outro é semi-inteiro.

Estamos num bom terreno para alicerçar a base do que vamos classificar de notação espectroscópica, em que os estados são denotados por:

$${}^{2s+1}l_j \quad (2.29)$$

e em vez de colocar o valor numérico de l , é convencional escrever S, P, D, F, ... para $l = 0, 1, 2, 3, \dots$, respectivamente.

2.4.2 Momento angular no modelo de quarks

Mésons são estados ligados do par $q\bar{q}$ no qual o referencial de repouso do méson corresponde ao referencial do centro de massa do sistema $q\bar{q}$. Neste sistema existe o momento angular orbital \mathbf{L} , mas também existem dois estados de spin para cada um dos constituintes dos mésons. Assim, o operador total de spin será dado pela seguinte expressão:

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_q + \mathbf{S}_{\bar{q}} \quad (2.30)$$

Como os dois quarks têm spin $s = \frac{1}{2}$, as únicas possibilidades de spin para este méson são $s = 0$ e $s = 1$. Para $l = 0$, $j = s$ e em notação espectroscópica, os estados possíveis são:

$${}^{2s+1}l_j = {}^1S_0, {}^3S_1 \quad (l = 0). \quad (2.31)$$

Para $l \geq 1$, as possibilidades de valores de j são: $j = l$, para estados singlete ($s = 0$), e, $j = l - 1, l, l + 1$, para os estados tripletos ($s = 1$), obtendo as quatro possibilidades abaixo:

$${}^{2s+1}l_j = {}^1l_l, {}^3l_{l+1}, {}^3l_l, {}^3l_{l-1}, \quad (l \geq 1). \quad (2.32)$$

Bárions são estados ligados de três quarks ($3q$). Seu referencial de repouso corresponde ao referencial do centro de massa do sistema $3q$. Existem 2 momentos angulares orbitais associados com o movimento relativo dos três quarks. O primeiro é convencionalmente tomado como o momento angular orbital \mathbf{L}_{12} de um par de quarks escolhido no referencial de centro de massa deste par. O segundo é o momento angular orbital \mathbf{L}_3 do terceiro quark (o quark ainda não considerado) com respeito ao centro de massa do par no centro de massa geral do sistema. O momento angular orbital total é dado por

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_{12} + \mathbf{L}_3, \quad (2.33)$$

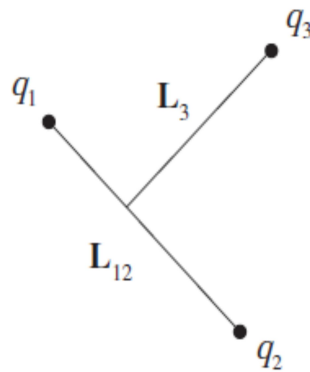


Figura 2.2: Momento angular orbital total de um sistema de três quarks q ligados

enquanto o spin é dado pela soma dos spins dos três quarks constituintes do bárion,

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3, \quad (2.34)$$

dessa forma, existem dois spins possíveis para os bárions, $s = \frac{1}{2}$ ou $s = \frac{3}{2}$. Os estados possíveis de bárions escritos em notação espectroscópica são:

$${}^2S_{1/2} \left(s = \frac{1}{2}, l = 0 \right); {}^4S_{3/2} \left(s = \frac{3}{2}, l = 0 \right), \quad (2.35)$$

$${}^2P_{1/2}, {}^2P_{3/2} \left(s = \frac{1}{2}, l = 1 \right); {}^4P_{1/2}, {}^4P_{3/2}, {}^4P_{5/2} \left(s = \frac{3}{2}, l = 1 \right) \quad (2.36)$$

e

$${}^2l_{l+1/2}, {}^2l_{l-1/2} \left(s = \frac{1}{2}, l \geq 2 \right); {}^4l_{l-3/2}, {}^4l_{l-1/2}, {}^4l_{l+1/2}, {}^4l_{l+3/2} \left(s = \frac{3}{2}, l \geq 2 \right). \quad (2.37)$$

Podemos perceber que o espectro do bárion é claramente extremamente complicado. Po-

rém, se restringirmos ao caso em que os operadores angulares orbitais $\mathbf{L}_{12} = \mathbf{L}_3 = 0$, apenas os estados explicitados na eq.(2.35) podem ocorrer, representando um modelo bastante simplificado, mas esclarecedor para o entendimento de seu espectro.

2.5 Paridade

A transformação de paridade (\mathbf{P}) é uma operação na qual inverte-se a lateralidade do espaço, ou seja mapeia-se, $\mathbf{x} \rightarrow -\mathbf{x}$.

Um sistema é invariante por transformação de paridade se o operador hamiltoniano do sistema mantiver-se invariante sob \mathbf{P} . Para um sistema de muitas partículas, podemos definir a operação de paridade da seguinte forma:

$$\mathbf{P}|\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2 \dots \mathbf{x}_n\rangle \equiv \mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2 \dots \mathbf{P}_n |-\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2 \dots - \mathbf{x}_n\rangle. \quad (2.38)$$

Uma partícula quando possui um estado de momento angular orbital l , tem uma paridade orbital associada a ele. Em coordenadas polares esféricas $\mathbf{x} \equiv (r, \theta, \phi)$, então $\mathbf{x} \rightarrow -\mathbf{x}$ implica que

$$r \rightarrow r, \quad \theta \rightarrow \pi - \theta, \quad \phi \rightarrow \pi + \phi. \quad (2.39)$$

Podemos, assim, escrever a função de estado, projetada no espaço das posições, como

$$\Psi(\mathbf{x}) = R(r)Y_{lm_l}(\theta, \phi) \quad (2.40)$$

$$(2.41)$$

$$Y_{lm_l}(\theta, \phi) = (-1)^{m_l} \left[\frac{(2l+1)(l-m_l)!}{4\pi(l+m_l)!} \right] P_l^{m_l}(\cos\theta) e^{im_l\phi} \quad (2.42)$$

sob uma inversão espacial

$$P_l^{m_l}(\cos\theta) \rightarrow P_l^{m_l}(-\cos\theta) = (-1)^{(l+m_l)} P_l^{m_l}(\cos\theta) \quad (2.43)$$

$$e^{im_l\phi} \rightarrow e^{im_l(\phi+\pi)} = (-1)^{m_l} e^{im_l\phi}, \quad (2.44)$$

o que resulta

$$Y_{lm_l}(\theta, \phi) \rightarrow (-1)^l Y_{lm_l}(\theta, \phi) \quad (2.45)$$

o que nos faz ver claramente que uma partícula com um estado de momento angular orbital l possui uma paridade orbital $(-1)^l$.

2.5.1 Paridade dos quarks e hádrons

Nas interações fortes e eletromagnéticas, quarks e antiquarks só são criados e destruídos em pares partícula-antipartícula. Consequentemente eles possuem paridade intrínseca, como os elétrons e os pósitrons, sendo, portanto, indeterminadas e fixadas por convenção. A convenção usual para os quarks é

$$P_u \equiv P_d \equiv P_s \equiv P_c \equiv P_b \equiv P_t \equiv 1, \quad (2.46)$$

e para os anti-quarks, temos:

$$P_{\bar{u}} \equiv P_{\bar{d}} \equiv P_{\bar{s}} \equiv P_{\bar{c}} \equiv P_{\bar{b}} \equiv P_{\bar{t}} \equiv -1. \quad (2.47)$$

Com estas convenções, podemos prever a paridade dos hádrons a partir dos seus quarks constituintes. A paridade (intrínseca) dos mésons $M = \mathbf{q}\bar{\mathbf{q}}$ é:

$$P_M = P_q P_{\bar{q}} (-1)^l = (-1)^{l+1}. \quad (2.48)$$

Onde l é o momento angular orbital do par $\mathbf{q}\bar{\mathbf{q}}$, em que cada \mathbf{q} pode ser \mathbf{u} , \mathbf{d} , \mathbf{s} , \mathbf{c} , \mathbf{b} ou \mathbf{t} .

A paridade dos bárions $B = \mathbf{qqq}$ é dado por:

$$P_B = P_q P_q P_q (-1)^{l_{12}} (-1)^{l_3} = (-1)^{l_{12}+l_3} \quad (2.49)$$

onde l_{12} e l_3 são os momentos angulares orbitais internos do sistema de três quarks \mathbf{qqq} discutidos anteriormente. Para o antibárion $\bar{B} = \bar{\mathbf{q}}\bar{\mathbf{q}}\bar{\mathbf{q}}$, temos:

$$P_{\bar{B}} = P_{\bar{q}} P_{\bar{q}} P_{\bar{q}} (-1)^{l_{12}} (-1)^{l_3} = -(-1)^{l_{12}+l_3} = -P_B, \quad (2.50)$$

verificamos, então, que os bárions e antibárions têm paridade oposta.

2.6 Conjugação de carga

É uma realidade na teoria quântica de campos que para toda partícula existe sua antipartícula correspondente. Nós tratamos partículas e antipartículas em pé de igualdade. Considere que o operador \mathcal{C} representa a transformação de uma partícula em sua

antipartícula e vice-versa. O operador \mathcal{C} é um operador unitário. Portanto, por exemplo,

$$\mathcal{C}|\pi^+\rangle = |\pi^-\rangle \quad (2.51)$$

$$\mathcal{C}|p\rangle = |\bar{p}\rangle. \quad (2.52)$$

Em geral, para partículas carregadas

$$\mathcal{C}|Q, \mathbf{p}, s\rangle = |{-Q}, \mathbf{p}, s\rangle, \quad (2.53)$$

onde $|Q, \mathbf{p}, s\rangle$ representa o estado de uma partícula com carga Q , momento \mathbf{p} e spin s . Agora considere o operador \mathcal{Q} , atuando no autovetor $|Q, \mathbf{p}, s\rangle$, como segue na primeira equação abaixo:

$$\mathcal{Q}|Q, \mathbf{p}, s\rangle = Q|Q, \mathbf{p}, s\rangle \quad (2.54)$$

$$\mathcal{C}\mathcal{Q}|Q, \mathbf{p}, s\rangle = Q|{-Q}, \mathbf{p}, s\rangle \quad (2.55)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}\mathcal{C}|Q, \mathbf{p}, s\rangle &= \mathcal{Q}|{-Q}, \mathbf{p}, s\rangle \\ &= -Q|{-Q}, \mathbf{p}, s\rangle. \end{aligned} \quad (2.56)$$

então, temos

$$\mathcal{C}\mathcal{Q} + \mathcal{Q}\mathcal{C} = 0, \quad (2.57)$$

$$\{\mathcal{C}, \mathcal{Q}\} = 0, \quad (2.58)$$

isto é, \mathcal{C} e \mathcal{Q} anticomutam. Por conseguinte, não é possível determinar autovetores simultâneos de \mathcal{C} e \mathcal{Q} . Em geral, para qualquer número quântico interno aditivo necessário para caracterizar o estado quanto mecânico do sistema, tais como Q , I_3 , B e Y temos:

$$\mathcal{C}|Q, I_3, B, Y\rangle = |{-Q}, {-I_3}, {-B}, {-Y}\rangle \quad (2.59)$$

e conseqüentemente,

$$[\mathcal{C}, \mathcal{Q}_i] \neq 0, \quad (2.60)$$

onde

$$\mathcal{Q}_i = \mathbf{I}_3, \mathbf{B}, \mathbf{Y}$$

Note que:

$$\begin{aligned} \mathcal{C}|B\rangle &= |{-B}\rangle \\ \mathcal{C}^2|B\rangle &= \mathcal{C}|{-B}\rangle = |B\rangle \end{aligned} \quad (2.61)$$

então, temos

$$\mathcal{C}^2 = \hat{1} \quad (2.62)$$

e os autovalores de \mathcal{C} são ± 1 , isto é, \mathcal{C} é uma transformação discreta.

Resulta da equação (2.59) que estados com $Q \neq 0$, $B \neq 0$, $Y \neq 0$, etc. não podem ser auto-estados de \mathcal{C} . Apenas estados com $Q = 0$, $B = 0$, $Y = 0$, $I_3 = 0$ podem ser auto-estados de \mathcal{C} .

Após apresentar aqui alguns dos aspectos fundamentais da física de partículas, no próximo capítulo discutiremos alguns aspectos importantes para compreensão e caracterização do estado mesônico exótico X(3872).

3 *A Partícula X(3872)*

3.1 Preliminares

Neste capítulo, discutiremos a descoberta da partícula X(3872), disponibilizaremos uma tabela com todos os modos de decaimento da partícula obtidos experimentalmente [6] e sumariaremos algumas de suas propriedades conhecidas. Por fim, comentaremos brevemente algumas possibilidades de interpretação deste objeto com especial enfoque a proposta de interpretação da X(3872) como estado ligado S de mésons charmosos [11].

3.2 Descoberta da partícula X(3872)

A partícula X(3872) é uma ressonância estreita descoberta pela colaboração Belle em 2003 [1]. Como a sua natureza ainda não é completamente conhecida, os físicos batizaram-na de partícula X(3872). Ela foi observada através do decaimento $B^\pm \rightarrow K^\pm J/\psi \pi^+ \pi^-$ cuja distribuição de massa invariante para $J/\psi \pi^+ \pi^-$ tem um pico aproximadamente em 3872 MeV, o que implica que a partícula X(3872) é produzida via $B^\pm \rightarrow X K^\pm$ e então decai via $X \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$. O limite superior da largura de seu decaimento é muito estreito - menor que 1,2 MeV, com um nível de confiança de 90% [6] - ou, equivalentemente, o seu tempo de meia vida é maior do que o esperado. Seguido à descoberta pela colaboração Belle, a colaboração CDF e D0 observaram esta partícula exótica sendo produzida na colisão de próton-antipróton observando-a através do decaimento $X \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$ [2,3]. A colaboração Babar também confirmou a sua existência através do decaimento $B^\pm \rightarrow X K^\pm$ onde $X \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$ [4]. Observe a ilustração dos processos de colisão na figura 3.1 ¹ abaixo.

Por aproximadamente um ano, o único modo de decaimento observado era $X \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$. Em 2004, a colaboração Belle obteve um resultado preliminar obtendo um

¹figura retirada do endereço eletrônico http://www-d0.fnal.gov/d0pubs/sbdata/2004/040816-VANKOOTEN_R-talk.pdf

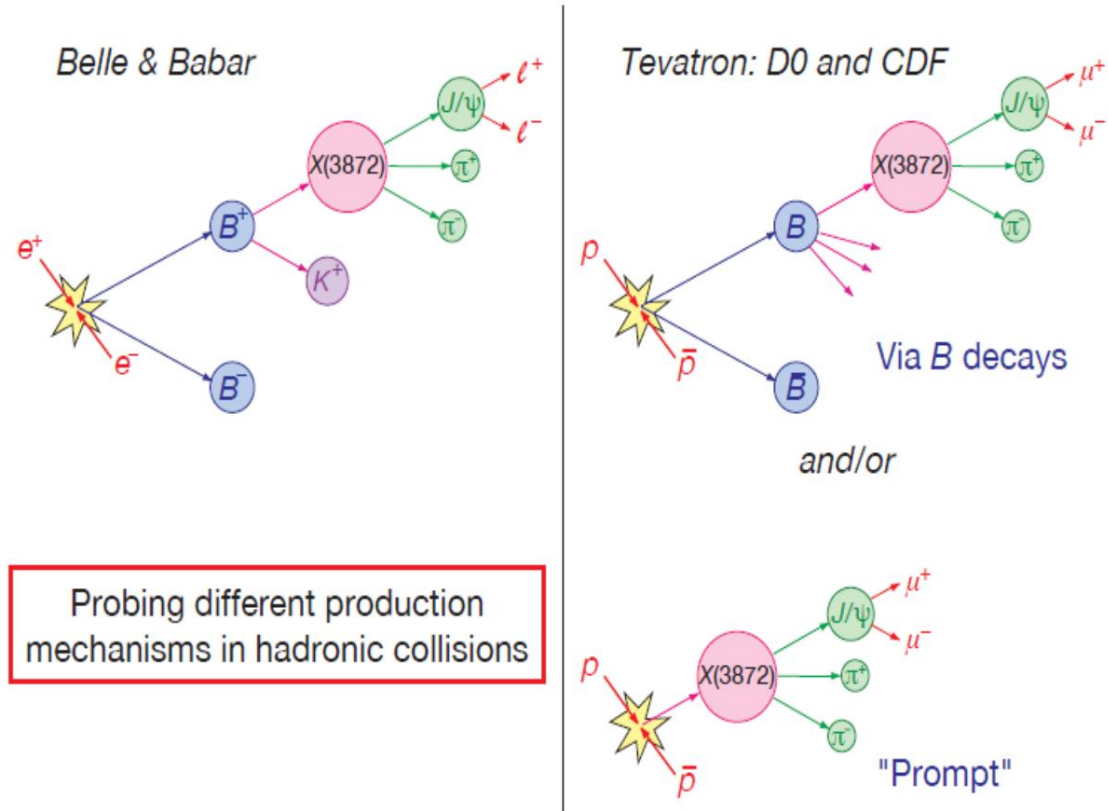


Figura 3.1: Sondagem de diferentes mecanismos de produção em colisões hadrônicas

segundo modo de decaimento: $X \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^- \pi^0$ [30]. Em maio de 2005, a mesma colaboração anunciou um terceiro modo de decaimento [31]: $X \rightarrow J/\psi \gamma$ e confirmou o resultado preliminar obtido em 2004, isto é, o decaimento: $X \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^- \pi^0$. Neste último a distribuição de massa invariante tem um forte pico entre 750 MeV e o limite cinemático de 775 MeV, o que sugere que estes decaimentos se dão predominantemente através de $X \rightarrow J/\psi \rho$ e $X \rightarrow J/\psi \omega$.

Um sumário dos modos de descoberta deste estado é apresentado na tabela 3.1².

A clareza do sinal da partícula exótica é exemplificada na distribuição de massa invariante $J/\psi \pi \pi$ da figura 3.2 [2].

Podemos analisar os modos de decaimento em termos dos quarks constituintes dos hádrons. Considerando o decaimento do setor carregado positivamente, temos: $\bar{b}u \rightarrow X(\rightarrow c\bar{c} + u\bar{d} + \bar{u}d) + \bar{s}u$. Podemos perceber que inicialmente existiu uma transição de sabor, no qual o quark \bar{b} decaiu em três quarks $c + \bar{c} + \bar{s}$, via interação fraca, isto é, os sabores beleza e estranheza mudaram, respectivamente, de $\tilde{B} = 1, S = 0$ para $\tilde{B} = 0,$

²Tabela adaptada da referência [32]

massa (MeV)	largura	produção/modo de decaimento	experimento
$3872.0 \pm 0.6 \pm 0.5$	< 2.3 90% C.L.	$B^\pm \rightarrow K^\pm X \rightarrow K^\pm J/\psi \pi^+ \pi^-$	Belle [1]
$3871.3 \pm 0.7 \pm 0.4$	resolution	$p\bar{p} \rightarrow X \rightarrow K^\pm J/\psi \pi^+ \pi^-$	CDF II [2]
$M(J/\psi) + 774.9 \pm 3.1 \pm 3.0$	resolution	$p\bar{p} \rightarrow X \rightarrow K^\pm J/\psi \pi^+ \pi^-$	D0 [3]
3873.4 ± 1.4	-	$B^- \rightarrow K^- X \rightarrow K^- J/\psi \pi^+ \pi^-$	Babar [4]

Tabela 3.1: Medida da massa da X(3872). Em cada expressão, o primeiro erro é o erro estatístico e o segundo é o erro sistemático. O resultado do experimento Babar inclui ambos os erros, tanto o estatístico como o sistemático.

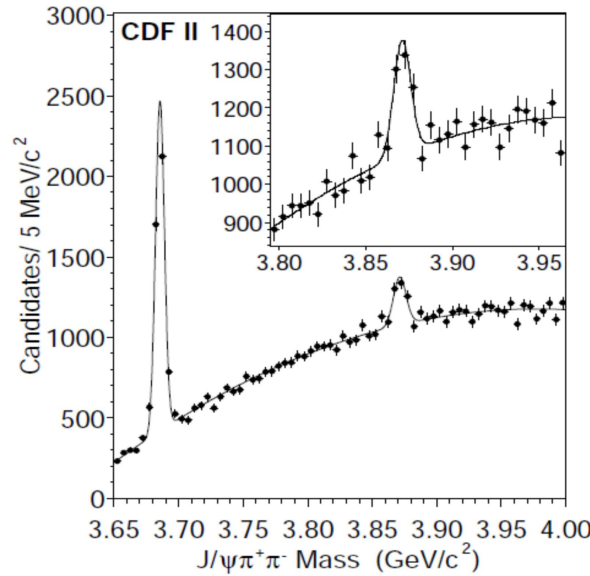


Figura 3.2: X(3872) em $J/\psi \pi \pi$

$S = 1$. Este processo de decaimento pode envolver também a interação forte, mas esta interação não muda os sabores dos quarks, mas pode criar um par quark - antiquark. O decaimento $X \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$ envolve apenas interação forte. Os quarks c e \bar{c} são pesados demais para serem criados no decaimento de X , sendo, então razoável pensar que eles já existiam como partes constituintes de X . Podemos ter constituintes de X adicionais criados pela interação forte tais como o glúon ou os pares $d\bar{d}$ ou $u\bar{u}$.

Para um entendimento mais detalhado da partícula em estudo, muitos outros modos de decaimento têm sido investigados por diversas colaborações científicas internacionais. Sumarizamos todos os seus modos de decaimento verificados experimentalmente na tabela 3.2 abaixo [6].

X(3872) DECAY MODES	
Mode	Fraction (Γ_i/Γ)
Γ_1 $e^+ e^-$	
Γ_2 $\pi^+ \pi^- J/\psi(1S)$	>2.6 %
Γ_3 $\rho^0 J/\psi(1S)$	
Γ_4 $\omega J/\psi(1S)$	>1.9 %
Γ_5 $D^0 \bar{D}^0 \pi^0$	> 3.2×10^{-3}
Γ_6 $\bar{D}^{*0} D^0$	> 5×10^{-3}
Γ_7 $\gamma\gamma$	
Γ_8 $D^0 \bar{D}^0$	
Γ_9 $D^+ D^-$	
Γ_{10} $\gamma\chi_{c1}$	
Γ_{11} $\eta J/\psi$	
Γ_{12} $\gamma J/\psi$	> 6×10^{-3}
Γ_{13} $\gamma\psi(2S)$	[a] >3.0 %

[a] BHARDWAJ 11 does not observe this decay and presents a stronger 90% CL limit than this value. See measurements listings for details.

Tabela 3.2: Modos de decaimento da partícula X(3872).

3.3 Número quântico J^{PC} da partícula X(3872)

Como as propriedades desta partícula ainda são desconhecidas, a determinação dos números quânticos de spin, paridade e conjugação de carga J^{PC} , a partir dos experimentos, é fundamental para diminuir suas possibilidades de interpretação, bem como para propor-lhe uma estrutura mais adequada.

Nesta seara de desconhecimento das propriedades de estados exóticos da matéria que têm sido descobertos, em que nosso particular interesse devota-se ao estudo da partícula X(3872), os recentes anos têm sido, para a fenomenologia hadrônica, de intenso e estimulante trabalho. Os modelos usuais de hádrons, quais sejam, bárions e mésons, não têm conseguido dar uma satisfatória compreensão destes estados exóticos. Ao mesmo tempo em que busca-se experimentalmente a determinação das propriedades destes estados, modelos teóricos, em consonância com a QCD, têm sido sugeridos. Para a partícula em estudo neste trabalho, alguns modelos teóricos que estão sendo propostos será discutido na próxima seção.

A evidência do modo de decaimento $X \rightarrow J/\psi\gamma$ estabeleceu experimentalmente e

inequivocamente que a partícula X(3872) possui uma conjugação de carga positiva [31]. Apesar do grande esforço da fenomenologia de hádrons, a natureza deste novo estado continua incerto e controverso, no plano teórico e experimental, no entanto, existem duas fortes possibilidades para os números quânticos J^{PC} da partícula supracitada, a saber: $J^{PC} = 2^{-+}$ ou $J^{PC} = 1^{++}$ [33].

3.4 Interpretações de X(3872)

As previsões mais utilizadas para a interpretação de X(3872) são os estados Charmonium com constituintes $\bar{c}c$ ou um estado fracamente ligado de mésons $D^{*0}\bar{D}^0$ [12–14]. Apesar disso, muitas outras opções têm sido propostas e investigadas, sendo objetivo desta seção uma breve descrição de todas elas.

3.4.1 Charmonium

Charmonium é um estado ligado de quarks charmosos $\bar{c}c$. O fato de o primeiro modo de decaimento da partícula em estudo incluir J/ψ , que possui constituintes \bar{c} e c , motivou fortemente a interpretação de X(3872) como estado charmonium [34]. Em geral este estado é especificado pelo conjunto dos números quânticos n, s, l, j , onde estes são, respectivamente, a excitação radial, o momento angular de spin total, o momento angular orbital e o momento angular total. O número quântico de momento angular total é usualmente especificado usando a notação espectroscópica $^{2s+1}l_j$, discutida na seção 3.1 deste capítulo.

Um caminho natural na busca de uma explicação para a partícula X(3872) é o espectro dos estados charmonium [34]. A tabela 3.4.1 revela que os únicos candidatos viáveis para X são os estados 2P ou os estados 1D com base apenas em sua massa [32]. A observação experimental de $X \rightarrow J/\psi\gamma$ eliminou inequivocamente toda possibilidade de candidatos charmonium com conjugação de carga negativa.

A estreita largura de ressonância desta partícula e a sua forte violação de isospin (I) torna a interpretação usual do estado charmonium muito difícil. Dessa forma, a possível falha na identificação da X(3872) como um charmonium levou a várias propostas de interpretação teóricas exóticas para explicar as propriedades desta partícula, destacando-se: estados de tetraquarks; estado híbrido, estado *cusp* e estado molecular [7, 10, 12–14, 23, 35]. Como os números quânticos da partícula X(3872), excetuando-se a conjugação de carga, ainda são desconhecidos pela comunidade científica, a exploração de todas essas

possibilidades têm sido constante até os anos mais recentes.

3.4.2 Molécula de mésons charmosos

Como a massa da partícula $X(3872)$ é extremamente próxima da soma das massas de D^0 e \bar{D}^{*0} , vários autores passaram a considerar a possibilidade dela ser interpretada como a superposição de molécula de mésons charmosos $D^0\bar{D}^{*0}$ e seus antimésons \bar{D}^0D^{*0} [12–14]. Este estado será referido como molécula DD^* .

Devido a essa proposta de interpretação, o modo de decaimento $X(3872) \rightarrow D^0\bar{D}^{*0}$ tem uma motivação peculiar e foi recentemente investigada [36, 37]. Para este modelo de interpretação ser válido, a massa da partícula $X(3872)$ deve ser menor que a soma das massas dos seus mésons constituintes. A energia da molécula será um pouco menor que a massa total dos seus mésons constituintes. A diferença entre essas energias é chamada de energia de ligação.

Se a partícula X for de fato uma molécula mesônica, a proximidade de sua massa com a do estado molecular vai implicar que a energia de ligação dessa molécula é extremamente pequena comparada com qualquer outra escala de energia relevante.

Nesta dissertação estamos usando o fato da partícula $X(3872)$ ser interpretada como uma superposição linear de estado ligado S de mésons DD^* e, neste cenário, estamos trabalhando com a possibilidade de seu número quântico ser $J^{PC} = 1^{++}$, que é uma forte candidata a ser o número quântico da partícula $X(3872)$ [33].

3.4.3 Outras opções

Como explicitado anteriormente, muitas outras opções de interpretação da partícula $X(3872)$ tem sido propostas. Vamos a elas:

Estado *cusp*

Esta interpretação também tem como principal motivação a proximidade da massa da partícula $X(3872)$ com a dos mésons charmosos D^0 e \bar{D}^{*0} [35]. O autor desta referência sugeriu sua interpretação como o resultado de um acoplamento forte para $D^0\bar{D}^{*0}$ ou $D^{*0}\bar{D}^0$.

Charmonium Híbrido

O estado charmonium híbrido com constituintes $c\bar{c}g$ tem sido considerado [9,10], pois se ela for um charmonium híbrido, o modo de descoberta $X \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-$ resultará de um decaimento predominantemente do tipo $(c\bar{c}g) \rightarrow J/\psi gg$ seguido de $gg \rightarrow \pi^+\pi^-$.

Tetraquark

O tetraquark com constituintes $c\bar{c}q\bar{q}$ [23] ou um estado ligado de um diquark - anti-diquark com constituintes $cu + \bar{c}\bar{u}$ [7] também tem sido considerado como opção. Maiani et al. [7] argumentam que X(3872) seria um estado ligado de mistura de $cu + \bar{c}\bar{u}$ e $cd + \bar{c}\bar{d}$ com $J^{PC} = 1^{++}$.

Encarando-a como um estado ligado de um diquark e um antidiquark de acordo com a proposta de Maiani et al. [7], a partícula X(3872) é examinada usando regras de soma da QCD [8].

Glueballs

O estado glueball com constituintes ggg foi considerado como uma possibilidade [22]. A proposta do número quântico J^{PC} para este estado é 1^{--} . Esta hipótese de estado foi descartada devido a observação do decaimento $X \rightarrow J/\psi\gamma$ implicando na conjugação de carga positiva da partícula em estudo.

Após ter apresentado aqui alguns dos aspectos fundamentais do estado mesônico exótico X(3872), no próximo capítulo discutiremos a taxa de produção térmica da partícula em estudo.

TABLE II: Experimental and theoretical spectrum of $c\bar{c}$ states. States assigned in this review are denoted $^\alpha$

State	PDG[17]	BGS[13]	GI[13]	EFG[14]	Cornell[3]	CP-PACS[15]	Chen[16]
$J/\psi(1^3S_1)$	3096.87 ± 0.04	3090	3098	3096	3095[3095]	3085 ± 1	3084 ± 4
$\eta_c(1^1S_0)$	2979.2 ± 1.3	2982	2975	2979	3095	3013 ± 1	3014 ± 4
$\psi'(2^3S_1)$	3685.96 ± 0.09	3672	3676	3686	3684[3684]	3777 ± 40	3780 ± 43
$\eta'_c(2^1S_0)$	3637.7 ± 4.4	3630	3623	3588	3684	3739 ± 46	3707 ± 20
$\psi(3^3S_1)$	4040 ± 10	4072	4100	4088	4110[4225]	-	-
$\eta_c(3^1S_0)$	-	4043	4064	3991	4110	-	-
$\psi(4^3S_1)$	4415 ± 6	4406	4450	-	4460[4625]	-	-
$\eta_c(4^1S_0)$	-	4384	4425	-	4460	-	-
$\chi_2(1^3P_2)$	3556.18 ± 0.13	3556	3550	3556	3522[3523]	3503 ± 24	3488 ± 11
$\chi_1(1^3P_1)$	3510.51 ± 0.12	3505	3510	3510	3522[3517]	3472 ± 9	3462 ± 15
$\chi_0(1^3P_0)$	3415.3 ± 0.4	3424	3445	3424	3522	3408	3413 ± 10
$h_c(1^1P_1)$	$3524 \pm 1^\alpha$	3516	3517	3526	3522[3519]	3474 ± 40	3474 ± 20
$\chi_2(2^3P_2)$	$3931 \pm 5^\alpha$	3972	3979	3972	-	4030 ± 180	-
$\chi_1(2^3P_1)$	-	3925	3953	3929	-	4067 ± 105	4010 ± 70
$\chi_0(2^3P_0)$	-	3852	3916	3854	-	4008 ± 122	4080 ± 75
$h_c(2^1P_1)$	-	3934	3956	3945	-	4053 ± 95	3886 ± 92
$\chi_2(3^3P_2)$	-	4317	4337	-	-	-	-
$\chi_1(3^3P_1)$	-	4271	4317	-	-	-	-
$\chi_0(3^3P_0)$	-	4202	4292	-	-	-	-
$h_c(3^1P_1)$	-	4279	4318	-	-	-	-
$\psi_3(1^3D_3)$	-	3806	3849	3815	3810	-	3822 ± 25
$\psi_2(1^3D_2)$	-	3800	3838	3811	3810	-	3704 ± 33
$\psi(1^3D_1)$	3769.9 ± 2.5	3785	3819	3798	3810[3755]	-	-
$\eta_{c2}(1^1D_2)$	-	3799	3837	3811	3810	-	3763 ± 22
$\psi_3(2^3D_3)$	-	4167	4217	-	4190	-	-
$\psi_2(2^3D_2)$	-	4158	4208	-	4190	-	-
$\psi(2^3D_1)$	4159 ± 20	4142	4194	-	4190[4230]	-	-
$\eta_{c2}(2^1D_2)$	-	4158	4208	-	4190	-	-

State	PDG[17]	BGS[13]	GI[13]	EFG[14]	Cornell[3]	CP-PACS[15]	Chen[16]
$\chi_4(1^3F_4)$	-	4021	4095	-	-	-	-
$\chi_3(1^3F_3)$	-	4029	4097	-	-	-	4222 ± 140
$\chi_2(1^3F_2)$	-	4029	4092	-	-	-	-
$h_{c3}(1^1F_3)$	-	4026	4094	-	-	-	4224 ± 74
$\chi_4(2^3F_4)$	-	4348	4425	-	-	-	-
$\chi_3(2^3F_3)$	-	4352	4426	-	-	-	-
$\chi_2(2^3F_2)$	-	4351	4422	-	-	-	-
$h_{c3}(2^1F_3)$	-	4350	4424	-	-	-	-
$\psi_5(1^3G_5)$	-	4214	4312	-	-	-	-
$\psi_4(1^3G_4)$	-	4228	4320	-	-	-	-
$\psi_3(1^3G_3)$	-	4237	4323	-	-	-	-
$\eta_{c4}(1^1G_4)$	-	4225	4317	-	-	-	-

Tabela 3.3: Estados charmonium.

4 Taxa de produção térmica da partícula $X(3872)$

4.1 Preliminares

Neste capítulo, a partir da lagrangiana efetiva proposta para a partícula $X(3872)$ como superposição do estado molecular $(\bar{D}^0 D^{*0} + D^0 \bar{D}^{*0})$, será realizado o cálculo da matriz invariante \mathcal{M} . Posteriormente, será calculada a taxa de produção térmica da partícula $X(3872)$ com a posterior discussão dos resultados.

4.2 A lagrangiana efetiva e a matriz $\mathcal{M}(\mathcal{D}\mathcal{D}^* \rightarrow \mathcal{X})$

Em nossa abordagem, a partícula $X(3872)$ é um estado molecular dos mésons charmosos descarregados, D^0 , \bar{D}^{*0} e seus respectivos antimésons. No contexto de teorias efetivas, consideramos que os graus de liberdade fundamentais do sistema são os campos vetoriais de spin 1, D^* e X , e o campo pseudoescalar de spin 0, D , cujas excitações criam suas partículas respectivas, a saber: o méson D^0 , a partícula $X(3872)$ e o méson \bar{D}^{*0} . Vamos considerar a produção da partícula $X(3872)$ a partir da colisão de íons pesados, em que, particularmente, ela é produzida pela fusão térmica dos mésons charmosos descarregados supracitados. Intentamos, aqui, conhecendo-se a lagrangiana efetiva referente ao processo físico considerado, obter a amplitude invariante relativa a este processo.

A densidade de lagrangiana efetiva dos mésons D e D^* e da partícula $X(3872)$ baseada na simetria quiral e na simetria de quarks pesados [16, 17] é dada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & (\partial_\mu D)(\partial^\mu D^\dagger) - m_D^2 D D^\dagger - (\partial_\mu D^{*\nu})(\partial^\mu D_\nu^{*\dagger}) + m_{D^*}^2 D^{*\mu} D_\mu^{*\dagger} \\ & - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_X^2 X_\mu X^\mu + g_{DD^*X} X^\mu (D D_\mu^{*\dagger} - D_\mu^* D^\dagger) \end{aligned} \quad (4.1)$$

onde $D = (D^0, D^+, D_s^+)$ e $D_\mu^* = (D^{*+}, D^{*0}, D_s^{*+})_\mu$ são tripletos SU(3) de spin 0 e spin 1, respectivamente; $F^{\mu\nu} = \partial^\mu X^\nu - \partial^\nu X^\mu$; m_D, m_{D^*} e m_X são as massas dos mésons D , D^* e da partícula X, respectivamente; g_{DD^*X} é a constante de acoplamento da interação entre os mésons charmosos e o estado exótico X(3872)¹.

Vamos assumir que

$$|X(3872)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|\bar{D}^0 D^{*0}\rangle + |D^0 \bar{D}^{*0}\rangle \right].^2 \quad (4.2)$$

Neste cenário estamos trabalhando com uma estrutura molecular em que o estado de momento angular orbital total da partícula X(3872) é zero. Neste contexto, vamos assumir seus números quânticos $J^{PC} = 1^{++}$. Da equação (4.1) verificamos que a lagrangiana de interação é dada por

$$\mathcal{L}_I = g_{DD^*X} X^\mu (DD_\mu^{*\dagger} - D_\mu^* D^\dagger). \quad (4.3)$$

Podemos escrever a hamiltoniana de interação como,

$$\begin{aligned} H_I &= - \int d^3x \mathcal{L}_I \\ &= - \int g_{DD^*X} X^\mu (DD_\mu^{*\dagger} - D_\mu^* D^\dagger) \end{aligned} \quad (4.4)$$

É interessante analisar um caso específico: a reação de espalhamento dos dois mésons $\bar{D}^* D$, isto é,

$$\bar{D}^* + D \rightarrow X(3872) \quad (4.5)$$

Nesse primeiro estágio de cálculo vamos analisar a contribuição do termo H_I para a obtenção da matriz de espalhamento S . Como o méson \bar{D}^* , a partícula X(3872) e o méson D podem ser interpretados como excitações de campos, dentro do contexto de teorias efetivas, e, sabendo-se que os dois primeiros podem ser representados por campos vetoriais e o último por um campo pseudoescalar, consideremos as expansões para os campos D^* , X e D da seguinte forma:

$$D^*(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_{\lambda=1}^3 \left[a_p^\lambda \epsilon_\mu^\lambda(p) e^{-ip \cdot x} + b_p^{\lambda\dagger} \epsilon_\mu^{*\lambda}(p) e^{+ip \cdot x} \right]; \quad (4.6)$$

¹A constante de acoplamento, g_{DD^*X} , não é bem fixada na literatura, então, vamos considerar em nossos cálculos os valores da referência [16]

²Além de estarmos considerando que a partícula X(3872) é uma molécula de mésons charmosos descarregados D^0 , \bar{D}^{*0} e seus antimésons, também estamos assumindo que ela é produzida pela colisão destes mésons, dessa forma, nossos cálculos não incluirão o setor carregado dos tripletos $D = (D^0, D^+, D_s^+)$ e $D_\mu^* = (D^{*+}, D^{*0}, D_s^{*+})_\mu$.

$$X(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_{\lambda'=1}^3 \left[c_p^{\lambda'} \epsilon_{\mu}^{\lambda'}(p) e^{-ip \cdot x} + c_p^{\lambda' \dagger} \epsilon_{\mu}^{*\lambda'}(p) e^{+ip \cdot x} \right]; \quad (4.7)$$

$$D(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \left(h_p e^{-ip \cdot x} + r_p^{\dagger} e^{+ip \cdot x} \right). \quad (4.8)$$

onde os hermitianos desses campos são:

$$D^{*\dagger}(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_{\lambda=1}^3 \left[b_p^{\lambda} \epsilon_{\mu}^{\lambda}(p) e^{-ip \cdot x} + a_p^{\lambda \dagger} \epsilon_{\mu}^{*\lambda}(p) e^{+ip \cdot x} \right]; \quad (4.9)$$

$$X^{\dagger}(x) = X(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_{\lambda'=1}^3 \left[c_p^{\lambda'} \epsilon_{\mu}^{\lambda'}(p) e^{-ip \cdot x} + c_p^{\lambda' \dagger} \epsilon_{\mu}^{*\lambda'}(p) e^{+ip \cdot x} \right]; \quad (4.10)$$

$$D^{\dagger}(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \left(r_p e^{-ip \cdot x} + h_p^{\dagger} e^{+ip \cdot x} \right). \quad (4.11)$$

onde os índices λ e λ' representam os estados de polarização dos campos vetoriais D^* e X . Os operadores $a_p^{\lambda \dagger}$, $b_p^{\lambda \dagger}$, $c_p^{\lambda \dagger}$, h_p^{\dagger} , r_p^{\dagger} e os operadores a_p^{λ} , b_p^{λ} , c_p^{λ} , h_p , r_p , são denominados de operadores de criação e destruição, respectivamente. Eles satisfazem as seguintes relações de comutação:

$$\left[a_{p'}^{\lambda'}, a_p^{\lambda \dagger} \right] = \left[b_{p'}^{\lambda'}, b_p^{\lambda \dagger} \right] = (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p}' - \vec{p}) \delta^{\lambda \lambda'}; \quad (4.12)$$

$$\left[c_{p'}^{\lambda'}, c_p^{\lambda \dagger} \right] = (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p}' - \vec{p}) \delta^{\lambda \lambda'}; \quad (4.13)$$

$$\left[h_{p'}^{\dagger}, h_p^{\dagger} \right] = \left[r_{p'}^{\dagger}, r_p^{\dagger} \right] = (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p}' - \vec{p}). \quad (4.14)$$

Todas as outras relações de comutações entre os operadores dos seus respectivos campos são zero.

A fórmula final para a parte não trivial da matriz - S é dada por (ver equação (A.46) do apêndice B)

$$\langle X | i\mathbf{T} | DD^{*\dagger} \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty (1-i\epsilon)} \left(\left\langle X \left| T \left\{ \exp \left[-i \int_{-T}^T dt H_I(t) \right] \right\} \right| DD^{*\dagger} \right\rangle \right). \quad (4.15)$$

Fazendo a expansão em séries de Taylor da exponencial ao lado direito da equação (4.15),

temos³:

$$\exp \left[-i \int_{-T}^T dt H_I(t) \right] = -i \int dt H_I(t) + \dots \quad (4.16)$$

truncando a série em primeira ordem e utilizando a expressão da hamiltoniana de interação (4.4), a expressão anterior fica:

$$\exp \left[-i \int_{-T}^T dt H_I(t) \right] = +i \int d^4x g_{DD^*X} X^\mu (DD_\mu^{*\dagger} + D_\mu^* D^\dagger), \quad (4.17)$$

então, substituindo a eq.(4.17) na eq.(4.15)

$$\langle X | i\mathbf{T} | \bar{D}^* D \rangle = \langle X | T \left[ig_{XDD^*} \int d^4x X^\mu DD_\mu^{*\dagger} \right] | DD^{*\dagger} \rangle. \quad (4.18)$$

Utilizando o teorema de Dyson-Wick (apêndice B, seção B.3), as expressões dos campos dadas pelas equações (4.6)-(4.8) e as relações de comutação dada pelas equações [(4.12) - (4.14)], obtemos:

$$D(x) |D(p_1)\rangle = e^{-ip_1 \cdot x} |0\rangle; \quad (4.19)$$

$$\bar{D}^*(x) | \bar{D}^*(p_2, \lambda) \rangle = e^{-ip_2 \cdot x} \epsilon_\mu^\lambda(p_2) |0\rangle; \quad (4.20)$$

$$\langle X(p_3, \lambda') | X(x) = e^{ip_3 \cdot x} \epsilon_{\lambda'}^{*\nu}(p_3) \langle 0|. \quad (4.21)$$

Onde $|D(p_1)\rangle$, $| \bar{D}^*(p_2, \lambda) \rangle$ e $\langle X(p_3, \lambda') |$ representam, respectivamente, o méson D^0 com quadrimomento p_1 , o méson \bar{D}^{*0} com quadrimomento p_2 e estado de polarização λ e, por fim, a partícula $X(3872)$ com quadrimomento p_3 e estado de polarização λ' .

Deste modo, após algumas manipulações algébricas e com o uso das eqs. (4.19)-(4.21), a eq.(4.18) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} \langle X | T \left[ig_{XDD^*} \int d^4x X^\mu DD_\mu^{*\dagger} \right] | DD^{*\dagger} \rangle &= -ig_{XDD^*} \int d^4x e^{-i(p_1+p_2-p_3) \cdot x} \\ &\quad \times \epsilon_\mu^\lambda(p_2) \epsilon_{\lambda'}^{*\nu}(p_3) \\ &= -ig_{XDD^*} \epsilon_\mu^\lambda(p_2) \epsilon_{\lambda'}^{*\nu}(p_3) \\ &\quad \times (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3). \end{aligned} \quad (4.22)$$

Da equação (4.22) obtemos facilmente que a matriz invariante do espalhamento represen-

³No lado direito da equação (4.16), o operador identidade, $\hat{1}$, foi suprimido, pois já estamos fazendo a expansão da parte não - trivial da matriz de espalhamento.

tado pela equação (4.5) é dada por

$$i\mathcal{M}_{1\lambda\lambda'} = -ig_{XDD^*}\epsilon_\mu^\lambda(p_2)\epsilon_{\lambda'}^{*\nu}(p_3)$$

$$\mathcal{M}_{1\lambda\lambda'} = -g_{XDD^*}\epsilon_\mu^\lambda(p_2)\epsilon_{\lambda'}^{*\nu}(p_3). \quad (4.23)$$

Como o processo de reação de espalhamento do complexo conjugado da reação anterior (4.5) estudada é possível, representado esquematicamente abaixo:

$$D^* + \bar{D} \rightarrow X(3872), \quad (4.24)$$

por procedimentos técnicos análogos obtemos que a matriz invariante total é

$$\mathcal{M}_{\lambda\lambda'} = -2g_{XDD^*}\epsilon_\mu^\lambda(p_2)\epsilon_{\lambda'}^{*\nu}(p_3). \quad (4.25)$$

4.3 Taxa de produção térmica da partícula X(3872)

Estamos num cenário físico de colisão de íons pesados em que a produção da partícula exótica é obtida pela fusão dos mésons charmosos descarregados, estes imersos num gás de hádrons em equilíbrio térmico e químico. Como estamos interessados no setor de charme - descarregado - desse gás, vamos incluir *ad hoc* a função de distribuição estatística de Bose-Einstein para computar a presença dos mésons de nosso interesse para produção da partícula $X(3872)$.

Podemos considerar a taxa de produção térmica da partícula $X(3872)$, neste cenário físico, relativa ao processo $\bar{D}^0 D^{*0} + h.c. \rightarrow X(3872)$ [38] pela equação:

$$R_X = \int \frac{d^3p_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3p_2}{(2\pi)^3 2E_2} \frac{d^3p_3}{(2\pi)^3 2E_3} (2\pi)^4 \delta(p_1 + p_2 - p_3)$$

$$\times f_D f_{D^*} (1 + f_X) \sum_{\text{Pol}} |\mathcal{M}_{\lambda\lambda'}|^2, \quad (4.26)$$

onde, f_D , f_{D^*} e f_X são funções de Bose-Einstein, que representam, respectivamente, o número de mésons D^0 , \bar{D}^{*0} e da partícula $X(3872)$ em um determinado estado de energia

em equilíbrio térmico e químico, dados pelas equações:

$$\begin{aligned}
 f_D &= \frac{1}{e^{\frac{\epsilon_D}{T}} - 1}; \\
 f_{D^*} &= \frac{1}{e^{\frac{\epsilon_{D^*}}{T}} - 1}; \\
 f_X &= \frac{1}{e^{\frac{\epsilon_X}{T}} - 1}.
 \end{aligned} \tag{4.27}$$

Em que ϵ_D , ϵ_{D^*} e ϵ_X são, respectivamente, a energia dos mésons D^0 , \bar{D}^{*0} e da partícula $X(3872)$ em uma dada temperatura T de equilíbrio.

Vamos assumir que a densidade de X é pequena, tornando o termo $(1 + f_X)$ sem importância para o nosso processo. Para calcular a expressão (4.26), primeiro vamos reescrever as integrais sobre p_1 , p_2 e p_3 da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \int \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_1} &= \int \frac{d^4 p_1}{(2\pi)^3} \delta(p_1^2 - m_{D^0}^2) \Theta(p_1^0) \\
 \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2E_2} &= \int \frac{d^4 p_2}{(2\pi)^3} \delta(p_2^2 - m_{D^{*0}}^2) \Theta(p_2^0) \\
 \int \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3 2E_3} &= \int \frac{d^4 p_3}{(2\pi)^3} \delta(p_3^2 - m_X^2) \Theta(p_3^0)
 \end{aligned} \tag{4.28}$$

e então reescrevemos (4.26)

$$\begin{aligned}
 R_X &= \int \frac{d^4 p_1}{(2\pi)^3} \frac{d^4 p_2}{(2\pi)^3} \frac{d^4 p_3}{(2\pi)^3} \delta(p_1^2 - m_{D^0}^2) \delta(p_2^2 - m_{D^{*0}}^2) \\
 &\quad \times \delta(p_3^2 - m_X^2) (2\pi)^4 \delta(p_1 + p_2 - p_3) \Theta(p_1^0) \Theta(p_2^0) \Theta(p_3^0) \\
 &\quad \times f_D f_{D^*} \sum_{\text{Pol}} |\mathcal{M}_{\lambda\lambda'}|^2,
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

onde a expressão $\sum_{\text{Pol}} |\mathcal{M}_{\lambda\lambda'}|^2$ é obtida no apêndice C. Realizando, por conveniência, as seguintes mudanças de variáveis,

$$\begin{aligned}
 P &= p_1 + p_2 \\
 Q &= \frac{1}{2}(p_1 - p_2),
 \end{aligned} \tag{4.30}$$

a expressão da taxa de produção R_X (4.29) resulta:

$$\begin{aligned}
R_X &= \int \frac{d^4 P}{(2\pi)^3} \frac{d^4 Q}{(2\pi)^3} \frac{d^4 p_3}{(2\pi)^3} \delta\left[\left(\frac{1}{2}P + Q\right)^2 - m_{D^0}^2\right] \delta\left[\left(\frac{1}{2}P - Q\right)^2 - m_{D^{*0}}^2\right] \\
&\quad \times \delta(p_3^2 - m_X^2) (2\pi)^4 \delta(P - p_3) \Theta\left(\frac{1}{2}P^0 + Q^0\right) \Theta\left(\frac{1}{2}P^0 - Q^0\right) \Theta(p_3^0) \\
&\quad \times f_D\left(\frac{1}{2}P^0 + Q^0\right) f_{D^*}\left(\frac{1}{2}P^0 - Q^0\right) \sum_{\text{Pol}} |\mathcal{M}_{\lambda\lambda'}|^2.
\end{aligned} \tag{4.31}$$

Agora vamos adotar o sistema de coordenadas esféricas com \vec{P} sendo definido ao longo do eixo z

$$P = (p_0, 0, 0, p)$$

$$Q = (q_0, q \sin \theta, 0, q \cos \theta). \tag{4.32}$$

Assim, com a utilização da equação (4.32) e integrando sobre $d^4 p_3$ e $d^3 Q$, a Eq. (4.31) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned}
R_X &= \frac{1}{4(2\pi)^4} \int d^4 P \delta(P^2 - m_X^2) \\
&\quad \times \frac{1}{p} \int dq_0 f_D\left(\frac{1}{2}p_0 + q_0\right) f_{D^*}\left(\frac{1}{2}p_0 - q_0\right) \sum_{\text{Pol}} |\mathcal{M}_{\lambda\lambda'}|^2,
\end{aligned} \tag{4.33}$$

onde as integrações no espaço são restringidas pelos seguintes vínculos cinemáticos:

$$p_0 > m_{D^0} + m_{D^{*0}},$$

$$0 < p < \left(p_0^2 - (m_{D^0} + m_{D^{*0}})^2\right)^{\frac{1}{2}},$$

$$q_0^2 < \frac{p^2}{4} \left(1 - \frac{(m_{D^0} + m_{D^{*0}})^2}{P^2}\right). \tag{4.34}$$

Para ter em conta a largura de decaimento de X (3872), a função δ é reescrita por uma função distribuição similar à ressonância de Breit-Wigner,

$$\delta(p_3^2 - m_X^2) = \frac{1}{\pi} \frac{(p^2 + m_X^2)^{1/2} \Gamma}{(p_0^2 - p^2 - m_X^2)^2 + (p^2 + m_X^2) \Gamma^2}. \tag{4.35}$$

Finalmente, utilizando as equações (B.9), (4.34) e (4.35) em (4.33), obtemos a forma final

da taxa de produção térmica,

$$\begin{aligned}
R_X &= \frac{g_{DD^*X}^2}{96\pi^5} \int_{m_{D^*0}+m_{D0}}^{\infty} dp_0 \int_0^{(p_0^2-(m_{D0}+m_{D^*0})^2)^{1/2}} p dp \\
&\times \int_{-\frac{p}{2}\left(1-\frac{(m_{D0}+m_{D^*0})^2}{P^2}\right)^{\frac{1}{2}}}^{\frac{p}{2}\left(1-\frac{(m_{D0}+m_{D^*0})^2}{P^2}\right)^{\frac{1}{2}}} dq_0 f_D\left(\frac{1}{2}p_0+q_0\right) f_{D^*}\left(\frac{1}{2}p_0-q_0\right) \\
&\times \frac{(p^2+m_X)^{1/2}\Gamma}{(P^2-m_X^2)^2+(p^2+m_X^2)\Gamma^2} \left(2+\frac{1}{4}\frac{(P^2+m_{D0}^2+m_{D^*0}^2)^2}{m_{D^*0}^2 P^2}\right), \quad (4.36)
\end{aligned}$$

onde $P^2 = p_0^2 - p^2$.

4.4 Discussão dos resultados

Nas figuras 4.1 - 4.6 abaixo, são plotados os gráficos da taxa de produção térmica da equação (4.36), para diferentes valores da constante de acoplamento g_{DD^*X} , estabelecendo cortes no limite superior na integração sobre p_0 , para diferentes temperaturas. Como a energia de ligação do estado molecular é muito baixa, da ordem de 2 MeV ($(m_{D0} + m_{D^*0}) - m_X$), os cortes no limite superior na integração sobre p_0 foram de 4000 MeV e 3882 MeV.

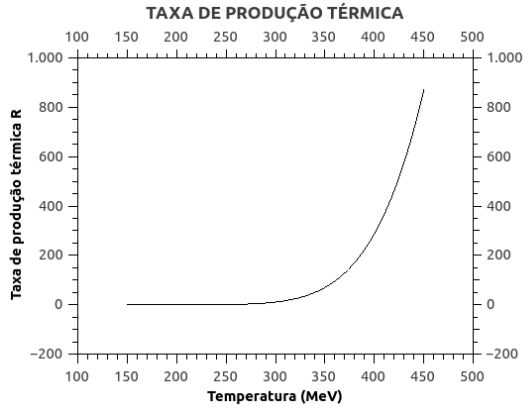


Figura 4.1: Taxa de produção térmica da $X(3872)$, $R_X[(\text{MeV})^4]$, da equação (4.36) em função da temperatura. O corte usado na integração sobre p_0 foi 4000 MeV; $g_{DD^*X} = 3100$ MeV; $\Gamma = 2,3$ MeV; $m_{D^0} = 1865$ MeV, $m_{D^{*0}} = 2007.0$ MeV e $m_X = 3870$ MeV.

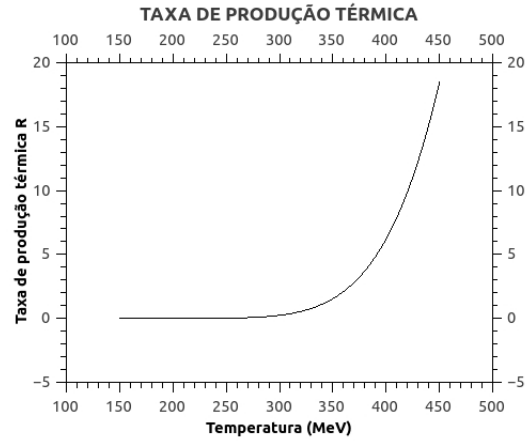


Figura 4.2: Taxa de produção térmica da $X(3872)$, $R_X[(\text{MeV})^4]$, da equação (4.36) em função da temperatura. O corte usado na integração sobre p_0 foi 3882 MeV; $g_{DD^*X} = 3100$ MeV; $\Gamma = 2,3$ MeV; $m_{D^0} = 1865$ MeV, $m_{D^{*0}} = 2007.0$ MeV e $m_X = 3870$ MeV.

Para uma boa compreensão dos resultados do processo de fusão dos mésons charmosos em estudo para produção da partícula $X(3872)$, faz-se mister analisar, em primeiro lugar, a taxa de produção térmica R_X , para todos os valores das constantes de acoplamento consideradas, sob duas situações em separado: a taxa de produção para os diferentes limites superiores na integração sobre p_0 e a taxa de produção em função de cada temperatura no intervalo considerado, levando-se em conta a temperatura de dissociação do estado molecular.

No intuito de compreender a primeira situação exposta acima percebemos que, para mesma constante de acoplamento, quanto maior for o limite superior na integração sobre p_0 , maior será a taxa de produção térmica para cada temperatura, isto é, se analisarmos a taxa de produção térmica para uma temperatura fixa e, também, um valor fixo da constante de acoplamento, teremos como resultado uma maior taxa de produção térmica quando o limite superior na integração sobre p_0 for maior.

Como é possível verificar diretamente a partir da equação (4.36), a taxa de produção também será maior quanto maior for a constante de acoplamento. A priori, não temos permissão de estabelecer um limite superior muito elevado na integração sobre p_0 , pois a energia de ligação do estado molecular é muito pequena e um limite superior muito elevado nos leva a considerar que já teríamos fornecido energia suficiente para a dissociação do estado molecular.

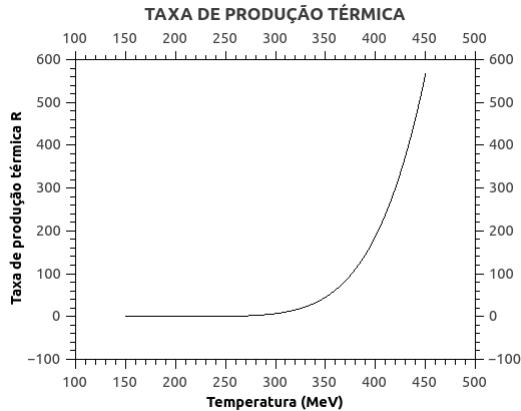


Figura 4.3: Taxa de produção térmica da $X(3872)$, $R_X[(\text{MeV})^4]$, da equação (4.36) em função da temperatura. O corte usado na integração sobre p_0 foi 4000 MeV; $g_{DD^*X} = 2500$ MeV; $\Gamma = 2,3$ MeV; $m_{D^0} = 1865$ MeV, $m_{D^{*0}} = 2007.0$ MeV e $m_X = 3870$ MeV.

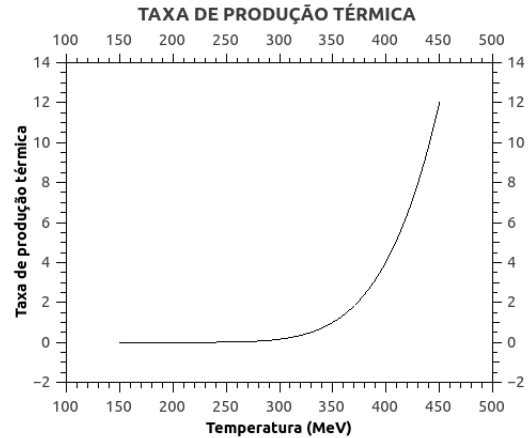


Figura 4.4: Taxa de produção térmica da $X(3872)$, $R_X[(\text{MeV})^4]$, da equação (4.36) em função da temperatura. O corte usado na integração sobre p_0 foi 3882 MeV; $g_{DD^*X} = 2500$ MeV; $\Gamma = 2,3$ MeV; $m_{D^0} = 1865$ MeV, $m_{D^{*0}} = 2007.0$ MeV e $m_X = 3870$ MeV.

Como dito, como o processo de produção da partícula $X(3872)$ se dá pela fusão dos mésons D^0 e \bar{D}^{*0} e seus respectivos antimésons, caso queiramos aumentar o limite superior de energia em p_0 , teríamos, ao menos, que incluir considerações dinâmicas da $X(3872)$, levando-nos ao estudo de outros processos físicos, como, por exemplo, os processos $D^0 + \bar{D}^{*0} \rightarrow X + \pi$, $D^0 + \bar{D}^{*0} \rightarrow X + \rho$, que serão descritos, evidentemente, por outras densidades de lagrangiana efetiva de interação. No entanto, se quiséssemos estimar um limite superior da energia, seria conveniente a inclusão de um fator de forma. Obteríamos, logo, o valor do limite superior da integração sobre p_0 a partir da qual qualquer acréscimo nessa energia não impactaria de maneira significativa no sistema em estudo.

Para o segundo caso, vale salientar que no nosso processo de fusão estamos considerando um cenário no qual o número de mésons D^0 e \bar{D}^{*0} e os seus antimésons são iguais. A região de temperatura de interesse é a região em que o estado ligado de mésons ainda não foi dissociado. Esse intervalo de temperatura, que denotaremos de intervalo de temperatura de dissociação, está entre os valores de $1,6T_c$ e $2,35T_c$, onde $T_c = 172\text{MeV}$ é a temperatura crítica de desconfinamento [39]. Como não existe um valor preciso da temperatura de dissociação do estado molecular de mésons charmosos, consideraremos, para efeito de análise e considerações físicas, apenas a taxa de produção do limite inferior do intervalo da temperatura de dissociação até o valor de temperatura de $\sim 400\text{MeV}$, ou $2,3T_c$. Acima deste valor, considerar-se-á que o estado molecular já está dissociado.

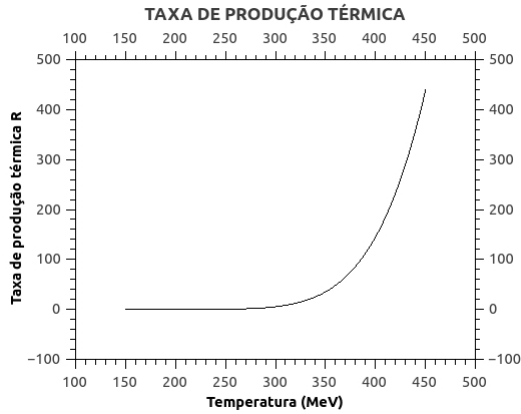


Figura 4.5: Taxa de produção térmica da X(3872), $R_X[(\text{MeV})^4]$, da equação (4.36) em função da temperatura. O corte usado na integração sobre p_0 foi 4000 MeV; $g_{DD^*X} = 2200$ MeV; $\Gamma = 2,3$ MeV; $m_{D^0} = 1865$ MeV, $m_{D^{*0}} = 2007.0$ MeV e $m_X = 3870$ MeV.

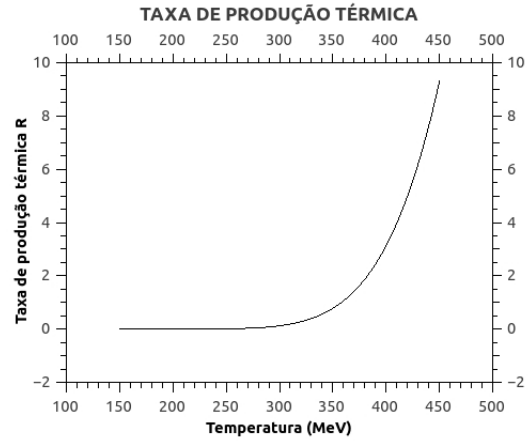


Figura 4.6: Taxa de produção térmica da X(3872), $R_X[(\text{MeV})^4]$, da equação (4.36) em função da temperatura. O corte usado na integração sobre p_0 foi 3882 MeV; $g_{DD^*X} = 2200$ MeV; $\Gamma = 2,3$ MeV; $m_{D^0} = 1865$ MeV, $m_{D^{*0}} = 2007.0$ MeV e $m_X = 3870$ MeV.

É conveniente, então, calcular os valores da taxa de produção térmica da partícula X(3872) para o limite inferior e superior da temperatura de dissociação considerada, isto é, os valores de R_X para $T \sim 275\text{MeV}$ (ou $T = 1,6T_c$) e R_X para $T \sim 400\text{MeV}$ (ou $T = 2,3T_c$), para cada valor da constante de acoplamento e para os limites superiores da integração sobre p_0 , que foram de 4000MeV e 3882 MeV, conforme segue na tabela 4.1⁴.

Pelas figuras 4.1 - 4.6 acima, verificamos que a taxa de produção cresce com o aumento de temperatura e diminui com a diminuição da constante de acoplamento e com a diminuição do limite superior a energia p_0 . No entanto, percebemos com a tabela 4.1, de maneira mais expressiva, que sempre existe produção térmica para a temperatura de dissociação de ~ 400 MeV, para os dois limites de integração, 4000 MeV e 3882 MeV, e, para todos os valores da constante de acoplamento.

Se a temperatura de dissociação for o limite inferior de ~ 275 MeV, só teremos produção térmica no caso em que o limite superior da energia é de 4000 MeV, apenas para os valores da constante de acoplamento de 3100 e 2500 MeV (figuras 4.1 e 4.3), com valores muito pequenos, 3,2 e 2,1 $(\text{MeV})^4$, respectivamente, conforme a tabela 4.1. Para a constante de acoplamento de 2200 MeV (figura 4.5) não temos taxa de produção na situação considerada.

Vemos, pois, que como temos um intervalo de temperatura de dissociação definida, a

⁴Na tabela 4.1, consideramos que a incerteza dos resultados está na casa dos décimos

única forma de termos aumento na taxa de produção térmica é a partir do aumento do limite superior na integração sobre a energia p_0 , mas como o estado exótico em estudo, sendo molécula mesônica, tem uma energia de ligação muito baixa, da ordem de 2 MeV, não podemos aumentar esse valor sem critérios. Aliado a estes fatos, a produção da X(3872) é obtida como um processo de fusão dos mésons charmosos, não viabilizando, para o presente caso, o estudo de seus aspectos dinâmicos, pois toda energia do processo de colisão é convertida em energia do estado molecular.

Taxa de produção térmica			
g_{XDD^*} (MeV)	Temp. dissociação (MeV)	Limite superior da energia em p_0 (MeV)	R_X (MeV) ⁴
3100	275	4000	3.2
3100	400	4000	287.3
3100	275	3882	0.0
3100	400	3882	6.1
2500	275	4000	2.1
2500	400	4000	186.8
2500	275	3882	0.0
2500	400	3882	4.0
2200	275	4000	0.0
2200	400	4000	144.7
2200	275	3882	0.0
2200	400	3882	3.1

Tabela 4.1: Produção térmica da partícula X(3872) para $T = 275$ MeV e $T = 400$ MeV, nos limites superiores em p_0 de, 4000 MeV e 3882 MeV, para todas as constantes de acoplamento utilizadas.

5 Conclusões e perspectivas

O estudo das propriedades exóticas da matéria fortemente interagente é um tema de grande relevância e interesse para a física de partículas na atualidade, especialmente devido às recentes descobertas de novos e controversos estados de hádrons que não conseguem ser interpretados a partir dos hádrons usuais, a saber, os bárions e os mésons. Assim, estuda-se, no contexto da QCD, as propriedades de hádrons "exóticos", quais sejam: estado tetraquark, estado híbrido, estado glueball e estado molecular.

Se a partícula X(3872) for um estado S fracamente ligado de mésons D^0 , \bar{D}^{*0} e seus respectivos anti-mésons, podemos identificar a partícula X(3872) como a superposição

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|D^0 \bar{D}^{*0}\rangle + |\bar{D}^0 D^{*0}\rangle),$$

especificando o seu estado. Temos assim, o número quântico $J^{PC} = 1^{++}$.

Foi estudado os efeitos hadrônicos sobre a produção da partícula X(3872) pautados em experimentos de colisões de íons pesados, onde, nestes, existe abundância dos mésons D^0 e \bar{D}^{*0} . Em nosso tratamento, particularizamos um processo de produção térmica da X(3872) a partir da fusão entre os mésons (e anti-mésons) supracitados.

Como a energia de ligação deste estado molecular é muito pequena, da ordem de 2 MeV, o limite superior da energia para o cálculo da taxa de produção térmica da partícula X(3872) foi restringida em dois valores, para efeitos de cálculo e análise, 4000 e 3882 MeV. Com esses limites verificamos uma variação ascendente da taxa de produção térmica que, além de viabilizar o já exposto no início desta conclusão, justifica o porquê do nosso estudo. No entanto, duas observações devem ser feitas:

- 1 - A partícula X foi gerada a partir de um processo de fusão dos mésons D^0 e \bar{D}^{*0} , o que inviabiliza a consideração de seus aspectos dinâmicos;
- 2 - Como em nossa proposta a partícula X(3872) é um estado molecular S fracamente ligado dos mésons D^0 e \bar{D}^{*0} , não podemos, a priori, considerar limites superiores muito elevados na integral da energia na equação (4.36), pois em energias muito elevadas a

molécula já estaria dissociada.

Temos, como perspectiva do trabalho, a análise de outros processos de produção térmica da partícula $X(3872)$, dentre os quais podemos destacar o processo $D^0 + \bar{D}^{*0} \rightarrow X + \pi$, no qual poderemos dar mais liberdade às duas observações feitas acima. Estendendo o estudado nesta dissertação, podemos partir para compreensão de outros hádrons exóticos, que têm sido descobertos nos colisores de altas energias, com propriedades ainda desconhecidas.

APÊNDICE A – Técnicas de Teoria de Campos

A.1 Representações de Heisenberg, Schrödinger e de Interação

Todos os resultados experimentais em mecânica quântica podem ser expressos em termos de elementos de matriz $\langle a|O|b\rangle$ de diferentes operadores O entre vários vetores de estado $|a\rangle$ e $|b\rangle$. Existem muitos caminhos para descrever a variação temporal dos elementos de matriz.

A.1.1 Representação de Heisenberg

Na representação de Heisenberg apenas os operadores variam no tempo. Todos os vetores de estado são independentes do tempo. Se denotarmos $O_H(t)$ e $|t\rangle_H$ como o operador $O(t)$ e o vetor de estado $|t\rangle$ na representação de Heisenberg, as equações que governam a dinâmica do sistema físico são:

$$[H_H, O_H(t)] = -i \frac{d}{dt} O_H(t) \quad (\text{A.1})$$

e

$$\frac{\partial}{\partial t} |t\rangle_H = 0 \quad (\text{A.2})$$

onde H_H é a Hamiltoniana na representação de Heisenberg.

A.1.2 Representação de Schrödinger

Na representação de Schrödinger apenas o vetor de estado é dependente do tempo e todos os operadores físicos são independentes do tempo. Seja $O_S(t)$ e $|t\rangle_S$ o operador e o vetor de estado, respectivamente, na representação de Schrödinger. As equações de movimento são

$$\frac{d}{dt}O_S(t) = 0 \quad (\text{A.3})$$

e

$$H_S|t\rangle_S = -\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial t}|t\rangle_S, \quad (\text{A.4})$$

onde H_S é a Hamiltoniana na representação de Schrödinger

A.1.3 Representação de Interação

Seja H_I a Hamiltoniana na representação de interação, no qual podemos decompor em

$$H_I = (H_0)_I + (H_{int})_I. \quad (\text{A.5})$$

Vamos denotar $O_I(t)$ e $|t\rangle_I$ como o operador e o vetor de estado na representação de interação, respectivamente. As equações de movimento são agora

$$[(H_0)_I, O_I(t)] = -i\frac{d}{dt}O_I(t), \quad (\text{A.6})$$

e

$$[H_{int}(t)]_I|t\rangle_I = -\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial t}|t\rangle_I. \quad (\text{A.7})$$

Até agora, a decomposição (A.5) foi arbitrária. Se $H_0 = 0$, então a representação de interação é idêntica à representação de Schrödinger; Se $H_{int} = 0$, temos a representação de interação idêntica à de Heisenberg.

A.2 Expansão perturbativa da função de correlação

Vamos tratar a teoria de perturbação dependente do tempo para campos interagentes. Este formalismo permitirá visualizar a série perturbativa no espaço-tempo e aplicá-lo ao cálculo da matriz de espalhamento. Por questão de comodidade, mas sem perda de generalidade da técnica a ser desenvolvida, vamos trabalhar no contexto da teoria $\lambda\phi^4$. Inicialmente vamos calcular a função de correlação ou função de Green de dois pontos na teoria acima aludida.

$$\langle \Omega | T\phi(x)\phi(y) | \Omega \rangle, \quad (\text{A.8})$$

A notação $|\Omega\rangle$ representa o estado fundamental da teoria interagente que geralmente difere do estado fundamental da teoria livre, denotada por $|0\rangle$. A função de correlação pode ser interpretada fisicamente como a amplitude de propagação de uma partícula entre dois pontos y e x do espaço-tempo. Na teoria livre a função de correlação de dois pontos é simplesmente o propagador de Feynman:

$$\langle 0 | T\phi(x)\phi(y) | 0 \rangle = D_F(x-y) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{i e^{ip \cdot (x-y)}}{p^2 - m^2 + i\epsilon} \quad (\text{A.9})$$

É nosso interesse conhecer como esta expressão muda para o caso de campos interagentes. Para alcançar este objetivo vamos escrever a hamiltoniana da teoria $\lambda\phi^4$ como

$$H = H_0 + H_{int} = H_{Klein-Gordon} + \int d^3x \frac{\lambda}{4!} \phi^4(\vec{x}). \quad (\text{A.10})$$

Queremos uma expressão da função de correlação de dois pontos (A.8) como uma série de potências de λ . A Hamiltoniana de interação H_{int} entra na equação (A.8) em dois lugares: primeiro, na definição do campo de Heisenberg,

$$\phi(x) = e^{iHt} \phi(\vec{x}) e^{-iHt}, \quad (\text{A.11})$$

e segundo, na definição de $|\Omega\rangle$. Nós vamos expressar $\phi(x)$ e $|\Omega\rangle$ em termos de quantidades que sabemos como manipular: operadores livres do campo e o vácuo da teoria livre $|0\rangle$. É mais fácil começar com $\phi(x)$. Em qualquer instante fixo t_0 , $\phi(x)$ pode ser expandida

em termos de operadores de criação e destruição:

$$\phi(t_0, \vec{x}) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_{\vec{p}}}} \left(a_{\vec{p}} e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}} + a_{\vec{p}}^\dagger e^{-i\vec{p}\cdot\vec{x}} \right).$$

Então, para obtermos ϕ para instantes de tempo $t \neq t_0$ deve-se mudar para a representação de Heisenberg usual:

$$\phi(t, \vec{x}) = e^{iH(t-t_0)} \phi(t_0, \vec{x}) e^{-iH(t-t_0)}.$$

Para $\lambda = 0$, $H \rightarrow H_0$, o que reduz $\phi(t, \vec{x})$ a

$$\phi(t, \vec{x})|_{\lambda=0} = e^{iH_0(t-t_0)} \phi(t_0, \vec{x}) e^{-iH_0(t-t_0)} \equiv \phi_I(t, \vec{x}). \quad (\text{A.12})$$

Quando λ é pequeno, essa expressão dará a parte mais importante da dependência temporal de $\phi(x)$ e, portanto, é conveniente dar a esta quantidade um nome: o campo na representação de interação, $\phi_I(t, \vec{x})$. Como H_0 pode ser diagonalizado, é simples construir ϕ_I explicitamente:

$$\phi_I(t, \vec{x}) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_{\vec{p}}}} \left(a_{\vec{p}} e^{-ip \cdot x} + a_{\vec{p}}^\dagger e^{ip \cdot x} \right) \Big|_{x^0=t-t_0}. \quad (\text{A.13})$$

que é semelhante à expressão do campo livre.

Agora devemos expressar o campo de Heisenberg completo ϕ em termos de ϕ_I . A equação (A.11) nos diz que:

$$\begin{aligned} \phi(t, \vec{x}) &= e^{iH\tau} \phi(t_0, \vec{x}) e^{-iH\tau} \\ &= e^{iH\tau} e^{-iH_0\tau} \left[e^{+iH_0\tau} \phi(t_0, \vec{x}) e^{-iH_0\tau} \right] e^{+iH_0\tau} e^{-iH\tau} \\ &= e^{iH\tau} e^{-iH_0\tau} \phi_I(t, \vec{x}) e^{+iH_0\tau} e^{-iH\tau}. \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

onde fizemos $\tau = t - t_0$. Definindo o *operador evolução temporal*

$$U(t, t_0) \equiv e^{+iH_0(t-t_0)} e^{-iH(t-t_0)} \quad (\text{A.15})$$

que evolui de um tempo t_0 até o tempo t , sendo um operador unitário. Então

$$\phi(t, \vec{x}) = U^\dagger(t, t_0) \phi_I(t, \vec{x}) U(t, t_0). \quad (\text{A.16})$$

Note que $U(t, t_0) \neq \exp\{i(H_0 - H)(t - t_0)\} = \exp\{-iH_{int}(t - t_0)\}$ porque H_0 e H_{int} não comutam e não podemos combinar as exponenciais por este caminho. No entanto, podemos observar que

$$\begin{aligned} i \frac{\partial}{\partial t} U(t, t_0) &= e^{iH_0(t-t_0)} (H - H_0) e^{-iH(t-t_0)} \\ &= e^{iH_0(t-t_0)} H_{int} \left[e^{-iH_0(t-t_0)} e^{iH_0(t-t_0)} \right] e^{-iH(t-t_0)} \\ &= \left[e^{iH_0(t-t_0)} H_{int} e^{-iH_0(t-t_0)} \right] \left[e^{iH_0(t-t_0)} e^{-iH(t-t_0)} \right] \\ &= H_I(t) U(t, t_0) \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

onde

$$\begin{aligned} H_I(t) &\equiv e^{iH_0(t-t_0)} (H_{int}) e^{-iH_0(t-t_0)} \\ &= e^{iH_0(t-t_0)} \left[\int d^3x \frac{\lambda}{4!} \phi^4 \right] e^{-iH_0(t-t_0)} \\ &= e^{iH_0(t-t_0)} \left\{ \int d^3x \frac{\lambda}{4!} \phi \left[e^{-iH_0(t-t_0)} e^{iH_0(t-t_0)} \right] \phi \right. \\ &\quad \left. \left[e^{-iH_0(t-t_0)} e^{iH_0(t-t_0)} \right] \phi \left[e^{-iH_0(t-t_0)} e^{iH_0(t-t_0)} \right] \phi \right\} \\ &\quad e^{-iH_0(t-t_0)} \\ &= \frac{\lambda}{4!} \int d^3x \left[e^{iH_0(t-t_0)} \phi e^{-iH_0(t-t_0)} \right] \left[e^{iH_0(t-t_0)} \phi e^{-iH_0(t-t_0)} \right] \\ &\quad \left[e^{iH_0(t-t_0)} \phi e^{-iH_0(t-t_0)} \right] \left[e^{iH_0(t-t_0)} \phi e^{-iH_0(t-t_0)} \right] \\ &= \int d^3x \frac{\lambda}{4!} \phi_I^4 \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

onde

- $H_I(t)$ é a hamiltoniana de interação na representação de interação.
- $U(t, t_0)$ é solução da equação diferencial (A.17) e deve ter uma solução do tipo $U \sim \exp[-i \int dt H_I(t)]$ expressando U em termos de ϕ_I com condição inicial $U(t_0, t_0) = \mathbf{1}$.

Fazendo as contas cuidadosamente, temos série em λ :

$$\begin{aligned}
U(t, t_0) = & \mathbf{1} + (-i) \int_{t_0}^t dt_1 H_I(t_1) + (-i)^2 \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 H_I(t_1) H_I(t_2) + \\
& + (-i)^3 \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \int_{t_0}^{t_2} dt_3 H_I(t_1) H_I(t_2) H_I(t_3) + \dots
\end{aligned} \tag{A.19}$$

A equação (A.17) é equivalente a uma equação integral. Para isso, integra-se ambos os membros desta equação em dt' , obtendo:

$$\begin{aligned}
i \int_{t_0}^t dt' \frac{\partial U(t', t_0)}{\partial t'} &= \int_{t_0}^t dt' H_I(t') U(t', t_0) \\
iU(t, t_0) - iU(t_0, t_0) &= \int_{t_0}^t dt' H_I(t') U(t', t_0) \\
U(t, t_0) &= U(t_0, t_0) + \frac{1}{i} \int_{t_0}^t dt' H_I(t') U(t', t_0) \\
\therefore U(t, t_0) &= \mathbf{1} - i \int_{t_0}^t dt' H_I(t') U(t', t_0).
\end{aligned} \tag{A.20}$$

Para obter a solução perturbativa (A.19) da equação diferencial (A.17), a partir da expressão anterior de $U(t, t_0)$, utilizamos o método iterativo. Dessa forma, procedemos da seguinte maneira:

$$U(t', t_0) = \mathbf{1} - i \int_{t_0}^{t'} dt'' H_I(t'') U(t'', t_0), \tag{A.21}$$

substituindo a equação (A.21) em (A.20), obtemos

$$\begin{aligned}
U(t, t_0) &= \mathbf{1} + (-i) \int_{t_0}^t dt' H_I(t') \left[\mathbf{1} - i \int_{t_0}^{t'} dt'' H_I(t'') U(t'', t_0) \right] \\
&= \mathbf{1} + (-i) \int_{t_0}^t dt' H_I(t') + (-i)^2 \int_{t_0}^t dt' \int_{t_0}^{t'} dt'' H_I(t') H_I(t'') U(t'', t_0)
\end{aligned} \tag{A.22}$$

onde $t > t' > t'' > \dots \geq 0$. Repetindo o procedimento iterativo tantas vezes quanto for

desejado, temos a expressão (A.19) para $U(t, t_0)$ na forma de uma série perturbativa, em potências de λ . A condição $U(t_0, t_0) = \mathbf{1}$ é claramente satisfeita. Para verificar que a solução na forma acima [equivalente à equação (A.19)] satisfaz a equação (A.17), basta diferenciá-la em relação ao tempo. Com efeito,

$$\begin{aligned} i \frac{\partial U(t, t_0)}{\partial t} &= i[(-i)H_I(t) + (-i)^2 H_I(t) \int_{t_0}^t dt_2 + \\ &\quad + (-i)^3 H_I(t) \int_{t_0}^t dt_2 \int_{t_0}^{t_2} dt_3 H_I(t_2) H_I(t_3) + \dots] \\ &= H_I(t) U(t, t_0). \end{aligned}$$

Note que os vários fatores de H_I em (A.19) encontram-se em *ordem temporal*, isto é, último à esquerda. Isso permite uma simplificação na expressão usando o símbolo de *ordenamento temporal* T . O termo H_I^2 , por exemplo, podemos escrever

$$\int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 H_I(t_1) H_I(t_2) = \frac{1}{2!} \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^t dt_2 T\{H_I(t_1) H_I(t_2)\}. \quad (\text{A.23})$$

Uma identidade similar vale para termos de ordem superior:

$$\int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \dots \int_{t_0}^{t_{n-1}} dt_n H_I(t_1) \dots H_I(t_n) = \frac{1}{n!} \int_{t_0}^t dt_1 \dots dt_n T\{H_I(t_1) \dots H_I(t_n)\}.$$

Utilizando esta identidade, podemos escrever $U(t, t_0)$ de uma forma extremamente compacta:

$$\begin{aligned} U(t, t_0) &= \mathbf{1} + (-i) \int_{t_0}^t dt_1 H_I(t_1) + \frac{(-i)^2}{2!} \int_{t_0}^t dt_1 dt_2 T\{H_I(t_1) H_I(t_2)\} + \dots \\ &\equiv T \left\{ \exp \left[-i \int_{t_0}^t dt' H_I(t') \right] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

O ordenamento temporal da exponencial de (A.24) é definido como sendo a série de Taylor com *cada termo ordenado temporalmente*. Na prática, quando os cálculos são

de fato realizados, apenas os primeiros termos da série são mantidos. A exponencial temporalmente ordenada é apenas uma forma compacta de escrever e lembrar a expressão correta.

Nós agora temos controle sobre $\phi(t, \vec{x})$; nós o escrevemos inteiramente em termos de ϕ_I , como desejado. Entretanto, é conveniente generalizar a expressão de U de modo a eliminar o instante de referência t_0 . A generalização é natural:

$$U(t, t') \equiv T \left\{ \exp \left[-i \int_{t'}^t dt'' H_I(t'') \right] \right\}. \quad (t \geq t') \quad (\text{A.25})$$

Muitas propriedades resultam desta definição.

Propriedades:

- $U(t, t')$ satisfaz a equação (A.17),

$$i \frac{\partial}{\partial t} U(t, t') = H_I(t) U(t, t')$$

em que $U(t', t') = \mathbf{1}$

- Podemos mostrar que

$$U(t, t') = e^{iH_0(t-t_0)} e^{-iH(t-t')} e^{-iH_0(t'-t_0)} \quad (\text{A.26})$$

- $U(t, t')$ é um operador unitário:

$$\begin{aligned} U^\dagger(t, t') U(t, t') &= \left[e^{iH_0(t'-t_0)} e^{iH(t-t')} e^{-iH_0(t-t_0)} \right] \\ &\quad \left[e^{iH_0(t-t_0)} e^{-iH(t-t')} e^{-iH_0(t'-t_0)} \right] \\ &= e^{iH_0(t'-t_0)} e^{iH(t-t')} \left[e^{-iH_0(t-t_0)} e^{iH_0(t-t_0)} \right] \\ &\quad e^{-iH(t-t')} e^{-iH_0(t'-t_0)} \\ &= e^{iH_0(t'-t_0)} \left[e^{iH(t-t')} \mathbf{1} e^{-iH(t-t')} \right] e^{-iH_0(t'-t_0)} \\ &= \left[e^{iH_0(t'-t_0)} \mathbf{1} e^{-iH_0(t'-t_0)} \right] \\ &= \mathbf{1} \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

- Finalmente, para $(t_1 \geq t_2 \geq t_3)$ temos:

$$\begin{aligned} U(t_1, t_2)U(t_2, t_3) &= U(t_1, t_3); \\ U(t_1, t_3)[U(t_2, t_3)]^\dagger &= U(t_1, t_2). \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

Agora nós podemos discutir $|\Omega\rangle$. $|\Omega\rangle$ é o estado fundamental de H e pode ser isolado pelo seguinte procedimento:

$$e^{-iHT} |0\rangle = \sum_n |n\rangle \langle n| e^{-iHT} |0\rangle = \sum_n e^{-iE_n T} |n\rangle \langle n|0\rangle$$

sendo E_n auto-valores de H . Vamos assumir que $|\Omega\rangle$ deva ter alguma superposição com $|0\rangle$, tal que, $\langle \Omega|0\rangle \neq 0$ (se este não fosse o caso, H_T , não poderia ser uma pequena perturbação). Então a série acima contém $|\Omega\rangle$, podendo ser escrita como

$$e^{-iHT} = e^{-iE_0 T} |\Omega\rangle \langle \Omega|0\rangle + \sum_{n \neq 0} e^{-iE_n T} |n\rangle \langle n|0\rangle,$$

onde $E_0 \equiv \langle \Omega|H|\Omega\rangle$. (O zero da energia será definido por $H_0|0\rangle = 0$). Já que $E_n > 0$ para todo $n \neq 0$, podemos nos livrar de todos os termos com $n \neq 0$ na série mandando T para infinito, numa direção ligeiramente complexa: $T \rightarrow \infty(1 - i\epsilon)$. Então, o fator exponencial

$$e^{-iE_n T}$$

vai a zero mais lentamente para $n = 0$ resultando em

$$|\Omega\rangle = \lim_{T \rightarrow \infty(1-i\epsilon)} \left(e^{-iE_0 T} \langle \Omega|0\rangle \right)^{-1} e^{-iHT} |0\rangle. \quad (\text{A.29})$$

Sendo T muito grande, pode-se deslocá-lo por uma constante pequena:

$$\begin{aligned} |\Omega\rangle &= \lim_{T \rightarrow \infty(1-i\epsilon)} \left(e^{-iE_0(T+t_0)} \langle \Omega|0\rangle \right)^{-1} e^{-iH(T+t_0)} |0\rangle \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty(1-i\epsilon)} \left(e^{-iE_0(t_0 - (-T))} \langle \Omega|0\rangle \right)^{-1} e^{-iH(t_0 - (-T))} e^{-iH_0(-T-t_0)} |0\rangle \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty(1-i\epsilon)} \left(e^{-iE_0(t_0 - (-T))} \langle \Omega|0\rangle \right)^{-1} U(t_0, -T) |0\rangle \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

na segunda e terceira linha da expressão acima usamos, respectivamente, os seguintes

fatos:

1. $H_0|0\rangle = 0$;
2. $U(t_0, t' = -T) = e^{iH_0(t_0-t_0)} e^{-iH(t_0-(-T))} e^{-iH_0(t_0-(-T))}$.

Ignorando o fator c-número na frente da expressão acima, ela diz que se pode obter $|\Omega\rangle$ simplesmente evoluindo $|0\rangle$ desde o instante $-T$ ao instante t_0 . Por procedimento semelhante, otêm-se $\langle\Omega|$:

$$\langle\Omega| = \lim_{T \rightarrow \infty(1-i\epsilon)} \langle 0|U(T, t_0) \left(e^{-iE_0(T-t_0)} \langle 0|\Omega \rangle \right)^{-1}. \quad (\text{A.31})$$

Pode-se agora colocar juntas as partes da função de correlação de dois pontos assumindo que $x^0 > y^0 > t_0$. Então

$$\begin{aligned} \langle\Omega| T\phi(x)\phi(y)|\Omega\rangle &= \lim_{T \rightarrow \infty(1-i\epsilon)} \left(e^{-iE_0(T-t_0)} \langle 0|\Omega \rangle \right)^{-1} \langle 0|U(T, t_0) \\ &\quad \times [U(x^0, t_0)]^\dagger \phi_I(x) U(x^0, t_0) [U(y^0, t_0)]^\dagger \phi_I(y) U(y^0, t_0) \\ &\quad \times U(t_0, -T)|0\rangle \left(e^{-iE_0(t_0-(-T))} \langle\Omega|0\rangle \right)^{-1} \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty(1-i\epsilon)} \left(|\langle 0|\Omega \rangle|^2 e^{-iE_0(2T)} \right)^{-1} \\ &\quad \times \langle 0|U(T, x^0)\phi_I(x)U(x^0, y^0)\phi_I(y)U(y^0, -T)|0\rangle. \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

Para retirar da expressão acima o fator que aparece na frente, define-se convenientemente a normalização do estado $|\Omega\rangle$

$$1 = \langle\Omega|\Omega\rangle = \left(|\langle 0|\Omega \rangle|^2 e^{-iE_0(2T)} \right)^{-1} \langle 0|U(T, t_0)U(t_0, -T)|0\rangle. \quad (\text{A.33})$$

Então, a função de correlação de dois pontos ($x^0 > y^0$), resulta

$$\langle \Omega | T\phi(x)\phi(y) | \Omega \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty(1-i\epsilon)} \frac{\langle 0 | U(T, x^0)\phi_I(x)U(x^0, y^0)\phi_I(y)U(y^0, -T) | 0 \rangle}{\langle 0 | U(T, -T) | 0 \rangle}.$$

Os campos, em ambos os lados da expressão acima, estão temporalmente ordenados (se $y^0 > x^0$, isso continuaria valendo). A expressão final, válida para qualquer x^0 e y^0 :

$$\langle \Omega | T\phi(x)\phi(y) | \Omega \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty(1-i\epsilon)} \frac{\langle 0 | T \{ \phi_I(x)\phi_I(y) \exp[-i \int_{-T}^T dt H_I(t)] \} | 0 \rangle}{\langle 0 | T \{ \exp[-i \int_{-T}^T dt H_I(t)] \} | 0 \rangle} \quad (\text{A.34})$$

A.3 Teorema de Wick

Com o resultado anterior, o cálculo de funções de correlação ficou reduzido à avaliação de expressões do tipo:

$$\langle 0 | T \{ \phi_I(x_1), \phi_I(x_2), \dots, \phi_I(x_n) \} | 0 \rangle,$$

a qual representa os valores esperado no vácuo de produtos temporalmente ordenados de um número finito (mas arbitrário) de operadores de campos livres. Para $n = 2$ essa expressão é justamente o propagador de Feynman. Para n grande pode-se estimá-la à força ou utilizando o Teorema de Wick.

Considere novamente o caso de dois campos, $\langle 0 | T \{ \phi_I(x_1), \phi_I(x_2) \} | 0 \rangle$. Ela já é conhecida e será utilizada para generalizar para um número arbitrário de campos. Para isto, primeiro decompomos $\phi_I(x)$ em partes de frequência positiva e negativa, respectivamente:

$$\phi_I(x) = \phi_I^+(x) + \phi_I^-(x), \quad (\text{A.35})$$

onde

$$\phi_I^+(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} a_p e^{-ip \cdot x}; \quad \phi_I^-(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} a_p^\dagger e^{+ip \cdot x}$$

sabemos que o produto dos campos ordenado temporalmente é dado pela seguinte expres-

são:

$$T\{\phi_I(x)\phi_I(y)\} \equiv \begin{cases} \phi_I(x)\phi_I(y) & \text{para } x^0 \geq y^0 \\ \phi_I(y)\phi_I(x) & \text{para } x^0 < y^0 \end{cases}$$

e o ordenamento normal do produto destes mesmos campos é dado por:

$$\begin{aligned} N(\phi_I(x)\phi_I(y)) &\equiv : \phi_I(x)\phi_I(y) : \\ &= \phi_I^+(x)\phi_I^+(y) + \phi_I^-(y)\phi_I^+(x) + \phi_I^-(x)\phi_I^+(y) + \phi_I^-(x)\phi_I^-(y) \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

a contração de Dyson - Wick entre os campos $\phi_I(x)$ e $\phi_I(y)$ é definido como

$$\overline{\phi_I(x)\phi_I(y)} \equiv T\{\phi_I(x)\phi_I(y)\} - N(\phi_I(x)\phi_I(y)) \quad (\text{A.37})$$

portanto

$$\overline{\phi_I(x)\phi_I(y)} \equiv \begin{cases} [\phi_I^+(x), \phi_I^-(y)] & \text{para } x^0 \geq y^0 \\ [\phi_I^+(y), \phi_I^-(x)] & \text{para } x^0 < y^0. \end{cases}$$

Esta quantidade é exatamente o propagador de Feynman.

$$\overline{\phi_I(x)\phi_I(y)} = D_F(x-y). \quad (\text{A.38})$$

A generalização para um número arbitrário de campos é:

$$\begin{aligned} T\{\phi_I(x_1)\phi_I(x_2)\dots\phi_I(x_n)\} &= N\{\phi_I(x_1)\phi_I(x_2)\dots\phi_I(x_n) \\ &\quad + \text{todas as contrações possíveis} \end{aligned} \quad (\text{A.39})$$

A.4 Matriz de espalhamento

A matriz de espalhamento S é simplesmente o operador de evolução temporal $U(t, t_0)$ no limite de t muito grande:

$$S \equiv \lim_{(t_0, t) \rightarrow (-\infty, \infty)} U(t, t_0). \quad (\text{A.40})$$

Este operador conecta vetores de estado no instante de tempo $t_0 = -\infty$ até $t \rightarrow \infty$. Qualquer problema de espalhamento pode ser descrito por uma transformação entre vetores de estado num instante inicial e final. A amplitude de espalhamento é dada pelos correspondentes elementos de matriz da matriz S .

$$\langle \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \dots | S | \mathbf{k}_A \mathbf{k}_B \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty (1-i\epsilon)} \langle \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \dots | e^{-iH(2T)} | \mathbf{k}_A \mathbf{k}_B \rangle. \quad (\text{A.41})$$

Caso as partículas não interajam, a matriz S é o operador identidade. Apesar disso, mesmo numa teoria de interações, existe uma probabilidade das partículas não se chocarem, por isso isola-se a parte interagente, definindo a matriz \mathbf{T} , da seguinte forma:

$$S = \mathbf{1} + i\mathbf{T}. \quad (\text{A.42})$$

Os elementos da matriz S devem refletir a conservação do momento quadridimensional, de forma tal que:

$$\langle \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \dots | i\mathbf{T} | \mathbf{k}_A \mathbf{k}_B \rangle = (2\pi)^4 \delta^{(4)} \left(k_A - k_B - \sum p_f \right) i\mathcal{M}(k_A, k_B \rightarrow p_f). \quad (\text{A.43})$$

Onde \mathcal{M} é matriz invariante.

Para computar o valor esperado da expressão (A.41) é conveniente substituir os estados de onda plana que são auto-estados de H pelas equivalente, na teoria não perturbada, que são auto-estados de H_0 . Procuraremos uma relação da forma:

$$| \mathbf{k}_A \mathbf{k}_B \rangle \propto \lim_{T \rightarrow \infty (1-i\epsilon)} e^{-iHT} | \mathbf{k}_A \mathbf{k}_B \rangle_0, \quad (\text{A.44})$$

onde omitimos fases desconhecidas e fatores de superposição. Aqui, é importante asseverar que achar tal relação não é uma tarefa simples, ao contrário, é um problema muito profundo. Está associado a uma das dificuldades fundamentais da teoria de campos: as interações afetam não apenas o espalhamento de partículas distintas, mas também a

forma dos próprios estados de partícula única. Exposto essa dificuldade, vamos usar o fato de que estados externos com partículas iniciais e finais bem separadas têm a energia mais baixa consistente com os valores pré-determinados de momentos não nulos.

Assumindo que a fórmula procurada (A.44) esteja justificada, o lado direito da equação (A.41) pode ser re-escrito como :

$$\begin{aligned} & \lim_{T \rightarrow \infty(1-i\epsilon)} {}_0 \langle \mathbf{p}_1 \dots \mathbf{p}_n | e^{-iH(2T)} | \mathbf{p}_A \mathbf{p}_B \rangle_0 \propto \\ & \lim_{T \rightarrow \infty(1-i\epsilon)} {}_0 \langle \mathbf{p}_1 \dots \mathbf{p}_n | T \left(\exp \left[-i \int_{-T}^T dt H_I(t) \right] \right) | \mathbf{p}_A \mathbf{p}_B \rangle_0. \end{aligned} \quad (\text{A.45})$$

A fórmula final para a parte não trivial da matriz S é dada por:

$$\begin{aligned} & {}_0 \langle \mathbf{p}_1 \dots \mathbf{p}_n | iT | \mathbf{p}_A \mathbf{p}_B \rangle_0 = \\ & \left(\lim_{T \rightarrow \infty(1-i\epsilon)} {}_0 \langle \mathbf{p}_1 \dots \mathbf{p}_n | T \left(\exp \left[-i \int_{-T}^T dt H_I(t) \right] \right) | \mathbf{p}_A \mathbf{p}_B \rangle_0 \right)_{\text{conexos, amputados}} \end{aligned} \quad (\text{A.46})$$

os termos "conexos" e "amputados" referem-se às restrições das classes de possíveis diagramas de Feynman.

APÊNDICE B – Cálculo da amplitude ao quadrado da matriz invariante

Obtivemos que a matriz invariante relativa à lagrangiana efetiva de interação

$$\mathcal{L}_I = g_{DD^*X} X^\mu (DD_\mu^{*\dagger} + D_\mu^* D^\dagger) \quad (\text{B.1})$$

é dada pela expressão

$$\mathcal{M}_{\lambda\lambda'} = -2g_{XDD^*} \epsilon_\mu^\lambda(p_2) \epsilon_{\lambda'}^{*\nu}(p_3). \quad (\text{B.2})$$

Nesta dissertação, assumimos que o estado quântico mecânico de X(3872) é dado por:

$$|X(3872)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|\bar{D}^0 D^{*0}\rangle + |D^0 \bar{D}^{*0}\rangle \right]. \quad (\text{B.3})$$

A amplitude ao quadrado da matriz de invariante é dado por:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \sum_{Pol} |\mathcal{M}_{\lambda\lambda'}|^2 &= \frac{1}{3} \sum_{\lambda, \lambda'=1}^3 |\mathcal{M}_{\lambda\lambda'}|^2 \\ &= \frac{2}{3} g_{XDD^*}^2 \sum_{\lambda, \lambda'=1}^3 \epsilon_\mu(p_2, \lambda) \epsilon^{*\nu}(p_3, \lambda') \\ &\quad \times \epsilon_{\nu}^*(p_2, \lambda) \epsilon^\mu(p_3, \lambda') \\ &= \frac{2}{3} g_{XDD^*}^2 \sum_{\lambda=1}^3 \epsilon_\mu(p_2, \lambda) \epsilon_{\nu}^*(p_2, \lambda) \sum_{\lambda'=1}^3 \epsilon^{*\nu}(p_3, \lambda') \epsilon^\mu(p_3, \lambda'). \quad (\text{B.4}) \end{aligned}$$

Então, temos que:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \sum_{Pol} |\mathcal{M}_{\lambda\lambda'}|^2 &= \left(g_{\mu\nu} - \frac{p_{2\mu} p_{2\nu}}{p_2^2} \right) \left(g^{\mu\nu} - \frac{p^{3\mu} p^{3\nu}}{p_3^2} \right) \\ &= \frac{2}{3} g^2_{XDD^*} \left(2 + \frac{(p_2 \cdot p_3)^2}{p_2^2 p_3^2} \right). \end{aligned} \quad (B.5)$$

sabemos que

$$\begin{aligned} p_2 \cdot p_3 &= p_2 \cdot (p_1 + p_2) \\ &= p_1 \cdot p_2 + p_2^2 = p_1 \cdot p_2 + m_{D^*0}^2 \end{aligned} \quad (B.6)$$

e

$$\begin{aligned} p_1 \cdot p_2 &= \frac{1}{2} (p_1 + p_2)^2 - \frac{1}{2} (p_1^2 - p_2^2) \\ &= \frac{1}{2} (p_3^2 - m_{D^*0}^2 - m_{D0}^2). \end{aligned} \quad (B.7)$$

Substituindo a equação (B.7) na equação (B.6), obtemos:

$$\begin{aligned} p_2 \cdot p_3 &= m_{D^*0}^2 + \frac{1}{2} (p_3^2 - m_{D^*0}^2 - m_{D0}^2) \\ &= \frac{1}{2} (p_3^2 + m_{D^*0}^2 - m_{D0}^2). \end{aligned} \quad (B.8)$$

Finalmente, substituindo (B.8) em (B.5), chegamos ao resultado desejado:

$$\frac{1}{3} \sum_{Pol} |\mathcal{M}_{\lambda\lambda'}|^2 = \frac{2}{3} g^2_{XDD^*} \left[2 + \frac{1}{4} \frac{(p_3^2 + m_{D^*0}^2 - m_{D0}^2)^2}{m_{D^*0}^2 p_3^2} \right] \quad (B.9)$$

Referências Bibliográficas

- [1] Belle Collaboration (S. -K. Choi *et al.*). Observation of a narrow charmonium-like state in exclusive $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^- J/\psi$ decays. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 262001 (2003) [arXiv:hep-ex/0309032].
- [2] CDFII Collaboration (D. Acosta *et al.*). Observation of the narrow state $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$ in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 072001 (2004) [arXiv:hep-ex/0312021].
- [3] D0 Collaboration (V. M. Abazov *et al.*). Observation and properties of the X(3872) decaying to $J/\psi \pi^+ \pi^-$ in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 162002 (2004) [arXiv:hep-ex/0405004].
- [4] Babar Collaboration (B. Aubert *et al.*). Study of the $B^- \rightarrow J/\psi K^- \pi^+ \pi^-$ decay and measurement of the $B^- \rightarrow X(3872) K^-$ branching fraction. *Phys. Rev. D*, **71**, 071103 (2005) [arXiv:hep-ex/0406022].
- [5] Belle Collaboration (S.-K. Choi *et al.*). Bounds on the width, mass difference and other properties of $X(3872) \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi$ decays. *Phys. Rev. D*, **84**, 052004 (2011).
- [6] Particle Data Group Collaboration (J. Beringer and *et al.*). Review of Particle Physics. *Phys. Rev. D*, **86**, 010001 (2012).
- [7] L. Maiani, F. Piccinini, A. D. Polosa, and V. Riquer. diquark-antidiquark states with hidden or open charm and the nature of X(3872). *Phys. Rev. D*, **71**, 014028 (2005) [arXiv:hep-ph/0412098].
- [8] M. Nielsen J.M. Richard R.D. Matheus, S. Narison. Can the X(3872) be a 1^{++} four-quark state. 2006 [arXiv:hep-ph/0608297].
- [9] F. E. Close and S. Godfrey. Charmonium hybrid production in exclusive B meson decays. *Phys. Lett. B*, **574**, 210 (2003) [arXiv:hep-ph/0305285].
- [10] B. A. Li. Is X(3872) a possible candidate of hybrid meson. *Phys. Lett. B*, **605**, 306 (2005) [arXiv:hep-ex/0410264].
- [11] B. S. Masaoki Kusunoki. Charm meson molecules and the X(3872). Doutorado, Ohio State university, 2005.
- [12] E. S. Swanson. Short range structure in the X(3872). *Phys. Lett. B*, **588**, 189 (2004) [arXiv:hep-ex/0311229].
- [13] Cheuk-Yin Wong. Molecular states of heavy quark mesons. *Phys. Rev. C*, **69**, 055202 (2004) [arXiv:hep-ex/0311088].

- [14] F. E. Close and P. R. Page. The $D^{*0}\bar{D}^0$ threshold resonance. *Phys. Lett. B*, **578**, 119 (2004) [arXiv:hep-ex/0309253].
- [15] N. A. Törnqvist. From the deuteron to deusons, an analysis of deuteronlike meson-meson bound states. *Z. Phys. C*, **61**, 525 (1994).
- [16] Xiang Liu, Bo Zhang, and Shi-Li Zhu. The hidden charm decay of X(3872), Y(3940) and final state interaction effects. *Phys. Lett. B*, **645**, 188 (2007) [arXiv:hep-ph/0610278].
- [17] Yubing Dong, Amand Faessler, Thomas Gutsche, Sergey Kovalenko, and Valery E. Lyubovitskij. X(3872) as a hadronic molecule and its decays to charmonium states and pions. *Phys. Rev. D*, **79**, 094013 (2009).
- [18] David Griffiths. *Introduction to Elementary Particles*. Wiley, 2004.
- [19] Antônio Fernando Ribeiro de Toledo Piza. *Mecânica Quântica*. Editora da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.
- [20] José Leite Lopes. *A Estrutura Quântica da Matéria. Do átomo pré-socrático às partículas elementares*. Editora UFRJ, Rio de Janeiro, 2005.
- [21] B. R. Martin and G. Shaw. *Particle Physics*. Wiley, third edition, 2008.
- [22] K. K. Seth. An alternative interpretation of X(3872). *Phys. Lett. B*, **612**, 1 (2005) [arXiv:hep-ph/0411122].
- [23] J. Vijande, F. Fernandez, and A. Valcarce. Describing non- $q\bar{q}$ candidates. *Int. J. Mod. Phys. A*, **20**, 702 (2005) [arXiv:hep-ph/0407136].
- [24] M. B. Voloshin and L. B. Okun. Molecular $\psi(4040)$. *JETP Lett.*, **23**, 333 (1976).
- [25] A. de Rujula, H. Georgi, and S. L. Glashow. Molecular charmonium: A new spectroscopy? *Phys. Rev. Lett.*, **38**, 317 (1977).
- [26] John Weinstein and Nathan Isgur. $K\bar{K}$ molecules. *Phys. Rev. D*, **41**, 2236 (1990).
- [27] D. G. Caldwell. Molecular $f_1(1420)$. *Mod. Phys. Lett.*, **A2**, 771 (1987).
- [28] R. S. Longacre. $E(1420)$ meson as a $KK^-\pi$ molecule. *Phys. Rev. D*, **42**, 874 (1990).
- [29] K. Dooley, E. S. Swanson, and T. Barnes. Molecular $f_J(1720)$. *Phys. Rev. Lett. B*, **275**, 478 (1992).
- [30] Belle Collaboration (S. K. Choi *et al.*). Properties of the X(3872). (2004) [arXiv:hep-ex/0405014].
- [31] Belle Collaboration (K. Abe *et al.*). Evidence for $X(3872) \rightarrow \gamma J/\psi$ and the sub-threshold decay $X(3872) \rightarrow \omega J/\psi$. (2005) [arXiv:hep-ex/0505037].
- [32] Eric S. Swanson. The new heavy mesons: A status report. *Physics Reports*, **429**, 243 (2006) [arXiv:hep-ex/0601110].
- [33] R. Aaij and *et. al.* Observation of X(3872) production in $\bar{p}p$ collisions at $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$. *Eur. Phys. J. C*, **72**, 1972 (2012).

- [34] Ted Barnes and Stephen Godfrey. Charmonium options for the $X(3872)$. *Phys. Rev. D*, **69**, 054008 (2004).
- [35] D. V. Bugg. $X(3872)$ and the 3941 MeV peak in $\omega j/\psi$. *Phys. Rev. D*, **71**, 016006 (2005).
- [36] Babar Collaboration (B. Aubert *et al.*). Study of resonances in exclusive B decays to $\bar{D}^* D^* K$. *Phys. Rev. D*, **77**, 011102 (2008).
- [37] Belle Collaboration (T. Aushev *et al.*). Study of the $B \rightarrow X(3872)(\rightarrow D^{*0} \bar{D}^0) K$ decay. *Phys. Rev. D*, **81**, 031103 (2010).
- [38] N. Bilic, J. Cleymans, I. Dadic, and D. Hislop. Gluon decay as a mechanism for strangeness production in a quark-gluon plasma. *Phys. Rev. C*, **52**, 401 (1995).
- [39] V.G. Bornyakov, R. Horsley, Y. Nakamura, M. I. Polikarpov, P. Rakow, and G. Schierholz. Finite temperature phase transition with two flavors of improved wilson fermions. [arXiv:hep-lat/1102.4461].