



Universidade Federal da Bahia
Instituto de Física
Programa de Pós-Graduação em Física

TESE DE DOUTORADO

**Análise de sistemas complexos não lineares por equações
diferenciais parciais e séries temporais**

Aureliano Sancho Souza Paiva

Salvador
Agosto - 2018

AURELIANO SANCHO SOUZA PAIVA

**ANÁLISE DE SISTEMAS COMPLEXOS NÃO LINEARES POR
EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS E SÉRIES TEMPORAIS**

Tese apresentada ao Instituto de Física da Universidade Federal da Bahia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Física. Área de concentração: Física Estatística.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Fernandes Silva Andrade

Salvador
Agosto - 2018

AURELIANO SANCHO SOUZA PAIVA

**ANÁLISE DE SISTEMAS COMPLEXOS NÃO
LINEARES POR EQUAÇÕES DIFERENCIAIS
PARCIAIS E SÉRIES TEMPORAIS**

Tese apresentada ao Instituto de Física da
Universidade Federal da Bahia, como parte
dos requisitos para a obtenção do título de
Doutor em Física. Área de concentração:
Física Estatística.

Salvador-Ba, Agosto de 2018:

Salvador
Agosto - 2018

Dedico esta tese a minha Mãe Janete e in memoriam ao Prof. e amigo Rafael Sousa Oliveira.

Agradecimentos

Agradeço a minha mãe Janete, por tudo que fez por mim.

Agradeço, em especial, ao Prof. Dr. Roberto Fernandes Silva Andrade, pela orientação no Mestrado e Doutorado. Por ter acreditado em mim e me incentivado a fazer parte do Doutorado fora do país. Agradeço a paciência, a disponibilidade para sanar minhas dúvidas, principalmente no período em que estive em Boston. E sou muito grato por tudo que aprendi durante nossas discussões.

Deixo registrado os meus agradecimentos a Rafael Sousa Oliveira, *in memoriam*.

Ao Prof. Dr. José Garcia Vivas Miranda por ter me apresentado ao Prof. C-K Peng, e principalmente por ter me confiado a tarefa de ser o primeiro aluno do grupo a ir para o *Center for Dynamical Biomarkers* (DBIOM).

À Prof. Dra. Maria das Graças pelo empenho para que eu conseguisse 12 meses de bolsa do Programa de Doutorado Sanduíche no Exterior (PDSE) da CAPES.

Ao Prof. Dr. C-K Peng por ter me recebido em Boston no *Center for Dynamical Biomarkers* (DBIOM), grupo de pesquisa que fica no *Beth Israel Deaconess Medical Center*, maior hospital da *Harvard Medical School - Harvard University*. E pela forma carinhosa, quase familiar, com que fui tratado durante esse um ano.

Ao MD. Andrew C Ahn pela paciência em tentar me entender nos primeiros meses, pela proposta de trabalho na área de fluidos e pela fácil disponibilidade.

Ao Brian J Gow por ter me ajudado em diversas situações com o problemas que eu encontrei no Matlab. Mas também preciso agradecer o carinho e a atenção que me foi dispensada pelos amigos chineses: Jiemei

Chen, Hsin-Jung Tsai, Wanqing Xie, Hui Xiong e Jane.

Aos colegas brasileiros do PDSE, hoje amigos, pelos passeios e longas conversas sobre os mais diversos temas. Agradeço aos amigos: Fernando, Carlos, Paulo, Marina, Érica, Ana Paula, Marcela, Alice, Janine, Ariane e Amanda.

Aos meus colegas de Doutorado pela amizade construída ao longo de muitos anos: Josenilton, Mariana, Alexsandro, Tércio, Elenilson e Caio Porto.

Aos amigos, de fora da academia, agradeço enormemente a todos e reservo o direito de não citar nomes por medo de cometer alguma injustiça ao esquecer alguém.

Aos funcionários do Instituto de Física.

A todos os membros do grupo de Física Estatística e Sistemas Complexos - FESC.

Agradeço à colaboração do Prof. Dr. Sérgio Henrique Albuquerque Lira (UFAL), Prof. Dr. José Soares de Andrade Júnior (UFC), Prof. Dr. Miguel Angelo Rivera Castro (UNIFACS) e do Prof. Dr. Ascânio Dias Araújo.

Agradeço à CAPES por ter financiado o curso de Doutorado e os 12 meses de doutorado sanduíche em Boston na Harvard University.

”Todas as famílias felizes se parecem, cada família infeliz é infeliz à sua maneira”

Anna Kariênina - Liev Tolstói

Resumo

Em sistemas hidrodinâmicos e em análise de séries temporais, os modelos evoluem para configurações que, em muitas situações, não possuem relação imediata com suas partes constitutivas ou são muito sensíveis às condições iniciais, o que os coloca entre os sistemas complexos. Nesta tese são apresentados trabalhos nestas duas áreas dos sistemas complexos: escoamento de fluidos e análise de séries temporais. Na parte de fluidos são realizados três estudos. Um estudo sobre a taxa de crescimento e número de dedos em uma célula de Hele-Shaw girante com velocidade constante, onde os resultados são comparados com o previsto em uma teoria de estabilidade linear, e também é discutido qualitativamente a ação da força de Coriolis e o desprendimento de gotas, (efeito *pinch off*). O segundo estudo consiste da investigação sobre a forma de invasão da água em um canal poroso preenchido inicialmente com óleo, em duas situações de injeção: uma com uma quantidade de água colocada em uma pequena região no início do canal e deslocada por uma injeção constante de óleo na parede da entrada e outra com a injeção constante de água em um canal inicialmente preenchido apenas com óleo. Ambos escoamentos foram feitos para $Re = 5$ e $Re = 460$. Neste estudo é utilizada a função de distribuição *Weibull* para caracterizar o processo de invasão. O terceiro trabalho é uma análise sobre o papel de forças elétricas na regulação da velocidade do fluxo sanguíneo em microvasos do sistema circulatório humano, considerando efeito de *eletrosmosis* e *streaming potential*. Os três trabalhos foram resolvidos com o auxílio do pacote de DFC Ansys-FLUENT que usa o método dos volumes finitos para resolver aproximadamente as equações de Navier-Stokes. A segunda parte da tese foi reservada para um estudo de séries temporais de índices de preços de energias renováveis e *crude oil* negociados em bolsas de valores. Aqui é discutida a correlação entre esses preços em uma janela temporal que contempla a crise do petróleo ocorrida em 2008, e a relação entre as séries é estudada utilizando o coeficiente *Detrended Cross-Correlation Analysis* (DCCA).

Palavras Chaves: Fluidos, DFC, Hele-Shaw, Meio poroso, Dispersão hidrodinâmica, Escoamento sanguíneo, Séries temporais.

Abstract

In hydrodynamic systems and time series analysis, the models may evolve in time towards patterns that do not have a clear relationship among the constituents of the system or are very sensitive to the initial conditions, which justify including them in the class of the complex systems. In this thesis we discuss research results related to these two areas of complex systems: fluid dynamics and time series analysis. In the part of the fluid, three distinct systems were analyzed: The first one considered the growth rate and number of fingers in a rotating Hele-Shaw cell with constant speed, where the results are compared with those predicted by the theory of linear stability, and the role of Coriolis force and the appearance of drops, (*pinch off* effect). The second work consists of a study about hydrodynamic in porous media, where the focus is targeted to the shape of water invading porous channel initially filled with oil under two different conditions: in the first one, a package of water is initially placed at in a small region at the beginning of the channel and displaced by a constant injection of oil in the inlet wall, in the second procedure, water is constantly injected in a canal initially filled only with oil. Both studies were carried out with $Re = 5$ and $Re = 460$, while the *Weibull* distribution was used to characterize the invasion process. The last work in this area is an analysis of the role of electric forces in the regulation of blood flow velocity in microvessels of the human circulatory system, under the influence of the electrosmosis effect and streaming potential. The three research projects made use of software ANSYS-FLUENT to solve the Navier-Stokes equations. The second part of the thesis was reserved for a time-series study of price indices of renewable energy and crude oil traded on stock exchanges. Here the correlation between these prices is discussed in a time window that contemplates the oil crisis that occurred in 2008, and the relation between the series is studied using the coefficient *Detrended Cross-Correlation Analysis* (DCCA).

Keywords: Fluids, CFD, Hele-Shaw, Porous media, Hydrodynamic dispersion, Blood flow, Time series.

SUMÁRIO

Capítulo 1—Introdução	1
1.1 Motivação e objetivos	1
1.2 Organização da tese	3
I Análise de sistemas complexos não lineares por equações diferenciais parciais	
Capítulo 2—Fluidos e meios porosos	7
2.1 Fluidodinâmica computacional	8
2.2 Propriedade dos fluidos	11
2.2.1 Escoamentos monofásico e bifásico	13
2.2.2 Tensão superficial	13
2.2.3 Equações básicas da hidrodinâmica	13
2.2.4 Conservação do momentum Linear	16
2.3 Tipos de escoamento	20
2.3.1 Escoamentos laminar e turbulento	20
2.4 Meios porosos	21
2.4.1 Porosidade	22
2.4.2 Permeabilidade	23
2.5 Lei de Darcy	23
Capítulo 3—Célula de Hele-Shaw radial girante e sem injeção	27
3.1 Forças no referencial não-inercial	30
3.2 Análise de estabilidade linear	31
3.3 Descrição do modelo	34
3.4 Resultados e discussões: Célula de Hele-Shaw radial girante e sem injeção	35
3.4.1 Regime de crescimento linear	39
3.4.2 Regime de crescimento não linear	45
Capítulo 4—Dispersão hidrodinâmica em meio poroso	49
4.1 Descrição do modelo	50
4.2 Dispersão hidrodinâmica	53
4.3 Resultados e discussões: Dispersão hidrodinâmica em meio poroso	54

4.3.1	Dispersão hidrodinâmica para $Re = 460$	55
4.3.1.1	Dispersão hidrodinâmica com injeção contínua de água .	55
4.3.1.2	Dispersão hidrodinâmica de um volume limitado de água	55
4.3.2	Dispersão hidrodinâmica para $Re = 5$	59
4.3.2.1	Dispersão hidrodinâmica com injeção contínua de água .	59
4.3.2.2	Dispersão hidrodinâmica de um volume limitado de água	61
4.3.3	Ajuste das curvas de dispersão utilizando a distribuição de Weibull	63
Capítulo 5—Efeito eletroviscoso em microvasos sanguíneos		71
5.1	Força eletrosmótica	78
5.2	Resultados e discussões: Efeito eletroviscoso em microcanais	81
5.3	Análise da velocidade do fluxo para diferentes campos elétricos	82
II Análise de séries temporais não-estacionárias		
Capítulo 6—Análise do coeficiente DCCA entre os preços de energias renováveis e combustível fóssil		93
6.1	Resultados e discussões: Análise do coeficiente DCCA entre os preços de energias renováveis e combustível fóssil	96
Capítulo 7—Conclusões e Perspectivas		101
Apêndice A—Scripts e UDF utilizados nos modelos		107
A.1	Script da utilizado para criar a célula de Hele-Shaw	107
A.2	Escoamento sanguíneo	109
	Script utilizado para criar o canal (vaso sanguíneo)	109
	UDF DEFINE_SOURCE que introduz o efeito de electrosmosis	110

LISTA DE FIGURAS

2.1	Exemplo de malha triangular com a representação de célula, nó e face.	9
2.2	Tensão de cisalhamento em um fluido.	12
2.3	Superfície arbitrária de um volume de controle.	17
2.4	Tensões normais e tangenciais na direção x sobre um elemento de fluido bidimensional.	18
2.5	Tensões normais e tangenciais na direção y sobre um elemento de fluido bidimensional.	19
2.6	Tipos de escoamento.	21
3.1	Representação da instabilidade de Saffman-Taylor.	27
3.2	Representação esquemática de uma recuperação secundária de petróleo, por meio de injeção de um outro fluido em um poço adjacente ao produtor.	28
3.3	Interface perturbada em células de Hele-Shaw radial sem rotação e com injeção no centro da célula a uma velocidade constante.	29
3.4	Representação no plano da célula das forças de Coriolis e centrífuga.	31
3.5	Célula de Hele-Shaw criada no <i>Design Modeler</i> (DM), <i>plugin</i> acoplado ao FLUENT.	34
3.6	Configuração inicial para uma região circular inicial não perturbada de raio $R_0 = 45mm$ e raio externo $R = 130mm$, onde, o fluido vermelho é o mais denso e mais viscoso.	35
3.7	Interface inicial com o círculo, perturbado com diferentes modos normais. Pontos gerados no <i>Design Modeler</i> do <i>ANYS Workbench</i>	36
3.8	Célula de Hele-Shaw radial com região circular central inicialmente perturbada.	36
3.9	Evolução temporal do modo $n = 4$. Nos instantes de tempo $t = 50.76s$ e $100.10s$, para um $Re \gg 1$	37
3.10	Análise do crescimento dos dedos para valores: maior, igual e menor ao da velocidade máxima de crescimento.	38
3.11	Crescimento dos dedos com uma perturbação inicial aleatória. Velocidade angular constante $\Omega = 21.06rad/s$	39
3.12	Análise da relação entre taxa de crescimento, velocidade que maximiza o crescimento e modos normais.	40
3.13	Curvas das taxas de crescimento e ajuste das curvas para os dedos que crescem no eixo X em ambos os sentidos.	41
3.14	Curvas das taxas de crescimento e ajuste das curvas para os dedos que crescem no eixo Y em ambos os sentidos.	42

3.15	Taxa de crescimento e ajuste da curva para a média do crescimento dos 4 dedos.	44
3.16	Taxa de crescimento e ajuste da curva para a média do crescimento dos 4 dedos, tomando apenas 7 pontos, entre a quinta e a décima primeira voltas.	44
3.17	Comparação entre as predições lineares e os resultados numéricos. A Figura (a) indica o comportamento de $\omega(\Omega, n)$ com respeito a n para uma velocidade constante $\Omega = 16,84rad/s$. O valor máximo de ω ocorre para $n = 12$. A Figura (b) ilustra a configuração final obtida por integração numérica. Contém 7 ramos emergentes do círculo original, mas 15 extremidades dos dedos.	46
3.18	Comparação entre as predições lineares e os resultados numéricos. A Figura (a) indica o comportamento de $\omega(\Omega, n)$ com respeito a n para uma velocidade constante $\Omega = 21.06rad/s$. O valor máximo de ω ocorre para $n = 15$. A Figura (b) ilustra a configuração final obtida por integração numérica. Contém 9 ramos emergentes do círculo original, mas 19 extremidades dos dedos.	46
3.19	Ejeção de gotas para $\Omega = 90rad/s$	47
4.1	Configuração da água durante o processo de injeção para $V = 0.005m/s$, $\phi = 0.61$ e canal em mm .: (a) Canal preenchido com óleo (vermelho) e um volume de água retangular (azul) antes da região porosa no instante $t = 0$, (b) representação de um volume limitado de água sendo deslocado por óleo e (c) é a representação da injeção contínua de água em um meio poroso inicialmente preenchido com óleo.	50
4.2	Essas distribuições possuem a mesma $\phi = 0.61$, mas cada imagem possui uma permeabilidade ligeiramente distinta resultante da diferente distribuição dos obstáculos.	51
4.3	Distribuição aleatória de obstáculos correspondendo a $\phi_a = 0.61$ (a), $\phi_b = 0.71$ (b), $\phi_c = 0.81$ (c) e $\phi_d = 0.91$ (d).	52
4.4	Representação da coluna que utilizamos para monitorar o comportamento do volume de água de água durante a injeção de óleo.	53
4.5	Mecanismos físicos de mistura mecânica em escala microscópica.	54
4.6	Padrões de dispersão da água no óleo em um processo de injeção constante de água. As imagens mostram as 4 porosidades, para a amostra 5 e em um mesmo instante de tempo $20s$, com $Re = 460$	55
4.7	Curvas de distribuição da água dentro da zona porosa em instantes diferentes. Imagem (a) ϕ_a e imagem (b) ϕ_b	56
4.8	Curvas de distribuição da água dentro da zona porosa em instantes diferentes. Imagem (a) ϕ_c e imagem (b) ϕ_d	56
4.9	Padrões de dispersão da água no óleo em um processo de deslocamento de um volume limitado de água por injeção de óleo. As imagens mostram as 4 porosidades, para a amostra 5 e em um mesmo instante de tempo $20s$, com $Re = 460$	56

4.10	Curvas de distribuição da água dentro da zona porosa em instantes diferentes. Imagem (a) ϕ_a e imagem (b) ϕ_b , para $Re=460$	57
4.11	Curvas de distribuição da água dentro da zona porosa em instantes diferentes. Imagem (a) ϕ_c e imagem (b) ϕ_d , para $Re=460$	58
4.12	A Fig. (a) mostra a <i>Skewness</i> e a Fig. (b) mostra a <i>Kurtosis</i> da dispersão de água em um canal poroso com $Re = 460$	58
4.13	Configuração da água durante o processo de injeção de água com velocidade constante $V = 0.005m/s$, $\phi = 0.61$ e amostra 5.	59
4.14	Os quadros acima mostram a forma como a água invade a região porosa nos canais com ϕ_a e ϕ_b e $Re = 5$	60
4.15	Os quadros acima mostram a forma como a água invade a região porosa nos canais com ϕ_c e ϕ_d e $Re = 5$	60
4.16	Padrões de dispersão da água no óleo em um processo de deslocamento de um volume limitado de água por injeção de óleo. As imagens mostram as 4 porosidades, para amostra 2 e em um mesmo instante de tempo 10s, com $Re = 5$	61
4.17	Os quadros acima mostram as curvas da distribuição volumétrica do volume limitado de água nos primeiros instantes após o volume limitado invadir completamente a região porosa.	61
4.18	Os quadros acima mostram as curvas da distribuição volumétrica do volume limitado de água nos primeiros instantes após o volume limitado invadir completamente a região porosa.	62
4.19	<i>Skewness</i> e <i>Kurtosis</i> para $Re = 5$	62
4.20	Curvas da distribuição do volume limitado de água para $Re = 460$. A Fig. (a) mostra o ajuste da curva de distribuição do volume limitado de água para ϕ_a após 20s de injeção. E a Fig. (b) mostra o ajuste da curva de distribuição do volume limitado de água para ϕ_a após 40s de injeção. . .	64
4.21	Padrões de dispersão da água no óleo em um processo de deslocamento de um volume limitado de água por injeção de óleo. A imagem (a) mostra a amostra 1 de ϕ_a e a imagem (b) mostra a amostra 6 de ϕ_b em tempos avançados de injeção, com $Re = 5$	64
4.22	Curvas da distribuição do volume limitado de água para $Re = 5$. A Fig. (a) mostra o ajuste da curva de distribuição do volume limitado de água para a ϕ_b após 13s de injeção. E a Fig. (b) mostra o ajuste da curva de distribuição do volume limitado de água para a ϕ_d após 16s de injeção. .	65
4.23	Frentes de invasão após o corte nas 4 porosidades para $Re = 460$	66
4.24	Ajuste da frente de invasão da água no escoamento com $Re = 460$ utilizando a parte decrescente da distribuição de Weibull. A Fig. (a) mostra o ajuste da curva de distribuição da frente de invasão da água para ϕ_b após 20s de injeção. E a Fig. (b) mostra o ajuste da curva de distribuição da frente de invasão da água para ϕ_c após 45s de injeção	67
4.25	Frentes de invasão após o corte nas 4 porosidades para $Re = 5$	68
4.26	Ajuste da frente de invasão da água no escoamento com $Re = 5$ utilizando a parte decrescente da função de distribuição Weibull.	69

5.1	Escala de aplicação de microfluidos na faixa de micrômetros. Em nosso modelo estudamos microvasos de até $20\mu m$	71
5.2	Ilustração esquemática do fluxo sanguíneo em uma microveia na proximidade da camada Glycocalyx.	73
5.3	Escoamento sanguíneo com <i>streaming potential</i> onde u é a velocidade do fluido e j é a densidade de corrente.	74
5.4	Efeito de eletrosmose. Figura esquemática que representa a diferença de potencial estabelecida entre duas regiões afastadas e o campo elétrico que é gerado da região positiva para a negativa.	75
5.5	Representação do acoplamento entre o <i>streaming potential</i> e o efeito de eletrosmose.	76
5.6	Fluxo em uma artéria bifurcada. (1) Regiões equipotenciais, A e B , (2) evento de despolarização em A , (3) aumento do fluxo sanguíneo induzido pela eletrosmose em A	77
5.7	Módulo da força elétrica em função do raio em um canal com $5\mu m$ de raio. O que mostra o comportamento da força, indo de zero no centro do canal ao seu valor máximo na parede lateral do canal.	80
5.8	Figura esquemática que mostra as regiões em que o vaso sanguíneo foi dividido. Essa figura foi retirada da referência [1] onde as paredes são deformáveis, em nosso modelo consideramos as paredes rígidas.	81
5.9	Ilustração do canal retangular com a indicação do seguintes elementos: entrada, saída, eixo de simetria e região porosa. Essa geometria é girada em relação ao eixo X . O canal com $2.5\mu m$ de raio e comprimento $20X$ maior que o seu diâmetro. A pressão na entrada é de $2.0 \times 10^4 Pa$ e se anula na saída.	82
5.10	A imagem (a) representa o módulo da força nas duas zonas do canal: força constante na EGL e dependente de r no <i>Lumen</i> . A imagem (b) mostra com maior detalhe como os círculos da região porosa estão distribuídos.	82
5.11	Perfil de velocidade para o canal com $5\mu m$ de diâmetro.	84
5.12	Perfil de velocidade para o canal com $7.5\mu m$ de diâmetro.	85
5.13	Perfil de velocidade para o canal com $10\mu m$ de diâmetro.	85
5.14	Comparação entre os perfis de velocidade para os 3 diâmetros utilizados para $E = 0V/m$ e $E = 0.043V/m$	86
5.15	Comparação entre os perfis de velocidade para $E = 0V/m$ e $E = 10V/m$ em um canal com $5\mu m$ de diâmetro.	87
5.16	Vetores da velocidade em uma zona entre as regiões EGL e Lumen, quando aplicado um campo elétrico de $10V/m$	88
5.17	Registro diário do índice S&P500, Janeiro de 1950 a Janeiro de 2014.	91
6.1	Análise do coeficiente σ_{DCCA} entre Wind, fonte de energia renovável, e o preço do WTI.	96
6.2	Análise do coeficiente σ_{DCCA} entre Erix, fonte de energia renovável, e o preço do WTI.	97

6.3	Análise do coeficiente σ_{DCCA} e comportamento das séries. entre as fontes de energia renováveis, Erix e SP.	97
6.4	Análise do coeficiente σ_{DCCA} e comportamento das séries, Solar and Wind.	98

1.1 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS

Um sistema complexo pode ser definido como um conjunto de elementos que evoluem para configurações que não possuem relação direta com suas partes constitutivas e os padrões emergentes decorrem da relação não linear entre as partes. A forma como esses sistemas evoluem está diretamente relacionada às propriedades de seus elementos, mas também às condições iniciais. Como exemplo de sistemas complexos, dentre muitas áreas, podemos citar: os sistemas, altamente sensíveis às condições iniciais, encontrados em sistemas hidrodinâmicos, a complexidade encontrada em batimentos cardíacos de pessoas saudáveis [2], os padrões encontrados nos fractais, modelos de redes neurais, etc.

Os fenômenos hidrodinâmicos, um tema clássico da mecânica, são vistos hoje sob a perspectiva de sistemas dependentes das condições iniciais e das interações entre suas partes microscópicas. Ao considerarmos também os fatores externos a dinâmica desenvolvida em um escoamento pode tomar caminhos inesperados, como em um sistema complexo. Este comportamento pode ser visto em fluxos em lençóis freáticos, deslocamento de grandes massas de ar, tempestades, escoamentos com reações químicas, recuperação secundária de petróleo, entre outros exemplos. Nesta tese trataremos de diferentes problemas em fluidodinâmica, que quando somadas suas particularidades teremos transitado entre algumas das principais linhas de estudo em escoamento de fluidos, pois trabalhamos com: escoamento monofásico, escoamento bifásico, meio poroso, baixos e altos números de Re , diferentes configurações de propriedades dos fluidos, escoamentos governados por diferença de pressão, injeção a velocidade constante, interações elétricas entre o fluido e um campo externo e efeitos rotacionais.

Quando um fluido invade uma região preenchida com outro fluido mais viscoso, como é o caso da recuperação secundária de petróleo, a interface entre os fluidos perde a estabilidade e padrões complexos surgem, criando dedos viscosos que invadem o fluido mais viscoso trilhando caminhos preferenciais para o escoamento. Estes dedos prolongam-se, sofrem bifurcações e podem se quebrar em pequenas gotas. Dessa forma, os padrões de escoamento que dependem das viscosidades, densidades e tensão superficial se tornam muito difíceis de serem determinados.

Se o escoamento ocorrer num meio poroso permeável com canais muito estreitos, como em uma rocha reservatório, o caminho traçado pelo fluido invasor passa agora a ser influenciado também pela matriz porosa: porosidade, permeabilidade, molhabilidade, etc. Estudar a dinâmica de formação dos dedos viscosos em escoamentos multifásicos ajuda a melhorar as técnicas de recuperação de petróleo com o uso de um fluido invasor, crescimento de cristais, crescimento de bactérias, etc.

Nesta tese, utilizamos um software de simulação numérica para estudar, uma célula de Hele-Shaw, analisamos qualitativamente e quantitativamente o número de dedos, cresci-

mento, ramificações e desprendimento de gotas para configurações onde a região circular inicial foi inicialmente perturbada, tanto no regime fracamente linear quanto no regime não linear.

Quando um fluido invade uma região porosa, em que os canais não são muito estreitos ou a diferença de viscosidade não é muito grande, a forma como ele se espalha também depende da estrutura porosa assim como das propriedades dos fluidos e das condições iniciais. A difusão hidrodinâmica de um fluido em um meio poroso ocorre em lençóis freáticos, processo de fertilização de solos, processos de filtragem, etc. E apesar de muito já ser entendido sobre este processo, existem ainda questões sobre o quanto a distribuição de um fluido que se dispersa em outro, embebidos em uma região porosa, é influenciada pela porosidade e permeabilidade da matriz porosa, baixo número de Reynolds, tensão superficial e se essas variáveis levam a uma modelagem da dispersão utilizando novas funções matemáticas. Pensando nisso, analisamos como uma quantidade de água se espalha dentro de uma região porosa preenchida com óleo, para diferentes porosidades e permeabilidades, em um regime de escoamento com baixo número de Reynolds e modelamos as curvas de dispersão utilizando a função Weibull.

Em alguns tipos de escoamento as propriedades elétricas dos fluidos ou da região por onde ele escoar também influenciam no regime de escoamento. Nessa linha de raciocínio o escoamento anteriormente influenciado pelas propriedades dos fluidos, características do meio poroso e das condições iniciais, está agora também sujeito a forças elétricas. Por exemplo, em um fluxo sanguíneo o sangue escoar em canais, veias de diferentes diâmetros, por diferença de pressão causada pelos pulsos do bombeamento gerado pelo coração. No entanto, as veias possuem, próximo a parede interna, uma camada de pequenos cílios, carregada negativamente, que se movem como em um movimento browniano.

O potencial elétrico negativo presente nesta camada interage com as cargas do sangue, que é neutro, fazendo com que as cargas positivas sejam atraídas pelos cílios dessa camada, freando o escoamento nessa região próxima a parede. Em contrapartida, o movimento de cargas cria um potencial elétrico de transmissão dentro do fluido e em sentido contrário ao escoamento. O efeito de atração das partículas positivas pela região porosa gera um efeito elétrico viscoso que reduz a velocidade do sangue próximo a parede. A importância e a função dessa camada ainda não estão totalmente claras para os pesquisadores e o trabalho de investigação em seres vivos é muito difícil devido a espessura dos microvasos, entre $5\mu\text{m}$ e $20\mu\text{m}$.

O uso de modelos numéricos, principalmente em Dinâmica dos Fluidos Computacional (DFC), tornou-se comum no estudo de escoamento em microcanais não só na medicina mas também na engenharia, como no processo de dissipação de calor em processadores. Para modelar esta situação que aparece em diversos sistemas, construímos um canal cilíndrico com uma região porosa próxima a parede e injetamos um fluido, por diferença de pressão, com as mesmas propriedades do sangue em um regime de escoamento laminar e incluímos uma força elétrica contrária ao movimento que depende do potencial aplicado na parede e da distância que o ponto está da parede, onde o potencial tem o valor mais alto. Assim, estudamos a influência da região porosa no escoamento, a mudança na velocidade na presença dessa força elétrica e o fluxo reverso na região porosa.

O estudo de sistemas complexos inclui, cada vez mais, a análise de grandes bases de

dados. Com efeito, registrar informações para usá-las como forma de se preparar para futuros eventos é algo feito pelo homem desde os primórdios, como tentar lembrar a periodicidade das chuvas ou de secas. Com o advento do computador e o aumento da capacidade de armazenamento e processamento de informações, tornou-se possível guardar e analisar dados de índices pluviométricos diários para intervalos de décadas ou registrar o nível de rios diariamente por diversos anos, evoluindo ao ponto de sermos capazes de medir e armazenar batimentos cardíacos espaçados por instantes muito pequenos, durante horas.

Conhecer o comportamento de alguns fenômenos em uma escala temporal maior é extremamente útil para antecipar ações que possam minimizar perdas, identificar características de determinadas doenças cardíacas ou tentar entender o que acontece com o preço de commodities quando o preço do combustível cai.

A análise de séries temporais pode ser feita para uma única série investigando como informações passadas podem ajudar a prever eventos futuros ou cruzando duas séries com o intuito de investigar se uma exerce influência na outra. Essa segunda metodologia é muito comum na área de análise financeira e nós utilizamos os dados de índices de preços para fontes de energias renováveis e petróleo para investigar, por meio do coeficiente DCCA, a correlação entre fontes de energias renováveis e não renováveis em um período que engloba a crise do petróleo de 2008. O questionamento sobre uma possível relação entre os dois tipos de energia ganha ainda mais relevância com o fato de que esses dados não devem, a princípio, ter nenhuma correlação.

Por fim, a tese aqui apresentada utiliza diferentes métodos de análise: escoamento bifásico em meio poroso, célula de Hele-Shaw girante e escoamento monofásico com interações elétricas. Para estudar sistemas complexos oriundos da hidrodinâmica. Em outra linha faz a análise de registros de informações financeiras utilizando índices de preços diários.

1.2 ORGANIZAÇÃO DA TESE

O restante da tese é organizada da seguinte forma:

A Parte I, onde discutimos os trabalhos de dinâmica dos fluidos, é formada pelos Capítulos 2,3,4 e 5. No Capítulo 2 é feita uma discussão sobre as propriedades dos fluidos, tipos de escoamento, equações que governam o fluxo e as principais características do meio poroso.

No Capítulo 3, é descrito o modelo da célula de Hele-Shaw radial girante e sem injeção, são mostradas as equações que descrevem o fenômeno e apresentado os resultados.

No Capítulo 4, são mostradas configurações porosas utilizadas no estudo da dispersão hidrodinâmica em meio poroso, as equações que modelam a difusão hidrodinâmica em meio poroso e discutido os resultados.

No Capítulo 5 apresentamos a hipótese da relação entre fluxo sanguíneo e fenômenos elétricos na análise efeito eletroviscoso em microvasos sanguíneos, descrevemos o modelo proposto e analisamos os resultados.

A Parte II da tese, onde são tratados os problemas envolvendo dados de séries temporais, é formada pelos Capítulos 6 e 7. No Capítulo 6 fazemos a análise do coeficiente

DCCA entre os preços de energias renováveis e combustível fóssil, discutimos a ferramenta utilizada para tratar os dados e discutimos os resultados.

No Capítulo 7, fazemos as considerações finais e as perspectivas para os trabalhos.

PARTE I

**ANÁLISE DE SISTEMAS
COMPLEXOS NÃO LINEARES POR
EQUAÇÕES DIFERENCIAIS
PARCIAIS**

CAPÍTULO 2

FLUIDOS E MEIOS POROSOS

Com os avanços tecnológicos, os cientistas passaram a contar com meios de resolver problemas que nem mesmo podiam ser cogitados em tempos passados, ou que ainda não são possíveis ou facilmente reproduzíveis em laboratórios, por diversos motivos. Em alguns ramos da engenharia essa solução passa pela construção de equipamentos complexos e de alto custo. Sendo assim, hoje em dia o caminho natural é o de criar modelos simplificados que representem o problema, o que pode ser visto na indústria automobilística. Antes de ir para a linha de produção, os engenheiros constroem um modelo computacional do carro e simulam as condições para diferentes situações, somente após todas as características, aerodinâmicas, mecânicas, elétricas, etc., estiverem de acordo com o previsto é que se passa para a próxima fase, que é a de construção, o que reduz muito o custo. Poderíamos falar também do separador de fases muito utilizado na indústria do petróleo para separar água, gás e óleo. Se formos ao laboratório construir o separador antes de checar se a configuração e as dimensões escolhidas farão o equipamento funcionar, serão necessárias várias intervenções em um protótipo e conseqüentemente um processo mais demorado e mais custoso.

A saída encontrada pelos cientistas foi criar modelos computacionais onde utiliza-se as mesmas propriedades dos materiais sólidos e fluidos, mesmas dimensões, podendo-se escolher as condições iniciais e de contorno, bem como analisar o comportamento do modelo durante certo intervalo de tempo, estratégia esta que é muito mais barata e rápida.

Problemas que envolvem escoamento de fluidos exigem um maior trabalho, pois as equações que descrevem o movimento de um fluido são bastante complexas e um bom modelo resolve essas equações milhões de vezes a cada iteração, o que conseqüentemente implica em um custo computacional muito grande. Existem no mercado alguns softwares que realizam a tarefa de resolver numericamente as equações básicas da hidrodinâmica¹.

Neste trabalho nós utilizamos o ANSY Workbench, que possui plugins para diferentes áreas, tais como: eletrodinâmica, análise estrutural, mecânica, escoamento de fluidos, etc. Dentro do pacote ANSYS Workbench o ANSYS FLUENT é a ferramenta de Dinâmica de Fluidos Computacional que foi utilizada nesta tese de doutorado. O FLUENT possui um conjunto de aplicativos que fazem parte do processo de criação do modelo. Logo de início encontramos o DM (Design Modeler) um software de plataforma CAD (*Computer-aided design*) onde o domínio é construído. Uma vez criado o modelo, o arquivo é exportado para o MESH, um software de discretização onde o domínio é dividido em células e nós, e por fim o modelo discretizado é exportado para o FLUENT onde é feito o processamento e o pós-processamento.

¹Comsol, OpenFlow, Autodesk CFD, etc.

2.1 FLUIDODINÂMICA COMPUTACIONAL

Em qualquer problema envolvendo escoamento de fluidos, o ANSYS FLUENT resolve as equações de conservação da massa e do momento. A equação da conservação da massa, ou equação da continuidade, pode ser escrita com segue:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = S_m. \quad (2.1)$$

Nesta equação, que é válida tanto para fluidos compressíveis como para fluidos incompressíveis, ρ é a densidade do fluido, v a velocidade e o termo S_m é o fluxo de massa adicionado à fase contínua a partir de uma segunda fase dispersa. Por outro lado, a equação para a conservação do momento num referencial inercial é

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla P + \nabla \cdot (\bar{\tau}) + \rho \vec{g} + \vec{F}, \quad (2.2)$$

onde P é a pressão, $\bar{\tau}$ é o tensor de tensão, $\rho \vec{g}$ é a força gravitacional no corpo e \vec{F} é a força externa que atua no corpo. A forma do tensor $\bar{\tau}$ é dada por

$$\bar{\tau} = \mu[(\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{v} I], \quad (2.3)$$

onde μ é a viscosidade molecular, I é o tensor unitário e o segundo termo no lado direito é o efeito do volume de dilatação.

Como para um fluido incompressível ρ não é função do tempo, em um fluxo na escala de segmentos de poros, a equações da continuidade é escrita da seguinte forma

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0. \quad (2.4)$$

Assim, desprezando as forças externas, e usando a condição de não deslizamento (que impõe $v=0$ nas paredes sólidas do domínio), na equação da continuidade e nas equações (2.2) e (2.3), temos que a equação de conservação do momento em um referencial inercial se reduz à equação de Navier-Stokes

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{v}. \quad (2.5)$$

Basicamente o FLUENT resolve aproximadamente, via fluidodinâmica computacional, uma equação de transporte. A equação de transporte escrita para uma variável genérica de interesse é,

$$\varsigma(\phi) = \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \phi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j}) + S^\phi = 0 \quad (2.6)$$

onde, $\phi = \{u, v, w, T, k \dots\}$. Para resolver esta equação o software utiliza o Método dos Volumes Finitos (MVF). A opção por usar essa abordagem deve-se ao fato de que esta metodologia é fisicamente consistente, pois garante a conservação das variáveis de interesse. No nível discreto, o que se faz é resolver uma equação de balanço para as

quantidades envolvidas. O procedimento envolve considerar cada elemento de volume e analisar o fluxo de massa em cada face, o que leva a

$$\dot{m}_{face_1}\phi_{face_1} + \dot{m}_{face_2}\phi_{face_2} - \dot{m}_{face_3}\phi_{face_3} - \dot{m}_{face_4}\phi_{face_4} = \frac{\Delta}{\Delta t}(m\phi)_P. \quad (2.7)$$

Entretanto, o processo de refinar a malha leva a tornar um quadrado ou um retângulo próximo a um ponto, ou seja, é equivalente a sair do discreto e ir para o contínuo. Dessa forma, mesmo que os resultados obtidos com uma malha grosseira não sejam corretos, no entanto, as variáveis de interesse físico serão conservadas e MVF permite que a física seja respeitada em volumes discretos.

O FLUENT utiliza o Método Cell Center onde o volume de controle é escolhido de forma a coincidir com o tamanho do elemento (célula = elemento) e as grandezas de interesse são guardadas no centro da célula Fig. 2.1.

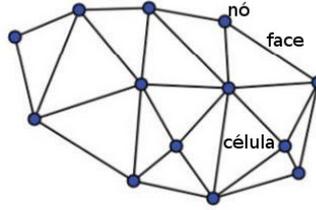


Figura 2.1 Exemplo de malha triangular com a representação de célula, nó e face.

O objetivo do MVF é integrar a equação de conservação no volume de controle,

$$\int_V \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV + \oint \rho \phi \vec{v} \cdot d\vec{A} = \oint \Gamma_\phi \nabla \phi \cdot d\vec{A} + \int_V S_\phi dV \quad (2.8)$$

onde, \vec{A} representa a área do vetor superfície, Γ_ϕ o coeficiente de difusão de ϕ , $\nabla \phi$ o gradiente de ϕ e S_ϕ é o termo fonte de ϕ por unidade de volume. A integração da equação de conservação leva a,

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} V + \sum_{N_{faces}}^f \rho_f \vec{v}_f \phi_f \cdot \vec{A}_f = \sum_{N_{faces}}^f \Gamma_\phi \nabla \phi_f \cdot \vec{A}_f + S_\phi V \quad (2.9)$$

onde, N_{faces} é número de faces da célula, ϕ_f o valor de ϕ na face, $\rho_f \vec{v}_f \phi_f \cdot \vec{A}_f$ o fluxo de massa através da face, \vec{A}_f a área da face, $\nabla \phi_f$ o gradiente de ϕ na face e V é o volume da célula.

Primeiramente é necessário encontrar os valores de ϕ nas diversas faces do volume, e os softwares de CFD possuem diferentes estratégias para determinar esses valores. São baseadas em funções de interpolação, responsáveis por introduzir os erros de truncamento nas soluções. A escolha das funções de interpolação é algo central no MVF pois isto está relacionado com a acurácia de sua solução. As funções de interpolação é que especificam, da melhor forma possível, como é a física entre os pontos nodais.

Para encontrar o ϕ_f existem os seguintes métodos, First Order Upwind, Second Order Upwind, Central Differencing Scheme, Power Law e MUSCL. E para encontrar o $\nabla \phi_f$

os métodos de construção do gradiente são: Green-Gauss cell-based, Green-Gauss node-based e Least Square cell-based².

Com os valores de ϕ e do gradiente de ϕ em cada face, podemos montar um sistema final de equações,

$$A_p\phi_p = \Sigma A_{nb}\phi_{nb} + B \quad (2.10)$$

onde, p é o centro da célula e nb refere-se ao gradiente de ϕ do centro de uma célula até o centro de outra célula. Por outro lado, na interpolação temporal resolve-se em cada passo de tempo a equação geral e encontra-se os valores das variáveis de interesse em todo o domínio

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} = F(\phi), \quad (2.11)$$

essa interpolação pode ser de primeira ou de segunda ordem em três modos de formulação: totalmente implícita, implícita e explícita³.

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = F(\phi) \quad (2.12)$$

$$\frac{3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1}}{2\Delta t} = F(\phi). \quad (2.13)$$

Uma vez sabendo a forma como o programa vai tratar a evolução das grandezas no tempo e a maneira de calcular ϕ na face e o gradiente de ϕ na face, para cada passo de tempo o programa resolve a equação geral para as grandezas de interesse e isso pode ser feito de forma simultânea (acoplada) ou segregada.

Resolver simultaneamente implica em ter um único sistema de equações onde os valores das variáveis são encontrados de uma só vez, enquanto que no modo segregado cada variável tem seu sistema de equações. No modo segregado é necessário um algoritmo que acople a velocidade com a pressão (Pressure-Based) onde a equação da continuidade é usada para encontrar a pressão. Aqui o FLUENT usa os seguintes algoritmos para o caso segregado de um escoamento incompressível (SIMPLE, SIMPLEC e PISO), onde basicamente esses algoritmos escolhem com algum grau de precisão um valor para a pressão e testam se este gera velocidades que conservem a massa. Caso a escolha dê origem a um erro, este processo se repete até que seja encontrado um valor consistente para a velocidade.

Como mencionado no Seção 1.1, durante o trabalho de doutorado nós desenvolvemos três trabalhos na área de Dinâmica dos Fluidos Computacional que foram modelados utilizando o ANSYS FLUENT. Um modelo bifásico de dispersão hidrodinâmica em canais com diferentes permeabilidades e porosidades, uma célula de Hele-Shaw girante com controle sobre a perturbação inicial da região circular inicial onde estudamos o crescimento

²Esses metodos são discutidos detalhadamente no Guia Teórico do FLUENT.

³ A formulação explícita é a usada em escoamentos bifásicos onde a convergência depende do adimensional Courant–Friedrichs–Lewy (CFL) ou Número de Courant. O número de Courant é a condição necessária a convergência quando se resolve equações diferenciais parciais numericamente.

dos fingers e um escoamento monofásico de sangue governado por diferença de pressão em um microcanal. Neste último caso levamos em conta o efeito de *streaming potential*, um potencial elétrico na parede lateral do cilindro e uma pequena região porosa interna próxima à parede, modelada por pequenos círculos. Estes modelos, bem como, seus resultados são descritos nos capítulos 3, 4 e 5.

O trabalho com fluidos e meios porosos necessita, *a priori*, de uma discussão sobre seus conceitos fundamentais, pois está claro que mudanças nas características dos fluidos acarretam em alterações no regime de escoamento. Como exemplo, o escoamento de mel num reservatório é bem mais lento que o de água no mesmo reservatório e o tempo de filtragem de água em um filtro de papel é diferente da filtragem em um filtro de barro. Assim, torna-se necessário definir certas propriedades para quantificar estas diferenças. Neste capítulo, fazemos uma análise das propriedades que consideramos mais pertinentes para escoamentos monofásico e bifásico, de fluidos newtonianos e incompressíveis com baixo número de Reynolds.

2.2 PROPRIEDADE DOS FLUIDOS

As três fases ou estados macroscópicos em que a matéria pode ser encontrada na natureza (sólido, líquido e gasoso) são comumente diferenciadas analisando sua estrutura molecular ou o comportamento quanto submetidas a forças externas.

Análises de estruturas moleculares sólidas revelam que sólidos são formados por moléculas pouco espaçadas e sujeitas a forças intermoleculares intensas e coesivas, o que dificulta a sua deformação. Por outro lado, a matéria no estado líquido é caracterizada por moléculas pouco mais espaçadas, quanto comparado com o arranjo dos sólidos, e forças intermoleculares mais fracas, o que permite o movimento relativo em distâncias muito maiores do que a distância típica de uma rede cristalina. Por fim, as forças intermoleculares nas moléculas dos gases são desprezíveis e os espaços intermoleculares são ainda maiores que os dos líquidos, o que facilita a deformação e compressão, o que possibilita ao gás ocupar sempre todo o volume que qualquer reservatório [3].

A maneira mais comum de diferenciar sólidos e líquidos é analisar o comportamentos deles sob a ação de forças externas. Define-se fluido como uma substância que se deforma continuamente se submetida a uma força de cisalhamento, uma força não muito grande, enquanto os sólidos são capazes de suportar altas tensões de cisalhamento antes de fluir. Entre líquidos e gases, a principal distinção está relacionada às suas respostas a variações de pressão, levando a alterações entre suas densidades e coeficientes que dependem de sua variação, como a compressibilidade isotérmica.

Em casos onde a taxa de deformação é proporcional à tensão de cisalhamento classifica-se o fluido como *newtoniano* caso contrário tem-se um fluido *não-newtoniano*⁴. Com base neste entendimento, Isaac Newton chamou de *viscosidade* μ a relação entre o gradiente de velocidade do fluido confinado entre duas placas paralelas, na condição de não escorregamento, com u sendo a velocidade e y a distância entre as placas, e a taxa de deformação τ . Dessa forma, para líquidos newtonianos, a tensão de cisalhamento é

⁴É fácil mostrar o comportamento de um fluido não-newtoniano utilizando uma mistura de água com amido de milho, experimento muito popular em aulas de física básica.

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}, \quad (2.14)$$

onde μ é o viscosidade dinâmica ou absoluta.

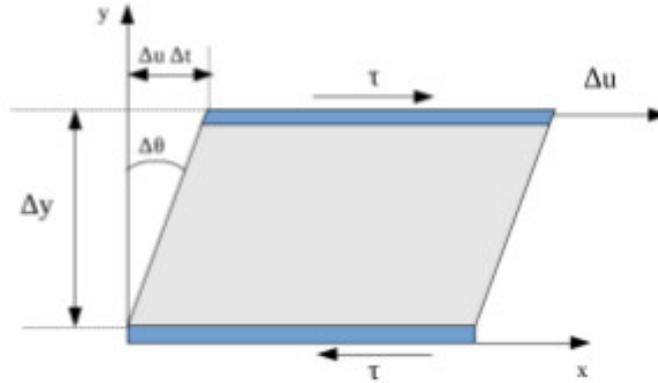


Figura 2.2 Tensão de cisalhamento em um fluido.

Fluidos são compostos por um grande número de moléculas que se movem colidindo umas com as outras e com as paredes do corpo que o encerra. Mesmo assim, empregando as teorias da mecânica clássica é possível descrever um dado sistema de moléculas, sabendo suas posições e velocidades iniciais, e prever suas futuras posições. Apesar da simplicidade desta abordagem e do poder de computação das máquinas atuais, mesmo conhecendo as forças a que essas partículas estão expostas, ainda não é possível fazer isso para um fluido, sabendo que, por exemplo, há 10^{23} moléculas em um mol de gás.

Diante desse obstáculo, a saída é tratar o movimento de fluidos utilizando uma abordagem diferente da abordagem molecular, descrita acima, podemos adotar uma abordagem de natureza estatística, para derivar informações resguardando o movimento de um sistema composto por muitas moléculas. Isto quer dizer que pode-se determinar o valor médio de sucessivas medidas, mas não prever com certeza o resultado de uma única medida no futuro. Portanto, é interessante caracterizar o comportamento do fluido com base na *hipótese do contínuo* [4, 5].

Quando uma determinada quantidade de uma substância é dividida em partes muito pequenas, se comparadas a elementos macroscópicos, e ainda assim essas partes forem grandes o suficiente para possuir um grande número de moléculas, de uma maneira que os valores médios das propriedades dessas moléculas sejam constantes ou variem continuamente com o tempo e com a posição. Podemos descrever assim as propriedades dessa substância como uma função contínua.

Para descrever o escoamento do fluido com base no movimento de partículas e não no movimento de cada molécula individualmente, nos valem atualmente de dois métodos. O primeiro, conhecido como método de Lagrange, consiste em monitorar o movimento de cada elemento do fluido e determinar como as propriedades do fluido associadas a esses elementos mudam em função do tempo. O segundo é conhecido com método de

Euler, e descarta a ideia de acompanhar a partícula durante o escoamento para observar as propriedades do fluido em cada ponto no espaço e em cada instante de tempo [6]. Na prática dividimos a região onde o fluido irá escoar em pequenas células e os softwares resolvem as equações em cada um desses pontos ou volumes gerando assim todas as informações, a medida que o fluido passa por eles.

2.2.1 Escoamentos monofásico e bifásico

Em princípio a caracterização dos tipos de escoamento remete às fases da matéria em que estão os materiais envolvidos. Seguindo esse raciocínio, o escoamento de um único líquido ou um único gás é dito ser monofásico, contudo, é comum descrever como monofásico um escoamento formado por fluidos completamente imiscíveis onde não é possível identificar qualitativamente mais de uma fase, o escoamento sanguíneo no sistema circulatório humano é um exemplo de escoamento monofásico. Conseqüentemente, defini-se como bifásico o escoamento de duas fases como líquido-gás, mas também é usual definir como bifásico o escoamento formado por dois líquidos imiscíveis⁵, dessa forma, um escoamento formado por água-óleo também é definido como bifásico. Quanto ao escoamento multifásico, é comum na indústria de petróleo caracterizar o escoamento água-óleo-gás como multifásico, mesmo ele tendo apenas duas fases (líquida e gasosa).

2.2.2 Tensão superficial

Em um escoamento bifásico entre dois fluidos imiscíveis, obviamente os fluidos não se misturam, e a interpenetração entre eles é impedida por uma interface entre eles. A tensão superficial, σ , atua na superfície para manter o equilíbrio entre as duas fases, equilibrando a força radial apontando para o centro com a força radial do gradiente de pressão que aponta para fora [3, 7].

É possível contextualizar a ação da tensão superficial analisando uma gota esférica de água, com raio R , no ar. A diferença de pressão entre as regiões interna e externa à gota é representada como $p = p_1 - p_2$. Onde, p_1 é pressão dentro da gota e p_2 é maior que a pressão fora dela. Caso essa diferença não seja compensada a gota pode estourar, o papel da tensão superficial é justamente compensar essa diferença para que a interface permaneça estável.

Nas situações em que dois fluidos estão separados, mas a interface não possui uma forma esférica, a tensão superficial procura minimizar a energia livre, reduzindo a área da interface [8].

2.2.3 Equações básicas da hidrodinâmica

Dentro da abordagem Euleriana, conhecer o campo de velocidade é de extrema importância, pois quando um elemento do fluido passa por um determinado ponto outras propriedades podem ser obtidas a partir dele, como o campo de pressão. Normalmente a velocidade é escrita como uma função vetorial da posição e do tempo, e suas três

⁵São fluidos que não se misturam e quando colocados em contato, são visivelmente identificados.

componentes u , v e w são campos escalares:

$$\vec{V}(x, y, z, t) = u(x, y, z, t)\hat{i} + v(x, y, z, t)\hat{j} + w(x, y, z, t)\hat{k}. \quad (2.15)$$

Como o método de Euler olha para o ponto no espaço e não para o elemento, e as leis da mecânica são aplicadas a elementos do fluido, a taxa de variação da velocidade do elemento de fluido com respeito a um **ponto fixo** no espaço é obtida pela derivada parcial com relação ao respectivo tempo ($\partial V/\partial t$), já a taxa com que a velocidade do elemento de fluido muda com respeito a um **ponto móvel** ao longo do escoamento é obtida pela derivada total. Assim, a aceleração para um elemento de fluido é:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{du}{dt}\hat{i} + \frac{dv}{dt}\hat{j} + \frac{dw}{dt}\hat{k}. \quad (2.16)$$

No entanto, (u, v, w) são também funções de (x, y, z, t) . Logo,

$$\frac{du(x, y, z, t)}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t}. \quad (2.17)$$

Por definição, $u = dx/dt$, $v = dy/dt$ e $w = dz/dt$. Assim

$$\frac{du(x, y, z, t)}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z}. \quad (2.18)$$

Como,

$$\vec{V} \cdot \vec{\nabla} = (u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k} \right) = u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}. \quad (2.19)$$

Temos

$$\frac{du(x, y, z, t)}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla})u \quad (2.20)$$

de modo que,

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{V} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \left(u \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} \right). \quad (2.21)$$

A aceleração local $\partial \vec{V}/\partial t$ vai a zero quando o regime é estacionário e os outros termos entre parênteses do lado direito representam a aceleração convectiva.

A derivada temporal total $\frac{D(\)}{Dt}$, escrita de uma forma diferente para diferenciar da derivada ordinária, pode ser aplicado a qualquer variável macroscópica ϕ do fluido, e o caso geral fica:

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial \vec{\phi}}{\partial t} + \left(u \frac{\partial \vec{\phi}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{\phi}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{\phi}}{\partial z} \right) = \frac{\partial \vec{\phi}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{\phi}. \quad (2.22)$$

Durante o escoamento é necessário garantir que nenhuma quantidade de fluido desapareça ou surja de forma espontânea, esse princípio de conservação é representado pela

equação da continuidade, ou seja, a não existência de fontes ou sorvedouros, e que toda matéria que entra deve sair.

Partindo da abordagem Euleriana, imaginemos um canal bidimensional construído em um aplicativo dividido em pequenos quadrados muito menores que a dimensão do retângulo, e cada quadrado, ou célula em DFC, será chamado aqui de volume de controle (VC), então, o fluido irá passar por ele e o software calculará as propriedades nesses pequenos quadrados, aqui nossos quadrados serão tão pequenos que assumiremos eles quase infinitesimais.

Em seguida, consideremos que o fluido tenha densidade ρ e move-se com velocidade $\vec{V} = u\hat{i} + v\hat{j}$. Como não há sorvedouros ou fontes dentro desse quadrado, podemos afirmar que: a taxa de variação temporal da massa no VC é igual à diferença entre a taxa de entrada e a taxa de saída de massa no VC. E a massa total contida no elemento é $\rho(\delta x)(\delta y)$, portanto a variação temporal da quantidade de massa no elemento é $\frac{\partial \rho}{\partial t}(\delta x)(\delta y)$.

Identificando ρu e ρv como os fluxos de massa (ou vazões mássicas) nas direções x e y no centro do elemento, obtemos a quantidade de massa que escoo nas faces esquerda e direita, ambas a uma distância $\delta x/2$ do centro, pela expansão em série de Taylor em torno do ponto central.

$$f\left(x - \frac{\delta x}{2}\right) = f(x) - \frac{\delta x}{2} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{(\delta x/2)^2}{2!} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + O(\delta x/2)^3. \quad (2.23)$$

Desprezando os termos de ordem maior que 2, podemos escrever a vazão mássica para a face esquerda como,

$$\rho u|_{x-(\delta x/2)} = \left[\rho u - \frac{\delta x}{2} \frac{\partial \rho u}{\partial x} \right] \delta y. \quad (2.24)$$

Da mesma forma para a face direita:

$$\rho u|_{x+(\delta x/2)} = \left[\rho u + \frac{\delta x}{2} \frac{\partial \rho u}{\partial x} \right] \delta y. \quad (2.25)$$

Fazendo a mesma análise para as faces inferior e superior, temos:

$$\rho v|_{y-(\delta y/2)} = \left[\rho v - \frac{\delta y}{2} \frac{\partial \rho v}{\partial y} \right] \delta x. \quad (2.26)$$

$$\rho v|_{y+(\delta y/2)} = \left[\rho v + \frac{\delta y}{2} \frac{\partial \rho v}{\partial y} \right] \delta x. \quad (2.27)$$

Assim a taxa de entrada de massa no VC é igual a Eq. 2.24 somada a Eq. 2.26 e a taxa de saída de massa no VC é igual a soma da Eq. 2.25 com Eq. 2.27, o que leva a,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}(\delta x)(\delta y) = -\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}(\delta x)(\delta y) - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y}(\delta x)(\delta y). \quad (2.28)$$

Reorganizando os termos a equação da conservação da massa, ou equação da continuidade, para um volume de controle infinitesimal, fica:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0. \quad (2.29)$$

Esta análise pode ser estendida para o caso tridimensional, para isso basta considerar o volume de controle com uma forma cúbica. E a taxa de aumento de massa no volume de controle fica

$$\frac{\partial(\delta x \delta y \delta z)}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta x \delta y \delta z. \quad (2.30)$$

Dessa forma, a taxa de massa que atravessa uma face do elemento é obtida pelo produto da densidade do fluido, área da face e componente da velocidade normal à face. Considerando que o fluido move-se com velocidade $\vec{V} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}$, teremos:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0. \quad (2.31)$$

Logo, a equação da continuidade pode ser escrita de forma compacta utilizando o operador $\vec{\nabla}$, pois

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) \quad (2.32)$$

consequentemente, a equação da continuidade para um caso geral em três dimensões é

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0. \quad (2.33)$$

Em nossos trabalhos os fluidos possuem densidades constantes o que nos permite simplificar a equação da continuidade e trabalhar com a seguinte expressão:

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0. \quad (2.34)$$

2.2.4 Conservação do momentum Linear

Para chegar na equação diferencial da quantidade de movimento linear que modela o escoamento do fluido, vamos utilizar o princípio de conservação do momento linear (ou 2ª Lei de Newton) que pode ser matematicamente expressa por:

$$\sum \vec{F} = \frac{D\vec{P}}{Dt}. \quad (2.35)$$

A derivada total é utilizada aqui para mostrar que o movimento do fluido está sendo acompanhado em relação a um referencial inercial. Para modelar esse escoamento imaginaremos novamente uma célula quadrada, como discutido acima, mas agora deslocando-se com o fluido. E para este elemento de fluido temos:

$$\delta \vec{F} = \frac{D(\delta m \vec{V})}{Dt} = \delta m \frac{D\vec{V}}{Dt} \quad (2.36)$$

onde $\delta\vec{F}$ é a resultante das forças que atuam no elemento e δm a massa contida nele. As forças que agem sobre o elemento são de dois tipos: Forças de superfície (por exemplo, forças de pressão e forças viscosas) e as forças de campo (força gravitacional, eletromagnética e em referenciais não inerciais forças de Coriolis e centrífuga). É comum incluir os efeitos de forças de campo como termos fontes nas equações de *momentum* [9, 10, 11, 12]. Para um volume de controle tridimensional, se denotarmos a força de campo por unidade de massa que atua sobre o elemento de fluido por \vec{f} . Considerando o volume do elemento ($dx dy dz$), então a força sobre o elemento de fluido será: $\rho \vec{f}(dx dy dz)$.

As forças superficiais que atuam no elemento são resultado da interação do elemento com o meio [4]. Para estudar as forças de superfície, consideremos a face superior do elemento de volume, com área δA na qual está atuando uma força de superfície $\delta\vec{F}_s$ como indicado na Fig. 2.3. A força $\delta\vec{F}_s$ pode ser decomposta nas componentes $\delta\vec{F}_n$, normal a área δA , δF_1 e δF_2 e paralelas ao plano considerado.

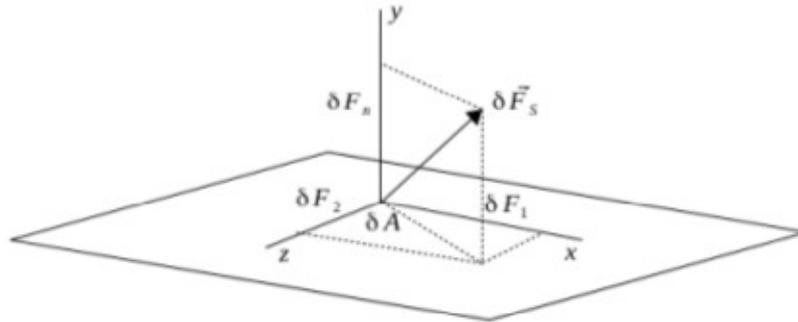


Figura 2.3 Superfície arbitrária de um volume de controle.

Define-se então a tensão normal, σ_{yy} e as tensões de cisalhamento τ_{yx} e τ_{yz} ,

$$\sigma_{yy} = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta F_n}{\delta A}, \quad \tau_{yx} = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta F_1}{\delta A}, \quad \tau_{yz} = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta F_2}{\delta A}. \quad (2.37)$$

Quanto aos índices presentes nas tensões o primeiro indica a direção do eixo e o segundo uma direção perpendicular ao eixo. Já a tensão normal possui índices repetidos pois a normal do plano em que a tensão é aplicada e a direção da própria tensão são colineares. Sendo assim, estando os fluidos em movimento, a tensão normal é soma da pressão hidrostática p com a componente da tensão viscosa, τ_{nn} , que atua perpendicularmente em cada face do volume de controle. Logo, temos:

$$\sigma_{nn} = -p + \tau_{nn}. \quad (2.38)$$

Consideremos aqui uma porção de um fluido com área $(\delta x)(\delta y)$, como pode ser visto na Fig 2.4. As forças superficiais atuantes nesta quantidade de fluido podem ser representadas em função das tensões em cada face. Para isso é suficiente representar as forças por meio das tensões que atuam no centro e dos gradientes das tensões nas direções do sistema de coordenadas. Em seguida considera-se essa porção do fluido muito pequena,

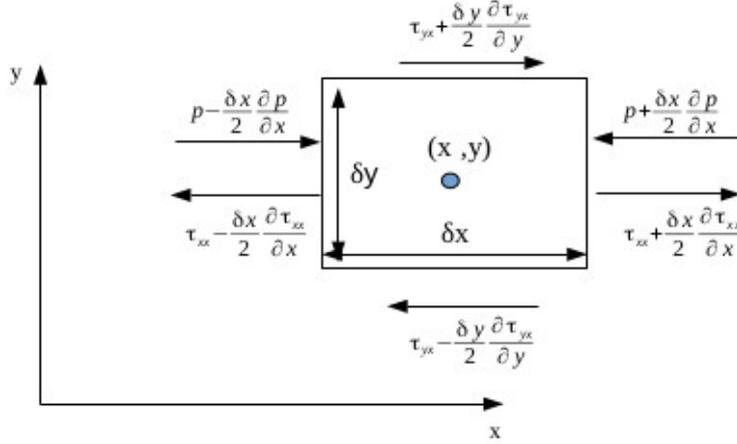


Figura 2.4 Tensões normais e tangenciais na direção x sobre um elemento de fluido bidimensional.

de maneira que os campos de pressão, p , e tensão, τ , variem muito pouco e seus valores nas faces possam ser obtidos em uma expansão em série de Taylor em torno do ponto central. Adotando que as tensões serão positivas quando apontarem no sentido positivo dos eixos, as forças que nos lados da porção analisada na direção do eixo x são dadas por:

$$\text{Face esquerda} = \left[\left(p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \delta x \right) - \left(\tau_{xx} - \frac{1}{2} \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \delta x \right) \right] \delta y, \quad (2.39)$$

$$\text{Face direita} = \left[- \left(p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \delta x \right) + \left(\tau_{xx} - \frac{1}{2} \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \delta x \right) \right] \delta y, \quad (2.40)$$

$$\text{Face superior} = \left(\tau_{yx} + \frac{1}{2} \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \delta y \right) \delta x, \quad (2.41)$$

$$\text{Face inferior} = - \left(\tau_{yx} - \frac{1}{2} \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \delta y \right) \delta x. \quad (2.42)$$

Com isso a resultante na direção x , ao considerar o limite $\delta x, \delta y \rightarrow 0$, é:

$$F_{sx} = \left(- \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \right) dx dy + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dx dy. \quad (2.43)$$

Agora ao considerar $\vec{V} = u\hat{i} + v\hat{j}$, a componente da Eq. 2.36 no eixo x fica:

$$\rho dx dy \frac{Du}{Dt} = \left(- \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \right) dx dy + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dx dy + \rho f_x dx dy. \quad (2.44)$$

Dividindo ambos os lados por $(dx dy)$ teremos:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \left(- \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \right) + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \rho f_x. \quad (2.45)$$

Esta última equação é a conservação do *momentum* linear na direção x . Para encontrar o *momentum* linear na direção y é necessário considerar as tensões normais e tangenciais nesta direção. Desta forma, seguindo os mesmos passos do caso anterior, temos:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \left(-\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right) + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \rho f_y. \quad (2.46)$$

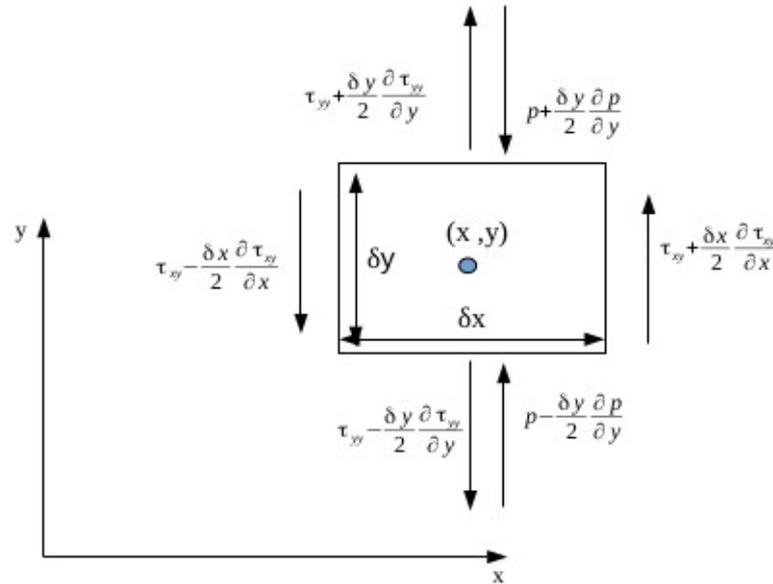


Figura 2.5 Tensões normais e tangenciais na direção y sobre um elemento de fluido bidimensional.

As equações 2.45 e 2.46 são as equações de Navier-Stokes na forma não conservativa. No entanto, a acurácia dos resultados é maior quando as equações são escritas na forma conservativa, o que pode ser feito utilizando a definição de derivada total junto com a equação da continuidade. Após algumas manipulações⁶:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho u \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \rho f_x, \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho v \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \rho f_y. \quad (2.48)$$

Como as tensões viscosas em fluidos newtoniano possuem uma relação de proporcionalidade com a taxa de deformação. Stokes encontrou em 1895 as seguintes relações para as componentes da viscosidade da lei de Newton [4, 9, 12]:

⁶Para maiores detalhes o leitor poderá consultar as referências [4, 9, 12].

$$\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial x} + \lambda(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}), \quad \tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right). \quad (2.49)$$

onde μ é a viscosidade dinâmica e λ é o segundo termo de viscosidade, o qual relaciona a tensão com a deformação volumétrica. Isso levou Stokes a propor que

$$\lambda = \frac{2}{3}\mu. \quad (2.50)$$

Mesmo sendo uma boa aproximação para gases, esta hipótese ainda não foi experimentalmente verificada [4, 9, 12]. Substituindo as Eq. 2.49 nas equações 2.47 e 2.48 obtemos as seguintes expressões:

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho v \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial v}{\partial x} + \lambda(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \rho f_x, \quad (2.51)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho v \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[2\mu \frac{\partial v}{\partial x} + \lambda(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \rho f_y. \quad (2.52)$$

Toda a análise feita aqui para o caso bidimensional pode ser estendida para o caso tridimensional. Podemos, por exemplo, considerar um elemento de fluido de forma cúbica e diferentemente do caso bidimensional as tensões sobre as faces devem ser multiplicadas pela área da face.

2.3 TIPOS DE ESCOAMENTO

2.3.1 escoamentos laminar e turbulento

Os escoamentos são fortemente influenciados pelas propriedades dos fluidos, leis da dinâmica, meio onde ocorre o escoamento, etc. Considera-se, por exemplo, escoamentos *estacionários* ou *permanentes* aqueles cujas grandezas como velocidade e pressão não variam com o tempo. Caso contrário, eles são ditos *transientes* ou *não permanentes* [6]. Ainda assim, podemos definir alguns tipos de escoamento: laminar, turbulento, unidimensional, bidimensional, rotacional, irrotacional, permanente, variável, uniforme, variado, livre, forçado, entre outros. Nos prenderemos apenas aos escoamentos laminar e turbulento.

O escoamento *laminar* ocorre quando partículas de um fluido movem-se em trajetórias bem definidas que podem ser representadas por linhas de corrente que não se cruzam. Estas linhas (camadas ou lâminas) sofrem a ação da viscosidade e fazem com que o perfil da velocidade no centro do canal tenha um formato parabólico, com a velocidade sendo máxima no centro e indo a zero nas paredes. Como a viscosidade ajuda a diminuir a velocidade do escoamento, o escoamento de mel é um exemplo disso, o regime de escoamento laminar está fortemente relacionado com a viscosidade e baixas velocidades, Fig. 2.6a.

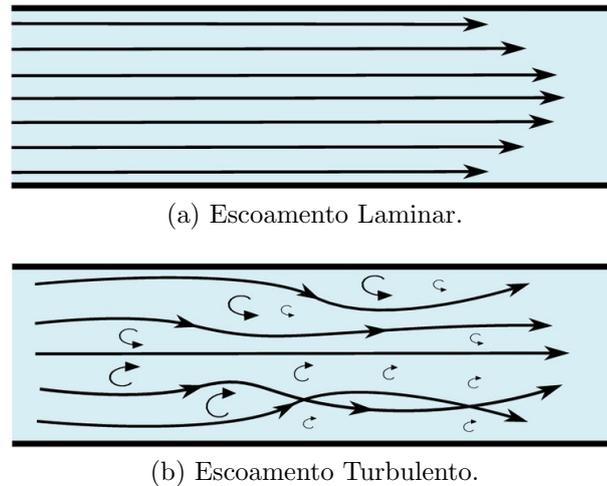


Figura 2.6 Tipos de escoamento.

O escoamento *turbulento* ocorre quando as linhas de corrente, ou as partículas do fluido, não se movem em trajetórias bem definidas, criando vórtices (redemoinhos) com fluxo reverso, Fig. 2.6b, esse movimento aleatório é o mais comum na natureza, os escoamentos reais são quase sempre turbulentos, como: óleo em uma tubulação, água em uma torneira, fumaça de cigarro, etc. Essas descrições mostram que ambos escoamentos possuem em comum a dependência com a velocidade e com a viscosidade. [4, 13].

Em 15 de Março de 1883, Osborne Reynolds apresentou a Royal Society of London os resultados de ‘An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels’. Ele mostrou pela primeira vez que a diferença entre o movimento laminar e o turbulento depende de uma relação entre o as dimensões espaciais e a velocidade. Esta relação adimensional tornou-se depois conhecida como *Número de Reynolds* [14].

Para o fluxo em um canal, o número de Reynolds está relacionado com a velocidade do fluxo no canal \vec{V} , o diâmetro do canal D , e a viscosidade cinemática do fluido $\mu_c = \frac{\rho}{\mu}$,

$$Re = \frac{VD}{\mu_c} \quad (2.53)$$

As forças inerciais dominam o escoamento quando o $Re > 1$ enquanto as forças viscosas dominam para $Re < 1$. Com isso o escoamento será laminar iniciando do zero até um determinado número de Reynolds, a partir do qual o fluxo será turbulento. Após o trabalho seminal do Osborne Reynolds, muitos trabalhos foram realizados na tentativa de especificar o ponto dessa transição, o Reynolds crítico entre o escoamento laminar e turbulento. Nos dias atuais assume-se que para um escoamento permanente em um tubo cilíndrico o $Re_c = 2000$ [9] e para um canal bidimensional $Re_c = 5772$ [15].

2.4 MEIOS POROSOS

Aquíferos e reservatórios de petróleo, por exemplo, são regiões onde ocorre um fluxo que atravessa um *meio poroso*, e são inúmeros os exemplos de materiais porosos: solos, rochas

porosas ou fissuradas, cerâmicas, filtro de papel, pulmões, filtros de areia, etc. Inicialmente é tentador descrever um meio poroso como um “sólido com buracos”. Contudo, uma maneira de melhorar essa definição é dizer que os poros estão conectados por muitas trajetórias contínuas de um lado a outro do meio e também especificar que esses vazios são distribuídos de maneira regular ou aleatória [6, 5].

Assim o meio poroso é uma porção do espaço ocupada por matéria heterogênea ou multifásica, onde no mínimo uma das fases não é sólida, chamada de *matriz sólida*, no meio poroso o que não é matriz sólida é espaço vazio [5]. A fase sólida deverá ser distribuída ao longo de todo o meio poroso e o sólido deverá estar presente dentro de cada elemento representativo de volume. Outra característica do meio poroso é que a superfície específica da matriz sólida é relativamente alta. Em muitos aspectos, esta característica governa o comportamento do fluido no meio poroso. E uma outra característica é que as várias aberturas compostas de espaços vazios são relativamente estreitas. No mínimo alguns desses espaços vazios devem estar interconectados, no entanto, certas porções do espaço poroso podem estar conectadas mas não fazerem parte de uma trajetória que ligue os dois extremos da região [5].

Os poros podem ser classificados segundo a influência de suas paredes sobre o escoamento; espaços forçados, capilarizados e vazios. Os poros serão espaços forçados se suas paredes influenciarem significativamente no escoamento, capilarizados se a influência for desprezível e vazios se suas paredes não influenciarem no escoamento [16]. Quanto à estabilidade, os poros podem ser consolidados (rígidos) ou não consolidados (menos rígidos, como esponjas e areia). Finalmente, eles são classificados em ordenados ou desordenados a depender de sua distribuição dentro da fase sólida.

Do ponto de vista quantitativo, um meio poroso pode ser caracterizado por diferentes propriedades, como: *porosidade* (ϕ), *área de superfície específica* (S_v) e a *permeabilidade* (κ). Na maioria das situações esses parâmetros podem ser determinados pela porosidade do meio, independente de outras características.

2.4.1 Porosidade

A *porosidade* (ϕ) é definida como o volume da amostra que não está ocupado, de forma tradicional o espaço poroso é reconhecido como o espaço de vazios da amostra [16, 8, 5].

$$\phi = \frac{V_p}{V_t}, \quad (2.54)$$

onde V_p é o volume dos poros e V_t é o volume total do corpo sólido.

Pode-se ainda escrever a porosidade total em termos do volume de sólido da amostra porosa da seguinte forma

$$\phi = \frac{V_t - V_s}{V_t} = 1 - \frac{V_s}{V_t}, \quad (2.55)$$

onde V_s representa o volume de sólidos do meio.

2.4.2 Permeabilidade

Permeabilidade é definida como a capacidade da rocha de permitir o escoamento de fluidos através da rede de poros interconectados. O conceito de permeabilidade aparece na lei que governa o deslocamento dos fluidos através de meios porosos, conhecida como lei de Darcy.

De acordo com a lei de Darcy, a velocidade de avanço de um fluido homogêneo num meio poroso é proporcional à permeabilidade e ao gradiente de pressão, e inversamente proporcional à viscosidade do fluido. Ela pode ser expressa por

$$Q = -\frac{A\kappa(\Delta P + \rho gh)}{\mu L}, \quad (2.56)$$

onde Q é a vazão, A é a seção transversal, κ é a permeabilidade absoluta do meio poroso, μ é viscosidade dinâmica, ΔP é o gradiente de pressão e L é o comprimento do meio poroso. A permeabilidade, κ , também é função de diversas características do meio, como a porosidade efetiva do meio, a conectividade e a forma dos poros.

2.5 LEI DE DARCY

Em 1856, Henry Darcy investigou o fluxo de água em filtros de areia verticais e homogêneos usados para filtrar água nas fontes públicas da cidade de Dijon, França, [17]. A lei de Darcy foi proposta inicialmente como resultado de experimentos de fluxos estáveis em colunas verticais de areia e verificou-se que a velocidade do fluxo é proporcional aos gradientes de pressão aos quais os fluxos estava submetido. O problema estudado por Darcy pode ser atacado em duas dimensões utilizando a célula de Hele-Shaw e o comportamento do fluxo na célula pode ser descrito pelo mesmo conjunto de equações que descrevem o fluxo bidimensional no meio poroso.

A lei de Darcy pode ser escrita a partir das Eqs. 2.52 e 2.34. Inicialmente consideramos o espaçamento entre as placas pequeno o suficiente para que o fluxo na célula de Hele-Shaw seja completamente determinado pelo balanço entre as forças viscosas e de pressão. Sendo assim, para os fluxos onde as velocidades sejam pequenas os termos inerciais podem ser desprezados. Como os fluidos são incompressíveis e o espaçamento entre as placas é muito pequeno, podemos assumir $v_{jz} = 0$, com $j = 1, 2$ representando os dois fluidos, considerando ainda que a pressão é aproximadamente constante na direção \hat{z} . Sob essas condições, obtemos a equação de Navier-Stokes para as componentes da velocidade v_{jx} e v_{jy} :

$$\mu_j = \frac{\partial^2 v_{jx}}{\partial z^2} = \frac{\partial p_j}{\partial x} \quad (2.57)$$

e

$$\mu_j = \frac{\partial^2 v_{jy}}{\partial z^2} = \frac{\partial p_j}{\partial y}. \quad (2.58)$$

As equações 2.57 e 2.58, são resolvidas considerando que o fluido não desliza nas paredes (“no-slip boundary condition”) e $v_j = 0$ em $z = 0$ e $z = b$. Sendo assim, a

solução em sua forma compacta é,

$$\mu_j v_j(x, y, z) = \frac{1}{2} z(z - b) \nabla p_j(x, y). \quad (2.59)$$

Como a velocidade é agora quadrática em z o perfil da velocidade é reconhecido como “parabólico”. Calculando a média transversal da Eq. 2.59 em relação à coordenada z , definida por,

$$v_j(x, y) = \frac{1}{b} \int_0^b u_j(x, y, z) dz, \quad (2.60)$$

obtemos a equação para a velocidade média (efetivamente bidimensional) dos fluidos

$$v_j = -\frac{b^2}{12\mu_j} \nabla p_j, \quad (2.61)$$

expressão que é denominada *lei de Darcy* [17]. Note que $v_j = v_j(x, y)$ e $p_j = p_j(x, y)$ são respectivamente as médias da velocidade e da pressão com relação a z . Consideraremos aqui apenas os fluxos irrotacionais livres de vorticidade, mesmo sabendo que em dinâmica dos fluidos o fluxo pode ser considerado irrotacional e ainda possui pequena vorticidade. Para o fluxo na célula de Hele-Shaw, a região de vorticidade não nula surge da descontinuidade da velocidade tangencial entre os fluidos, existindo apenas na fina interface entre os fluidos. Portanto, para o fluxo irrotacional, temos que

$$\nabla \times v_j = 0. \quad (2.62)$$

Dessa forma, podemos agora escrever a velocidade como o gradiente de um potencial escalar, dado por

$$v_j = -\nabla \phi_j. \quad (2.63)$$

Substituindo esta última equação na Eq. 2.61 e integrando, obtemos a lei de Darcy para os potenciais de velocidade

$$\phi_j = \frac{b^2}{12\mu_j} p_j. \quad (2.64)$$

Usando a condição de incompressibilidade dos fluidos dada pela Eq. 2.34, percebemos que o potencial de velocidade satisfaz a equação de Laplace

$$\nabla^2 \phi_j = 0. \quad (2.65)$$

A priori, parece ser simples resolver a equação de Laplace. Entretanto, este caso apresenta uma dificuldade relacionada a existência de uma interface que se move com o tempo, e envolve uma forma funcional desconhecida, conhecido como “free boundary problem”, que normalmente não é resolvido analiticamente e é especificado por duas condições de contorno na interface:

(i) A condição de contorno para a diferença de pressão: onde a diferença de pressão, já descrita anteriormente, deve ser igual à tensão superficial σ e à curvatura da superfície entre os fluidos κ :

$$(p_1 - p_2) = \sigma\kappa. \quad (2.66)$$

A Eq. 2.66 expressa a condição de contorno para a pressão na interface fluido-fluido.

(ii) A condição de contorno cinemática: é a continuidade da componente normal da velocidade através da interface

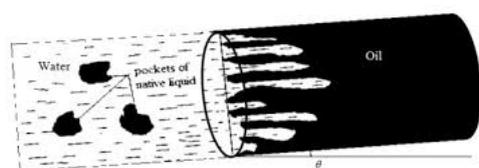
$$\hat{n} \cdot v_1 = \hat{n} \cdot v_2, \quad (2.67)$$

onde v_j é dado pela lei de Darcy e \hat{n} denota o vetor normal unitário à interface.

CAPÍTULO 3

CÉLULA DE HELE-SHAW RADIAL GIRANTE E SEM INJEÇÃO

A instabilidade de Saffman-Taylor é caracterizada pela interação entre dois fluidos imiscíveis de grande diferença de viscosidade [18, 19], na qual um fluido pouco viscoso desloca um mais viscoso entre duas placas separadas por uma distância muito pequena. Durante o deslocamento a interface que separa os fluidos, perde a estabilidade e a invasão acontece em uma frente perturbada que pode formar dedos viscosos, conhecidos como *fingers* [20], como pode ser visto nas Figs. 3.1.



(a) Formação de *fingers* em um processo de recuperação secundária de petróleo.



(b) Aparato da célula de Hele-Shaw, com injeção no centro e em uma direção perpendicular ao plano das placas.

Figura 3.1 Representação da instabilidade de Saffman-Taylor.

A formação de padrões na natureza desperta o fascínio de estudiosos há muito tempo e essas configurações podem ser encontradas em pequenas e grandes escalas: desde colônias de bactérias a estruturas de larga escala no universo. Esta formação espontânea possui diversas aplicações [19]: recuperação de petróleo, fertilização de solos, crescimento de cristais, propagação de chamas, hidrologia, biologia, etc.

No final do século XIX o engenheiro naval inglês Henry S. Hele-Shaw criou uma maneira de simplificar o fluxo tridimensional, confinando o fluxo em uma fina camada, que ficou conhecida como célula de Hele-Shaw. Hele-Shaw estava interessado em estudar o fluxo de água ao redor do casco de navios, e através de seu dispositivo foi possível abordar mais quantitativamente este problema da mecânica dos fluidos.

Após anos sendo usada apenas para observar o fluxo de um fluido confinado espacialmente, na metade do século XX, Sir Geoffrey Taylor e Philip G. Saffman reconheceram que a célula poderia ser usada para modelar um problema encontrado na recuperação secundária de petróleo [17].

O petróleo é gerado em um lento processo de decomposição de matéria orgânica, restos vegetais, algas, etc. No final deste ciclo o petróleo migra para estruturas sedimentares porosas que podem ser permeáveis ou não, e dentro destes reservatórios o petróleo fica aprisionado em regiões bem estreitas em altas pressões e temperaturas.

Quando um poço de petróleo é furado, o fluido jorra naturalmente devido a alta diferença de pressão entre o interior do reservatório e o meio externo. No entanto, pouco tempo depois a diferença de pressão se anula, após recuperar um pequena fração do óleo contido no reservatório. Sendo assim, surgiu a necessidade de lançar mão de estratégias para levantar o óleo restante. A primeira estratégia utilizada, conhecida como recuperação secundária, consiste em furar um poço adjacente ao poço produtor e injetar água forçando o óleo a sair no poço produtor, mas com pouco tempo percebeu-se que a água expulsa o óleo mas também trilha um caminho preferencial dentro da região porosa, caminho este que minimiza o gasto de energia e quando a água alcança a saída, a produção de petróleo diminui rapidamente e passa-se a retirar no poço produtor apenas uma água misturada com uma pequena fração de óleo.

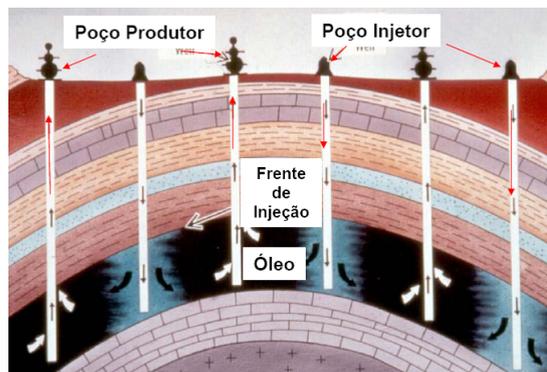


Figura 3.2 Representação esquemática de uma recuperação secundária de petróleo, por meio de injeção de um outro fluido em um poço adjacente ao produtor.

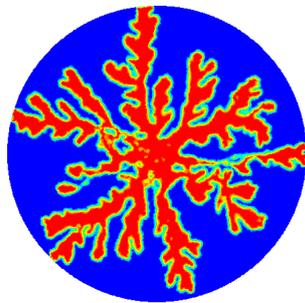
Apesar de ter sido deduzida para o movimento de um fluido em um meio poroso, a lei de Darcy permite entender melhor a instabilidade de Saffman-Taylor no seu regime linear.

Tomando como exemplo uma configuração onde a diferença de viscosidade entre os fluidos é muito grande ($\mu_2 \gg \mu_1$), se fizermos o fluido menos viscoso deslocar o mais viscoso a interface entre eles torna-se *instável*, por outro lado, se injetarmos o fluido mais viscoso fazendo-o deslocar o menos viscoso a interface permanece *estável*, o que a princípio causa estranheza. No entanto, esta assimetria pode ser facilmente explicada olhando para a lei de Darcy e lembrando que os fluidos são incompressíveis, de onde se pode concluir que o campo de pressão também obedece à equação de Laplace. Isto causa um gradiente de pressão intenso no fluido mais viscoso e um menos intenso, praticamente constante, no fluido menos viscoso. Consequentemente, quando o fluido menos viscoso desloca o mais viscoso gera um aumento no gradiente de pressão do fluido mais viscoso o que leva ao surgimento de perturbações na interface. Por outro lado, no caso inverso, a interface encontra um tipo de “barreira” que se opõe à instabilidade, pois a pressão é

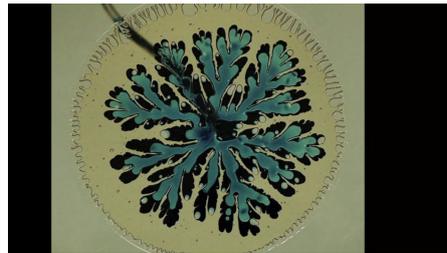
constante dentro do fluido menos viscoso.

O dispositivo da célula de Hele-Shaw é uma boa ferramenta para estudar qualitativamente e quantitativamente formas de expulsar a maior quantidade de um fluido viscoso de dentro de uma região muito estreita usando um fluido menos viscoso com uma velocidade que não seja muito pequena. Ficou claro nos estudos de Taylor e Saffman que ao tentar deslocar um fluido viscoso utilizando um menos viscoso a interface permanece estável se a velocidade for muito pequena, contudo, na extração de petróleo é necessário utilizar uma velocidade relativamente grande o que desestabiliza a interface criando dedos.

A célula de Hele-Shaw é frequentemente utilizada para encontrar formas de controlar a instabilidade na interface entre os fluidos, vale ressaltar que nem sempre a instabilidade é um mal a ser combatido, em processos de mistura é comum maximizar este efeito. Este problema já foi atacado de diferentes formas variando contrastes de viscosidade e densidade, tensão superficial, velocidade, etc. Atualmente as análises teóricas e experimentais focam em duas geometrias básicas (i) retangular [21] Fig. 3.1b e (ii) radial [22] Fig. 3.3.



(a) Dedos viscosos gerados no software ANSYS FLUENT.



(b) Dedos viscosos gerados experimentalmente em laboratório.

Figura 3.3 Interface perturbada em células de Hele-Shaw radial sem rotação e com injeção no centro da célula a uma velocidade constante.

Na geometria retangular o fluido menos viscoso desloca o mais viscoso ao longo da direção das placas, e na configuração radial o fluido menos viscoso é injetado no centro da célula, perpendicular ao plano. Em ambos os casos é comum desconsiderar o efeito da gravidade e a injeção pode ocorrer de diferentes formas [23]: constante no tempo, variando com uma lei de potência, oscilando com senos e cossenos, etc.

A invasão também pode ser observada sob a ação de outras forças: usando fluidos magnéticos sob a influência de campos magnéticos [24], ou considerando uma célula de Hele-Shaw que gira em torno de um eixo fixo, onde a velocidade angular de rotação é responsável pela força centrífuga e torna-se o parâmetro de controle do sistema [25, 26]. Em uma célula de Hele-Shaw em rotação, a velocidade angular pode ser constante [27] ou dependente do tempo [28]. Os padrões obtidos neste sistema também dependem da configuração da célula, se esta é fechada ou aberta nas laterais. No primeiro caso não há injeção ou expulsão de fluidos, e a perturbação, formação de *fingers*, resulta do deslocamento relativo dos dois fluidos. No segundo caso, o fluido invasor é continuamente injetado no centro da célula e a parede lateral é definida como saída [29].

Resultados experimentais para células em rotação [30, 26] têm sido analisados teórico e numericamente em estudos recentes, que incluem análise de estabilidade linear de pequenas perturbações [31, 26], dinâmica fracamente não linear [22, 32, 33], métodos de interface difusa [34] e campos de fase [35]. A formação de gotas (pinch-off) [34, 35] e a influência da força de Coriolis [27] também foram investigados qualitativa e quantitativamente.

Os padrões dentrícticos gerados quando se gira a célula de Hele-Shaw são muito semelhantes aos encontrados em célula parada com injeção. Porém no processo girante pode-se observar a formação de gotas, a ação das forças de Coriolis e centrífuga, o número e a taxa de crescimento dos dedos. Neste trabalho, nossos objetivos foram medir a taxa de crescimento dos dedos para uma configuração inicialmente perturbada dentro do regime fracamente linear e analisar quantitativamente a formação de gotas e o entortamento dos dedos devido a força de Coriolis em um regime fortemente não-linear.

Desta forma, geramos resultados que podem ser comparados com predições da teoria de crescimento linear, crescimento dos dedos viscosos, entortamento dos dedos e desprendimento de gotas. Para cobrir todos estes regimes, nós variamos apenas a velocidade angular mantendo todas as propriedades de ambos os fluidos constantes.

3.1 FORÇAS NO REFERENCIAL NÃO-INERCIAL

Ao girarmos a célula de Hele-Shaw com uma velocidade constante Ω em torno de um eixo perpendicular ao plano da célula e centrado em seu centro, encontramos alguns efeitos diferentes daqueles encontrados quando apenas injetamos um fluido em uma célula parada. Nesta configuração os fluidos experimentam as forças inerciais fictícias (força centrífuga e força de Coriolis) que surgem no referencial girante. Como estas forças são proporcionais a densidade do fluido, o fluido mais denso é colocado no centro da célula, e cercado por um outro fluido menos denso. Dessa forma, ao girarmos a célula o fluido interno “empurra” o externo deformando a interface entre eles. Quando a célula é girada, as perturbação passam a ser governadas pela diferença de densidade e não pela diferença de viscosidade como ocorre no caso de injeção em um célula parada. Assim, a célula de Hele-Shaw girante pode ser vista como o análogo radial para a célula retangular quando a instabilidade é provocada pela ação da gravidade (o fluido mais denso é colocado no topo da célula retangular), com a seguinte diferença: agora a gravidade é variável na direção radial e ajustada pela velocidade angular Ω .

Para entender melhor a evolução das perturbações em um célula girante precisamos analisar o papel das forças inerciais que aparecem nesse referencial. A relação entre o vetor, L que varia no tempo em um sistema de coordenadas fixo (f) e um sistema girante (g), rotacionando a velocidade constante é [36]

$$\left(\frac{dL}{dt}\right)_f = \left(\frac{dL}{dt}\right)_g + \Omega \times L. \quad (3.1)$$

Aplicando a equação anterior ao vetor (v_j), obtemos a aceleração a dos fluidos no sistema fixo (f)

$$\left(\frac{dv_j}{dt}\right)_f = a = \left(\frac{dv_j}{dt}\right)_g + \Omega \times v_j. \quad (3.2)$$

Encontrando a derivada da Eq. 3.1 em relação a posição, e aplicando na Eq. 3.2, encontra-se a expressão para a aceleração absoluta,

$$a = a_g + \Omega \times (\Omega \times r) + 2\Omega \times v_j, \quad (3.3)$$

onde, para um observador girante, a_g é a aceleração observada, $\Omega \times (\Omega \times r)$ a aceleração centrífuga que depende da posição e $2\Omega \times v_j$ a aceleração de Coriolis que depende da velocidade dos fluidos. Agora a equação de Navier-Stokes pode ser modificada para incluir as forças inerciais,

$$f_{in} = -\rho_j \Omega \times (\Omega \times r) - 2\rho_j \Omega \times v_j. \quad (3.4)$$

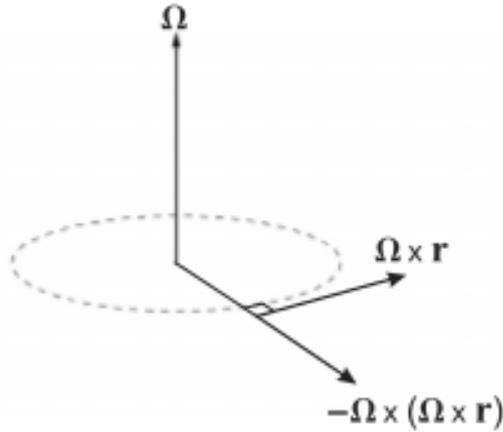


Figura 3.4 Representação no plano da célula das forças de Coriolis e centrífuga.

Mesmo as forças de Coriolis e centrífuga tendo a mesma origem, elas possuem características diferentes. A força centrífuga é perpendicular ao eixo de rotação, sempre apontada para fora e aumenta com r , enquanto a força de Coriolis além de ser perpendicular ao eixo de rotação também é perpendicular à velocidade de cada fluido. Em alguns sistemas a força dominante não é a força de Coriolis, mas sim a força centrífuga. Isso acontece quando a razão entre a densidade e a viscosidade, conhecida como viscosidade cinemática, é muito pequena. Por outro lado, quando a viscosidade cinemática possui um valor apreciável, a força de Coriolis governa o sistema.

3.2 ANÁLISE DE ESTABILIDADE LINEAR

Em nosso modelo, a evolução temporal das perturbações geradas na interface entre os dois fluidos na célula de Hele-Shaw girante resulta da resolução da equação da continuidade

sem uma fonte geradora de massa e das equações de Navier-Stokes, descritas anteriormente. Essas equações são reescritas em termos de equações diferenciais em um domínio formado por células e nós, gerado no MESH. As equações resultantes são resolvidas com base no Método dos Volumes Finitos (MVF), que garante a conservação da massa dos fluidos. O software não despreza os termos inerciais na resolução das equações, de forma, que não podemos resolver nosso problema na ausência da Força de Coriolis.

Para definir o local de cada fluido no domínio, o FLUENT usa no tempo $t = 0$, um identificador binário, 1 para o fluido principal e 0 para o secundário. E como condição de convergência em cada passo de tempo, além do monitoramento dos resíduos, utilizamos o adimensional Courant-Friedrichs-Lewy (ou simplesmente Courant) $CFL < 2$.

Neste trabalho, comparamos os resultados gerados no FLUENT com os resultados previstos pela teoria de estabilidade linear que é construída a partir da lei de Darcy e desprezando a força de Coriolis, para casos onde o $Re \ll 1$ [26, 22].

Se considerarmos, novamente, dois fluidos com densidades e viscosidades diferentes e espaçamento b entre as placas, utilizando a aproximação usual, quando a célula rotaciona com velocidade angular constante Ω , a força de Coriolis pode ser negligenciada e o fluxo é potencial $\vec{v}_i = \vec{\nabla}\phi_i$, onde $i = 1, 2$ representa os fluidos interno e externo. Com a velocidade potencial ϕ_i definida para cada fluido por

$$\phi_i = -M_i \left(p_i - \frac{1}{2} \rho_1 \Omega^2 r^2 \right), \quad (3.5)$$

onde a mobilidade M_i é escrita como $M_i = b^2/12\mu_i$. E com a condição de incompressibilidade, o problema é especificado completamente por uma equação de massa

$$\vec{\nabla}^2 \phi_i = 0, \quad (3.6)$$

e as duas condições de contorno descritas anteriormente. Para um fluido incompressível a lei de Darcy em coordenadas polares leva a,

$$\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial \theta^2} = 0 \quad (3.7)$$

onde $\phi_i = M_i p_i$ é a velocidade potencial. Definindo que a taxa de injeção é Qb e o círculo tem raio R , então, para um deslocamento não perturbado,

$$R(t) = \left(\frac{Q(t - t_0)}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (3.8)$$

se $R = 0$ em $t = t_0$. Tanto na entrada quanto na saída, $Q(t - t_0) > 0$. A velocidade potencial para um fluxo estacionário pode ser derivada da Eq. 3.7 como,

$$\phi_i = -\frac{Q}{2\pi} \left[\ln \frac{r}{R} + \frac{M_i}{M} \right] \quad (3.9)$$

que satisfaz a continuidade da pressão e a velocidade radial na interface $r = R(t)$.

Como a interface se move, qualquer perturbação pode ser expressa como uma somatória finita de funções ondulatórias. Para o propósito de seguir a análise linear, é suficiente considerar uma única perturbação ondulatória a com amplitude A , sendo assim,

$$a(t) = Af_n(t)e^{in\theta}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (3.10)$$

onde n indica o número de dedos, $f_n(t) = e^{\omega(n)t}$, e $\omega(n)$ é a taxa de crescimento do modo n . Como solução da Eq. 3.7 temos que

$$\phi_i = \phi_i^0 + (-1)^i \beta \left(\frac{r^n}{R^n} \right)^{(-1)^{i-1}}. \quad (3.11)$$

A condição de continuidade na interface perturbada (na primeira ordem em $r = R(t)$) determina β como,

$$\beta = \frac{A}{n} \left(\frac{Qf}{2\pi R} + R \frac{df}{dt} \right). \quad (3.12)$$

A pressão na interface depende da tensão superficial na forma,

$$p_1 - p_2 = \sigma \left(\frac{2}{b} + \frac{1}{R} - \frac{a + \frac{d^2 a}{d\theta^2}}{R^2} \right) \quad (3.13)$$

na primeira ordem, desde que $r = R + a$. E usando as Eqs. 3.9-3.13 encontramos,

$$\frac{1}{f} \frac{df}{dt} = \frac{Qn}{2\pi R^2} \left[\frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2} \right] - \frac{Q}{2\pi R^2} - \frac{\sigma n(n^2 - 1)}{R^3} \left[\frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \right]. \quad (3.14)$$

Utilizando a Eq. 3.5 e $M_i = b^2/12\mu_i$, para um processo sem injeção $Q = 0$, temos que a taxa de crescimento pode ser escrita como,

$$\omega(\Omega, n) = \tilde{\Omega}n - \frac{\tilde{\sigma}}{R_0^3} n(n^2 - 1), \quad (3.15)$$

onde

$$\tilde{\Omega} = \frac{\Omega^2 b^2}{12} \frac{\rho_1 - \rho_2}{\mu_1 + \mu_2}, \quad \text{and} \quad \tilde{\sigma} = \frac{b^2}{12} \frac{\sigma}{\mu_1 + \mu_2}. \quad (3.16)$$

Pode-se escrever também uma equação para o número de dedos, n_m , em função da relação entre as forças centrífugas e capilares, S .

$$n_m = \sqrt{\frac{1}{3}(1 + S)}, \quad S = \frac{R_0^3 \tilde{\Omega}}{\tilde{\sigma}}. \quad (3.17)$$

Assumindo que $Re(\omega) = \frac{\rho \Omega b^2}{12\mu} = 0$ na Eq. 3.15, é possível derivar a velocidade angular crítica com a qual a interface torna-se criticamente instável para uma perturbação periódica e infinitesimal adotando um determinado modo n

$$\Omega_c(n) = \sqrt{\frac{(n^2 - 1)\sigma}{R_0^3(\rho_1 - \rho_2)}}. \quad (3.18)$$

Esta relação indica que a velocidade angular crítica é uma função monotônica do modo n . É preciso enfatizar que todos os efeitos não lineares das forças inerciais na

pressão e termos advectivos na equação de Navier-Stokes, que são usualmente negligenciados na análise de estabilidade linear [22], são levados em conta completamente em nossas simulações. Em adição, nosso modelo tem a vantagem de ter o controle sobre a configuração inicial, ou seja, é possível escolher a condição inicial consistindo de um círculo levemente perturbado com um número pré-definido de dedos, algo difícil de ser realizado experimentalmente.

3.3 DESCRIÇÃO DO MODELO

Como já mencionado na Seção 3.2, consideramos um sistema de dois fluidos em uma célula radial fechada e em rotação, onde a configuração inicial consiste de um pequeno círculo com o fluido mais denso ocupando a região central do domínio, enquanto o menos denso ocupa o restante da célula. A investigação numérica deste sistema permite adicionar pequenas perturbações à interface entre os fluidos, o que contrasta com as dificuldades experimentais em controlar ou eliminar pequenas perturbações em uma configuração inicial. Claramente a possibilidade de controlar as condições iniciais por perturbações geradas aleatoriamente, periodicamente ou sem periodicidade, e suas respectivas magnitudes, é muito conveniente para entender inicialmente a instabilidade linear de um sistema, bem como seus padrões finais.

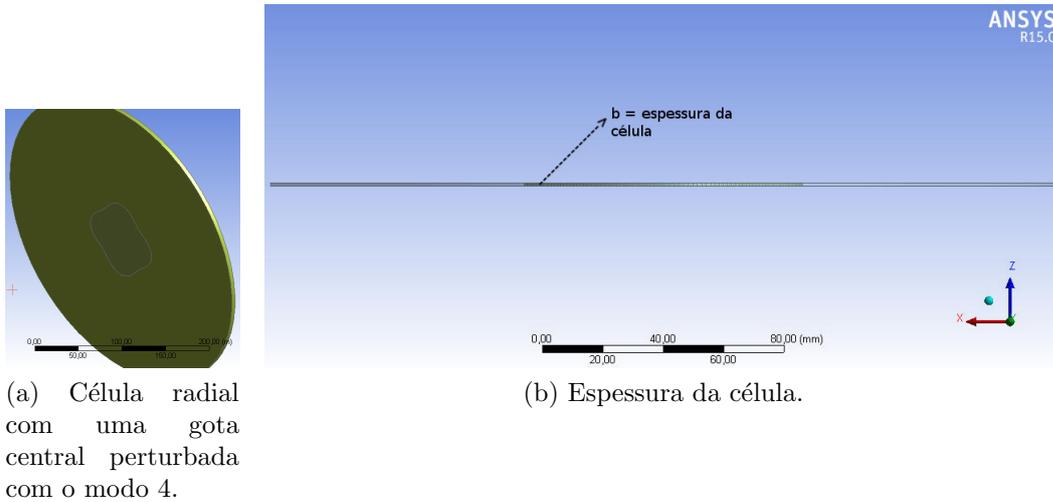


Figura 3.5 Célula de Hele-Shaw criada no *Design Modeler* (DM), *plugin* acoplado ao FLUENT.

O modelo da célula de Hele-Shaw, construído com as ferramentas DM e MESH, consiste de cilindros de raios $R = 85\text{mm}$ e $R = 130\text{mm}$, e espessura $b = 1\text{mm}$, como ilustrado na Fig. 3.5. O fluido mais denso e mais viscoso (vermelho) ocupa o disco central com raio $R_0 = 45\text{mm}$, enquanto o restante da célula é preenchido com o fluido menos denso e menos viscoso (azul), conforme indicado na Fig. 3.6.

Com base na condição de que a força gravitacional seja desprezada, a célula é rotacionada no sentido horário com uma velocidade angular constante em relação a um eixo perpendicular ao plano das placas e posicionado no centro da célula. Iniciado o processo,

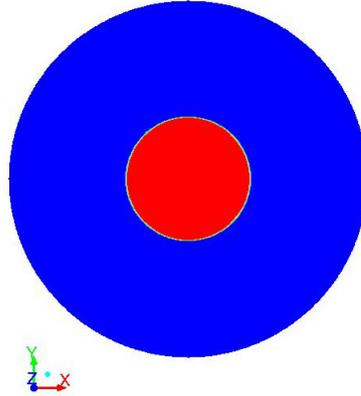


Figura 3.6 Configuração inicial para uma região circular inicial não perturbada de raio $R_0 = 45\text{mm}$ e raio externo $R = 130\text{mm}$, onde, o fluido vermelho é o mais denso e mais viscoso.

a instabilidade é causada inicialmente pela relação entre as forças viscosas e a pseudo força centrífuga no referencial de rotação, e Ω exerce um papel fundamental na formação de padrões que podem criar *fingers* ou até mesmo gerar pequenas gotas.

O crescimento e a competição entre os dedos viscosos são fortemente influenciados pelos contrastes de densidade D , e viscosidade C [22, 32, 25], onde os subscritos 1 e 2 indicam, respectivamente, os fluidos interno e externo. O valor de D está diretamente relacionado às forças centrífugas na interface, e exerce um papel muito importante na estabilidade junto com a tensão superficial σ . C influencia diretamente na interação entre o fluido e as paredes do sólido. Lembramos que *fingers* não são comumente observados em escoamentos bifásicos onde os fluidos possuem viscosidades parecidas.

$$D = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \quad C = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1 + \mu_2}. \quad (3.19)$$

Com o aumento da velocidade angular Ω , a força de Coriolis pode se tornar suficientemente grande para entortar os dedos na direção oposta ao movimento de rotação [27]. Por fim, o crescimento dos dedos viscosos e suas configurações finais estão também relacionadas ao adimensional da tensão superficial.

$$B = \frac{\sigma}{\rho\Omega^2 R_0^3}. \quad (3.20)$$

3.4 RESULTADOS E DISCUSSÕES: CÉLULA DE HELE-SHAW RADIAL GIRANTE E SEM INJEÇÃO

As simulações foram realizadas para um número de Reynolds $Re = \frac{\rho\Omega b^2}{12\mu} \ll 1$ e para fluidos com as seguintes propriedades: $\rho_1 = 1 \text{ kg/m}^3$, $\mu_1 = 0.00005 \text{ kg/m.s}$, $\rho_2 = 1200 \text{ kg/m}^3$, $\mu_2 = 1.5 \text{ kg/m.s}$, $\sigma = 0.07197 \text{ N/m}$ e $b = 0.001 \text{ m}$. Estes valores geram grandes contrastes de densidade e viscosidade ($D = 0.999$ e $C = 0.998$).

Todos os trabalhos teóricos ou analíticos realizados até então assumem a configuração inicial formada por uma região circular no centro da célula. Por outro lado, com nosso

modelo somos capazes de controlar a instabilidade inicial da interface desta região, e iniciar a simulação escolhendo já um determinado número de dedos, como indicado nas Figs. 3.7 e 3.7. Esta configuração inicial é descrita pela seguinte função

$$r(\theta) = R_0 + a_n \cos(n\theta), \quad (3.21)$$

onde, $r(\theta)$ é a distância do centro da gota até a interface, R_0 é o raio inicial do círculo, a_n é a perturbação, n é o número de dedos (modos normais) e ϕ é o ângulo dado em radianos. Com esta função geramos o contorno da região perturbada para diferentes modos. E as coordenadas x e y são escritas da seguinte forma,

$$x = r(\theta) \cos(\phi) \quad y = r(\theta) \sin(\phi) \quad (3.22)$$

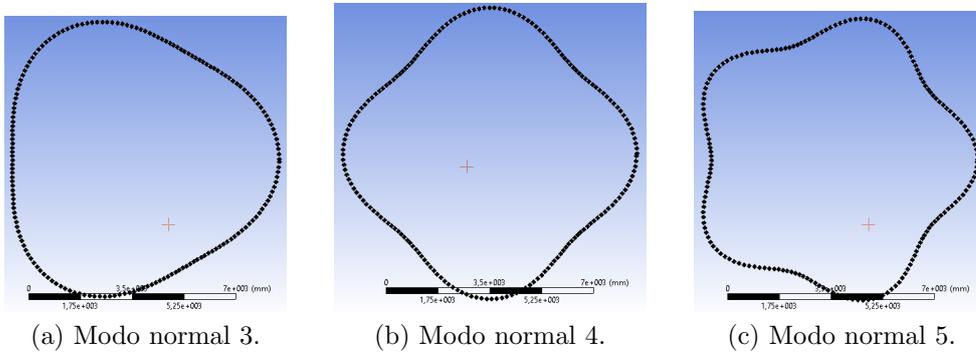


Figura 3.7 Interface inicial com o círculo, perturbado com diferentes modos normais. Pontos gerados no *Design Modeler* do *ANYS Workbench*.

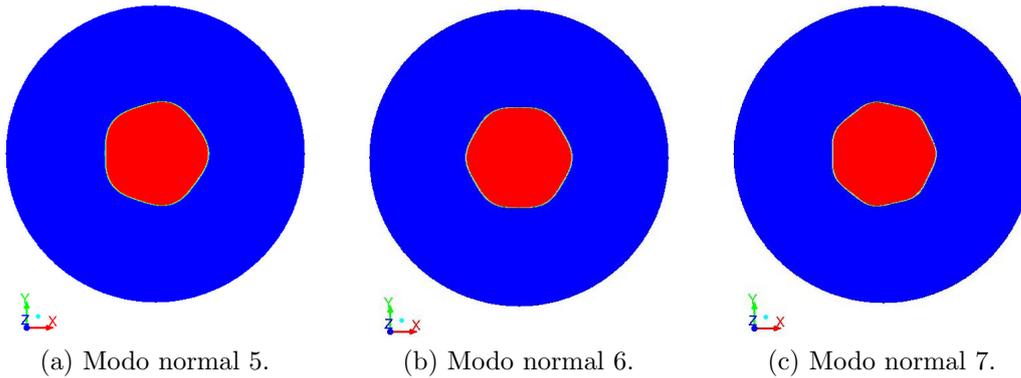


Figura 3.8 Célula de Hele-Shaw radial com região circular central inicialmente perturbada.

A escolha dos parâmetros do modelo impactam na escolha do passo de tempo τ usado na integração numérica. Aqui, precisamos considerar a convergência dos resultados, a restrição imposta pelo *CFL* que é dinamicamente avaliada a cada passo de tempo, o número de iterações em cada passo de tempo e o tempo característico de crescimento

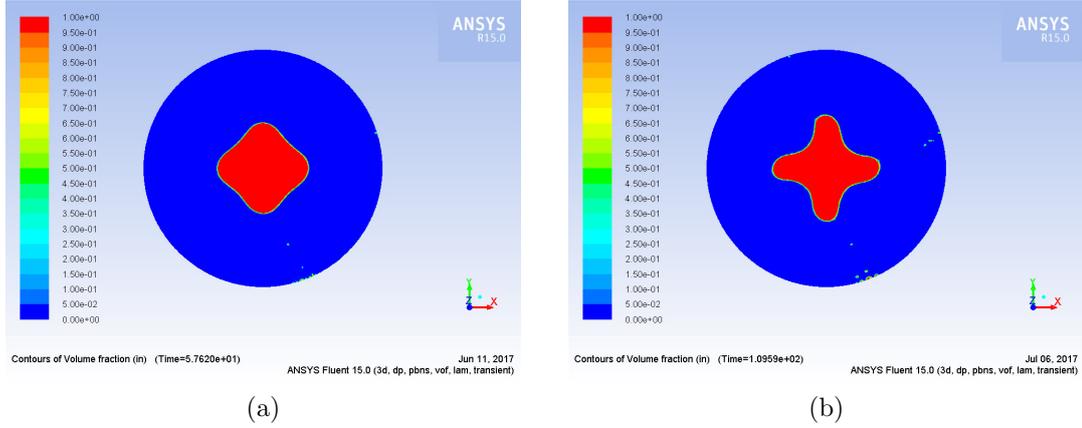


Figura 3.9 Evolução temporal do modo $n = 4$. Nos instantes de tempo $t = 50.76s$ e $100.10s$, para um $Re \gg 1$.

dos dedos, para então escolher o valor mais adequado para τ . Para os valores acima nós encontramos que essas restrições são satisfeitas usando $1/\tau = 250(\pi/\Omega)$.

A condição $\Omega > \Omega_c(n)$, onde $\Omega_c(n)$ é dado pela Eq. 3.18, representa uma condição necessária para o crescimento dos dedos de um modo n . Quando a condição inicial representada por Eq. 3.21 é aceita, todos os modos m que satisfazem $\Omega_c(m) < \Omega$ são instáveis e podem crescer com o passar do tempo. Por influência de irregularidades na geometria da interface, criadas pela discretização, um deles pode dominar resultando nesses padrões. Para reduzir a influência deste efeito, realizamos uma investigação numérica da instabilidade do modo n utilizando a velocidade angular $\Omega = \Omega_{max}(n)$, em que o valor de $\omega_{max}(n) > \omega(m)$, $\forall m \neq n$. Este valor é obtido resolvendo a equação para Ω na expressão

$$\left. \frac{d}{d\Omega} \omega(\Omega, n) \right|_{\Omega=\Omega_{max}} = \left(\tilde{\Omega} - \frac{\tilde{\sigma}}{R_0^3} (3n^2 - 1) \right) \Big|_{\Omega=\Omega_{max}} = 0, \quad (3.23)$$

que resulta em

$$\Omega(\omega_{max}(n)) = \sqrt{\frac{(3n^2 - 1)\sigma}{R_0^3(\rho_1 - \rho_2)}}. \quad (3.24)$$

A Tabela 1 mostra os valores de $\Omega_c(n)$, $\Omega_{max}(n)$, e $\omega_{max}(n)$ para alguns valores de n , com os quais é possível avaliar a evolução temporal de $A_n(t)$. Notamos também que $\Omega_{max}(n)/\Omega_c(n) \simeq 1.7$, apresenta um grande aumento com respeito às condições em que o modo n torna-se linearmente instável.

Como foi visto anteriormente podemos escrever uma expressão para encontrar a velocidade máxima de crescimento, em um regime linear, para um determinado modo normal correspondendo a um certo número de dedos (Eq. 3.28). Esta expressão é um ponto importante, pois mesmo iniciando com 4 dedos e usando uma velocidade maior que a velocidade crítica para esse modo outros modos normais também aparecerão, mas sem ter o mesmo crescimento que os quatro dedos previstos inicialmente. Por outro lado, para velocidades abaixo desta velocidade deve acontecer uma diminuição na perturbação

n	$\Omega_c(n)$	$\Omega_{max}(n)$	$\omega_{max}(n)$
1	0	1.147232	0.000088
4	3.141823	5.561411	0.005611
8	6.438821	11.211217	0.044885
12	9.700723	16.841265	0.151488
15	12.141157	21.060372	0.295875

Tabela 3.1 Valores de n , $\Omega_c(n)$, $\Omega_{max}(n)$, e $\omega_{max}(n)$.

e, com o tempo, o fluido interno (mais denso e viscoso) volta a um formato circular. Como parte do processo de validação do modelo reproduzimos estes resultados previstos analiticamente, como pode ser visto na Fig. 3.10.

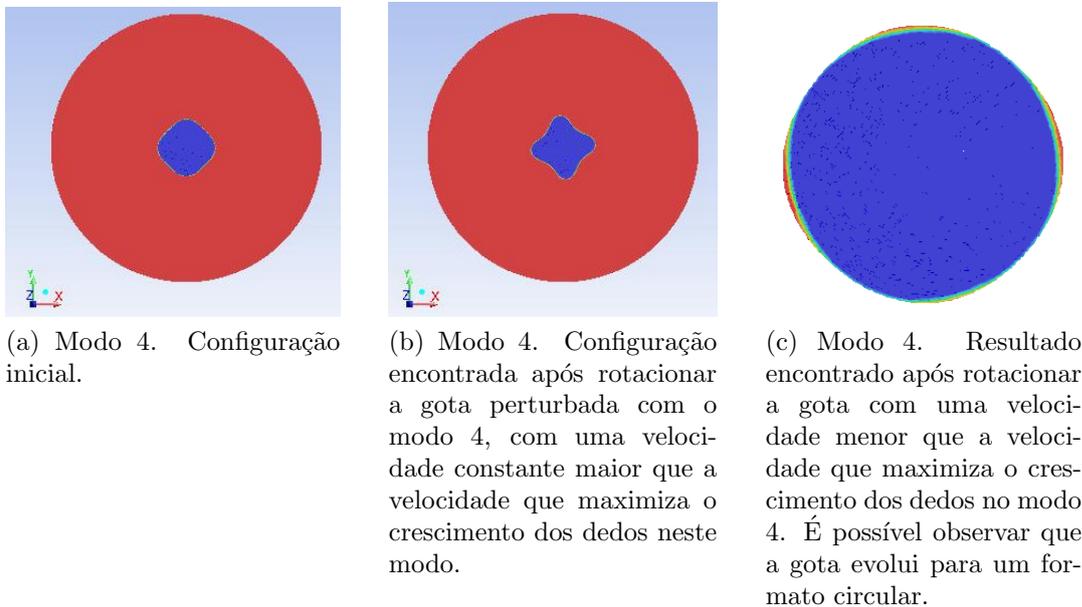


Figura 3.10 Análise do crescimento dos dedos para valores: maior, igual e menor ao da velocidade máxima de crescimento.

É bem sabido que a construção da malha é um processo chave em qualquer software de CFD, e que procedimentos de refinamento eventualmente alcançam um limite. Para o nosso problema, a discretização interfere nas condições iniciais do problema proposto, uma vez que não é possível descrever perfeitamente um círculo para qualquer que seja o conjunto de pontos. Então, inevitáveis distúrbios na geometria constituem uma importante fonte de perturbações no sistema idealizado, que limitam as perturbações aleatórias infinitesimais ao círculo perfeito em estudos experimentais.

Caso fosse necessário investigar o efeito de perturbações aleatórias resultantes apenas das irregularidades geométricas da malha, seria preciso gerar outras malhas para imitar cada realização aleatória do sistema. Para evitar esta tarefa, é possível usar a mesma malha e gerar um conjunto de condições iniciais aleatórias ao escrever a interface em

coordenadas polares (r, θ) segundo a expressão

$$r(\theta) = R_0 + \sum_{m=2}^N a_m \cos(m\theta + \psi_m), \quad (3.25)$$

com um pequeno coeficiente de magnitude a_m e fases aleatórias ψ_m . O uso da Eq. 3.25 possui outra vantagem computacional, que resulta da alta qualidade da malha usada. As imagens da Fig. 3.11 mostram a evolução de uma gota de água perturbada de forma aleatória de seu formato circular em $t=0$ que foi girada com velocidade angular constante com $Re \gg 1$. Embora seja possível acompanhar o crescimento e competição entre os dedos, não buscamos fazer outras simulações com condições levemente modificadas, uma vez que os resultados seriam qualitativamente similares.

A teoria de crescimento linear prevê que tanto numa gota circular sem perturbações quanto numa gota, aproximadamente circular, com pequenas perturbações aleatórias, surjam após algumas revoluções o mesmo número de dedos relacionado com a velocidade angular utilizada.

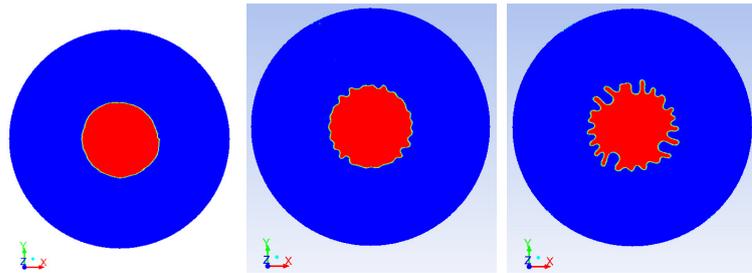


Figura 3.11 Crescimento dos dedos com uma perturbação inicial aleatória. Velocidade angular constante $\Omega = 21.06 \text{rad/s}$

A Fig. 3.11 mostra o crescimento e bifurcação dos dedos após poucas revoluções, para uma velocidade que corresponde ao modo de crescimento $n = 15$. Podemos contar 22 dedos na imagem, valor maior que o previsto pela teoria, contudo dentro da previsão máxima de número de dedos possíveis de serem criados. Veremos mais adiante que ao usar uma gota circular sem perturbação aleatórias, o número de dedos criados é muito próximo do encontrado aqui.

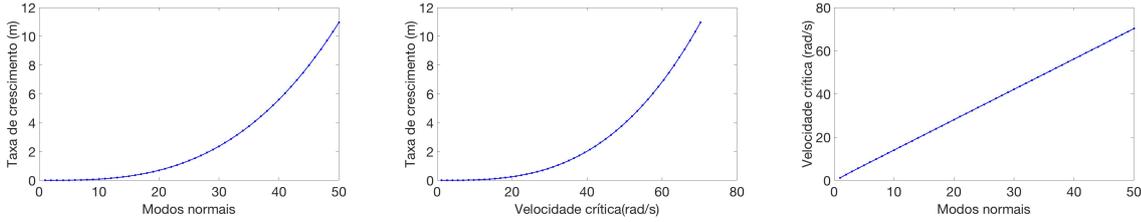
3.4.1 Regime de crescimento linear

Como pode ser visto na Tabela 3.2 a velocidade crítica para uma determinada quantidade de dedos cresce com o aumento do número de dedos, e quanto maior a velocidade maior a taxa com que os dedos crescem. A relação entre a taxa de crescimento e a velocidade crítica bem como a relação entre a taxa de crescimento e os modos normais, respeitam uma lei de potência como pode ser visto nas Figuras 3.12a e 3.12b. Por outro lado, a relação entre a velocidade e os modos normais é linear, Fig. 3.12c.

Como descrito anteriormente, a teoria linear prevê uma taxa para o crescimento linear dos dedos para uma gota circular perturbada para cada modo individual que corresponde

Tabela 3.2 Valores da velocidade máxima de crescimento e da taxa de crescimento para os 8 primeiros modos normais.

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$\Omega_{max}(n)$	1.15	2.69	4.14	5.56	6.98	8.39	9.80	11.22
$\omega_{max}(n)$	8.77e-05	0.00070	0.0024	0.0056	0.011	0.019	0.030	0.045



(a) Gráfico da taxa de crescimento em função dos modos normais. (b) Gráfico da taxa de crescimento em função da velocidade que maximiza o crescimento. (c) Gráfico da velocidade que maximiza o crescimento em função do modo normal.

Figura 3.12 Análise da relação entre taxa de crescimento, velocidade que maximiza o crescimento e modos normais.

à presença de um número inteiro de dedos. A escolha de condições iniciais que correspondam à presença de um modo específico permite acompanhar a sua evolução e a comparação com os resultados da teoria linear, que prevê uma dependência exponencial com relação ao tempo. Para calcular a taxa de crescimento obtida pela simulação numérica escolhemos uma configuração com 4 dedos, que é simétrica e possui pequena taxa de crescimento, com uma pequena perturbação $a = 0.025\%$ e $R_0 = 1.125mm$, e acompanhamos a evolução temporal da amplitude

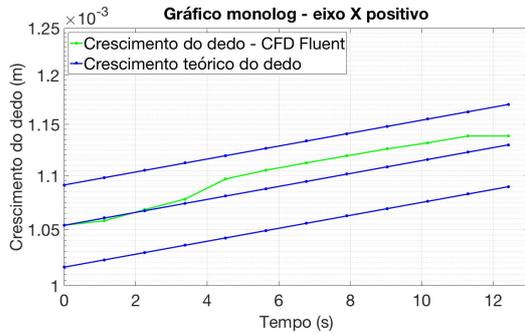
$$A_n(t) = ae^{bt}, \quad (3.26)$$

onde, b corresponde à taxa de crescimento que deve ser comparada com o valor $\omega_{max}(n = 4) = 0.0056\text{seg}^{-1}$, conforme indicado na Tabela 3.2.

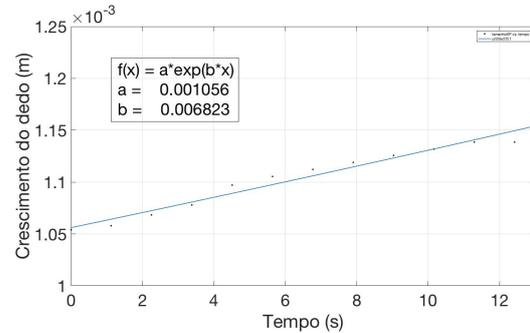
Medimos o crescimento dos quatro dedos para as 12 primeiras voltas e, devido a não-uniformidade da rede, é esperado que os dedos não cresçam exatamente da mesma forma. As Figs. 3.13 e 3.14 mostram como os 4 dedos crescem individualmente e o ajuste das respectivas curvas de crescimento. Além dos dados referentes aos resultados numéricos, traçamos curvas teóricas, correspondente ao valor de a informado acima e de valores correspondentes a $a(1 \pm 0.15)$. Este valor escolhido corresponde a cerca de 15% do comprimento médio das arestas da malha usada, representando uma medida da precisão máxima que se pode obter devida ao processo de discretização do espaço. As retas superior e a inferior são curvas traçadas com 15% da perturbação inicial a para mais e para menos, respectivamente.

Até a quarta volta o crescimento difere visivelmente entre os quatro dedos, os dedos que crescem nos sentidos negativo do eixo x e positivo do eixo y , logo na primeira volta, crescem mais que a previsão teórica, enquanto os dedos que crescem nos sentidos positivo

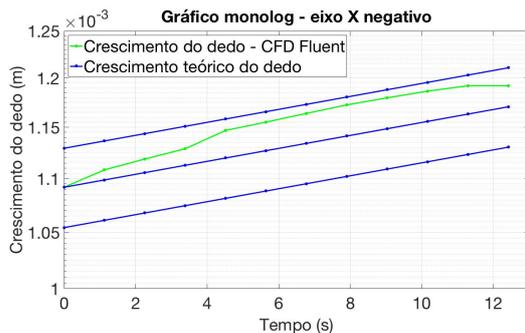
do eixo x e negativo do eixo y acompanham de maneira mais próxima o crescimento teórico. Contudo, entre a quinta e a décima primeira voltas, existe um estabilização no crescimento dos dedos que é mais claramente definida nos dedos que crescem no eixo x em ambos os sentidos.



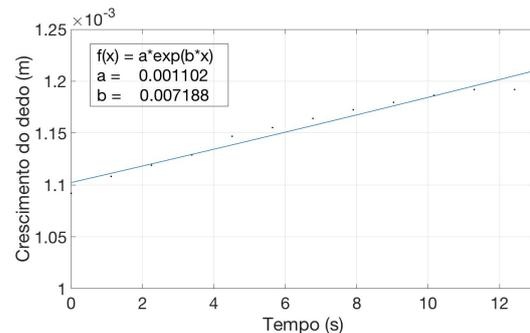
(a) Taxa de crescimento para o dedo que cresce no sentido positivo do eixo X .



(b) Ajuste da curva de crescimento do dedo que cresce no sentido positivo do eixo X .



(c) Taxa de crescimento para o dedo que cresce no sentido negativo do eixo X .

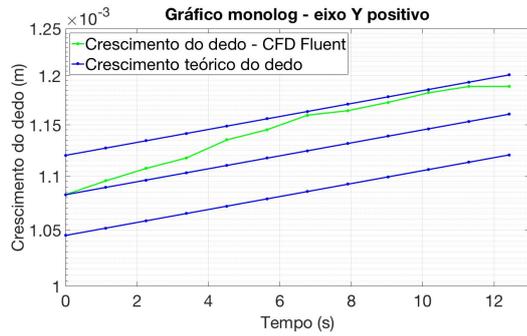


(d) Ajuste da curva de crescimento do dedo que cresce no sentido negativo do eixo X .

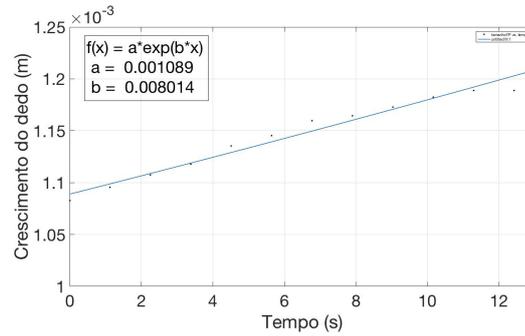
Figura 3.13 Curvas das taxas de crescimento e ajuste das curvas para os dedos que crescem no eixo X em ambos os sentidos.

Essas diferenças entre a evolução temporal do comprimento dos dedos e o crescimento acentuado nas primeiras revoluções pode ser explicada pela discretização da malha. Aqui usamos uma malha formada por células triangulares com $2,5 \times 10^{-4}m$ de aresta e como os valores são armazenados no centro das células, podemos assumir um erro na construção da interface na ordem de $\pm 1,25 \times 10^{-4}m$, valor superior às variações encontradas nos resultados.

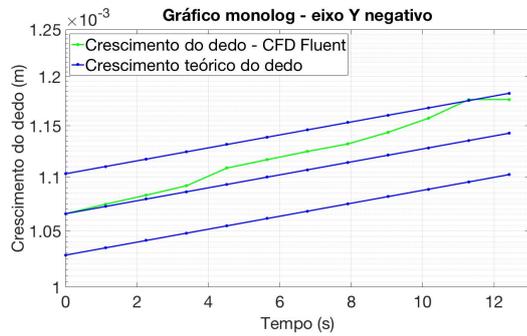
Esta incerteza impacta o cálculo do crescimento do dedo, que idealmente deveria ser calculado tomando como base a gota circular e, no instante inicial, o comprimento deveria ser apenas o raio da gota circular mais a perturbação. Mas como a discretização inclui um erro na localização da interface, criamos inicialmente uma gota circular na mesma malha que será usada na simulação e, em cada eixo correspondendo a um dedo, aferimos o raio da gota com base no ponto da malha que corresponde à interface, o que pode ser levemente maior que os $45mm$ previstos. Desta forma, o comprimento de cada dedo no



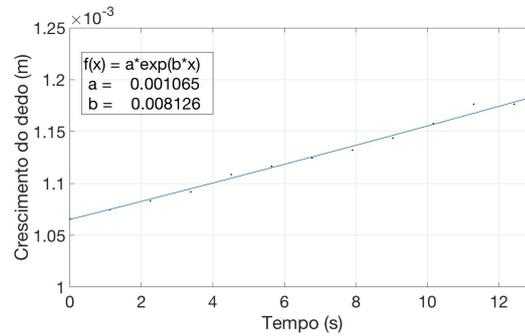
(a) Taxa de crescimento para o dedo que cresce no sentido positivo do eixo Y.



(b) Ajuste da curva de crescimento do dedo que cresce no sentido positivo do eixo Y.



(c) Taxa de crescimento para o dedo que cresce no sentido negativo do eixo Y.



(d) Ajuste da curva de crescimento do dedo que cresce no sentido negativo do eixo Y.

Figura 3.14 Curvas das taxas de crescimento e ajuste das curvas para os dedos que crescem no eixo Y em ambos os sentidos.

instante $t = 0$ e em todas as voltas completas em torno do eixo corresponde à distância medida entre a extremidade do dedo e o ponto acima referido.

Teoricamente o dedo deve crescer com sua extremidade coincidindo com o os eixos x e y nos sentidos positivo e negativo. Porém, devido o fato das células serem triangulares, em algum instante de tempo a extremidade do dedo pode não estar exatamente sobre o eixo. Tomando como exemplo o eixo x , para poder encontrar a extremidade do dedo analisamos todos os pontos que tenham coordenada y entre -0.0001 e $+0.0001$. Isto obviamente incluir um pequeno erro na medida do crescimento do dedo após cada volta, pois o próximo ponto pode estar um pouco deslocado para cima ou para baixo fazendo com a distância entre um ponto e outro aumente.

Outro ponto que deve ser observado na medida é que, mesmo fixando o passo de tempo com quatro casas decimais, por conta das sucessivas aproximações pode existir uma pequena diferença no tempo necessário para se completar um giro de 360° em torno do eixo e após algumas revoluções o dedo pode se encontrar um pouco deslocado do ponto em que se encontrava na primeira volta.

Como mostrado na Tabela 3.1 a taxa de crescimento para o modo 4 é de 0.005611 e nós encontramos um valor médio 0.007538, aproximadamente 34% superior ao valor teórico, ver Fig. 3.15. Contudo, o dedo que cresce no sentido positivo do eixo X é o que apresenta uma melhor ajuste de curva com coeficiente $b = 0.006823$ aproximadamente 21% maior que o esperado.

Por outro lado, quando analisamos apenas a região entre a quinta e a décima primeira revoluções, desprezando assim as variações nas primeiras revoluções, o valor encontrado para a taxa de crescimento linear se aproxima muito do valor esperado, como pode ser visto na Fig. 3.16. Analisando apenas a região mencionada, a taxa de crescimento médio é de 0.00637, ou seja, 13,8% maior que o previsto pela teoria linear.

O aumento na inclinação da reta que descreve a taxa de crescimento é fortemente influenciada pelo aumento acentuado no início da simulação, para os quatro dedos. Em princípio, não temos clareza sobre o motivo do crescimento muito acentuado nas primeiras revoluções. Ainda assim, considerando isto as curvas de crescimento possuem amplitudes dentro de um limite de 15% da previsão teórica.

A teoria prevê um maior crescimento do dedo nas voltas iniciais e seguida por uma diminuição desta taxa após algumas revoluções, quando a relação entre o crescimento do dedo e o raio da gota inicial diminui. Desta forma, o crescimento é exponencial apenas para o regime fracamente linear que corresponde apenas às primeiras voltas. Caso a perturbação inicial fosse maior, poderíamos assumir que após poucas voltas, o crescimento deixa de ser linear. Contudo, isso não se aplica aqui pois a perturbação inicial é muito pequena e a velocidade utilizada não é suficiente mente grande para crescer o dedo rapidamente em poucas voltas.

Os resultados indicam, principalmente, a possibilidade de se melhorar os resultados tornando a malha mais fina, uma vez que os resultados encontrados para malhas mais grossas apresentaram resultados ainda mais distantes do valor teórico. Contudo, a diminuição no tamanho das células exige um passo de tempo muito menor e tempo computacional maior, e este foi o nosso limite considerando o tempo disponível e a capacidade de processamento das máquinas.

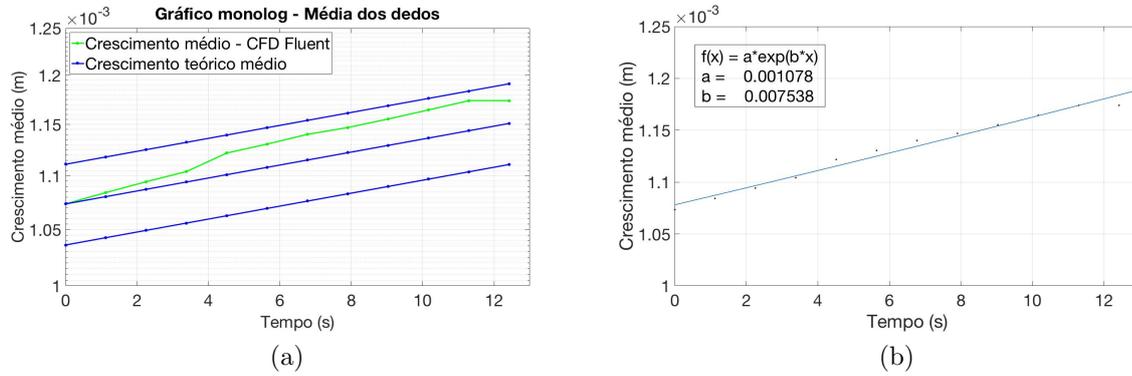


Figura 3.15 Taxa de crescimento e ajuste da curva para a média do crescimento dos 4 dedos.

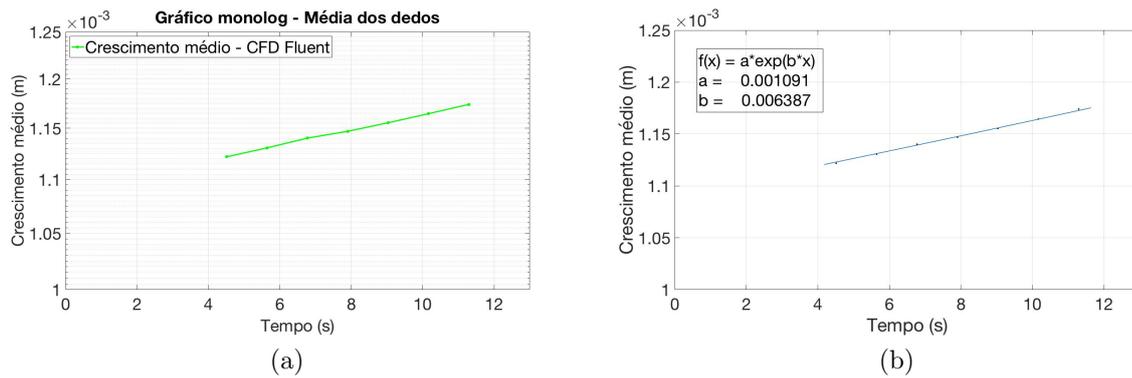


Figura 3.16 Taxa de crescimento e ajuste da curva para a média do crescimento dos 4 dedos, tomando apenas 7 pontos, entre a quinta e a décima primeira voltas.

Os padrões gerados no modo $n = 4$ e os resultados mais complexos da configuração com condições iniciais aleatórias sinalizam que é possível acessar o regime de crescimento não linear considerando valores suficientemente grandes de Ω e mantendo as mesmas propriedades dos fluidos. Nesta faixa de valores de Ω , os valores de $\Omega_{max}(n)$ e do número de modos instáveis aumentam como indicado nas Figs. 3.17a e 3.18a. Como uma consequência, não somente o sistema supera rapidamente a fase transiente descrita pela teoria linear, mas também o padrão resultante é caracterizado por um grande número de dedos. Isto permite observar outros efeitos não lineares, como o entortamento dos dedos e o desprendimento de gotas. Nós também observamos que em situações onde o número de dedos é grande a dinâmica é fortemente influenciada pela tensão superficial se comparada ao contraste de viscosidade. Pode ocorrer também o crescimento de alguns dedos devido a pequenas irregularidades na interface entre os fluidos, tornando muito difícil controlar o exato número de dedos usando apenas o valor da velocidade que maximiza o crescimento de n dedos.

A teoria de crescimento linear prevê que uma gota circular girada com uma velocidade constante que maximiza o crescimento de 12 dedos como na Fig. 3.17 os resultados devem concordar perfeitamente e devem surgir exatamente 12 dedos e não um número de dedos entre aqueles que possuem taxa de crescimento positiva. Contudo, o número de dedos encontrados em nossos resultados não coincide com a quantidade prevista para cada modo normal. Para repetir as simulações com uma malha ainda mais fina com a velocidade alta, muito superior à velocidade do modo 4, é necessário considerar um passo de tempo muito pequeno. Assim mesmo, considerando um passo de tempo razoavelmente pequeno, bem menor do que o utilizado para o modo 4, a simulação ainda permanece refém de das perturbações que geram o aparecimento dos dedos, pois essas irregularidades fazem o número de *Courant* aumentar repentinamente em determinado passo de tempo, e se as condições escolhidas não permitam um valor muito baixo, estas mudanças bruscas podem levar a valores altos o suficiente para interromper a simulação. Esta dificuldade em manter o *Courant* estável e inferior a 0, acontece até mesmo com o modo 4.

3.4.2 Regime de crescimento não linear

Nesta subseção apresentamos resultados da integração após longos intervalos de tempo, onde os efeitos não-lineares não podem ser desprezados. Apesar disto, na discussão a seguir comparamos os principais aspectos dos resultados tendo como comparação as previsões da teoria linear.

A Fig. 3.17b mostra o padrão (após 50 voltas completas) de uma gota inicialmente não perturbada, com a presença de vários dedos bem desenvolvidos. A célula foi girada com velocidade angular constante $\Omega = 16.84rad/s$, um valor que corresponde $\Omega_{max}(n = 12)$ e $\Omega_c(n = 20)$ de acordo com a teoria linear. A Fig. 3.17a ilustra o comportamento da taxa de crescimento $\omega(\Omega, n)$ como uma função de n para o correspondente valor de Ω . Apesar da posição do máximo indicar o número de dedos previstos pela teoria linear, seu número real depende do critério de contagem: seriam 7 se contarmos apenas o número de braços que emergem da região circular, e 15 se contarmos o número de extremidades de dedos.

Características similares também são observadas na Fig. 3.18 onde $\Omega = 21.06rad/s$.

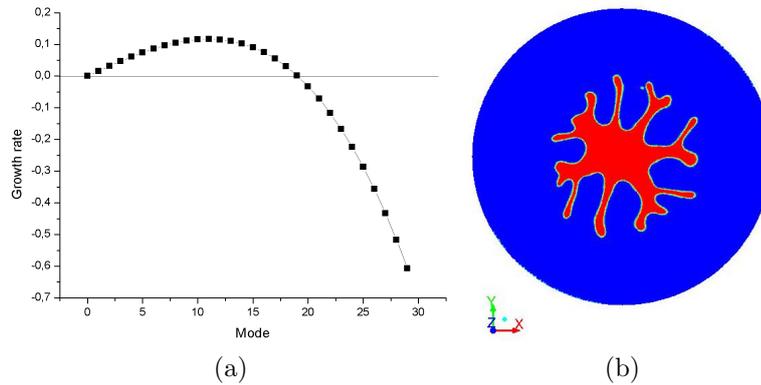


Figura 3.17 Comparação entre as predições lineares e os resultados numéricos. A Figura (a) indica o comportamento de $\omega(\Omega, n)$ com respeito a n para uma velocidade constante $\Omega = 16,84rad/s$. O valor máximo de ω ocorre para $n = 12$. A Figura (b) ilustra a configuração final obtida por integração numérica. Contém 7 ramos emergentes do círculo original, mas 15 extremidades dos dedos.

O número de dedos, entre 9 e 20, segundo o critério de contagem adotado, difere dos 15 dedos previstos pela teoria linear, contudo, a teoria também prevê 26 dedos com taxa de crescimento positiva. Como foi visto anteriormente, quando simulamos o crescimento dos dedos para um gota aleatoriamente perturbada conseguimos contar 22 dedos, o que revela uma proximidade entre os resultados que pode ter o erro justificado pelas perturbações da malha e erros de interpolações numéricas durante os cálculos. Mas podemos dizer que mesmo incluindo pequenas perturbações na malha o número de dedos que surgem não foi, em nenhum dos casos, maior que o número máximo de dedos previsto na curva da Fig. 3.18a.

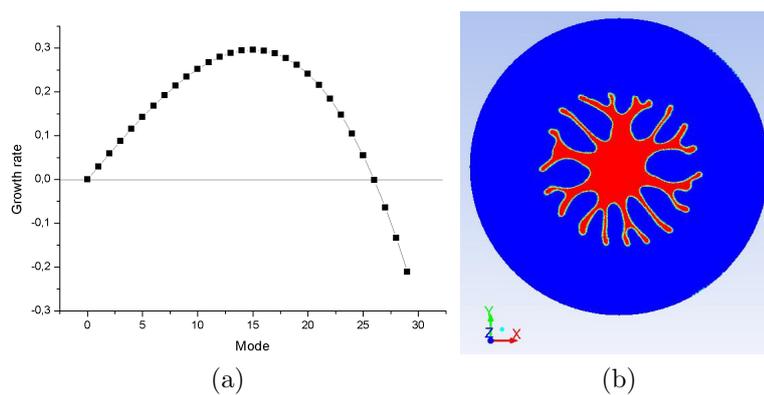


Figura 3.18 Comparação entre as predições lineares e os resultados numéricos. A Figura (a) indica o comportamento de $\omega(\Omega, n)$ com respeito a n para uma velocidade constante $\Omega = 21.06rad/s$. O valor máximo de ω ocorre para $n = 15$. A Figura (b) ilustra a configuração final obtida por integração numérica. Contém 9 ramos emergentes do círculo original, mas 19 extremidades dos dedos.

Um aspecto importante que torna-se evidente em nossos resultados para o regime não-linear é o entortamento dos dedos na direção oposta à de rotação. Este fenômeno é previsto pelas equações (2.1) e (2.2), quando são integradas no referencial girante e todas as forças inerciais lineares e não lineares são levadas em conta. Isto é explicado como resultado da força fictícia de Coriolis, que é proporcional a Ω , e atua em direção perpendicular ao vetor Ω e à velocidade de deslocamento da parcela de fluido.. Como o fluido se desloca dentro da célula com uma velocidade aproximada proporcional à velocidade de crescimento do dedo, este efeito pode ser melhor observado quando Ω é suficientemente grande.

Na ausência da força de Coriolis, o contraste de viscosidade C exerce um papel dominante no comportamento da interface. Portanto, a presença desta força causa o crescimento do dedo com uma forte dependência com Re [37] de modo que, em muitas condições reais de rotação a inclusão do termo de Coriolis é essencial para reproduzir resultados experimentais. Apesar disto já ter sido levado em conta em investigações prévias no estudo da célula de Hele-Shaw [37, 33], com nossos resultados é possível analisar, qualitativamente e quantitativamente, os efeitos de valores altos de Ω e Re , e também a influência de C e das condições iniciais com ou sem perturbações. Com relação a influência de C , valores altos levam a um rápido crescimento dos dedos, de forma que os efeitos da força de Coriolis podem ser observados utilizando valores não tão grandes de Ω . Este fato pode ser visto na Fig. 3.9b, onde os quatro dedos estão levemente flexionados no sentido anti-horário. O entortamento dos dedos no sentido anti-horário torna-se muito mais evidente nas Figs. 3.9a e 3.9b. Com altas velocidade e número de dedos muito maior que 4, os dedos tornam-se finos e o efeito resultante pode ser facilmente identificado.

A configuração da célula quando utilizado um valor de Ω ainda maior do que o utilizado anteriormente, é fortemente identificado pelo regime de desprendimento de gotas. Estudos prévios tem mostrado a formação de gotas tanto para altos como para baixos contrastes de viscosidade. O aparecimento de pequenas gotas nas extremidades dos dedos é um fenômeno esperado quando se gira uma célula de HS [35]. Portanto, em contraste com o entortamento dos dedos, um número maior de gotas aparece quando o contraste de viscosidade é baixo. De fato, a associação de valores baixos de C com valores pequenos de tensão superficial reduz a energia necessária para o crescimento de gotas.

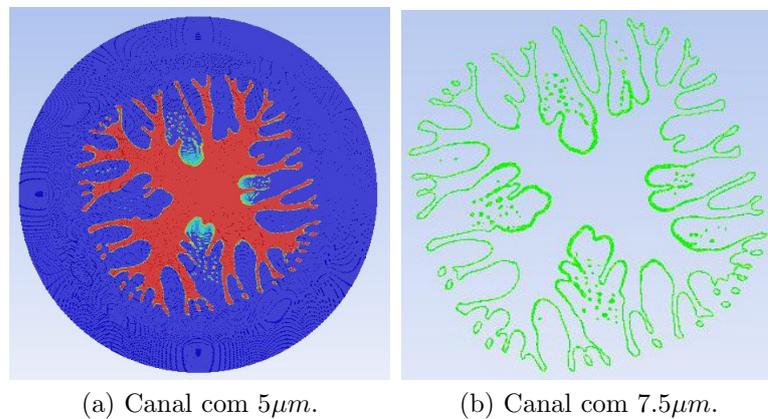


Figura 3.19 Ejeção de gotas para $\Omega = 90rad/s$.

Nós realizamos simulações para valores grandes de Ω , de forma a atingir rapidamente o regime não linear e observar o aparecimento de gotas após poucas revoluções. Observamos que dentro do formalismo de integração em uma malha discreta, este regime é caracterizado por um grande número de células na zona de mistura. A Fig. 3.19 ilustra o processo de formação de gotas, onde várias estruturas podem ser identificadas.

Os padrões mostrados evoluíram de uma configuração inicial dada pela Eq. 3.21 com $n = 4$. Portanto, devido ao grande valor de Ω durante a evolução temporal, observamos que além do crescimento dos quatro dedos principais vários outros braços secundários crescem concomitantemente. Ainda nesta última figura, notamos a presença de uma região quase contínua formada por uma região de mistura na imagem 3.19a, localizada entre os quatro dedos iniciais e próximo ao círculo inicial. É possível também identificar um grande número de gotas ejetadas, também nessa região entre os dedos mas deslocados para regiões mais distantes do centro da célula. Algumas dessas características tornam-se mais evidentes na imagem 3.19b, onde desenhamos apenas a interface entre os fluidos. Neste caso, todas as células na zona de mistura não são levadas em consideração, e podemos identificar melhor as pequenas e grandes gotículas que foram formadas.

CAPÍTULO 4

DISPERSÃO HIDRODINÂMICA EM MEIO POROSO

Ao considerarmos um fluxo de um fluido através de um meio poroso, é possível adicionar uma certa quantidade de soluto, que é denominado de traçador e pode ser identificado pela densidade, cor, condutividade elétrica, etc. Em muitas situações modela-se a dispersão de um soluto desprezando a interação entre ele e o fluido que escoar. No entanto, em muitas situações reais, é verificada a dispersão de um fluido em outro como em um sistema bifásico.

Experiências mostram que quando o fluxo é iniciado, o traçador se espalha e ocupa uma porção cada vez maior do domínio. Este fenômeno de espalhamento é chamado de dispersão hidrodinâmica em um meio poroso, que é um processo não estacionário e irreversível (no sentido de que a distribuição inicial dos traçadores não pode ser obtida por fluxo reverso), e no qual a massa do traçador se mistura com o fluido que escoar no meio [5].

A dispersão hidrodinâmica é o resultado macroscópico do movimento de partículas traçadoras individuais através de um meio poroso com acontecimento simultâneo de diversos fenômenos físicos e químicos. Em geral, tais fenômenos e movimentos ocorrem devido a fatores, tais como: forças externas atuando no líquido, a intricada estrutura microscópica do meio poroso, difusão molecular causada pela concentração de gradientes, variações em propriedades dos líquidos, mudanças na concentração dos traçadores devido a processos químicos e físicos na fase líquida e interações entre as fases líquida e sólida.

O fenômeno da dispersão hidrodinâmica ocorre em muitos problemas tais como: transição entre as zonas de água salgada e água doce em aquíferos costeiros, recuperação secundária de petróleo, movimento de fertilizantes no solo, uso de reatores empacotados com materiais granulados na indústria química, etc.

Sistemas bifásicos normalmente desenvolvem um fluxo com padrões complexos que dependem das propriedades dos fluidos e das forças externas que atuam sobre eles. Por exemplo, a célula de Hele-Shaw, que pode ser pensada como um sistema bidimensional, investigada de diferentes formas nas últimas décadas e que também é estudada no capítulo anterior, oferece um claro exemplo de como diferentes condições impostas inicialmente podem levar a variadas configurações de saída. Obviamente, para sistemas tridimensionais a visualização e caracterização dos padrões é uma tarefa mais difícil.

O estudo torna-se ainda mais complexo quando o o fluxo bifásico ocorre em um meio poroso, pois efeitos adicionais surgem da interação entre o fluido e as paredes do sólido. A crescente complexidade do meio, acompanha um conjunto cada vez mais rico de diferentes modelos que podem ser investigados, tanto em duas como em três dimensões. O modelo mais comum de recuperação de petróleo em reservatórios formados por meios porosos permeáveis, é a injeção de água, vapor de água ou CO_2 em um poço adjacente ao poço produtor, que é também um dos problemas mais investigados. Neste trabalho, o fluido

invasor é injetado em um canal com uma região porosa bem definida, e a evolução do sistema é acompanhada até o fluido invasor atingir o final da zona porosa.¹

Outra questão que pode aparecer durante o processo de recuperação de petróleo diz respeito ao comportamento de uma quantidade limitada do fluido invasor que encontra-se entre duas massas de óleo. Quando isso ocorre, esta parcela do fluido invasor e o fluido viscoso ao redor dela ainda se movem devido a força de injeção na entrada do poço. A caracterização do movimento desta quantidade do fluido menos viscoso é um dos objetivos deste capítulo.

Com o intuito de monitorar quantitativamente uma quantidade finita do fluido invasor, inicialmente preenchemos o canal com óleo, colocamos uma quantidade de água (que chamaremos de volume limitado de água), em uma região sem poros na entrada do canal, e o processo é iniciado com injeção de óleo na entrada do canal que corresponde à parede vertical esquerda. O outro objetivo desta investigação é avaliar como a água invade a região porosa em uma configuração com o canal inicialmente preenchido totalmente com óleo, injetando água continuamente a uma velocidade constante. A Fig. 4.1 ilustra os dois processos de injeção de fluido no canal.

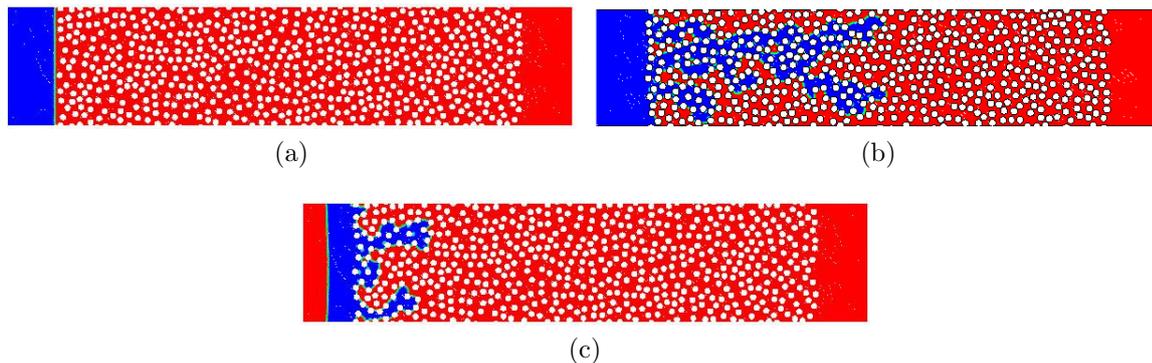


Figura 4.1 Configuração da água durante o processo de injeção para $V = 0.005m/s$, $\phi = 0.61$ e canal em mm .: (a) Canal preenchido com óleo (vermelho) e um volume de água retangular (azul) antes da região porosa no instante $t = 0$, (b) representação de um volume limitado de água sendo deslocado por óleo e (c) é a representação da injeção contínua de água em um meio poroso inicialmente preenchido com óleo.

4.1 DESCRIÇÃO DO MODELO

O modelo utilizado neste trabalho consiste de um canal bidimensional com um número fixo de círculos não sobrepostos e imóveis, distribuídos randomicamente dentro do canal, mas deixando no início e no final do canal uma pequena região sem poros. Este arranjo simula o meio poroso onde a porosidade depende do tamanho e do número de obstáculos. Se as forças externas e as propriedades dos fluidos são tais que a lei de Darcy possa ser aplicada, uma permeabilidade linear pode ser assumida no sistema.

¹Fizemos o teste e para tempos longos a maior parte da água é expulsa do canal.

Os resultados que apresentaremos foram obtidos a partir de dez amostras de diferentes porosidades $\phi = a, b, c, d$, cujos valores são indicados na Tabela 4.1. As imagens a,b,c e d da Fig. 4.3, mostram como os círculos são distribuídos para cada uma das quatro respectivas porosidades $\phi = a, b, c, d$. Devido a característica aleatória da distribuição, as amostras resultantes k para duas diferentes distribuições com uma mesma porosidade podem diferir entre si.

Tabela 4.1 Valores das porosidades para cada amostra.

ϕ_a	ϕ_b	ϕ_c	ϕ_d
0.61	0.71	0.81	0.91

A Fig. 4.2 mostra como os círculos são distribuídos para formar diferentes amostras com uma mesma ϕ . Como exemplo, as configurações de 1 a 5 são mostradas na Figura 4.2, de um total de 10 amostras utilizadas neste trabalho. Essas malhas foram geradas no *Gambit*², utilizando um código onde é possível fixar a ϕ permitindo pequenas flutuações na amostra.

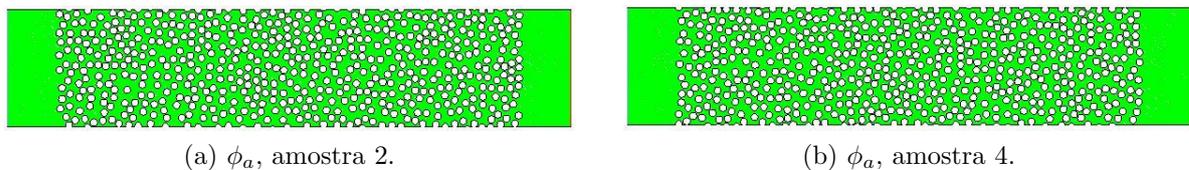


Figura 4.2 Essas distribuições possuem a mesma $\phi = 0.61$, mas cada imagem possui uma permeabilidade ligeiramente distinta resultante da diferente distribuição dos obstáculos.

Para a resolução das equações é assumida a condição de contorno de não deslização (*no slip*) do fluido nas paredes do canal e dos obstáculos. O sistema de equações que descreve as equações de conservação da massa e do momento são resolvidas com a ajuda do FLUENT com condições de contorno que atribuem, respectivamente, velocidade e pressão fixas na entrada e na saída do canal.

Inicialmente a fração de vazios do canal é completamente preenchida com o fluido mais viscoso, para o qual nós definimos valores de densidade e viscosidade típicos do óleo comum, $\rho_{oleo} = 922kg/m^3$, $\mu_{oleo} = 0,1kg/m s$. Para o fluido menos viscoso nós definimos as propriedades da água $\rho_{agua} = 998,2kg/m^3$, $\mu_{agua} = 0,001003kg/m s$ e uma tensão interfacial entre os fluidos igual a $\sigma = 0,064N/m$.

O processo de integração das equações requer que seja atribuída uma escala de comprimento específica, como já indicado no capítulo anterior. Tendo por base a razão de aspecto das amostras ilustradas nas Fig. 4.1 - 4.3, consideramos duas escalas diferentes. Na primeira delas, o canal tem comprimento total de $480mm$ e largura de $100mm$, sendo que apenas $400mm$ possuem obstáculos e os $80mm$ restantes são divididos em duas

²O *Gambit* é um *software* que possui uma interface para a criação de geometria e malha, e que é composto pelas ferramentas de pré-processamento presentes no FLUENT.

regiões sem obstáculos de 40mm cada, uma no início e outra no final. Esta escala de comprimento é adequada para a descrição de um meio onde os obstáculos correspondem a pedaços de rochas fraturadas com dimensão de alguns milímetros. Nesta situação, os espaços vazios por onde o fluxo ocorre entre os fragmentos formam canais cuja largura é também da ordem de milímetros.

Para obter a descrição de situações que possam se aproximar de um meio com poros da ordem de alguns centímetros, é necessário re-escalar as amostras utilizadas por um fator 10, passando o modelo a descrever um canal na escala de centímetros. Esta nova escolha acarreta necessariamente um aumento no valor do número de Reynolds, Assim, nós apresentaremos resultados obtidos tanto para o canal na escala de cm como na escala de mm.

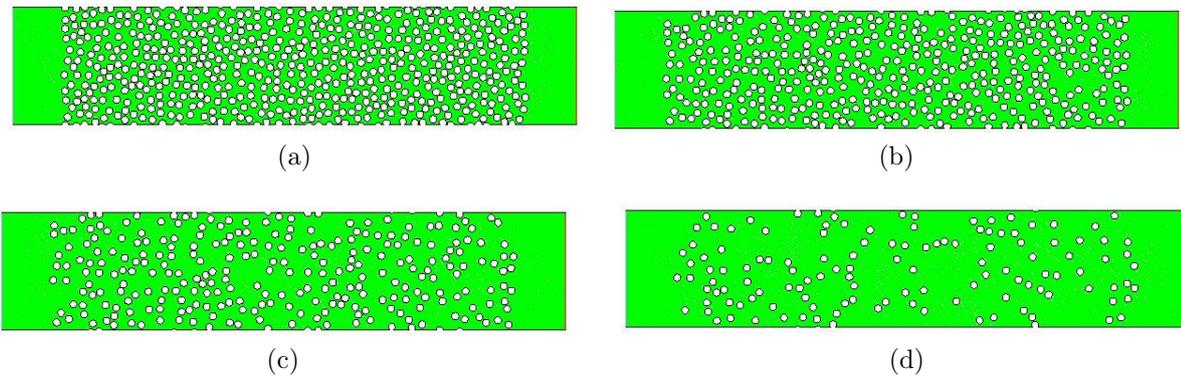


Figura 4.3 Distribuição aleatória de obstáculos correspondendo a $\phi_a = 0.61$ (a), $\phi_b = 0.71$ (b), $\phi_c = 0.81$ (c) e $\phi_d = 0.91$ (d).

A malha utilizada é formada por células triangulares, mais adequadas para geometrias que contém círculos. Como no capítulo anterior, as simulações foram feitas no ANSYS FLUENT. O regime de escoamento escolhido foi o transiente, os resíduos e a convergência foram monitorados dentro do software e a simulação é convergente durante todo o processo. para escoamentos multifásicos a convergência é monitorada utilizando-se também o número de Courant, respeitando-se o limite $CFL < 2$, durante todo o processo.

Como o modelo é bidimensional, a ação da viscosidade do óleo nas paredes do canal é muito pequena. Com efeito, as paredes em questão são linhas como as faces vistas na Fig. 2.1, e os resultados indicaram pouca mudança no perfil de invasão quando alteramos a viscosidade do fluido deslocado.

Durante o processo de investigação fizemos diversos testes utilizando números de Reynolds menores que o utilizado para obter os resultados discutidos aqui. Contudo, as simulações com Re menores que 5, um dos valores utilizados neste trabalho e calculado utilizando as propriedades do óleo, exigem um tempo computacional muito maior e a expulsão do fluido torna-se pouco realística.

Dessa forma, realizamos uma simulação para cada uma das 10 amostras das 4 porosidades. Para cada um dos valores de ϕ , os resultados apresentados correspondem a uma média das 10 amostras em instantes coincidentes. Para analisar a concentração

de água na região em que ela se distribui durante o escoamento, utilizamos o seguinte procedimento: utilizamos uma coluna de 5 unidades de comprimento e 100 unidades de largura, aqui a unidade pode ser *cm* ou *mm*, ver Fig. 4.4, e a deslocamos em passos fixos de 1 unidade. Assim varremos toda a região porosa, utilizando uma janela sobreposta. Para facilitar o tratamento dos dados contamos em cada janela a quantidade de células ocupadas por água e como as células possuem aproximadamente o mesmo tamanho é o mesmo que calcular a área ocupada pelo fluido, já que o modelo é bidimensional. Dessa forma, a janela é movida por 475 “passos” até alcançar o final do canal.

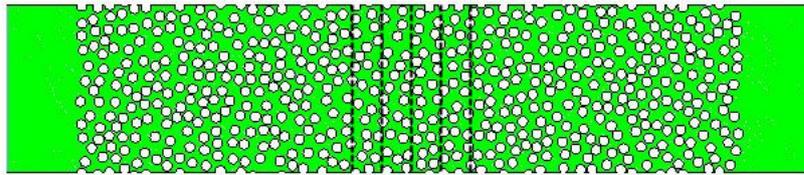


Figura 4.4 Representação da coluna que utilizamos para monitorar o comportamento do volume de água de água durante a injeção de óleo.

4.2 DISPERSÃO HIDRODINÂMICA

Os processos de transporte e acumulação de uma determinada substância em um meio poroso dependem da natureza da substância bem como das características da matriz porosa. Encontra-se bem estabelecido na literatura de fenômenos de transporte em meios porosos que a dispersão nestes meios depende da contribuição da difusão molecular e da dispersão hidrodinâmica.

Na difusão molecular o movimento é causado pelo gradiente de um campo escalar, sendo que a intensidade do transporte estará diretamente relacionado à magnitude do gradiente. Os casos mais conhecidos desta ocorrência são o transporte de calor por condução, governado pela lei de Fourier, e a dispersão de massa dada pela lei de Fick. A difusão molecular pode acontecer tanto em fluidos em movimento como em meios estagnados.

A dispersão hidrodinâmica em meios porosos com fluido em movimento, é responsável pelo espalhamento da substância no meio poroso. Este espalhamento faz com que a substância ocupe uma volume cada vez maior fazendo com que o pico de concentração decresça enquanto a frente de invasão se move mais rápido. A dispersão hidrodinâmica é influenciada pela rugosidade das superfícies dos poros, pelo tamanho dos canais dentro da região porosa e pela tortuosidade destes canais, como pode ser visto na Fig. 4.5.

A equação de dispersão hidrodinâmica, deduzida em [5], é escrita da seguinte forma,

$$\frac{\partial \vec{\rho}_\alpha}{\partial t} = \nabla \cdot [(\mathbf{D} + D_{\alpha\beta} \mathbf{T}) \nabla \vec{\rho}_\alpha] - \vec{V} \nabla \vec{\rho}_\alpha \quad (4.1)$$

onde o subscrito α e β representam a espécie que está sendo difundida, \mathbf{D} (Tensor de segunda ordem relacionado ao vetor de fluxo dispersivo do $\nabla \vec{\rho}_\alpha$) é o coeficiente de dispersão mecânica, $D_{\alpha\beta}$ é o coeficiente binário de dispersão, $D_{\alpha\beta} \mathbf{T} \equiv D_{\alpha\beta}$ é o coeficiente molecular de dispersão em meio poroso e \mathbf{T} é a tortuosidade do meio.

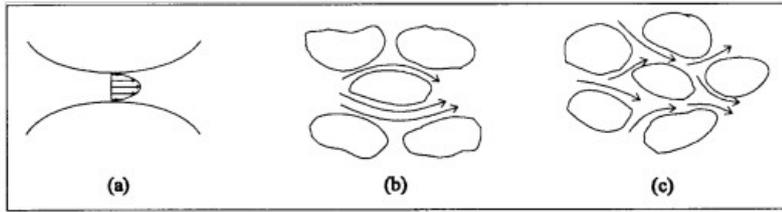


Figura 4.5 Mecanismos físicos de mistura mecânica em escala microscópica.

O coeficiente de dispersão mecânica \mathbf{D} depende dos padrões do escoamento, das velocidades, do número de Peclet e de algumas características básicas do meio. Há duas possíveis relações entre \mathbf{D} e \vec{V} . Em todos os canais em que o efeito combinado da distribuição da velocidade através do canal e a difusão molecular transversal são consideradas, o coeficiente de dispersão é proporcional a \vec{V}^2 . A outra possível relação acontece quando é considerado apenas o movimento médio no canal, enquanto as misturas ocorrem nas conexões entre diferentes canais, desconsiderando a difusão molecular, temos que $\mathbf{D} \sim \vec{V}$.

A tortuosidade \mathbf{T} é um operador adimensional que transforma as componentes F_i (no sistema de coordenadas x_i) de qualquer força externa que atua em um pequeno elemento do fluido, em uma outra componente que projeta esta força na direção da linha de corrente do ponto analisado.

A equação da dispersão hidrodinâmica é utilizada para descrever diversos tipos de dispersão em meio poroso. Neste trabalho buscamos saber se a dispersão hidrodinâmica simples, relativa ao avanço de um traçador embebido em um fluido com o qual não interage e deslocado pela injeção deste mesmo fluido, pode ser comparada com o avanço da água quando injetada em um canal contendo óleo com a dispersão de uma quantidade de água que se desloca dentro de um canal com óleo empurrada por uma injeção contínua de óleo.

4.3 RESULTADOS E DISCUSSÕES: DISPERSÃO HIDRODINÂMICA EM MEIO POROSO

Conforme ilustrado na Fig. 4.1, para estudar o processo de dispersão da água em um meio poroso preenchido com óleo, tratamos o problema de duas diferentes formas: na primeira, injetamos água continuamente a uma velocidade constante em um canal poroso preenchido inicialmente com óleo. No segundo procedimento, colocamos uma quantidade de água na entrada do canal e, em seguida, passamos a injetar óleo com as mesmas características do óleo residente originalmente. Em ambas situações, acompanhamos a evolução do sistema até o momento em que as primeiras frações de água atingem o fim do canal. Salientamos que, com o segundo procedimento, é possível acompanhar tanto a frente de invasão como a retenção de água em certas regiões do meio poroso. A seguir, discutimos detalhadamente cada uma dessas abordagens para dois regimes, um com espaçamento médio entre os poros de aproximadamente 15cm em um regime de escoamento com $Re = 460$ e outro com espaçamento médio na ordem de 15mm com $Re = 5$.

4.3.1 Dispersão hidrodinâmica para $Re = 460$

O espaçamento entre os poros influencia fortemente na dinâmica de escoamento. Contudo, o número de Reynolds oferece uma forma mais interessante de avaliar e comparar as dinâmicas de escoamento. Por isso, escolhemos inicialmente as dimensões do canal optando por manter o Re alto. O valor de $Re = 460$ não caracteriza turbulência, no entanto, os resultados apresentam pontos de vorticidade não nula. A princípio não é possível identificar se são gerados pela velocidade, que aumenta nas regiões estreitas entre os círculos, ou se aparecem apenas atrás dos círculos quando a água atinge o círculo, encontra uma barreira e retorna.

4.3.1.1 Dispersão hidrodinâmica com injeção contínua de água No processo de injeção contínua de água para $Re = 460$ e um canal na ordem de cm é possível identificar que o aumento da velocidade devido ao estreitamento dos canais entre os círculos cria uma zona de mistura entre os fluidos que é representada pela cor *verde*, fenômeno este que é mais claramente observado para ϕ_a e ϕ_b representadas nas Figs. 4.6a e 4.6b. Faz-se necessário lembrar, que mesmo com essa região de mistura, nenhuma quantidade de um dos fluidos é criada ou destruída.

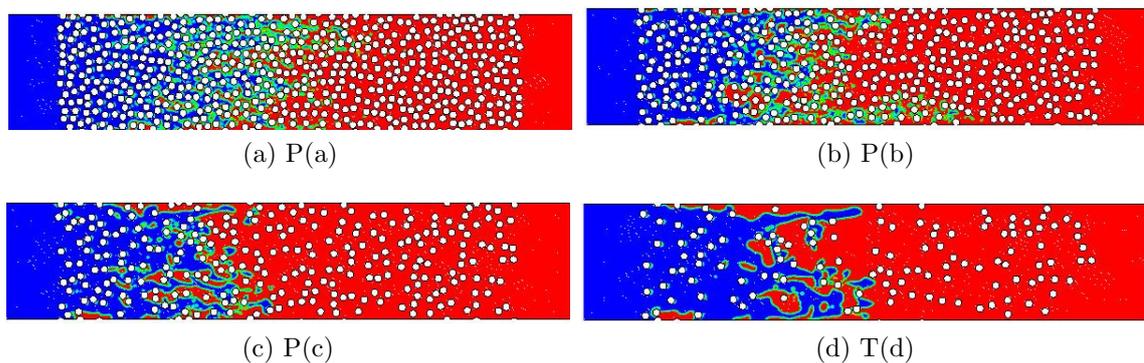


Figura 4.6 Padrões de dispersão da água no óleo em um processo de injeção constante de água. As imagens mostram as 4 porosidades, para a amostra 5 e em um mesmo instante de tempo $20s$, com $Re = 460$.

Desta forma, quando analisamos de forma qualitativa a frente de invasão percebemos que a água invade a região porosa de uma maneira muito parecida nas 4 porosidades, conforme ilustrado nas nos gráficos das Figs. 4.6 e 4.7. A fração de água nas diferentes colunas apresenta uma queda acentuada e uma cauda que cresce para a direita, sendo que de forma mais suave em ϕ_a e ϕ_b .

4.3.1.2 Dispersão hidrodinâmica de um volume limitado de água Aqui preenchemos todo o canal com óleo e colocamos uma pequena quantidade de água na primeira região do canal, antes da zona porosa como pode ser visto nas Figs. 4.1a e 4.1b, e injetamos óleo na parede da esquerda a uma velocidade constante com $Re = 460$ e com um alto contraste de viscosidade entre os fluidos.

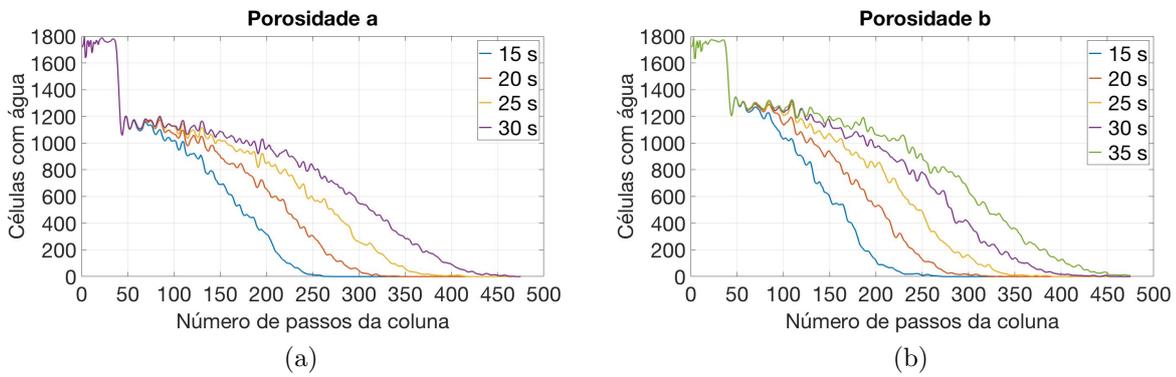


Figura 4.7 Curvas de distribuição da água dentro da zona porosa em instantes diferentes. Imagem (a) ϕ_a e imagem (b) ϕ_b .

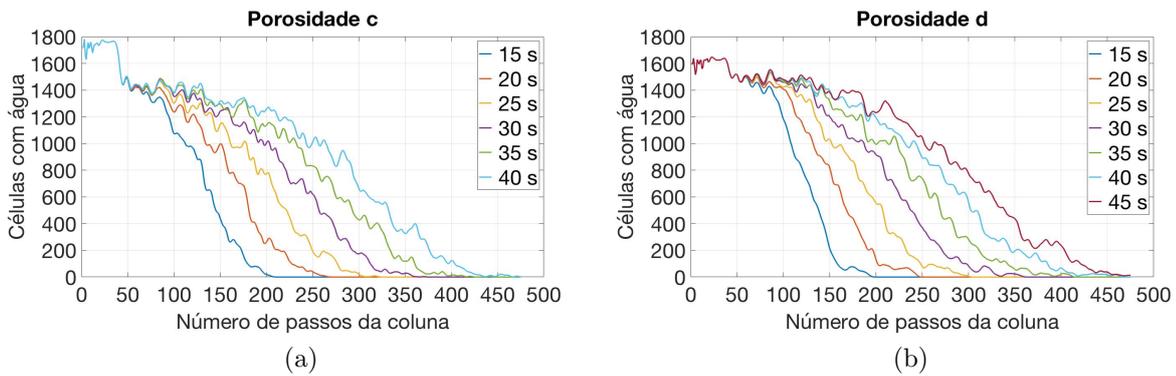


Figura 4.8 Curvas de distribuição da água dentro da zona porosa em instantes diferentes. Imagem (a) ϕ_c e imagem (b) ϕ_d .

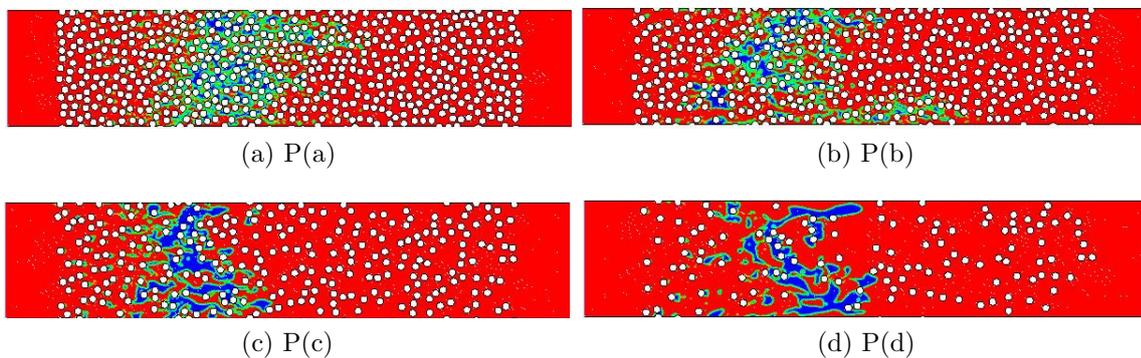


Figura 4.9 Padrões de dispersão da água no óleo em um processo de deslocamento de um volume limitado de água por injeção de óleo. As imagens mostram as 4 porosidades, para a amostra 5 e em um mesmo instante de tempo 20s, com $Re = 460$.

Como pode ser visto nas imagens da Fig. 4.9, surgem regiões de mistura entre os fluidos, como no caso da injeção contínua de água, e o volume limitado de água divide-se em dedos que, ao tomarem caminhos diferentes respeitando o princípio de minimização da energia, quebram-se em pequenos pedaços. Mesmo assim, a distribuição da água dentro da canal concorda perfeitamente com o esperado pela teoria de dispersão hidrodinâmica em meio poroso, com a presença de um pico que vai se achatando ao mesmo tempo em que cauda aumentando para a esquerda, com o passar do tempo, como é mostrado nas Figs. 4.10 e 4.11.

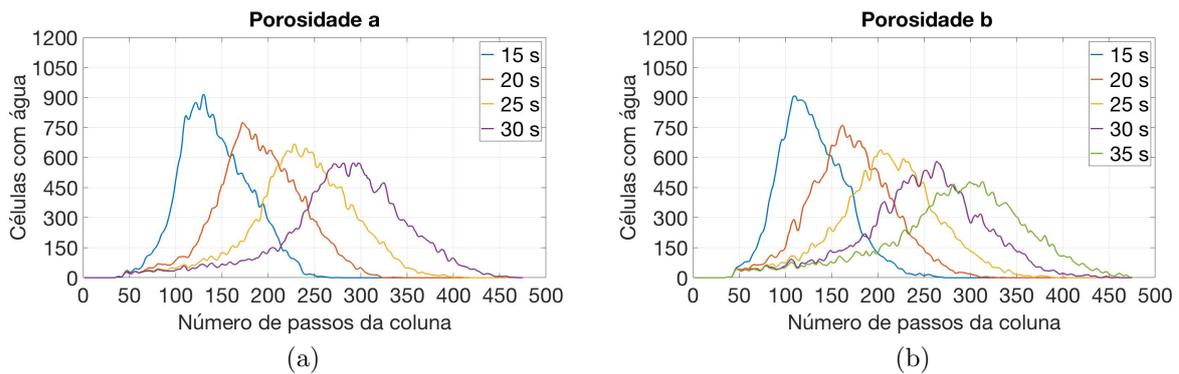


Figura 4.10 Curvas de distribuição da água dentro da zona porosa em instantes diferentes. Imagem (a) ϕ_a e imagem (b) ϕ_b , para $Re=460$.

Desta forma, o valor de Re elevado pode ser associado à criação de uma zona de mistura, às diferentes formas como a cauda cresce para a esquerda e ao achatamento do pico da curva.

A assimetria na curva de distribuição pode ser analisada através do seu coeficiente de *Skewness*, definida por,

$$Skew = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \quad (4.2)$$

onde μ_3 é o terceiro momento central e σ^3 é o desvio padrão. A *Skewness* mede a assimetria das caudas das distribuições. Assim,

- Se $Skew > 0$, a distribuição possui uma cauda para a direita.
- Se $Skew < 0$, a distribuição possui uma cauda para a esquerda.
- Se $Skew = 0$, a distribuição é aproximadamente simétrica.

Como pode ser visto na Fig. 4.12a a distribuição da água possui uma assimetria para a direita com o espalhamento tendendo a uma redução na cauda direita e aumento da cauda esquerda.

De modo semelhante, a maneira como o perfil do máximo da distribuição muda com o passar do tempo pode ser analisada utilizando a *Kurtosis*, que é a medida do achatamento do pico da distribuição e é definida por

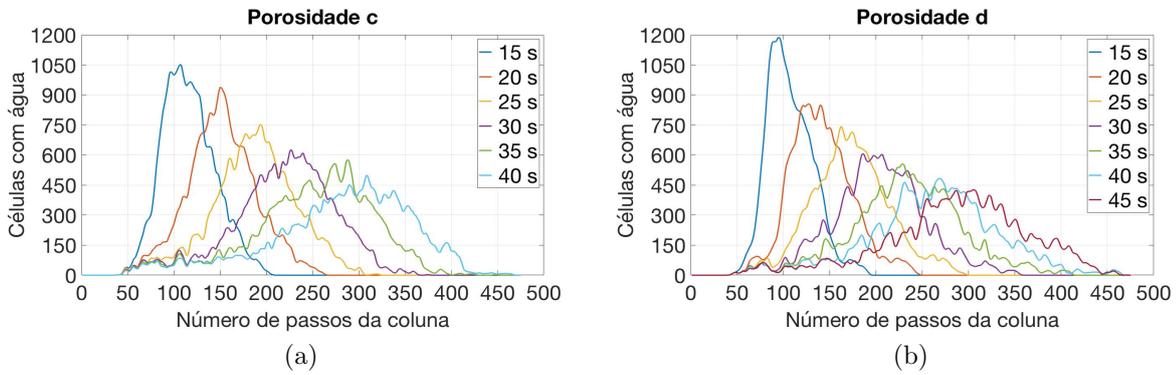


Figura 4.11 Curvas de distribuição da água dentro da zona porosa em instantes diferentes. Imagem (a) ϕ_c e imagem (b) ϕ_d , para $Re=460$.

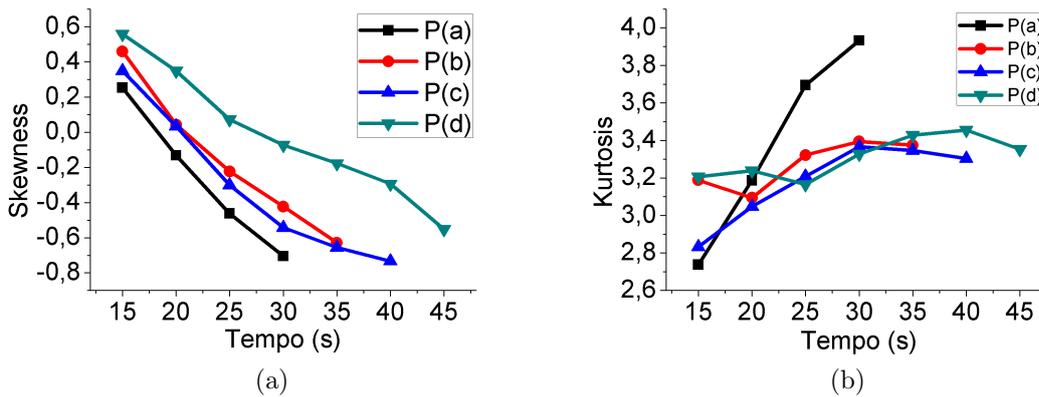


Figura 4.12 A Fig. (a) mostra a *Skewness* e a Fig. (b) mostra a *Kurtosis* da dispersão de água em um canal poroso com $Re = 460$.

$$Kurt = \frac{\mu_4}{\sigma^4} \quad (4.3)$$

onde μ_4 é o quarto momento. A *Kurtosis* não possui limite superior, mas seu valor inferior é -2 . É reservado o seguinte significado para os valores encontrados com a *Kurtosis*.

- Se $Kurt = 3$, a curva de distribuição possui o mesmo achatamento que a distribuição normal.
- Se $Kurt > 3$, a distribuição é mais alta (afunilada) e concentrada que a distribuição normal.
- Se $Kurt < 3$, a distribuição é mais achatada que a distribuição normal.

A Fig. 4.12b mostra como o máximo da distribuição volumétrica da água vai diminuindo com a injeção, e o espalhamento longitudinal também aumenta com o tempo, espalhamento este caracterizado pela Kurtosis. Assim, para Re a dispersão hidrodinâmica de um volume limitado de água concorda com a previsão teórica.

4.3.2 Dispersão hidrodinâmica para $Re = 5$

4.3.2.1 Dispersão hidrodinâmica com injeção contínua de água Como foi discutido anteriormente o processo de dispersão hidrodinâmica depende além de outros fatores também do diâmetro dos canais dentro da região porosa. Assim, repetimos os dois processos descritos anteriormente, agora para um canal na ordem de mm , trabalhando com $Re = 5$ com contraste de viscosidade 0.999 e tensão superficial $0.064N/m$. Primeiramente injetamos continuamente água em um canal preenchido com óleo. A Fig. 4.13 mostra a invasão da água para uma das amostras em diferentes instantes, lembrando que aqui como nos casos anteriores fizemos a média das 10 amostras para cada ϕ .

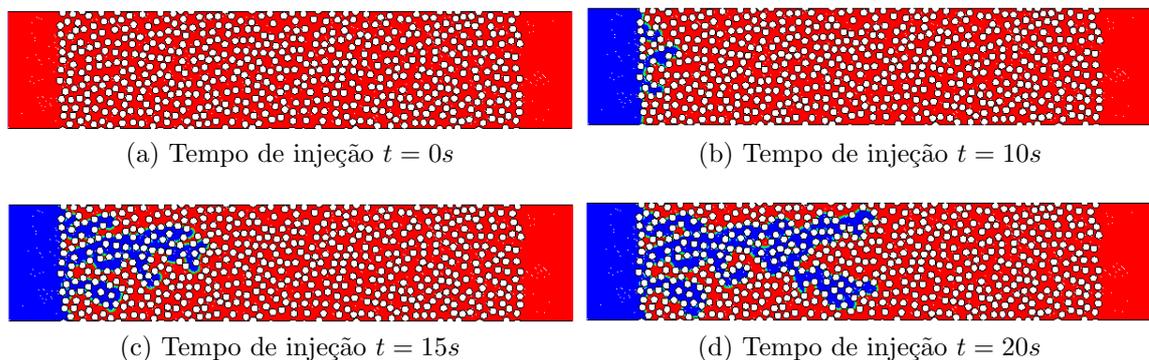


Figura 4.13 Configuração da água durante o processo de injeção de água com velocidade constante $V = 0.005m/s$, $\phi = 0.61$ e amostra 5.

Comparando a forma pela qual a água invade a região porosa com aquela obtida para $Re = 460$, nota-se que a escolha de canais preferenciais aqui é muito mais evidente.

Enquanto que no caso anterior o óleo continuou residente em apenas pequenas regiões, aqui o fluxo ocorre de forma clara por um pequeno número de canais. Por outro lado, forma de invasão é parecida com o que é encontrado para deslocamentos em células de Hele-Shaw, onde os dedos gerados correspondem aqui aos canais abertos no meio poroso. Diferentemente da célula de HS, que é conhecida pela pouca espessura, o canal se estende a infinito nos dois sentidos do eixo z .

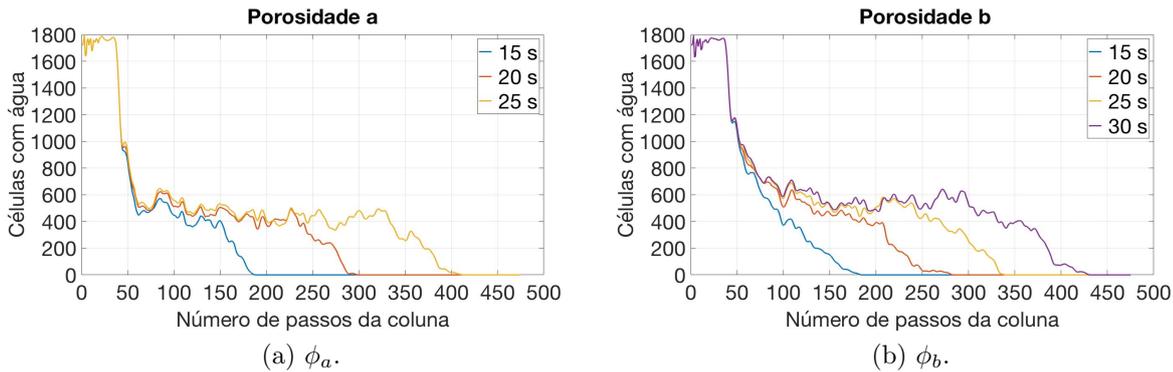


Figura 4.14 Os quadros acima mostram a forma como a água invade a região porosa nos canais com ϕ_a e ϕ_b e $Re = 5$.

É possível identificar também que, para os valores de ϕ investigados, o perfil de invasão da água evolui para uma configuração, caracterizada por uma região inicialmente estável, próxima ao início da região porosa de onde o óleo foi totalmente expulso, seguida por uma região razoavelmente constante, e em seguida por uma região onde a quantidade de água decaiu de maneira acentuada. A presença desta região aproximadamente plana, que chamamos aqui de *plateau*, é o que diferencia mais claramente os escoamentos com injeção constante de água para Re altos e baixos.

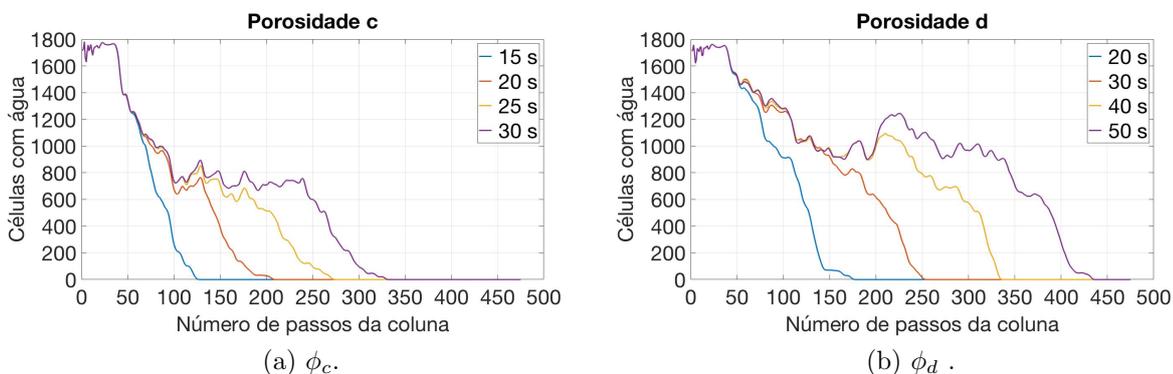


Figura 4.15 Os quadros acima mostram a forma como a água invade a região porosa nos canais com ϕ_c e ϕ_d e $Re = 5$.

4.3.2.2 Dispersão hidrodinâmica de um volume limitado de água O deslocamento de uma porção de água por injeção constante de óleo com Re baixo, próximo de 1, faz com que o volume limitado de água se quebre de diferentes formas, de maneira tal que não é possível caracterizar os espalhamentos transversal e longitudinal previstos na teoria de dispersão hidrodinâmica em meio poroso. Para fugir das configurações onde o volume limitado de água encontra-se quebrado, escolhemos analisar apenas os momentos iniciais do processo de injeção, logo após a água invadir completamente a região porosa, pois nestes instantes o volume limitado permanece ainda razoavelmente coeso.

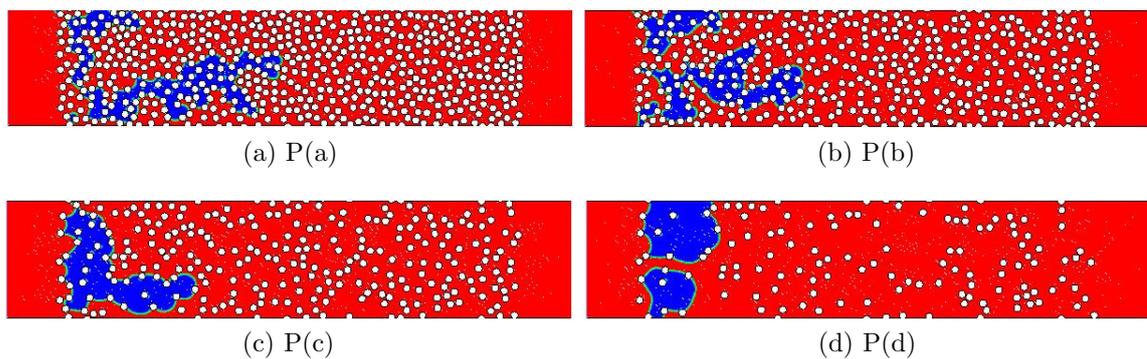


Figura 4.16 Padrões de dispersão da água no óleo em um processo de deslocamento de um volume limitado de água por injeção de óleo. As imagens mostram as 4 porosidades, para amostra 2 e em um mesmo instante de tempo 10s, com $Re = 5$.

Os gráficos das distribuições de água, revelam o que pode ser visto nas imagens da Fig. 4.16. Em canais menos porosos, o fluido atinge velocidades maiores entre os círculos e o volume limitado de água consegue se espalhar um pouco, Figs. 4.17a e 4.17b. Mas em canais com mais espaços entre os círculos, devido a baixa velocidade, o volume limitado de água mantém uma forma mais compacta nos primeiros instantes, Figs. 4.18a e 4.18b.

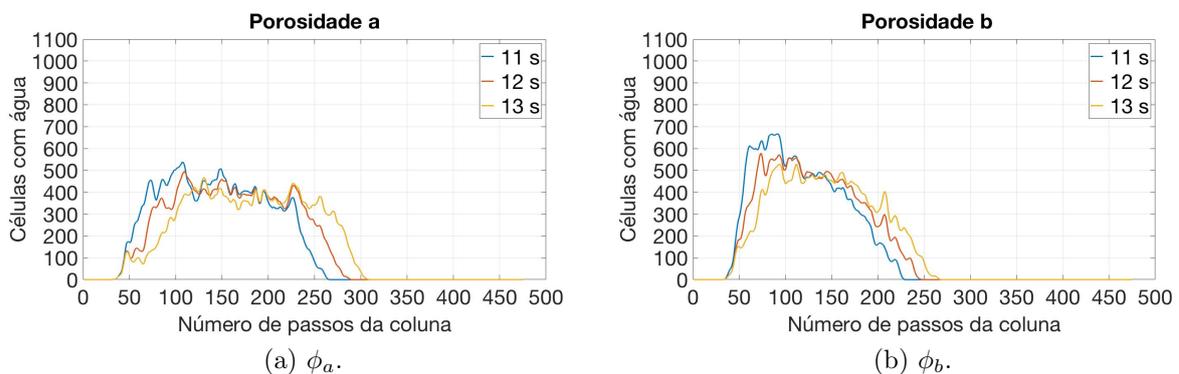


Figura 4.17 Os quadros acima mostram as curvas da distribuição volumétrica do volume limitado de água nos primeiros instantes após o volume limitado invadir completamente a região porosa.

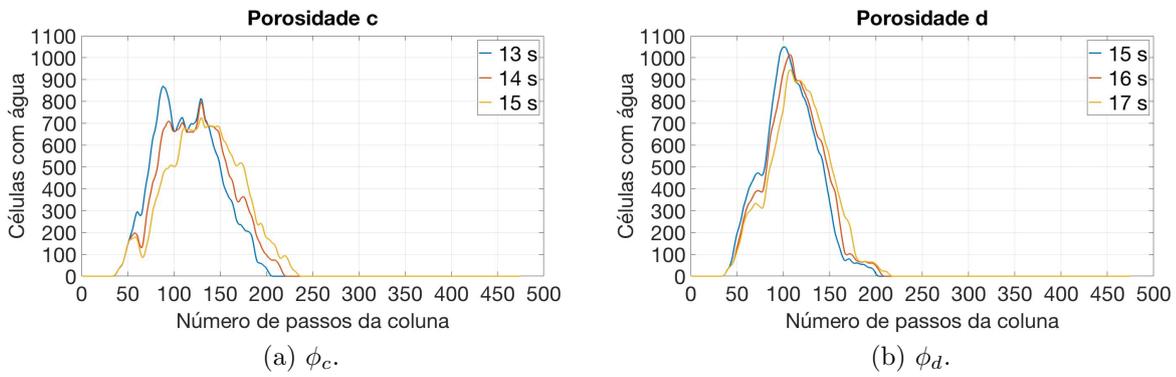


Figura 4.18 Os quadros acima mostram as curvas da distribuição volumétrica do volume limitado de água nos primeiros instantes após o volume limitado invadir completamente a região porosa.

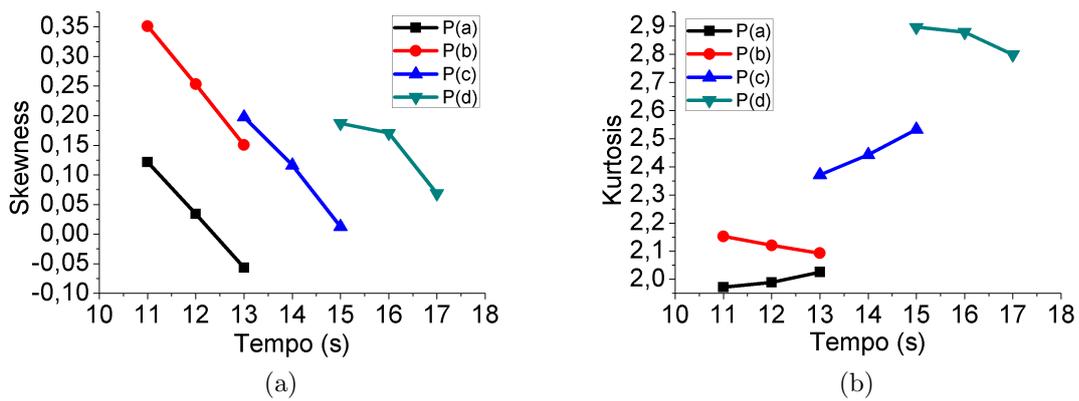


Figura 4.19 Skewness e Kurtosis para $Re = 5$.

4.3.3 Ajuste das curvas de dispersão utilizando a distribuição de Weibull

O espalhamento do volume limitado de água para $Re = 460$ concorda com o previsto na teoria de dispersão hidrodinâmica em meio poroso e o alongamento longitudinal da curva é similar ao comportamento da distribuição de Weibull. A distribuição Weibull é um distribuição contínua de probabilidade que possui aplicação em diversas áreas da ciência: física, biologia, saúde, ambiente, etc. Ela é definida por

$$f(x > x_0; \lambda, \kappa) = \left(\frac{\kappa}{\lambda}\right) \left(\frac{x_0}{\lambda}\right)^{\kappa-1} e^{-(x_0/\lambda)^\kappa}, \quad (4.4)$$

onde $\kappa > 0$ é o parâmetro de forma e $\lambda > 0$ é o parâmetro de escala da distribuição. Os valores de κ determinam o comportamento da distribuição da seguinte forma:

- Para $\kappa < 1$, predomina o fator exponencial da distribuição.
- Para $\kappa = 1$, a distribuição se reduz a uma distribuição exponencial.
- Para $\kappa > 1$, o fator polinomial da distribuição é predominante.

A distribuição de Weibull tem esse nome em homenagem ao físico sueco Waloddi Weibull, que em 1939 a usou para modelar a distribuição de força de ruptura dos materiais e em 1951 para uma ampla gama de outras aplicações. Sabe-se que Weibull pode não ter sido o primeiro a propor esta distribuição, e algumas vezes o nome Fréchet é utilizado para identificar esta distribuição, devido o fato de ter sido ele o primeiro a tê-la identificado como uma distribuição extrema. No entanto, foi Weibull quem propôs um parâmetro de escala e um parâmetro de localização que tornou a distribuição significativa e útil [38].

A distribuição de Weibull tem sido usada para na análise de dados da velocidade do vento [39], de magnitude de terremotos [40], na análise de fluxos lentos [41], na duração de desempregos [42], aplicações ecológicas [43], dados de sobrevivência [44], etc. Desta forma, utilizamos esta distribuição para ajustar as curvas de distribuição do volume limitado de água no interior do meio poroso para diferentes instantes de tempo. Como pode ser visto nos gráficos da Fig. 4.20 existe uma boa concordância entre os dados e a curva ajustada. Os dados da Tabela 4.2 revelam o comportamento do volume limitado de água, para as 4 porosidades, durante o processo de invasão. Para ϕ_a o ajuste da curva revela um valor mais alto para o parâmetro de forma, se comparado com as outras porosidades. Contudo, a evolução da dispersão do volume limitado de água nas outras 3 porosidades, apresenta valores que oscilam próximos de $k = 4.5$ e antes de atingirem o final do canal tendem, aparentemente, a convergir em um valor próximo de $k = 5$. O que caracteriza o comportamento de uma curva que tem seu pico achatado e um alongamento da cauda para a esquerda, enquanto o processo de invasão avança.

Enquanto a forma da dispersão do volume limitado de água para $Re = 460$ concorda com a teoria de dispersão hidrodinâmica em meio poroso e com a a função da distribuição Weibull, o mesmo não observado para os resultados com $Re = 5$. Aqui a parcela de água se quebra em duas ou mais partes poucos instantes após invadir completamente a região porosa e esse fenômeno faz com que a curva que caracteriza a distribuição apareça com

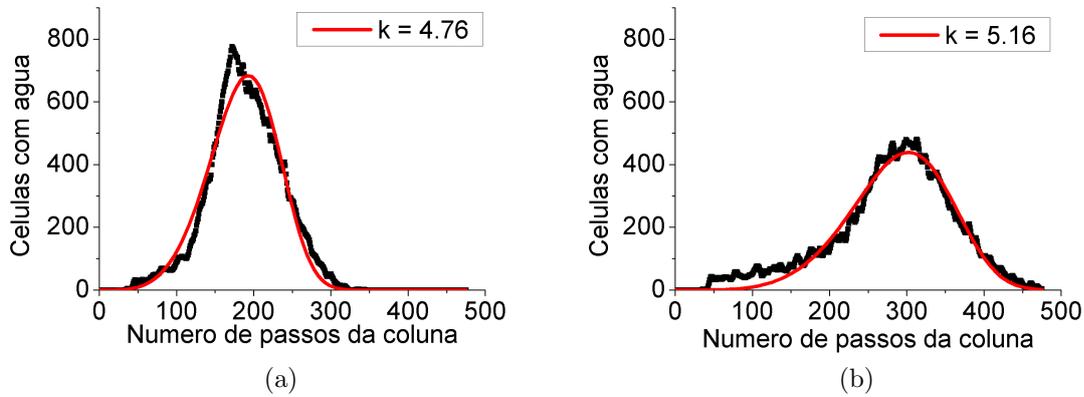
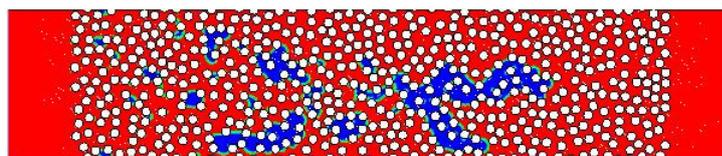


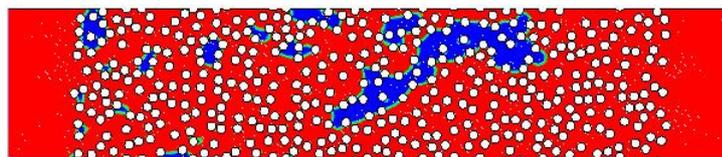
Figura 4.20 Curvas da distribuição do volume limitado de água para $Re = 460$. A Fig. (a) mostra o ajuste da curva de distribuição do volume limitado de água para ϕ_a após 20s de injeção. E a Fig. (b) mostra o ajuste da curva de distribuição do volume limitado de água para ϕ_a após 40s de injeção.

Tabela 4.2 Valores do parâmetro de forma da função de distribuição Weibull no caso de um volume limitado de água com $Re = 460$.

	15s	20s	25s	30s	35s	40s	45s
ϕ_a	4.05	4.76	5.41	5.84	×	×	×
ϕ_b	3.98	4.41	4.83	4.98	5.16	×	×
ϕ_c	4.43	4.83	5.02	5.18	5.16	5.19	×
ϕ_d	4.69	4.89	4.96	5.08	5.07	4.97	4.90



(a)



(b)

Figura 4.21 Padrões de dispersão da água no óleo em um processo de deslocamento de um volume limitado de água por injeção de óleo. A imagem (a) mostra a amostra 1 de ϕ_a e a imagem (b) mostra a amostra 6 de ϕ_b em tempos avançados de injeção, com $Re = 5$.

dois picos, obviamente um maior que o outro, o que pode ser visto qualitativamente nas imagens da Fig. 4.21.

Como foi discutido anteriormente escolhemos analisar apenas os instantes imediatamente após o volume limitado de água invadir completamente a região porosa, pois são os poucos instantes em que a quantidade de água permanece coesa. Os gráficos da Fig. 4.22 exemplificam o ajuste de curvas para duas configurações diferentes, na Fig. 4.22a a curva apresenta um pico achatado enquanto na Fig. 4.22b o pico é afinado, esta diferença é justificada pela porosidade e arrumação dos círculos na região porosa.

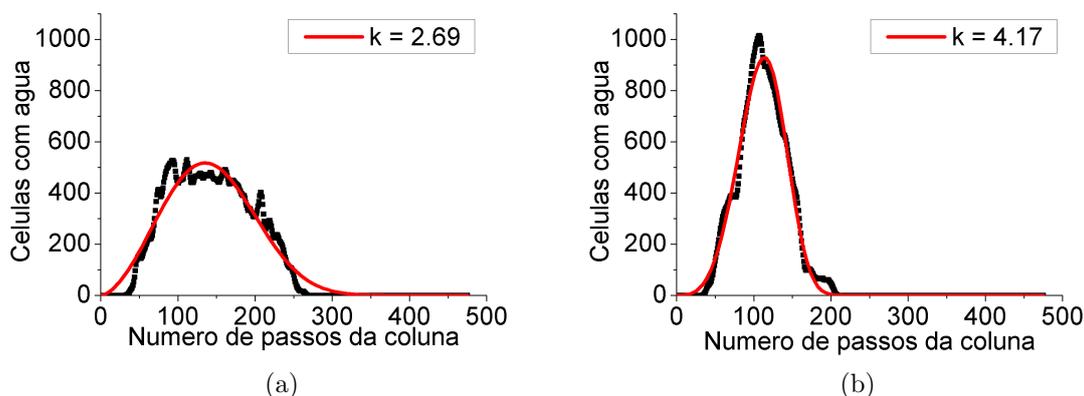


Figura 4.22 Curvas da distribuição do volume limitado de água para $Re = 5$. A Fig. (a) mostra o ajuste da curva de distribuição do volume limitado de água para a ϕ_b após 13s de injeção. E a Fig. (b) mostra o ajuste da curva de distribuição do volume limitado de água para a ϕ_d após 16s de injeção.

A Tabela 4.3 mostra os valores do parâmetro de forma da função de distribuição Weibull menores que os encontrados para Re mais alto. Sendo assim, para Re próximos de 1 o processo de dispersão em meio poroso não acontece da forma prevista na teoria de dispersão hidrodinâmica, para a maior parte do processo de injeção, devido a quebra da quantidade de água em diferentes pedaços. Mesmo assim, é possível ajustar as curvas iniciais, instantes após a água invadir completamente a região porosa, mas a análise qualitativa revela um comportamento diferente.

Tabela 4.3 Valores do parâmetro de forma da função de distribuição Weibull no caso de um volume limitado de água com $Re = 5$.

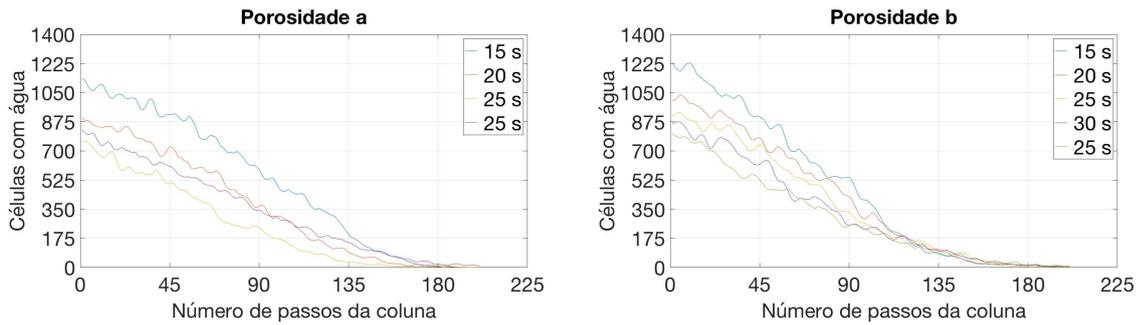
	11s	12s	13s	14s	15s	16s	17s
ϕ_a	2.51	2.66	2.80	×	×	×	×
ϕ_b	2.53	2.61	2.69	×	×	×	×
ϕ_c	×	×	3.43	3.54	3.69	×	×
ϕ_d	×	×	×	×	4.14	4.17	4.20

Vamos agora analisar a forma como a água invade a região porosa olhando apenas para a frente de invasão no processo de injeção contínua de água. É fácil perceber, analisando as

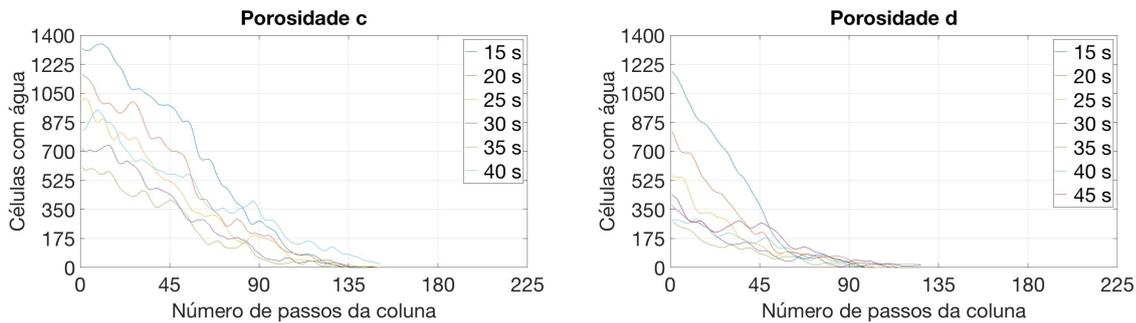
Figs. 4.7 e 4.8 que a água invade a região porosa de forma muito parecida no escoamento com $Re = 460$. Já no escoamento com $Re = 5$ as frentes de invasão decaem de forma parecida com uma exponencial, de forma que a maior diferença entre os dois casos é a presença da região plana antes da queda na frente de invasão mostrada nas Figs. 4.14 e 4.15. Para comparar essa região onde o volume de água decresce acentuadamente, fazemos um ajuste de curva utilizando apenas a parte decrescente da função de distribuição de Weibull.

$$f_+ = \left(\frac{\kappa}{\lambda}\right) e^{-(x_0/\lambda)^\kappa} \quad (4.5)$$

Antes de fazer o ajuste é necessário definir um critério para separar da curva de distribuição apenas a frente de invasão. Para isso assumimos sempre um intervalo com o mesmo número de passos da janela para todas as curvas de uma mesma porosidade. Inicialmente identificamos o momento em que a parte final da curva toca o eixo x e em seguida contamos um determinado número de janelas para trás. Esta análise foi inicialmente realizada para a primeira curva e adotado o valor nas demais. Os gráficos da Fig. 4.23 mostram as frentes de invasão após os cortes e as quantidades de passos utilizadas em cada corte.



(a) Frente de invasão para a ϕ_a com um corte de 200 passos. (b) Frente de invasão para a ϕ_b com um corte de 200 passos.



(c) Frente de invasão para a ϕ_c com um corte de 150 passos. (d) Frente de invasão para a ϕ_d com um corte de 125 passos.

Figura 4.23 Frentes de invasão após o corte nas 4 porosidades para $Re = 460$.

Após realizar o corte da frente de invasão as curvas foram ajustadas tomando a parte decrescente da distribuição de Weibull, como pode ser visto na Fig. 4.24.

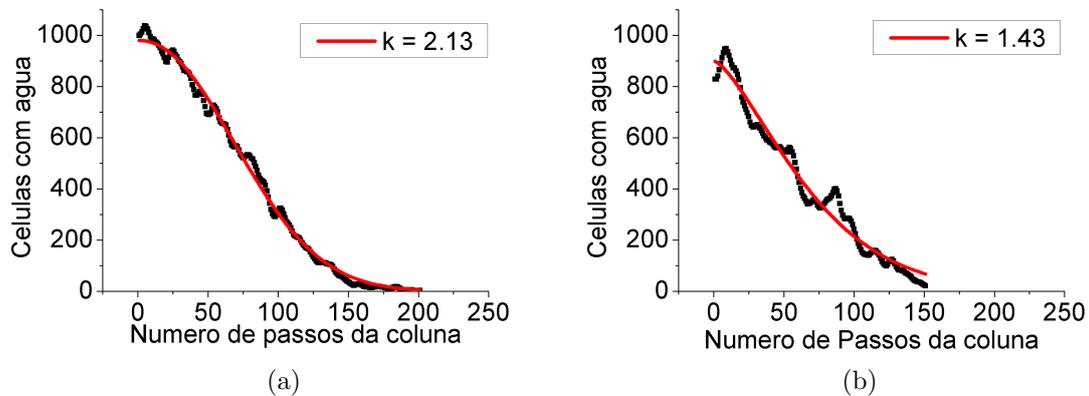


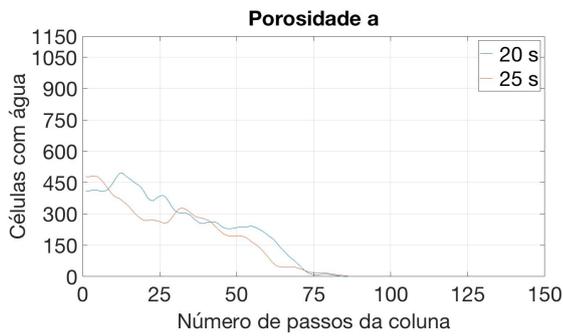
Figura 4.24 Ajuste da frente de invasão da água no escoamento com $Re = 460$ utilizando a parte decrescente da distribuição de Weibull. A Fig. (a) mostra o ajuste da curva de distribuição da frente de invasão da água para ϕ_b após 20s de injeção. E a Fig. (b) mostra o ajuste da curva de distribuição da frente de invasão da água para ϕ_c após 45s de injeção

Os gráficos da Fig. 4.24 mostram dois exemplos de ajuste das curvas. A Fig. 4.24a mostra um instante no início da invasão e a Fig. 4.24b um instante no final da injeção. Por outro lado, ao analisar a Tabela 4.4 percebemos que diferentemente do caso do volume limitado de água, para o mesmo $Re = 460$, existe aqui uma tendência decrescente no valor do parâmetro de forma.

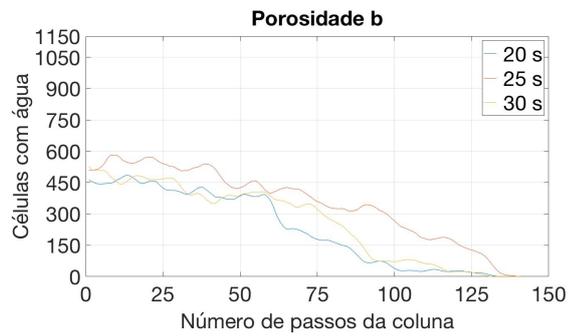
Tabela 4.4 Valores do parâmetro de forma da função de distribuição Weibull no caso de injeção constante de água com $Re = 460$.

	15s	20s	25s	30s	35s	40s	45s
ϕ_a	2.49	2.27	1.88	1.86	×	×	×
ϕ_b	2.13	2.13	2.01	1.71	1.53	×	×
ϕ_c	2.33	1.99	1.60	1.86	1.99	1.43	×
ϕ_d	1.92	1.37	1.07	1.09	1.00	1.65	2.45

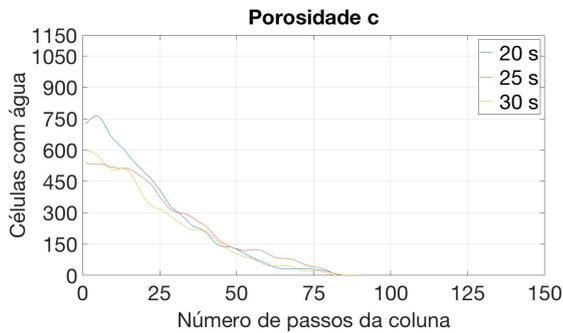
Para o caso com $Re = 5$, a presença da região aproximadamente plana antes da queda acentuada que caracteriza a frente de invasão dificulta a tarefa de encontrar um ponto de corte onde nenhuma curva permaneça com parte da região do plateau. Como as primeiras curvas ainda não possuem esta parte plana antes da queda acentuada na frente de invasão, optamos por descartar estas curvas em todas as porosidades. Os gráficos da Fig. 4.25 mostram um comportamento diferente no processo de invasão, onde as distribuições possuem um declive menos acentuado na frente de invasão o que pode ser visto para ϕ_a , ϕ_b e ϕ_d . No entanto, observa-se que a ϕ_c possui uma frente de invasão com uma queda mais acentuada.



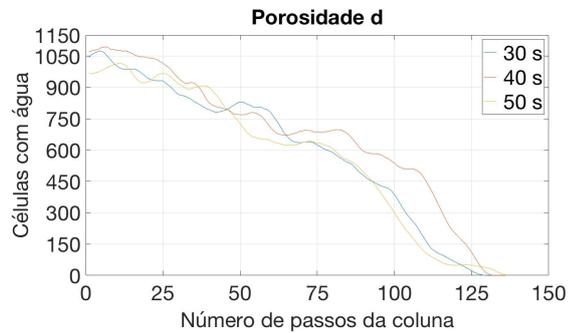
(a) Frente de invasão para ϕ_a com um corte de 85 passos.



(b) Frente de invasão para ϕ_b com um corte de 50 passos.



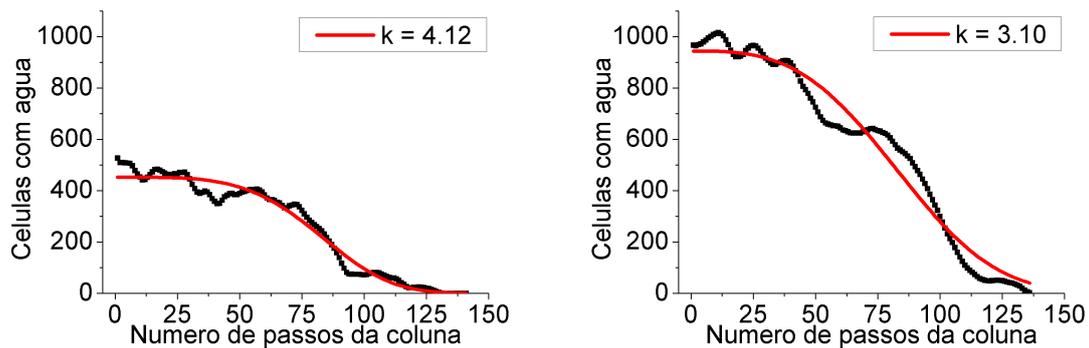
(c) Frente de invasão para ϕ_c com um corte de 90 passos.



(d) Frente de invasão para ϕ_d com um corte de 135 passos.

Figura 4.25 Frentes de invasão após o corte nas 4 porosidades para $Re = 5$.

Os gráficos da Fig. 4.26 exemplificam os ajustes para duas curvas e como pode ser visto, existe um maior espalhamento do volume de água utilizado na Fig. 4.26a que na Fig. 4.26b, obviamente influenciado pela estrutura porosa. A Tabela 4.5 mostra os valores do parâmetro de forma da distribuição f_+ para o início do processo de dispersão de um volume finito de água em um processo de injeção contante de água para $Re = 5$. É possível observar que, mesmo com as dificuldades em separar apenas a frente de invasão, os valores ainda assim flutuam próximos dos encontrados para $Re = 460$.



(a) Ajuste da curva de distribuição da frente de invasão da água para ϕ_b após 15s de injeção (b) Ajuste da curva de distribuição da frente de invasão da água para ϕ_d após 30s de injeção

Figura 4.26 Ajuste da frente de invasão da água no escoamento com $Re = 5$ utilizando a parte decrescente da função de distribuição Weibull.

Por fim, é possível concluir que a forma da distribuição de uma quantidade de um traçador, ou uma quantidade de fluido, dentro de uma região porosa durante um processo de deslocamento feito por um outro fluido, prevista pela teoria de dispersão hidrodinâmica em meio poroso descreve de maneira muito próxima quando o escoamento possui $Re \gg 1$, mas para Re próximos de 1 não é possível descrever o processo de dispersão da mesma forma.

Tabela 4.5 Valores do parâmetro de forma da função de distribuição Weibull no caso de injeção constante de água com $Re = 5$.

	20s	25s	30s	40s	50s
ϕ_a	2.56	2.12	×	×	×
ϕ_b	3.48	2.83	4.12	x	×
ϕ_c	1.57	1.84	1.56	x	×
ϕ_d	×	×	3.38	2.52	3.10

EFEITO ELETROVISCOSO EM MICROVASOS SANGUÍNEOS

O advento de micro sistemas de análise química levou ao aumento do interesse no estudo de fluxos em canais com diâmetro entre milímetros e micrômetros. O estudo de dispositivos microfluidos ajuda a criar e entender sistemas multifísicos, melhorar o design de dispositivos, testar e verificar os resultados de forma barata, etc. Dispositivos com microfluidos possuem diversas aplicações: impressão a jato de tinta, entrega de medicamentos no corpo humano, display de dispositivos eletrônicos, etc. O fenômeno pode ser modelado com escoamento de fluidos, transferência de calor, reações químicas, etc. E o movimento do fluido pode ser governado por diferença de pressão ou por forças elétricas [45].

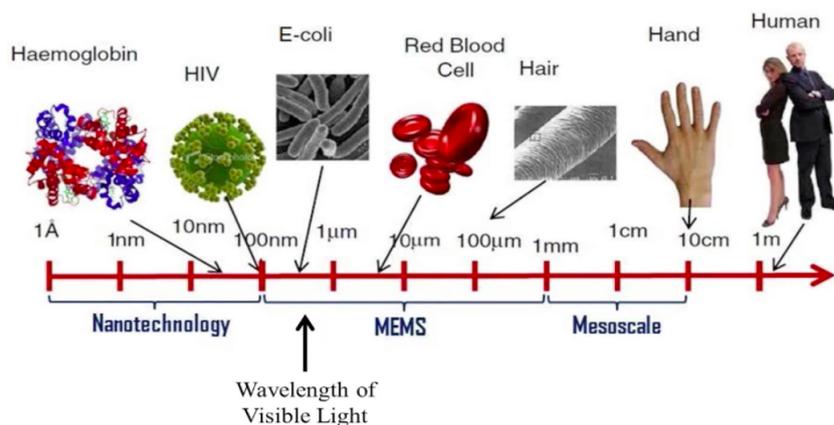


Figura 5.1 Escala de aplicação de microfluidos na faixa de micrômetros. Em nosso modelo estudamos microvasos de até $20\mu m$.

Uma das aplicações de sistemas microfluidos é o escoamento sanguíneo em vasos muito estreitos, como pode ser visto na Fig 5.1, na ordem de μm . Embora existam propriedades elétricas macroscópicas intrigantes nos nervos e até no tecido conjuntivo, uma das áreas de estudo onde os processos elétricos podem exercer um importante papel regulatório, é o sistema circulatório.

Para a descrição deste fenômeno, partimos da hipótese que forças elétricas estão envolvidas na regulação do fluxo sanguíneo e de outros fluidos em todo o corpo. Ao combinar princípios de engenharia biológica, física, fisiologia e medicina, esta aplicação incorpora dois princípios eletrocinéticos conhecidos da mecânica dos fluidos - *electrosmose* e *streaming potential*. Nossa hipótese é que esses processos eletricamente mediados são importantes para controlar a distribuição de sangue em uma larga escala espacial e em uma

janela temporal diferente da observada com os mecanismos químicos amplamente aceitos envolvendo a difusão de substâncias vasoativas.

O modelo teórico e computacional aqui investigado integra um conjunto de dois outros estudos de natureza fisiológica em organismos vivos, que são direcionados a esclarecer a relação entre o movimento de fluidos e o potencial elétrico. Estes estudos podem fundamentar o entendimento sobre o ainda não completamente compreendido sistema regulatório elétrico que não se relaciona apenas com os campos da fisiologia vascular e da medicina cardiovascular, mas também abre caminhos para investigar processos eletricamente mediados em escala de corpo inteiro, uma área amplamente desconhecida de pesquisa.

Caso essa hipótese esteja correta, o envolvimento de forças elétricas na regulação do fluxo vascular e intersticial pode ter implicações transformadoras na medicina. Transformadora, não somente porque o papel das forças elétricas tem sido negligenciado em fisiologia vascular e medicina clínica, em geral, mas também devido ao fato de forças e campos elétricos constituírem um aspecto fundamental da física que pode estar por trás de uma vasta gama de processos fisiológicos em múltiplos sistemas biológicos. Algumas das possíveis áreas de aplicação de estudos envolvendo efeitos elétricos são mencionadas a seguir:

- **Biologia do desenvolvimento** Na regeneração de nervos afetados por algum dano, um tratamento de regeneração faz uso de um eletrodo catódico colocado distalmente que aumenta substancialmente a regeneração em comparação com a colocação distal do ânodo. Como alternativa o fluxo associado com o *streaming potential* pode atuar como uma orientação sugerida para o desenvolvimento do nervo.
- **Imunologia** Em casos de inflamação, observa-se uma resposta coordenada visando eliminar a lesão, envolvendo leucócitos e fibroblastos. Em uma outra linha, nos estudos de cicatrização de feridas, campos elétricos são fortes candidatos a responsáveis pela migração de leucócitos. Uma outra alternativa é que forças elétricas podem mediar a resposta leucocitária e vascular à lesão.
- **Cardiovascular** A hipertensão primária, causa mais comum de aumento da pressão sanguínea ainda tem suas causas incertas. No entanto, forças eletrocinéticas podem exercer um papel importante e ainda não reconhecido no controle da velocidade dos fluidos e na resistência vascular periférica.

Os vasos sanguíneos são parte do sistema circulatório que transporta sangue por todo o corpo humano. Existem três tipos principais de vasos sanguíneos no sistema circulatório humano: artérias, veias e capilares. A forma como o escoamento ocorre depende do diâmetro do vaso bem como das características de suas paredes internas. O fluxo sanguíneo em microveias exibe características significativamente diferentes do escoamento em vasos mais largos do sistema macrocirculatório [11]. As paredes internas dos vasos sanguíneos humanos são revestidos com uma camada do endotélio que exerce um importante papel em manter a integridade dos vasos. Problemas na camada endotelial pode

possivelmente levar a doenças vasculares como aterosclerose, uma doença inflamatória crônica nas paredes da artéria.

Os vasos sanguíneos do sistema microcirculatório possuem diâmetros entre $5\mu\text{m}$ e $20\mu\text{m}$, com uma membrana basal sustentando as células endoteliais. Estas células endoteliais são revestidas com uma camada de macromoléculas chamada de *Endothelial Glycocalyx Layer* (EGL), Fig. 5.2. Esta região é revestida por uma camada gelatinosa, com cílios que lembram uma escova, e é formada por uma grande variedade de moléculas presas à membrana, incluindo proteínas, glicolipídios, glicoproteínas e proteoglicanos [11, 1]. Portanto, devido a delicada natureza e espessura da EGL (aproximadamente $1\mu\text{m}$), investigação experimental *in vivo* é algo extremamente desafiador, e algumas técnicas experimentais sofisticadas tem sido desenvolvidas para investigar o que acontece próximo às paredes dos vasos [46]. Sendo assim, a modelagem matemática e computacional permanecem como ferramentas poderosas para tentar elucidar a importância e a função da EGL.

No modelo utilizado neste trabalho o fluido está sujeito a interações elétricas que podem alterar sua velocidade e essas interações são mediadas por dois fenômenos que atuam em conjunto: o *streaming potential* e o *efeito de eletrosmose*.

O *streaming potential* é a diferença de potencial elétrico desenvolvida ao longo de um microcanal devido ao movimento de cargas próximo às paredes do vaso, em fluxos governados por diferença de pressão, Fig. 5.3. Esse potencial de transmissão cria uma corrente elétrica chamada de corrente de transmissão que é oposta ao fluxo (para superfícies carregadas negativamente) [45, 47]. Por exemplo, superfícies negativamente carregadas dentro de um canal atraem cargas positivas, como sódio ou cálcio, e o fluxo de fluido através do canal levaria a um movimento líquido desses íons para produzir um potencial positivo no final do canal, Fig. 5.3.

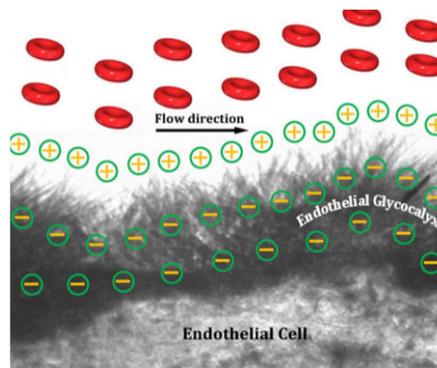


Figura 5.2 Ilustração esquemática do fluxo sanguíneo em uma microveia na proximidade da camada Glycocalyx.

Streaming potential V tem sido usado historicamente em eletroquímica para caracterizar o potencial elétrico efetivo, *Potencial Zeta*, de superfícies complexas e é descrito pela seguinte relação:

$$V = \frac{\zeta \epsilon \Delta P}{\sigma \eta} \quad (5.1)$$

onde, ζ é o potencial zeta, ε é a permissividade dielétrica, ΔP é o gradiente de pressão imposto no canal, σ é a condutividade e μ é a viscosidade da solução. Como ζ é o potencial no plano de cisalhamento, o fluido é assumido neutro e o potencial diminui à medida que se afasta da parede e vai em direção ao centro do canal [45, 47]. O efeito gerado pelo *streaming potential* pode ser melhor entendido da seguinte forma: se pensarmos o fluido como sendo água salina ($agua + Na^+ + Cl^-$) e a existência de um forte potencial elétrico negativo e constante na região dos cílios, representada por pequenos filamentos, uma força elétrica radial puxaria os íons Na^+ em direção à parede criando um acúmulo de cargas positivas nesta região o que conseqüentemente levaria ao aumento da concentração de cargas positivas no final do canal e um excesso de cargas negativas no início, processo influenciado fortemente pela pressão aplicada na entrada. O *streaming potential* é justamente a diferença de potencial gerada entre essas duas regiões com alta concentração de cargas negativas e positivas, respectivamente.

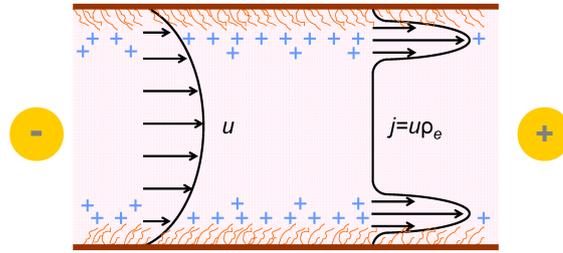
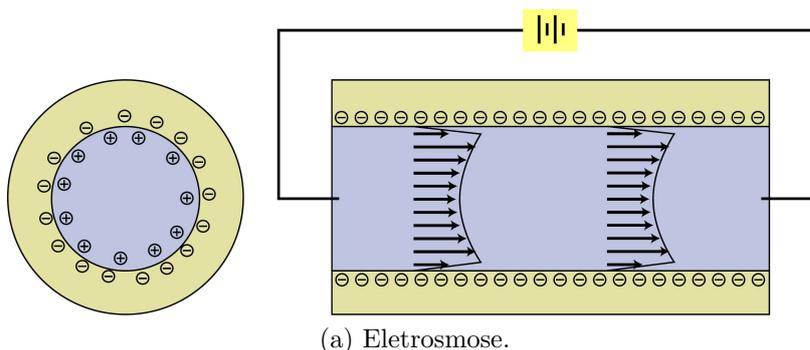


Figura 5.3 Escoamento sanguíneo com *streaming potential* onde u é a velocidade do fluido e j é a densidade de corrente.

Muitos trabalhos teóricos e computacionais sobre a EGL foram desenvolvidos nos últimos anos, alguns supondo que a região como rígida [48] e outros a assumindo com propriedades elásticas respondendo a forças hidrodinâmicas [49, 50]. Outros estudos tem indicado que a camada EGL pode contribuir na resistência ao escoamento diminuindo sua velocidade [51]. Em experimentos realizados por [51, 52] a resistência do fluxo *in vivo* foi maior que os resultados encontrados em análise em *vitro*. Os autores também mostraram que a resistência em microvasos é duas vezes maior que a encontrada em tubos de vidro [52]. Por outro lado, em estudo com fração volumétrica de células vermelhas em capilares de camundongos foram encontrados resultados muito próximos daqueles encontrados em experimentos com tubos de vidro[53]. E mesmo quando se aplica apenas o potencial nas paredes sem modelar uma região porosa observa-se que as mudanças no perfil de velocidade também são muito pequenas [54].

O segundo fenômeno elétrico é o *efeito de eletrosmose*, que é o movimento de um líquido em resposta a um campo elétrico aplicado nas extremidades do canal criando uma força contrária ao movimento que freia o fluido com maior intensidade nas regiões onde o potencial é mais intenso. O efeito de eletrosmose pode ser representado pela seguinte equação:

$$u = \frac{\varepsilon\zeta E}{\eta} \quad (5.2)$$



(a) Eletrosmose.

Figura 5.4 Efeito de eletrosmose. Figura esquemática que representa a diferença de potencial estabelecida entre duas regiões afastadas e o campo elétrico que é gerado da região positiva para a negativa.

onde, u é a velocidade electroosmótica média e E é o campo elétrico. O efeito eletrosmótico é uma importante ferramenta da microtecnologia (microcanais e sistemas microeletrônicos) e tem sido indicado como uma possível explicação para o mecanismo pelo qual a água pode ser transportada contra a ação da força da gravidade em plantas. Em animais, a eletrosmose pode teoricamente ocorrer no tecido conectivo intersticial, onde existe uma grande quantidade de carga negativa.

Na aplicação que propomos neste trabalho os dois fenômenos eletrocinéticos estão acoplados. O *streaming potential* gera um potencial elétrico positivo ao longo do comprimento de uma extremidade ou órgão, e este potencial elétrico gera um fluxo mediado por *eletrosmose* na direção oposta, Fig 5.5.

Com base na hipótese utilizada aqui, quanto maior o fluxo sanguíneo periférico, maior a geração de potencial positivo e, portanto, maior também será o impulso eletrosmótico para o retorno do plasma através do espaço entre as células. Em outras palavras, quanto maior for o *streaming potential* maior será o campo elétrico gerado no sentido contrário ao fluxo, e esse campo elétrico gera uma força elétrica também na direção oposta ao movimento do fluido e isso pode gerar uma velocidade negativa próximo às paredes do canal.

Esse acoplamento pode explicar por que períodos prolongados de ortostatismo¹ não geram automaticamente edema nos pés, uma vez que o fluxo gerado para baixo com a ajuda da gravidade é contrabalançado por um fluxo no sentido contrário governado por uma força elétrica. Por outro lado, o aumento do fluxo intersticial via gravidade ou contrações musculares pode gerar potenciais de transmissão que subsequentemente geram forças eletrosmóticas favorecendo o fluxo sanguíneo para cima.

Esse processo de acoplamento é bidirecional. É importante ressaltar que o *feedback* é mecanicamente incorporado dentro das estruturas físicas dos vasos e do espaço entre as células e, portanto, é intrínseco ao sistema. Sem ter que depender de um sistema nervoso ou muscular separado, ele pode ser robusto para perturbações e condições variadas.

Atualmente o fluxo sanguíneo periférico é entendido dentro de uma perspectiva de fa-

¹Perturbações consecutivas a estar de pé durante um longo período de tempo (hipotensão, sudorese profusa, tonturas, vertigens)

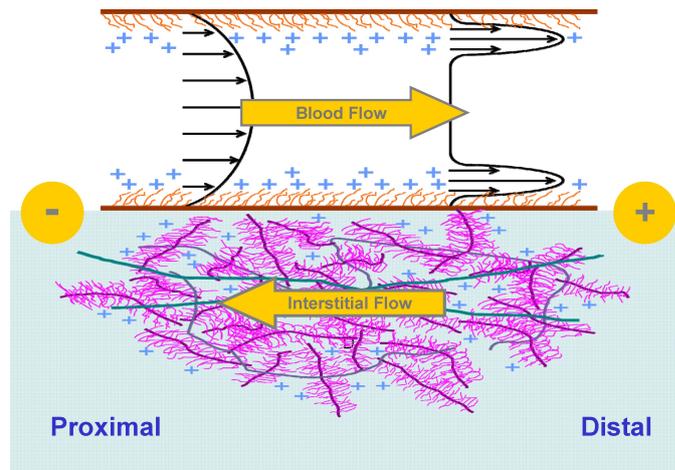


Figura 5.5 Representação do acoplamento entre o *streaming potential* e o *efeito de eletrosmose*.

tores locais e globais. O tônus vascular local é afetado por fatores metabólicos, miogênicos e endoteliais que asseguram responsividade (em inglês, *responsivity*) às necessidades metabólicas vizinhas do tecido. O tônus vascular é regulado pelo sistema nervoso autônomo e hormônios sistêmicos, como a angiotensina II e a vasopressina. Para facilitar a perfusão em resposta a necessidades globais do organismo, esses fatores funcionam cooperativamente para garantir a entrega de nutrientes e células para todas as partes do corpo.

Embora estes dois sistemas sejam responsáveis por eventos fisiológicos, como hipermia por infecção local ou aumento da pressão arterial por estresse, há duas limitações visíveis que, não obstante, são inadequadas para explicar as inúmeras propriedades/funções do sistema circulatório. A primeira está relacionada com o tempo necessário para a resposta. Com base no modelo atual, a resposta vascular local depende da difusão de metabólitos vasoativos como H^+ e adenosina do parênquima em direção ao músculo liso vascular para iniciar a vasoconstrição ou vasodilatação. Com difusão constante de aproximadamente $10^{-5} \text{cm}^2/\text{s}$ e distâncias entre $100 \mu\text{m}$ e vários milímetros que vai de arteríolas a artérias, a quantidade de tempo para que o metabólito alcance o músculo liso varia de segundos a muitos minutos. Como um ser humano necessita de um fluxo sanguíneo rápido e efetivo para responder a ameaça física, isto é inaceitável.

A segunda questão está relacionada à dimensão espacial. E embora os metabólitos informem os pontos de constrição e dilatação da veia, eles fazem sem comprometer as exigências de outras partes do corpo, ou seja, não há indícios de que uma vasodilatação local cause um roubo não compensado de sangue de outros locais. Neste contexto, o que nos falta é a compreensão de como o corpo pode reconhecer as necessidades relativas de cada tecido e redistribuir adequadamente o sangue de maneira sistemática e rápida. O sistema nervoso autônomo e os hormônios sistêmicos são simplesmente não específicos para essa função.

Para resolver essas limitações, um mecanismo elétrico é idealmente adequado. Em condições fisiológicas, os tempos de relaxamento da carga estão na faixa de nanossegundos e as mudanças nos potenciais elétricos podem ser percebidas ao longo da extensão do corpo. É por isso que os eletrodos de superfície colocados nos braços esquerdo e direito

podem registrar instantaneamente a despolarização dos músculos do coração (eletrocardiograma).

Dada esta habilidade de operar em intervalos de tempo muito curtos e em grandes distâncias, o potencial elétrico é o meio perfeito pelo qual o corpo pode avaliar e responder a diferentes necessidades. Por exemplo, em uma hipotética bifurcação arterial, dois braços levam a duas regiões de iguais potenciais, A e B, Fig. 5.6. Um evento local na região A, como uma despolarização do nervo ou um dano no tecido, gera uma diminuição no potencial em relação a região B. Esta diminuição torna-se rapidamente visível para a artéria, que responde instantaneamente, fornecendo uma grande quantidade de sangue para a região A por meio de um mecanismo eletrosmótico. No entanto, o aumento no fluxo não tem grande duração, pois um aumento associado no potencial de transmissão garante que o potencial na região A se iguale ao de B.

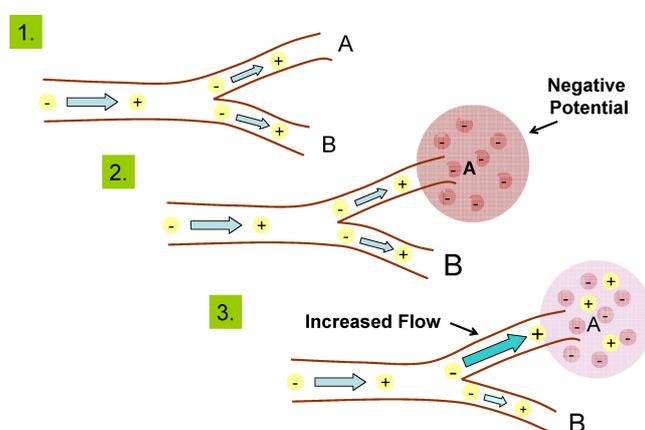


Figura 5.6 Fluxo em uma artéria bifurcada. (1) Regiões equipotenciais, A e B, (2) evento de despolarização em A, (3) aumento do fluxo sanguíneo induzido pela eletroosmose em A.

Nossa hipótese é que o sistema regulatório é responsável não somente pelo fluxo sanguíneo intra vascular mas também pelas propriedades intrínsecas do espaço entre as células (meio intersticial, ou interstício), desde que a inflamação ou o metabolismo energético gerem subprodutos que possam alterar sua composição química do espaço entre as células e, portanto, o potencial elétrico local. Dessa forma, o modelo baseado em alterações de potenciais elétricos ao longo dos vasos fornece explicações para (1) comunicar rapidamente em grandes escalas, (2) fornecer informação necessária para avaliar as necessidades relativas de cada tecido e (3) demonstrar a interdependência entre os fluxos vascular e intersticial, nos espaços entre as células.

Considerando o que foi exposto anteriormente e outros trabalhos prévios, chega-se a conclusão que de fato a EGL afeta o fluxo sanguíneo em veias estreitas, e que mais investigações sobre esta camada são necessárias para entender como se comporta o fluxo na presença de uma fina camada porosa carregada negativamente. O modelo aqui estudado introduz algumas simplificações com relação às condições reais, assumindo que as paredes do canal não dilatam, que para canais com diâmetros entre $1\mu\text{m}$ e $20\mu\text{m}$ a velocidade pode ser considerada constante, não pulsativa, e que o fluxo respeita a lei de Poiseuille.

No que diz respeito a interação entre o potencial elétrico negativo presente na camada EGL e o fluido, no trabalho da referência [1] os autores consideram o sangue como uma mistura salina ($agua + Na^+ + Cl^-$) e que o potencial gera uma força elétrica atraindo os íons de Na^+ em direção à parede e repelindo o íons de Cl^- em direção ao centro do canal. Esta seria uma forma mais robusta de tratar o problema e conseqüentemente possui um preço computacional maior pois é necessário considerar a força de arrasto que a água exerce nas partículas. Aqui modelamos o problema aplicando um potencial constante na região da EGL, o efeito da presença dos cílios é descrito por uma região porosa formada por círculos de mesmo tamanho e igualmente espaçados, e após a região EGL a força elétrica decai em direção ao centro do canal.

A presença do potencial nas paredes gera o efeito de *streaming potential* que ao redistribuir as cargas no canal, deixa uma extremidade carregada negativamente e outra positivamente, criando um campo elétrico na direção contrária ao fluxo, entre uma extremidade e outra do canal. Este campo elétrico por sua vez gera uma força elétrica na direção contrária ao movimento, reduzindo a velocidade do escoamento. Os dois efeitos são acoplados e introduzidos no modelo via uma equação que representa uma força contrária ao movimento que é adicionada, via UDF², à equação de transporte resolvida pelo software.

Este modelo permite investigar o quanto essa força elétrica contrária ao movimento do fluido altera a velocidade do fluxo, se existe dependência com o diâmetro do canal, e qual o papel da região porosa na mudança do perfil de velocidade. Uma outra questão que surge é se a forma com que atacamos o problema é capaz de fornecer resultados razoáveis. A partir disso, nós utilizamos diferentes valores do campo elétrico gerado pelo *streaming potential* para diferentes diâmetros do canal.

5.1 FORÇA ELETROSMÓICA

Como foi discutido anteriormente nesta tese o escoamento de um fluido incompressível é descrito pelas equações de Navier-Stokes e o FLUENT resolve basicamente uma equação de transporte. Podemos então, incluir na equação de conservação do *momentum*³ um termo fonte adicional que descreve a interação entre os íons do fluido e um campo elétrico gerado pelo *streaming potential*. Este termo fonte extra é uma densidade de força eletromecânica que pode ser derivada do tensor de stress eletromecânico de Maxwell.

As equações resultantes que governam o escoamento são, assim, a equação da continuidade e a equação de Navier Stokes (Eqs. 2.4 e 2.5), esta última acrescida do termo referente à força elétrica:

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (5.3)$$

e,

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{v} + \rho_e \vec{E}, \quad (5.4)$$

²User Defined Function.

³Este novo termo é incluído na equação via UDF.

onde, ρ_e é a densidade de carga local e \vec{E} é o campo elétrico gerado pelo acúmulo de cargas positivas em uma extremidade e cargas negativas em outra. Sendo assim, precisamos encontrar a densidade elétrica de carga. A equação de Poisson que descreve o potencial elétrico em um meio dielétrico, é escrita da seguinte forma:

$$\nabla^2\psi = -\frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0} \quad (5.5)$$

onde ψ é o potencial elétrico aplicado na parede, que em nosso modelo é constante em toda a região porosa, e os parâmetros ε e ε_0 são as constantes dielétricas no meio e no vácuo, respectivamente. Portanto, desprezando qualquer efeito que induza a quebra de simetria axial e angular, a equação de Poisson em coordenadas cilíndricas pode ser escrita como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = -\frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}. \quad (5.6)$$

Assumindo que a equação de distribuição de Boltzmann é aplicável, o número de concentração de íons tipo i em uma solução eletrolítica simétrica é determinada via [11]:

$$n_i = n_\infty \exp\left(-\frac{z_i e \psi}{k_B T}\right) \quad (5.7)$$

onde n_∞ e z_i são a concentração iônica e a valência dos íons tipo i , respectivamente, e a carga do próton, k_B a constante de Boltzmann e T a temperatura absoluta. A densidade de carga volumétrica é proporcional à diferença entre os cátions e os íons simétricos [47]:

$$\rho_e = \sum_{i=1}^2 \rho_i \quad \rho_i = z_i e n_\infty \exp\left(-\frac{z_i e \psi}{k_B T}\right). \quad (5.8)$$

No caso de neutralidade elétrica total, quando $z_1 = z_1^+ = z_2^- = \text{cte}$, e de acordo com a aproximação de Debye-Huckel para superfícies com baixo potencial, é possível chegar à conclusão que

$$\frac{z_0 e \psi}{k_B T} < 1, \quad (5.9)$$

o que reduz a densidade de carga a:

$$\rho_e = -\frac{2n_\infty e^2 z_0^2}{k_B T} \psi. \quad (5.10)$$

Substituindo a Eq. 5.10 na Eq. 2.5, temos:

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla^2) \vec{V} \right) = \kappa^2 \psi, \quad \kappa^2 = \left(\frac{2n_\infty e^2 z_0^2}{\varepsilon \varepsilon_0 k_B T} \right) \psi, \quad (5.11)$$

onde κ é o inverso da espessura da EDL (comprimento de Debye). Além disso, as condições de contorno em termos de $\psi(\vec{r})$ são:

$$\frac{d\psi(0)}{d\vec{r}} = 0, \quad \psi(R) = \psi_s, \quad (5.12)$$

em que R e ψ_s indicam o raio e o potencial na parede, respectivamente. Dessa forma, resolvendo a Eq. 5.11 e considerando as condições de contorno mencionadas, $\psi(\vec{r})$ torna-se:

$$\psi(\vec{r}) = \psi_s \frac{I_0(\kappa\vec{r})}{I_0(\kappa R)}, \quad (5.13)$$

onde I_0 é a função modificada de Bessel do primeiro tipo,

$$I_0(r) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!\Gamma(m+1)} \left(\frac{r}{2}\right)^{2m}. \quad (5.14)$$

Após isso, a densidade elétrica de carga é dada por

$$\rho_e = -\varepsilon\varepsilon_0\kappa^2\psi_s \frac{I_0(\kappa\vec{r})}{I_0(\kappa R)}, \quad (5.15)$$

Assim, substituindo a densidade de carga elétrica na equação de conservação do *momentum*, temos finalmente que

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla^2) \vec{v} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{v} - \varepsilon\varepsilon_0\kappa^2\psi_s \frac{I_0(\kappa\vec{r})}{I_0(\kappa R)} \vec{E} \quad (5.16)$$

Esse novo termo gera uma força contrária ao movimento do fluido, que tende a zero no centro do canal e é máxima próxima à região onde o potencial é aplicado, no nosso caso a região da EGL, como pode ser visto na Fig. 5.7.

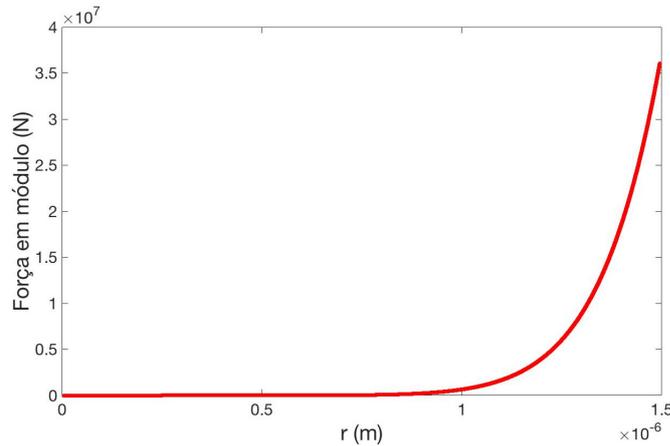


Figura 5.7 Módulo da força elétrica em função do raio em um canal com $5\mu\text{m}$ de raio. O que mostra o comportamento da força, indo de zero no centro do canal ao seu valor máximo na parede lateral do canal.

Para a resolução numérica do problema, o novo termo deve ser incluído na equação do momento, lembrando que o FLUENT resolve a equação de transporte com o termo fonte

adicional em todo o domínio, todas as células, em cada iteração. Para isso escrevemos uma UDF que leva em conta distância entre o centro da célula e o eixo e usa esse valor para calcular a magnitude da força. No FLUENT nós habilitamos a ferramenta *source* e incluímos a UDF para ser resolvida nos domínios de interesse, na direção axial.

5.2 RESULTADOS E DISCUSSÕES: EFEITO ELETROVISCOSO EM MICROCANAIS

Uma vez definido a forma das equações que governarão o escoamento, nós escolhemos a maneira mais viável de representar a estrutura de um vaso sanguíneo. É necessário pontuar que os limites computacionais e o tempo destinado para a pesquisa impossibilitam a criação de um modelo mais robusto e, como já mencionado anteriormente, os resultados são decorrentes de um modelo com algumas simplificações. Escolhemos representar o vaso sanguíneo como um cilindro dividido em duas regiões: uma camada porosa próxima à parede que representa aqui a EGL e um região central conhecida como *Lumen*, da mesma maneira como está representada na Fig. 5.8 (ver [1]), com a diferença que nosso modelo possui parede lisas e não deformáveis.

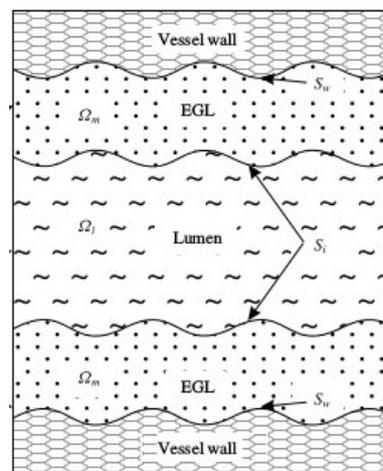


Figura 5.8 Figura esquemática que mostra as regiões em que o vaso sanguíneo foi dividido. Essa figura foi retirada da referência [1] onde as paredes são deformáveis, em nosso modelo consideramos as paredes rígidas.

Sendo assim, criamos um canal retangular bidimensional com paredes rígidas e retas, desprezando assim a contração e expansão das paredes das veias. No processo de solução foi aplicada uma ferramenta de simetria em que o software resolve as equações da fluidodinâmica para um escoamento tridimensional em um canal cilíndrico. Próximo à parede colocamos uma região porosa modelada por círculos fixos, de mesmo tamanho e igualmente espaçados com o intuito de simular a EGL, Fig. 5.9 e Fig. 5.10b.

A Fig 5.9 mostra além da região porosa, as paredes que são definidas como entrada e saída do fluido. Como toda a região da EGL é altamente carregada de cargas negativas, consideramos que a força elétrica é constante, o que significa assumir $r = R$ no terceiro termo da lado direito da Eq. 5.16. No núcleo do vaso, *Lumen*, o termo da força elétrica

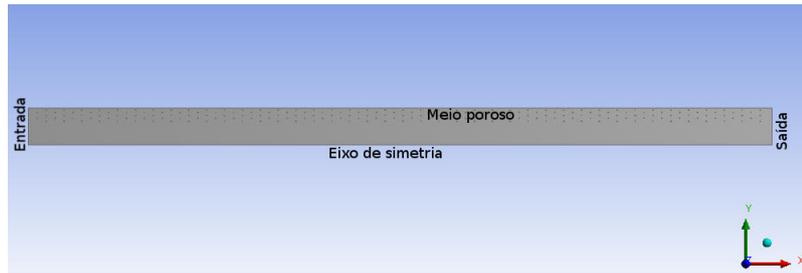


Figura 5.9 Ilustração do canal retangular com a indicação do seguintes elementos: entrada, saída, eixo de simetria e região porosa. Essa geometria é girada em relação ao eixo X . O canal com $2.5\mu m$ de raio e comprimento $20X$ maior que o seu diâmetro. A pressão na entrada é de $2.0 \times 10^4 Pa$ e se anula na saída.

na Eq. 5.16, depende da distância em que o ponto da malha se encontra em relação ao eixo do canal, representado por r . Dessa forma a força no canal é representada como indicado em Fig. 5.10a, sendo nula no centro do canal e crescendo exponencialmente até atingir o seu máximo na interface entre o *Lumen* e a EGL.

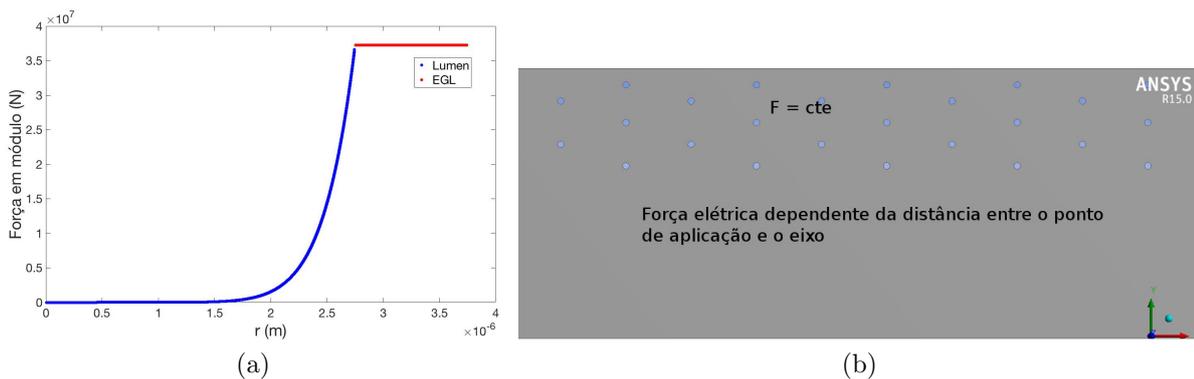


Figura 5.10 A imagem (a) representa o módulo da força nas duas zonas do canal: força constante na EGL e dependente de r no *Lumen*. A imagem (b) mostra com maior detalhe como os círculos da região porosa estão distribuídos.

Embora não seja uma tarefa simples medir o potencial elétrico na camada EGL, os resultados mais precisos do ponto de vista experimental e teóricos indicam que V é da ordem de grandeza de mV . O valor do potencial elétrico utilizado na parede do canal bem como as outras propriedades do modelo são descritas na Tabela 5.1.

5.3 ANÁLISE DA VELOCIDADE DO FLUXO PARA DIFERENTES CAMPOS ELÉTRICOS

Como os estudos indicam que o potencial elétrico nas paredes de microvasos é constante e na faixa de mV , utilizamos sempre o valor mostrado na Tabela 5.1. Estudamos aqui diferentes configurações que, por motivos diversos, como uma lesão em alguma parte do corpo, podem ser fruto de uma forte polarização ou despolarização. Nestas situações o

Tabela 5.1 Propriedades físicas do sangue e os valores dos parâmetros utilizados neste estudo.

Constante [uni]	Valor	Constante [uni]	Valor
$\psi_s[V]$	-50×10^{-3}	$n_\infty[mol/m^3]$	100
$\rho[kg/m^3]$	1060	$N_A [mol^{-1}]$	6.02×10^{23}
$\mu_p[Pa.s]$	0.0134	z_0	1
$T[K]$	300	n	0.785
$e[C]$	1.6×10^{-19}	$k_b[J/K]$	1.38×10^{-23}
$\varepsilon^*(= \varepsilon \times \varepsilon_0)[C/Vm]$	5.3×10^{-10}		

campo elétrico gerado pelo *potential streaming* muda para valores maiores que o normalmente encontrado. Aqui assumiremos $0.043V/m$ como valor de referência para o campo elétrico gerado pelo *potential streaming* [11].

Perfis de velocidade típicos medidos em uma linha transversal colocada na metade do comprimento do canal, para canais com $5\mu m$, $7.5\mu m$ e $10\mu m$ de diâmetro e para valores do campo elétrico $E=0$, 0.043 e $1 V/m$ são mostrados e discutidos nas próximas páginas.

Para o escoamento monofásico é esperado que tanto uma simulação realizada no regime estacionário quanto outra no regime transiente, apresentem resultados próximos, desde que se espere obviamente o tempo necessário para que a simulação transiente convirja para o valor esperado. Contudo, para um fluxo governado por diferença de pressão em um canal cilíndrico a velocidade máxima no centro é dada pela equação de *Hagen-Poiseuille*,

$$v_{max}(r = 0) = \frac{(P_1 - P_2)}{4L\mu}(R^2 - (r = 0)^2). \quad (5.17)$$

Aqui, $v_{max}(r = 0)$ é a velocidade no centro do canal, P_1 e P_2 são as pressões na entrada e na saída do canal, respectivamente, L é o comprimento do canal, R é o raio do canal e r é o ponto onde deseja-se medir a velocidade, no nosso caso no centro do canal.

A equação anterior é indicada apenas para canais livres de obstáculos, pois é sabido que a região porosa influencia na velocidade do fluxo. Desta forma, mesmo considerando, para fins de cálculo, um canal com o diâmetro igual apenas ao diâmetro do Lumen, a velocidade máxima no centro dada pela equação anterior se aproxima da velocidade encontrada nas simulações, vale lembrar que quando simulado o fluxo em um canal sem obstáculos os resultados encontrados com o FLUENT concordam com muito boa aproximação dos resultados previstos pela equação de *Hagen-Poiseuille*, em ambos regimes estacionário e transiente.

Ao analisarmos os perfis da velocidade do sangue para os diferentes diâmetros para os dois campos elétricos não nulos utilizados, percebemos que no canal com $5\mu m$ de diâmetro, Fig. 5.11c, o perfil da velocidade quando $E = 0.043V/m$ praticamente não é alterado, em nenhuma das duas zonas (EGL e Lumen), o que também é verificado em todos os outros canais com diâmetros maiores. No entanto, quando $E = 1V$ é possível perceber uma alteração no perfil da velocidade, tanto na região porosa quanto no centro do canal. Este resultado indica que, mesmo que minimamente, as forças elétricas

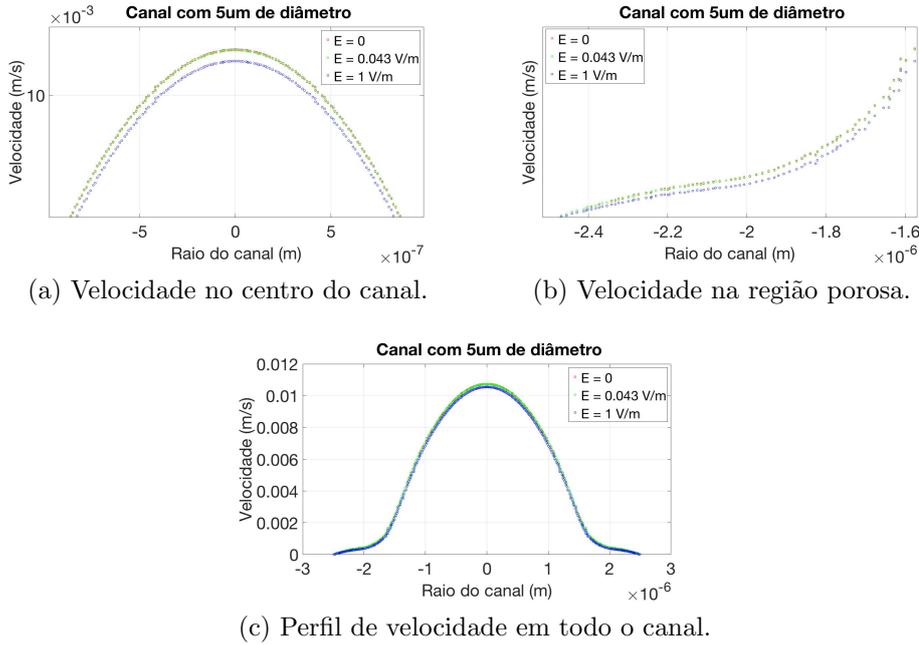


Figura 5.11 Perfil de velocidade para o canal com $5\mu m$ de diâmetro.

introduzidas dentro do formalismo desenvolvido aqui são capazes de alterar a velocidade do escoamento.

É sabido que em um escoamento laminar o perfil parabólico é solução das equações do movimento no limite em que o comprimento do canal é muito maior que o diâmetro deste. E mesmo sabendo que no sistema circulatório o sangue não se encontra nesse regime, optamos por simular o escoamento no regime estacionário, com o objetivo de conseguir um critério de convergência da solução numérica, qual seja a obtenção do perfil parabólico. Desta forma, como o escoamento é monofásico e completamente simétrico, podemos simular o fluxo em um regime estacionário, mesmo sabendo que o regime transiente é mais preciso, sem comprometer os resultados. Caso usássemos o regime transiente o custo computacional seria muito grande.

Para um canal com $7.5\mu m$, como pode ser visto na Fig. 5.12, a velocidade no centro do canal coincide para $E = 0V/m$ e $E = 0.043V/m$. No entanto, para $E = 1V/m$ surge uma diminuição na velocidade no centro do canal de forma similar à redução encontrada no canal com $5\mu m$ de diâmetro. Mesmo que a força constante aplicada na região porosa seja maior, as alterações na velocidade na região porosa ainda são muito pequenas.

Em princípio não era esperada uma redução na velocidade no centro do canal onde a força contrária ao movimento é próxima de zero. Contudo, se olharmos para a Eq. 5.16 e o gráfico da força na Fig. 5.16. Podemos perceber que a força cresce muito rapidamente com o aumento do diâmetro do canal. Desta forma, para o canal com $10\mu m$ de diâmetro, a força cresce rapidamente em uma região entre um ponto pouco afastado do centro e o início da EGL, região esta mais larga que a EGL. Dessa forma o aumento na velocidade devido a mudança nas dimensões do canal é equilibrada pelo aumento da força, fazendo

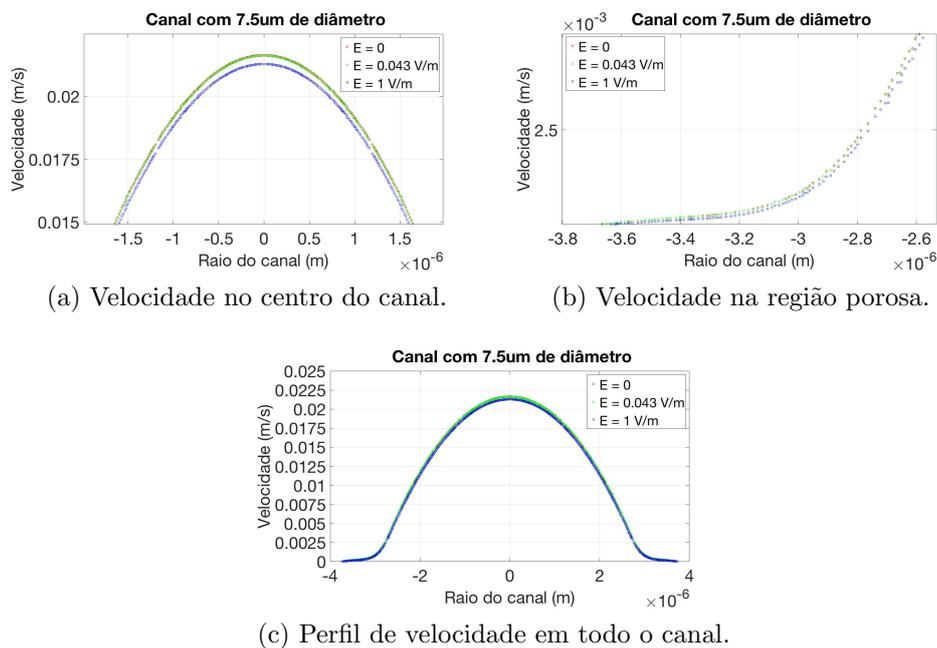


Figura 5.12 Perfil de velocidade para o canal com $7.5\mu m$ de diâmetro.

com que as reduções na velocidade no centro dos canais sejam muito parecidas para os 3 diâmetros utilizados aqui.

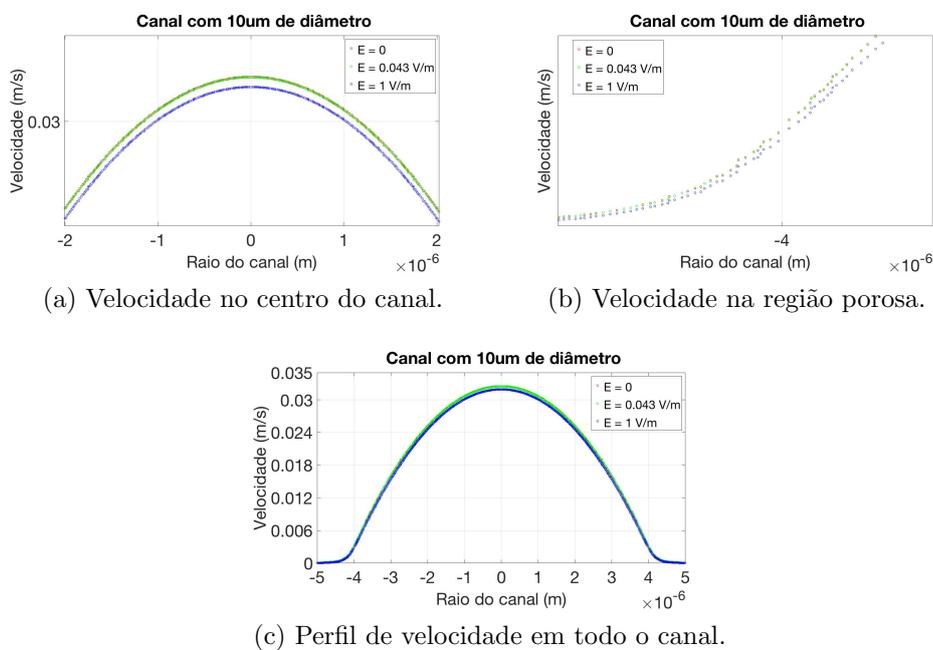


Figura 5.13 Perfil de velocidade para o canal com $10\mu m$ de diâmetro.

Como o fluxo está sendo influenciado por interações com a região porosa, e a força

elétrica oposta ao fluxo é constante na região porosa, e tem uma dependência exponencial na região central, percebe-se que há um grande número de fatores atuando em regiões distintas do canal que podem influenciar de forma global o perfil de velocidade do fluxo. Por outro lado, alterações que causam um aumento da velocidade do fluxo são observadas ao se aumentar a diferença de pressão. Constatamos que, de fato, a velocidade no centro do canal depende mais fortemente de Re , que aqui é controlado pela diferença de pressão (velocidade de injeção) e pelo diâmetro do canal. Os resultados para uma diferença de pressão maior mostraram que a redução na velocidade é inversamente proporcional ao aumento da velocidade no centro do canal.

Ao calcularmos a redução nas velocidades, comparando os valores mínimo e máximo do campo elétrico temos que para o canal com $5\mu m$ de diâmetro a velocidade é reduzida 1.7%, no centro do canal. Para os outros diâmetros existe uma diminuição da velocidade no centro do canal: $7.5\mu m \rightarrow 1.6\%$ e $10\mu m \rightarrow 1.7\%$.

Os resultados indicam que a redução depende de E e não do diâmetro do canal e que para canais menores que $20\mu m$ onde a velocidade de injeção pode ser considerada constante e não pulsada a redução na velocidade no centro do canal é praticamente a mesma para todas as geometrias. Sendo assim, o potencial nas paredes e o campo elétrico gerado pelo *streaming potential* são quem controlam a diminuição na velocidade, o que reafirma a necessidade de entender como o *streaming potential* depende da região porosa, espessura desta, porosidade, movimento dos cílios (poros) e elasticidade da parede.

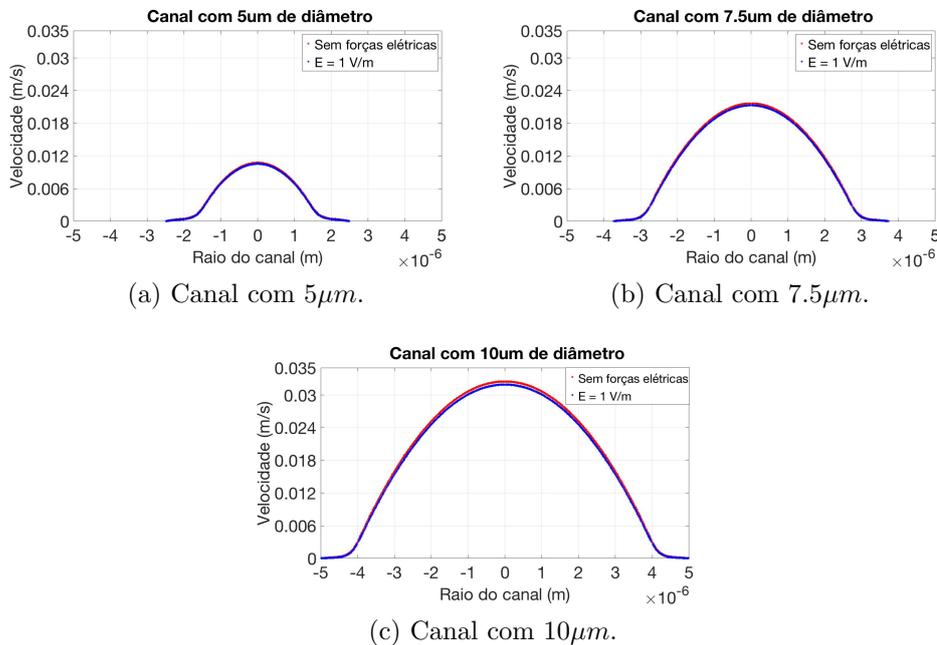


Figura 5.14 Comparação entre os perfis de velocidade para os 3 diâmetros utilizados para $E = 0V/m$ e $E = 0.043V/m$.

Desta forma os resultados revelam que a força elétrica possui um papel relevante na redução da velocidade no centro dos canais, o que parece razoável se pensarmos as

interações elétricas como reguladoras da velocidade do fluxo sanguíneo em vasos estreitos. Sendo assim, o efeito de *eletrosmose* agindo juntamente com o *streaming potential* são capazes de alterar, mesmo que de forma sutil, a velocidade no centro de microvasos sanguíneos.

É necessário analisar também o comportamento da velocidade na região porosa, onde a força é constante e igual ao maior valor aplicado na região do *Lumen*. Mas, como os espaços entre os círculos, que modelam a região porosa, são muito estreitos isso faz com que o fluido alcance localmente maiores velocidades nesta região, de forma que a força elétrica não altera muito a velocidade média nesta região. É possível que o fato de se ter velocidades mais baixas na região porosa seja algo interessante para que ocorra absorção de alguns nutrientes, principalmente nas paredes dos vasos. Também se faz necessário lembrar que a zona porosa modelada neste trabalho é estática, e que uma representação fiel dos cílios da EGL exigiria que a os obstáculos da região porosa, que fazem o papel dos cílios, movam-se em um movimento *browniano*. A inclusão desse movimento na região da EGL pode alterar a dinâmica do fluxo.

Por outro lado, caso o *streaming potential* gere uma polarização suficiente para criar um campo elétrico maior, a força elétrica pode ser suficiente para criar um fluxo reverso na região porosa, como é mostrado na Fig. 5.16. Para vasos com $5\mu m$ de diâmetro é necessário um campo elétrico maior que $5V/m$ para gerar uma velocidade negativa na região porosa, Fig. 5.15. Isto pode indicar que caso o sistema circulatório possa enviar uma informação elétrica para o vaso e isso gere um campo elétrico forte, mesmo que por um instante, a redução na velocidade pode ser significativa.

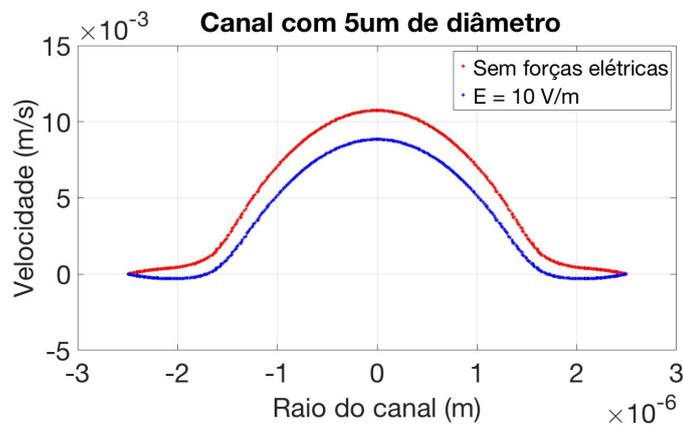


Figura 5.15 Comparação entre os perfis de velocidade para $E = 0V/m$ e $E = 10V/m$ em um canal com $5\mu m$ de diâmetro.

A Fig. 5.15 mostra que no nosso modelo uma variação maior que $5V/m$ causa um fluxo reverso em um vaso de $5\mu m$ de diâmetro, indicando que o mesmo fenômeno pode ocorrer em outros vasos e que o valor do campo elétrico dependerá do diâmetro do canal. Mesmo levando em conta que as medições realizadas *in vivo* não tenham capturado campos elétricos tão altos, o nosso modelo prevê que caso o sistema circulatório necessite alterar significativamente a quantidade de sangue em uma determinada região é necessário que,

mesmo por um breve intervalo, seja gerado um campo elétrico mais elevado. Como a velocidade na região porosa é próxima de zero, um aumento na força elétrica cria uma velocidade negativa nesta região, como pode ser visto na Fig. 5.16, a orientação dos vetores.

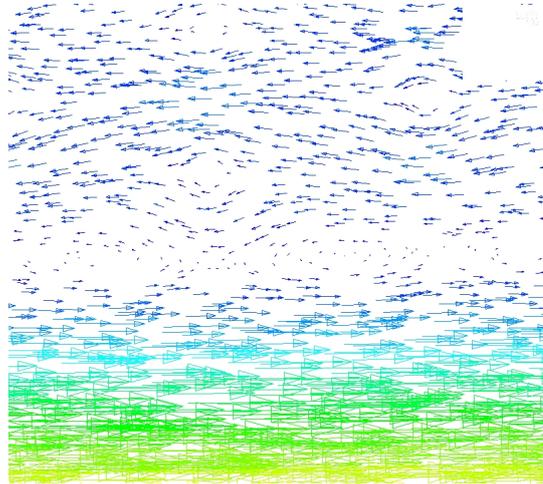


Figura 5.16 Vetores da velocidade em uma zona entre as regiões EGL e Lumen, quando aplicado um campo elétrico de $10V/m$.

Por fim, podemos concluir que, com as configurações e condições iniciais utilizadas no nosso modelo, é possível identificar uma pequena redução na velocidade do escoamento de sangue em microvasos utilizando um fluido newtoniano, que é influenciada pelo diâmetro do canal. Em princípio esse resultado está de acordo com o encontrado na literatura para um canal sem região porosa, e com a força elétrica sendo descrita pela Eq. 5.16 em todo o canal. A forma adotada para abordar o problema não permite calcular inicialmente a polarização das cargas e, a partir dela, a determinação do *streaming potential*. Assim, foi necessário utilizar valores tabelados indicados na literatura.

Vale comentar que tem sido sugerido na literatura a abordagem desta questão com um modelo de primeiros princípios para a determinação do *streaming potential*. Para isso seria necessário considerar a presença dos íons dissociados, como presentes no sangue de animais, e incluir no modelo uma mistura de fluido e sal e modelar a interação entre Na^+ e Cl^- entre si, com as paredes dos vasos, e com o campo externo axial. Isto criaria uma força de arrasto exercida pela água sobre essas partículas, através da qual seria também possível medir o *streaming potential*. Com uma maior descrição mais precisa das forças elétricas é possível detectar alterações ainda mais significativas no perfil da velocidade dentro dos capilares. Esta breve descrição, na verdade, constitui um ambicioso projeto de pesquisa que se estende bastante além dos objetivos desta tese.

PARTE II

ANÁLISE DE SÉRIES TEMPORAIS NÃO-ESTACIONÁRIAS

No estudo de fenômenos hidrodinâmicos é comum construir modelos simplificados onde o escoamento possa ser aproximado para o caso laminar. No entanto, na vida real a grande maioria destes fenômenos é de escoamentos no regime turbulento. Mas escoamentos turbulentos são mais difíceis de modelar, devido o grande número de variáveis e a sensibilidade que o sistema possui às condições iniciais e às mudanças destas variáveis.

Os fenômenos climáticos são um outro exemplo de como fenômenos hidrodinâmicos estão relacionados com análises de séries temporais. A caracterização do clima leva em conta a influência de diversos fatores, tais como: temperatura, velocidade dos ventos, densidade, pressão, correntes marítimas, incidência de radiação solar, etc. Na evolução climática ou na dinâmica atmosférica diária, o deslocamento de grandes massas ocorre de forma turbulenta e a descrição de fenômenos turbulentos é realizada essencialmente por meio de análises estatísticas.

A melhor forma de tentar prever o comportamento de sistemas turbulentos é utilizar resultados medidos em diferentes momentos anteriores, e a partir deles construir um modelo que faça a melhor previsão. Fenômenos meteorológicos são um exemplo disso, medições realizadas em intervalos temporais igualmente espaçados são utilizadas para construir um histórico do comportamento das variáveis que influenciam os fenômenos climáticos. O cruzamento destas informações com as observações climáticas realizadas nos mesmos períodos, possibilitam criar modelos que reconhecem a interdependência entre estes fatores e constrói uma previsão, obviamente com um margem de erro.

Diversos conceitos e métodos matemáticos desenvolvidos no âmbito da física estatística dão conta do trabalho de correlacionar esses dados e retirar informações. Dados meteorológicos, bem como informações sobre a média das posições de uma determinada partícula de um fluido que escoar em regime turbulento, constituem uma série de dados temporais. Desta forma é possível perceber que a física estatística fornece ferramentas suficientes para analisar sistemas complexos que evoluem de forma inesperadas, tanto em sistemas hidrodinâmicos quanto na análise de conjuntos de dados nas áreas de economia, biologia, medicina, meteorologia, etc. Nesta parte da tese apresentamos resultados de uma análise de séries temporais financeiras usando o método da análise destendenciada de correlações cruzadas (DCCA). Como mencionado acima, esta técnica pode ser também aplicada para a análise de dados de fluxos turbulentos, sejam eles dados de medidas de sistemas reais ou obtidos através da integração numérica das mesmas equações usadas nos capítulos anteriores.

Uma série temporal é uma coleção de observações tomadas sequencialmente no tempo. A natureza dessas observações pode ser diversa tais como números, cores, nomes etc. Ou

seja, é um conjunto de informações obtidas em intervalos regulares ou irregulares de tempo [55, 56].

Vamos considerar y_t uma série temporal onde $t \in Z$, onde $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ é o conjunto de números inteiros positivos e negativos. Podemos assim escrever uma série temporal como $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$. Dessa forma, a série temporal $\{y_t\}$ corresponde a um processo estocástico que é composto por variáveis randômicas observadas através do tempo [55]⁴. Uma variável aleatória é um componente ϵ_t dentro de um espaço amostral contendo todas as saídas possíveis.

Este conjunto de dados pode ser classificado como estacionário ou não-estacionário. Uma série estacionária é formada por valores que flutuam em torno de uma média, como se convergisse para um determinado valor. Já uma série não-estacionária é divergente e possui raiz unitária. Dado que as principais metodologias de análise de séries temporais dependem da estacionariedade da série, existem diversas técnicas para transformar dados não-estacionários em estacionários. Entre essas abordagens, estabilização da variância, regressão linear e diferenciação, são as mais usadas [55].

O comportamento do preço do barril de petróleo influencia e é influenciado por a quantidade de petróleo que levantada, e o aprimoramento das técnicas de recuperação alteram a dinâmica de mercado do petróleo e seus derivados. Sendo assim, o estudo dos processos de recuperação de petróleo quando acompanhados de uma análise dos índices dos preços oferece um maior entendimento sobre todo o processo.

Utiliza-se séries temporais para compreender o comportamento de um determinado sistema e tentar prever comportamentos futuros, seja utilizando dados anteriores para prever futuros em uma mesma série ou cruzando duas séries distintas para buscar possíveis relações entre elas, como por exemplo energia solar e energia eólica.

São muitos os exemplos de séries temporais formadas por dados reais. Estes dados veem de campos diversos como: finanças, economia, sociologia, energia, medicina, climatologia, entre outros. Como exemplo podemos citar a análise de séries temporais financeiras.

Dados Financeiros. Finanças é um campo onde as séries temporais surgem naturalmente da evolução de índices e preços. Para realizar o estudo desses índices é comum considerar o retorno do logaritmo, que é definido como

$$r_t = \log \frac{P_t}{P_{t-1}} = \log P_t - \log P_{t-1}, \quad (5.18)$$

onde P_t representa o valor do preço ou do índice no tempo t . Tomando como exemplo o índice *Standard & Poor's Stock*, a Fig. 5.17 mostra o retorno do logaritmo do índice de preço diário do S&P500 no período Janeiro de 1950 e Janeiro de 2014. O índice parece aumentar com o tempo, mas aparecem alguns momentos de queda [55].

⁴Pode-se ter também uma série determinística, ou seja, quando os valores da séries podem ser escritos através de uma função matemática. Mas os processos estocásticos são mais comuns.

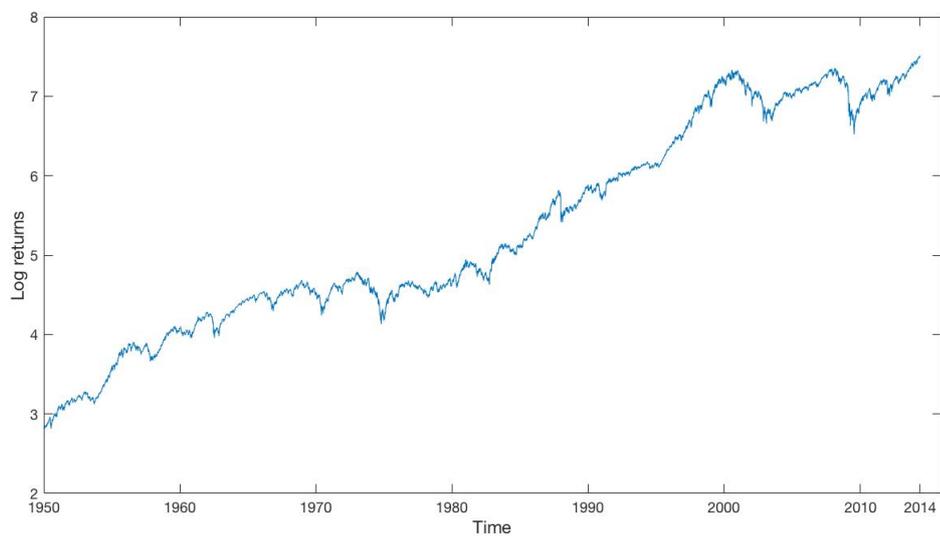


Figura 5.17 Registro diário do índice S&P500, Janeiro de 1950 a Janeiro de 2014.

ANÁLISE DO COEFICIENTE DCCA ENTRE OS PREÇOS DE ENERGIAS RENOVÁVEIS E COMBUSTÍVEL FÓSSIL

Desde a crise do petróleo na década de 70, diversos países iniciaram programas de inclusão de fontes de energias renováveis em suas matrizes energéticas, como prioridade dentro da agenda de segurança nacional [57, 58]. Esta mudança estratégica tornou-se mais urgente na última década do século XX, quando muitos países reconheceram, ao assinarem o protocolo de Kyoto, as evidências da mudança climática por que passa o Planeta e suas relações com fatores antropogênicos, como o aumento da emissão de CO₂ [59]. O sucesso ou o fracasso da implementação dessas políticas são fortemente influenciados pelo preço do petróleo, a fonte de energia primária ainda dominante. Outros fatores importantes, mas que não atuam de maneira coerente e duradoura [60], são políticas nacional/regional/global, viabilidade de energias renováveis, e evidentemente, o preço e o custo de produção relacionado a construção de uma nova infraestrutura e distribuição.

Trabalhos anteriores possibilitaram a compreensão do cenário econômico global em que os altos preços do petróleo estão correlacionados com um aumento dos investimentos, privados e governamentais, em fontes de energias renováveis, enquanto o baixo preço causa a redução nos investimentos [61]. Apesar deste quadro global, o tamanho e a duração desse comportamento anti-cíclico, bem como os atrasos em suas repostas, são questões abertas que ainda intrigam os pesquisadores, agências governamentais e investidores [62, 59, 63].

Aqui nós fazemos uso do *Detrended Cross-Correlation Analysis* (DCCA) para cruzar séries temporais diárias de preços de óleos e energias renováveis [64]. As mudanças no índice de preço do óleo são medidas pelo West Texas Intermediate Index (WTI) e para obter um comportamento detalhado do setor de energia renovável, são considerados seis índices diferentes, representando o desempenho de formas específicas de produção de energia (energia eólica, solar e armazenamento e distribuição de energia alternativa), bem como preços médios de diferentes fontes de energia nos mercados globais mundiais.

Analisamos o log Δ , Eq. 5.18 da diferença entre o preço de um dia e o anterior utilizando o coeficiente DCCA, que oferece informações sobre o grau de correlação entre duas séries para janelas de diferentes intervalos de tempo [64]. Os resultados gerais indicam uma fraca dinâmica de interação entre preços do petróleo e as fontes de energias renováveis para janelas estreitas. Portanto, com o aumento da largura das janelas, fortes padrões de correlação tornam-se dominantes no período 2008-2012. A avaliação quantitativa para a duração da influência mútua, atraso de resposta e aspectos dinâmicos comuns podem ser úteis para agentes privados e governamentais no setor de energia.

A forma geral do DCCA foi introduzida por Stanley and Podobnik [65] para detec-

tar e quantificar a presença de correlação em séries temporais não estacionárias. Com esse modelo, obtém-se a correlação entre séries após elas serem *detrended*, seguindo a estratégia original introduzida por Peng et al, em Detrended Fluctuation Analysis (DFA) e generalizado em outro trabalho [66, 67]. Esta estratégia faz com que seja possível separar as tendências e flutuações, que é a grande vantagem para análise de séries temporais não estacionárias, que aparecem com muita frequência em dados de tempo e espaço em diferentes áreas das ciências da natureza, sociais, meteorologia, sísmica, sinais biológicos, econômicos, apenas citando alguns exemplos.

O DCCA quantifica a correlação entre as flutuações de duas diferentes séries em diferentes escalas de comprimento utilizando o expoente DCCA, que reduz-se ao DFA usual quando as duas séries são idênticas. Por outro lado, o coeficiente DCCA $\sigma(\nu)$ [64], permite a quantificação da força de correlação entre as séries para janelas de comprimento ν , tornando-se possível seguir o grau de interdependência para diferentes comprimentos de escala. A utilidade do DCCA já foi demonstrada em diversas aplicações para estudo de conjuntos de dados de diferentes campos do conhecimento, enquanto sua confiabilidade tem sido evidenciada pela comparação de seus resultados com os obtidos por meio de outros procedimentos. Estes estudos de séries temporais englobam [68, 69], ciências sociais [70], sinais sísmicos, [71, 72], biologia [73], climatologia [74], trânsito [75], entre outros. No domínio particular da econofísica, nós encontramos um grande número de contribuições que as relações entre preço do óleo americano e o mercado de ações [76, 77], a correlação entre emissão e preço da energia [78], clima e mercado financeiro [79, 61], commodities [62], entre outros.

Apesar das expressões derivadas do DCCA serem agora encontradas em grande número de referências, para definir precisamente a notação usada aqui, nós indicaremos os principais passos do algoritmo usado em nossas análises. Então vamos iniciar com o comprimento da série N , definindo y_k e y'_k , onde $k = 1, 2, 3, \dots, N$. Consideramos que y_k e y'_k são séries integradas, i.e., obtidas de duas séries independentes x_i e x'_i , de modo que $y_k = \sum_{i=1}^k x_i$ e $y'_k = \sum_{i=1}^k x'_i$.

Se considerarmos o comprimento de escala ν , as séries integradas podem ser percorridas por janelas de tamanho ν , que escolhemos serem sobrepostas durante o processo.

Neste caso, podemos considerar janelas até M_ν janelas onde $1 \leq M_\nu \leq N + 1 - \nu$. Com uma janela de tamanho ν , identificada por m , nós escolhemos o polinômio linear $p(m, \nu)$ que melhor se ajusta aos dados pelo método dos mínimos quadrados, de modo que obtemos os valores dentríticos $y_k - p_k(m, \nu) = y_k - (a(m, \nu)x_k + b(m, \nu))$. O que leva a avaliação da janela de covariância dentrítica.

$$f_{DCCA}^2(m, \nu) = \frac{1}{\nu} \sum_{k=I_{min}(m, \nu)}^{I_{max}(m, \nu)} [y_k - p_k(m, \nu)][y'_k - p'_k(m, \nu)], \quad (6.1)$$

onde $I_{min}(m, \nu)$ e $I_{max}(m, \nu)$ indicam os valores que k pode assumir na janela (m, ν) .

Para obter o correspondente expoente DCCA λ para as duas séries analisadas, é necessário somar as contribuições f_{DCCA}^2 de todas as janelas de tamanho ν para obter

$$F_{DCCA}^2(\nu) = \frac{1}{M_\nu} \sum_{m=1}^{M_\nu} f_{DCCA}^2(m, \nu), \quad (6.2)$$

e observar se $F_{DCCA}^2(\nu)$ depende de ν segundo uma lei de potência $F_{DCCA}^2(\nu) \sim \nu^{2\lambda}$.

Para quantificarmos a correlação cruzada entre as séries temporais utilizamos o coeficiente DCCA, $\sigma_{DCCA}(\nu)$, que é definido por

$$\sigma_{DCCA}(\nu) = \frac{F_{DCCA}^2(\nu)}{F_{DFA}(\nu)F'_{DFA}(\nu)}, \quad (6.3)$$

onde $F_{DFA}(\nu) = (F_{DFA}^2(\nu))^{1/2}$, e $F'_{DFA}(\nu)$ podem ser obtidos a partir Eqs. (6.1) e (6.2) considerando $y'_k = y_k$. Um coeficiente DCCA local $\sigma_{DCCA}(m, \nu)$ pode ser obtido trocando $F_{DCCA}^2(\nu)$ e $F_{DFA}(\nu)$ por $f_{DCCA}^2(m, \nu)$ e $F_{DFA}(m, \nu)$ em 6.3.

Notamos que $-1 \leq \sigma \leq 1$ indica a presença de correlação (> 0) ou anti-correlação (< 0) entre dois sinais em uma dada escala definida pela largura da janela, bem como a intensidade desse efeito. Se levarmos em consideração o coeficiente local $\sigma_{DCCA}(m, \nu)$, podemos desenhar diagramas indicando a localização, intensidade e comprimento de escala onde a correlação entre os dois sinais são encontradas.

Realizamos neste trabalho uma investigação aprofundada sobre a interdependência entre preços do óleo e de diferentes tipos de energias renováveis para um mesmo intervalo de tempo e para obter melhores resultados, o preço do óleo foi medido com base no índice West Texas Intermediate (WTI) [80], uma referência mundial para essa commodity, produtos pouco trabalhados.

O setor de energias renováveis possui diferentes particularidades relacionadas ao tipo de energia e a aplicação do investimento, sendo assim, nós levamos em conta três índices globais e três índices de setores específicos, sendo um deles medido no mercado de ações europeu e os outros cinco no mercado de ações americano: i) O European Renewable Energy index (ERIX)[81], baseado no valor das ações de grandes companhias de energia solar, eólica, biomassa e recursos hídricos. ii) O Wilder Hill Clean Energy Index (ECO)[?], estimado pela bolsa de valores americana, que reflete o valor das companhias envolvidas no uso e conservação de energia limpa. iii) O Standard and Poor Global Clean Energy Index (S&PGCE)[82], que reúne o valor das 30 maiores companhias do setor de energia limpa, equipamento e desenvolvimento de tecnologia, com papéis negociados na bolsa de New York. iv) O NYSE Bloomberg Global Wind Energy Index (WIND)[83], que contabiliza apenas as companhias do setor de energia eólica. v) O NYSE Bloomberg Global Solar Energy Index (SOLAR)[84] que reúne as companhias do setor de energia solar, e vi) O NYSE Bloomberg Global Energy Smart Technologies Index (TECH)[85], baseado nos preços das ações de empresas que trabalham no desenvolvimento de transportes avançados, energia digital, eficiência energética e armazenamento de energia. Os dados utilizados nesta pesquisa cobrem o período entre janeiro de 2006 e dezembro de 2015, e contém 2500 pontos.

6.1 RESULTADOS E DISCUSSÕES: ANÁLISE DO COEFICIENTE DCCA ENTRE OS PREÇOS DE ENERGIAS RENOVÁVEIS E COMBUSTÍVEL FÓSSIL

Avaliamos os coeficientes DCCA locais para diversos comprimentos de janelas no intervalo $[\nu_{min}, \nu_{max}]$, onde estes valores estão limitados pela exigência de que precisam ser suficientemente grandes para garantir um significado estatístico, mas também suficientemente pequenos para capturar efeitos locais. Consideramos $\nu_{min} = 1$ e $\nu_{max} = 250$, que corresponde a grosso modo ao número de dias úteis no ano. Os valores de $\sigma_{DCCA}(t, \nu)$, com $(t = m + \nu/2)$, estão associados com o tempo t no centro das janelas e foram analisados para todas as escalas no intervalo $[\nu_{max}/2, N - \nu_{max}/2]$. Os resultados são mostrados em diagramas de cores nas Fig. 6.1-6.4, que também mostram as curvas para as correspondentes séries temporais.

Discutiremos inicialmente os resultados para as correlações entre o dados do WTI e os das energias renováveis, representadas pelos índices da energia eólica WIND e o índice ERIX, Fig. 6.1 e 6.2. Pode-se, em princípio, esperar um baixo índice de correlação devido o fato de que os dados são de diferentes áreas [86]. Uma inspeção visual dessas séries indica diferentes padrões para as séries de diferentes setores, mas uma grande similaridade entre as do setor renovável.

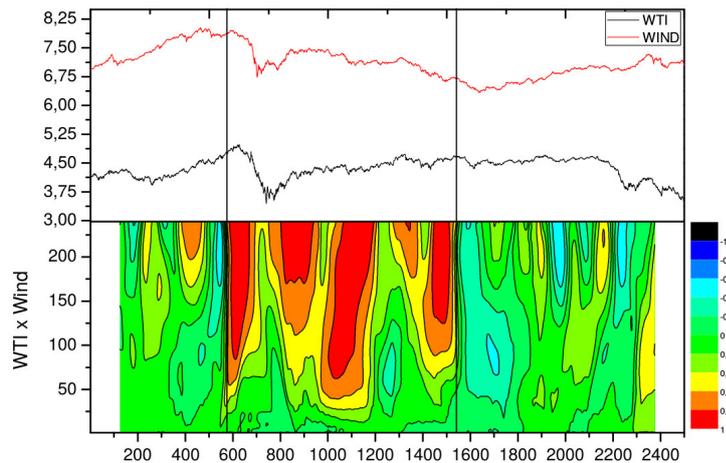


Figura 6.1 Análise do coeficiente σ_{DCCA} entre Wind, fonte de energia renovável, e o preço do WTI.

Os diagramas nas Fig. 6.1 and 6.2 são inicialmente dominados por grandes regiões de pequena correlação ($\sigma_{DCCA} \in (-0.2, 0.2)$), e por quatro ilhas de alta correlação no intervalo $t \in (600, 1500)$. A alta correlação corresponde mais ou menos com o início da crise global de 2008, e estende-se até o pós-crise em um intervalo que termina em 2012. Durante este período, os preços estiveram altamente correlacionados para janelas de comprimento maior que 50 dias, embora esta grande região de correlação esteja separada por pequenos momentos (~ 40 dias) de baixa correlação.

No início da crise, a diminuição do preço do óleo causou uma diminuição no preço dos ativos do setor de energia renovável, o que explica o primeiro período alta correlação. Subsequentemente, o padrão periódico com máxima correlação anual para uma janela

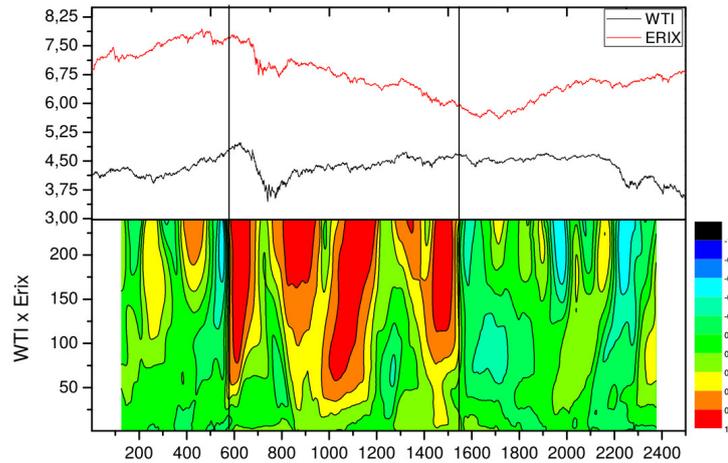


Figura 6.2 Análise do coeficiente σ_{DCCA} entre Erix, fonte de energia renovável, e o preço do WTI.

de grande largura representa um padrão curioso. O primeiro período de forte correlação inicia-se antes do início da crise global (Setembro de 2008), quando o preço do óleo caiu vertiginosamente. Os outros 750 dias de forte correlação correspondem à recuperação e estabilização do preço do óleo.

Uma segunda região que apresenta um intensidade média de correlação pode ser observada no intervalo $t \in (1800, 2300)$, onde qualquer efeito direto da crise de 2008 deverá ser negligenciado. Aqui, a tendência de diminuição do preço do óleo opõe-se ao aumento no setor renovável, observado entre 2014 e 2015. As mesmas características são também encontradas nos diagramas para o WTI e outras fontes de energias renováveis.

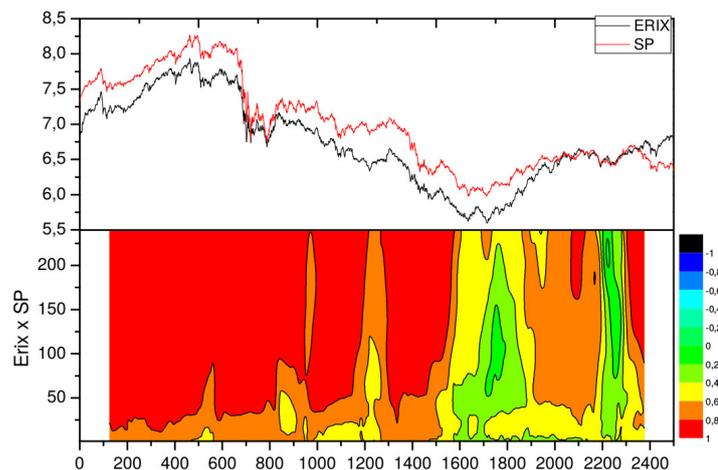


Figura 6.3 Análise do coeficiente σ_{DCCA} e comportamento das séries. entre as fontes de energia renováveis, Erix e SP.

Este comportamento é corroborado pelos diagramas DCCA para os dois índices do setor renovável utilizados nas Fig. 6.1 e 6.2 e em outras duas séries, SOLAR e SP. Como

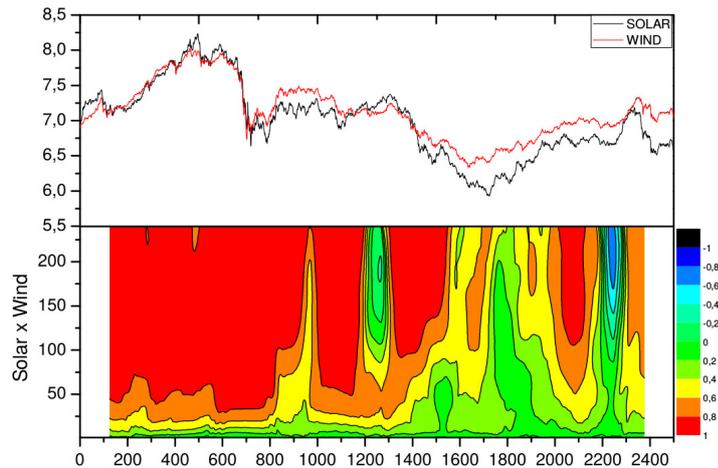


Figura 6.4 Análise do coeficiente σ_{DCCA} e comportamento das séries, Solar and Wind.

pode ser visto nas Fig. 6.3 and 6.4, os diagramas indicam um alto nível de correlação cruzada, que abrange quase todos os domínios de tempo e largura. Nós observamos um aumento do comportamento quase não correlacionado próximo do 1250 dia, que também corresponde a uma das separações entre as ilhas de correlação nos diagramas das Fig. 6.1 e 6.2. Mais interessante ainda, é que o ano de 2015 é caracterizado por uma região de anti-correlação entre os índices WIND e SOLAR

A grande coerência entre os diferentes setores de energia renovável (eólico, solar e tecnológico) revela um forte acoplamento na tomada de decisões por grandes companhias ao redor do mundo. Nossos resultados corroboram a explicação clássica de que para períodos imediatamente antes da crise e durante a crise. A forte correlação resulta do medo do mercado a mudanças repentinas, de modo que prevalece a decisão da mercadoria dominante.

Desde a virada do século, as fontes de energia renováveis tornaram-se uma alternativa em relação às fontes tradicionais, ocupando hoje 19.2% da matriz energética global [87]. Novos indicadores econômicos, de natureza abrangente ou representando algumas fontes específicas, refletem a grande quantidade de investimento de origem pública e privada, pelo qual esse último está se tornando cada vez mais dominante. Além disso, é natural que o preço do óleo ainda exerça o papel de principal indicador, embora ainda não esteja claro se e como esse papel está sendo desafiado por um ou por um grupo de produtos correlacionados. Nosso trabalho busca adicionar informação que possa ajudar a entender a dependência dinâmica e causalidade entre o petróleo e as energias renováveis.

Levamos em consideração índices globais e setoriais do setor de energia renovável cobrindo um período de 10 anos 2006-2015, que foi marcado por uma crise financeira global e por grandes oscilações no preço do óleo, a fonte de energia primária. Nossas análises indicam um cenário de baixa correlação para curtas escalas temporais ($\lesssim 50$ days), enquanto diversas regiões de correlação e anti-correlação surgem para grandes escalas temporais.

Uma região de altamente correlacionada entre óleo e índices do setor de energias

6.1 RESULTADOS E DISCUSSÕES: ANÁLISE DO COEFICIENTE DCCA ENTRE OS PREÇOS DE ENERGIAS RENOVÁVEIS

renováveis de duração de aproximadamente 4 anos, da metade de 2008 até a metade de 2012, emerge consistentemente como principal resultado de nossa pesquisa. Este período, que corresponde ao período mais forte da crise mundial (2008-2012), é marcado por diversas ilhas separadas por pequenos períodos de descorrelação, indicando que o mercado de energias alternativas é ancorado na expectativa do comportamento do preço do óleo. Antes e depois dessa fase, os dois setores foram de algum modo independentes um do outro, e até mais recentemente, alguns períodos de anti-correlação puderam ser notados.

Nossos resultados também mostram que, concomitantemente, os diferentes índices de fontes alternativas estão se movendo de forma bastante correlacionada. Mesmo assim, o recente período de anti-correlação entre alguns dos cinco índices considerados pode indicar o início de uma nova fase, onde os diferentes ramos do setor podem desenvolver suas dinâmicas próprias. Resultados como os apresentados aqui são importantes para construir um cenário mais consistente quantitativamente do passado recente, ajudando investidores e agentes públicos a terem um base mais alicerçada que ajude na tomada de decisões.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Neste capítulo apresentamos uma síntese de nossos principais resultados e discutimos os caminhos que podem ser traçados a partir deste ponto. O foco principal desta tese foi discutir fenômenos complexos nas áreas de escoamento hidrodinâmico e análise de séries temporais.

No Capítulo 3 estudamos o crescimento de dedos em uma célula de Hele-Shaw com e sem perturbação, colocada para girar sob uma velocidade constante para $Re \ll 1$. Os resultados indicam que nosso modelo é capaz de reproduzir, com uma margem de erro que está relacionada com a discretização da malha, as principais características vistas em laboratório e preditas pela teoria.

Trabalhamos com um modelo construído em um pacote de *DFC*, que em seu método de solução resolve aproximadamente as equações de Navier-Stokes com a presença de todos os termos não lineares em um referencial girante. Mostramos que ele, é capaz de obter bons resultados para a evolução temporal de uma gota circular de um fluido menos denso que o fluido externo que o cerca, perturbada com um certo número de modos normais. Quando posta para rotacionar a uma velocidade angular menor que a velocidade que maximiza o crescimento os dedos, a gota inicialmente perturbada evolui para uma configuração circular, suprimindo o crescimento dos dedos.

O modelo também revela em seus resultados que, ao rotacionar uma gota circular no instante inicial com velocidade angular constante que maximiza o crescimento de um número determinado de dedos, que o número de dedos desenvolvidos não concorda perfeitamente com o predito pela teoria de crescimento linear. Estimamos que esta diferença é devida a questões tais como: critérios de contagem dos dedos, erros envolvendo a interface difusa entre os dois fluidos, erros de interpolação nos cálculos, refino da malha, etc. No entanto, o número de dedos contados está sempre abaixo do número máximo de dedos que possuem taxa de crescimento positiva, neste ponto, concordando perfeitamente com a teoria de crescimento linear. Na mesma linha, quando utilizamos uma gota circular, mas com perturbações aleatórias muito pequenas, e giramos a célula com uma mesma velocidade angular constante utilizada para uma gota circular sem perturbações a quantidade de dedos que cresce é novamente menor que o máximo esperado e muito próximo do encontrado para o caso sem perturbação aleatórias.

O nosso modelo de célula de HS girante consegue também mostrar resultados que se aproximam do esperado pela teoria no que tange ao crescimento dos dedos e a taxa de crescimento no regime linear. A teoria prevê uma taxa de crescimento que inicialmente é fortemente acentuada no primeiros instantes apresentando um crescimento exponencial e que após algum tempo diminui e tende a se estabilizar em um valor constante. Aqui encontramos um crescimento ligeiramente diferente entre os dedos, isto devido a malha triangular e o armazenamento dos valores do centro das células. A taxa de crescimento

que encontramos para uma gota perturbada com o modo $n = 4$ na média entre os quatro dedos é aproximadamente 15% maior que o esperado, mas encontramos no processo de evolução uma região entre a quinta e décima primeira voltas uma taxa de crescimento que se aproxima ainda mais do esperado.

Como nosso sistema leva em conta todas as forças inerciais, há uma natural discrepância com a teoria de crescimento linear adotada aqui como previsão teórica que desconsidera as forças inerciais. Além das questões intrinsecamente relacionadas com o método de integração numérica já mencionada, este fato também pode alterar o crescimento dos dedos quando estas forças são consideradas.

O modelo proposto nesta tese, além de conseguir fixar as condições iniciais do problema de forma a iniciar o processo com pequenas perturbações bem definidas, ou seja, ter controle sobre formato inicial da gota, algo difícil de alcançar em laboratório, permite controlar com boa precisão o tempo de cada volta e a velocidade angular constante de rotação. Ele também é capaz de mostrar a ação da força de Coriolis para velocidades muito grandes, quando é possível ver qualitativamente o entortamento dos dedos no sentido contrário ao do movimento e o desprendimento de pequenas gotas das pontas dos dedos quando a velocidade angular é muito alta.

De um modo geral, nossos resultados para o problema da célula de Hele-Shaw girante estão de acordo com a teoria de estabilidade linear, nosso modelo consegue ir além de suas previsões ao descrever todas as fases de formação de padrões, trabalhar com velocidades de rotação bastante altas, e iniciar o processo com configurações não tão simples de serem estabelecidas em laboratório.

No Cap. 4 discutimos o processo de difusão de um fluido menos viscoso em um canal poroso preenchido inicialmente com um fluido mais viscoso. Consideramos dois procedimentos para o problema: a injeção contínua do fluido invasor, e a injeção de uma quantidade finita dele, seguida pela injeção do mesmo fluido residente. Nossos resultados revelam que a maneira como o fluido deslocado se espalha na região porosa tem alguma similaridade com aqueles preditos pela teoria da dispersão hidrodinâmica para os momentos iniciais nos escoamentos para dois valores de Re utilizados aqui.

Quando água é injetada continuamente a uma velocidade constante, a frente de invasão possui um comportamento de queda acentuada e muito parecido com um decaimento exponencial, nos dois casos com $Re = 5$ e $Re = 460$. Para $Re = 5$ a frente de invasão, no processo de injeção constante de água, possui um comportamento diferente do caso com $Re = 460$. A frente de invasão possui uma queda acentuada, mas antes aparece uma região plana que não surge no caso anterior.

Na configuração em que um volume de água é definido e deslocado por uma injeção constante de óleo, esta quantidade se espalha na região porosa de forma muito semelhante ao normalmente encontrado no processo de dispersão hidrodinâmica em meio poroso com uma assimetria. O comportamento do pico da distribuição também concorda com a teoria mostrando um achatamento ao longo do tempo. Contudo, em escoamento com $Re = 5$, para tempos maiores de injeção o volume de água se quebra e a distribuição passa a ter dois picos. Mas ainda assim, é possível capturar uma configuração mais coesa para os momentos iniciais. Aqui percebemos que nesta configuração a água espalha-se de maneira mais parecida com a teoria com um lado esquerdo praticamente reto e a tendência de

surgimento de uma cauda no lado esquerdo.

O fato da distribuição da água na região porosa se aproximar de uma distribuição normal, mas com mudança na simetria durante o processo, é uma característica que convida ao uso da distribuição de Weibull na busca por um parâmetro de forma que possa caracterizar o processo de difusão de um fluido em um meio poroso com baixo e alto Re .

Ao compararmos os resultados para os dois valores de Re utilizados, vemos que para $Re = 460$, existe uma tendência de crescimento no valor do parâmetro de forma com o passar do tempo e que esses valores oscilam em torno de 5. Por outro lado, para o Re menor os valores encontrados para o parâmetro de forma são menores e aumentam de acordo o aumento da porosidade.

Para $Re = 5$ a distribuição da água apresenta nos primeiros instantes, um lado esquerdo praticamente reto e uma tendência a suavização da curda direita da distribuição. Porém, para $Re = 460$ logo após a água entrar completamente na região porosa o comportamento é o mesmo do caso com Re pequeno, mas isto se inverte e para tempos maiores a cauda da esquerda passa a ser maior que a da direita.

Com essas informações podemos afirmar que a dispersão de uma quantidade finita de água em um meio poroso concorda qualitativamente e quantitativamente com a teoria de dispersão hidrodinâmica em meio poroso, apenas para os primeiros instantes após a água adentrar completamente na região porosa, e isto vale para os dois valores de Re utilizados aqui.

No caso onde injetamos água a uma velocidade constante, analisamos apenas a frente de invasão utilizando apenas a parte exponencial da distribuição de Weibull. E os resultados revelam um diminuição no valor do parâmetro de forma para $Re = 460$. Já para Re baixo temos dificuldades em caracterizar uma tendência no comportamento do parâmetro de forma, pelo fato de termos pouco tempo antes da quantidade de água se quebrar e também devido ao aparecimento do *plateau* antes da curva apresentar uma queda exponencial, o que torna difícil encontrar um intervalo de número de passos da janela que se encaixe perfeitamente em cada curva sem incluir parte do *plateau*.

Em conjunto, os resultados obtidos para o deslocamento de um fluido em um meio poroso permitem caracterizar a forma do perfil de invasão e traçar paralelos com o fenômeno de dispersão hidrodinâmica.

No Cap. 5 apresentamos e discutimos os resultados obtidos usando o formalismo de DFC para um modelo simplificado que procura entender como interações elétricas podem influenciar no controle do fluxo sanguíneo em capilares. Estudos anteriores encontrados na literatura são baseados em modelos que utilizam uma força contrária ao movimento do fluido, cuja magnitude depende da distância entre o ponto onde deve ser calculada a força e o do centro do canal. De um modo geral, os resultados sugerem que, para valores típicos da diferença de potencial encontrados nos vasos sanguíneos, a força elétrica não altera não mudam consideravelmente a velocidade do fluxo. Neste ponto nossos resultados estão de acordo com o que é visto na literatura.

Contudo, nós estudamos aqui os efeitos da inclusão de uma região porosa nas vizinhanças das paredes do vaso, que visa simular a presença de obstáculos ciliares, onde também é aplicada uma força contrária ao movimento do fluxo, sendo que a força na

região porosa é constante em todo o domínio. Neste caso, nossos resultados indicam que a força elétrica pode ter uma alguma influência no movimento do fluido, mesmo considerando um modelo simplificado com paredes não deformáveis e obstáculos da região porosa fixos. Percebemos também que esta pequena alteração na velocidade acontece de forma mais clara na região central e não na região porosa. Talvez isto esteja relacionado ao fato do fluido desenvolver velocidades maiores nos estreitos caminhos entre os círculos que modelam a região porosa.

A presença de uma região porosa com uma força contrária ao movimento constante em todo domínio, força o fluido a escoar preferencialmente na região central do *Lumen*. Por este motivo, um modelo onde a região porosa possua um movimento *browniano* e as paredes sejam flexíveis pode fazer com que a região porosa exerça um papel ainda mais importante no processo.

Mesmos os resultados reafirmando que para valores de E medidos em laboratório a redução na velocidade é praticamente descartável, nossos resultados para valores bem maiores de E indicam uma maior redução na velocidade no centro do canal e uma velocidade negativa na região porosa, para um canal com $5\mu m$ de diâmetro. Nessa linha de raciocínio, caso o organismo necessite enviar uma informação para que o fluxo naquela região seja reduzido de forma rápida, em princípio, parece ser necessário a produção de um campo elétrico maior entre as extremidades da veia, mesmo que o E atinja um pico e em seguida reduza seu valor de forma bem rápida.

Outro ponto que deve ser lembrado é que como a força elétrica é contrária ao movimento e depende da distância que o ponto se encontra do centro do canal, tem sua magnitude aumentada de forma considerável com o aumento do diâmetro do canal. Mas o aumento na magnitude da força é acompanhado pelo aumento da velocidade. Mesmo mantendo a mesma diferença de pressão para todos os diâmetros, a velocidade desenvolvida dentro do canal depende de fatores geométricos, neste caso o diâmetro do canal. Desta forma encontramos um equilíbrio entre o aumento da força e o aumento da velocidade que faz com que a redução da velocidade seja muito parecida para os 3 diâmetros utilizados.

Como a velocidade na região porosa é muito pequena o fluxo toma um caminho preferencial pela região do Lumen e quando simulado o escoamento no regime estacionário no momento em que a simulação atinge a convergência a velocidade no centro do canal é praticamente a mesma predita pela equação de *Hagen-Poiseuille* se assumirmos o raio como tendo o mesmo valor do raio da região do Lumen.

Estamos cientes das limitações do nosso modelo pois não determina o valor do campo elétrico gerado entre as extremidades do canal com base na distribuição de cargas em todo o domínio. Uma continuação natural deste trabalho consiste na inserção, no mesmo ambiente DFC, de condições de contorno que contemplem a interação entre cargas positivas e negativas com o potencial negativo estabelecido na região porosa, além de definir que os círculos que modelam a região porosa movimentem-se segundo um movimento *browniano*.

Finalmente, os resultados do trabalho sobre análise de preços, discutidos no Cap. 6, mostram que existe uma grande similaridade entre as séries temporais de índices de preços de energias renováveis. Mas uma alta correlação entre fontes de energias renováveis

e energia fóssil, principalmente no início da crise e que esta correlação é mantida durante o período de crise e se estende até pouco tempos após o início da recuperação. Estes resultados foram publicados em [88].

APÊNDICE A

SCRIPTS E UDF UTILIZADOS NOS MODELOS

O ANSYS FLUENT é uma plataforma utilizada em todo o mundo com inúmeras aplicações em diversos ramos da ciência. No entanto, cada aplicação faz uso de alguma ferramenta específica do software ou um conjunto delas. Quando alguém tem um problema, a busca por uma maneira de reproduzir o modelo dentro do FLUENT pode se transformar em um caminho difícil, porque o seu problema pode ainda não ter sido simulado desta forma ou por não conhecer a ferramenta correta a ser utilizada dentro do software. Diante das dificuldades em encontrar a forma correta de “pedir ” ao software para fazer algo a saída é contar com a ajuda de outros pesquisadores em fóruns especializados na internet ou pedir auxílio ao *support* do software utilizado. E esse processo entre ter o problema definido e encontrar as ferramentas corretas dentro do FLUENT pode comprometer um bom tempo da pesquisa, pensando nisso apresento os *Scripts* e as UDF utilizados nos trabalhos, talvez estas informações possam em algum momento ajudar um outro pesquisador a ganhar tempo em seu trabalho.

A.1 SCRIPT DA UTILIZADO PARA CRIAR A CÉLULA DE HELE-SHAW

O processo de implementação do modelo da célula de Hele-Shaw inicia com a construção da interface, pois precisávamos ter controle sobre as dimensões da gota e da célula, bem como da perturbação criada. Esta parte inicial é desenvolvida no Design Modeler (DM), um plugin de plataforma CAD com diversas ferramentas de desenho, que aparece acoplado ao FLUENT. No entanto, construir esse tipo de geometria e com essa precisão pela interface e repetidas vezes torna-se muito trabalhoso. Sendo assim, optamos por escrever um Script em JavaScript que quando executado no DM gera os pontos e liga eles formando a interface, antes disso precisamos gerar as coordenadas usando as Eq. ?? e 3.22 e escrever no formato que o DM lê, o que pode ser visto a seguir.

		x	y	z
1	1	46.12	0.00	0
2	1	46.12	0.40	0
3	1	46.12	0.81	0
4	1	46.10	1.21	0
5	1	46.09	1.61	0

O software possui uma configuração própria para os dados que serão lidos. É necessário escrever a coordenada z mesmo o desenho sendo em 2D e ainda escrever as duas primeiras colunas em um formato que aparentemente serve para identificar cada coordenada (x,y,z). Esses dados serão lidos por um Script que quando rodado criará a interface e o círculo externo, a seguir o código que cria uma célula com 100 de raio, lembrando que a unidade de comprimento é definida dentro do DM.

```

1  var PF1 = agb.FPoint(agc.FPointConstruction, agc.
    FPointCoordinateFile);
2  PF1.Name = "pontos";
3  PF1.CoordinateFile = "C:\\Users\\Administrador\\Desktop\\45mm-100
    mm\\modo4-45mm.txt";
4  agb.Regen();
5
6  function planeXYSketchesOnly (p)
7  {
8  p.Plane = agb.GetActivePlane();
9  p.Origin = p.Plane.GetOrigin();
10 p.XAxis = p.Plane.GetXAxis();
11 p.YAxis = p.Plane.GetYAxis();
12
13 p.Sk1 = p.Plane.newSketch();
14 p.Sk1.Name = "Gota";
15
16 with (p.Sk1)
17 {
18 var numID = 181
19 var LF1 = agb.LinePt();
20 LF1.Name = "point_connections_4";
21 LF1.Operation = agc.Frozen;
22
23 var i;
24 for (i = 1; i < numID; i++)
25 {
26     LF1.AddSegment(PF1.GetPoint(1, i), PF1.GetPoint(1, (i + 1)));
27 }
28 }
29 p.Sk2 = p.Plane.newSketch();
30 p.Sk2.Name = "Circulo";
31

```

```

32 with (p.Sk2)
33 {
34     p.Cr1 = Circle(0.000000, 0.000000, 100.000000)
35 }
36 p.Plane.EvalDimCons();
37 return p;
38 }
39 var XYPlane = agb.GetXYPlane();
40 agb.SetActivePlane (XYPlane );
41 var ps4 = planeXYSketchesOnly (new Object());

```

A.2 ESCOAMENTO SANGUÍNEO

Script utilizado para criar o canal (vaso sanguíneo)

No modelo de escoamento de sangue em um microcanal criamos um canal retangular com e sem a região porosa, e como o modelo possui simetria cilíndrica é computacionalmente mais leve simular aplicando uma simetria Axial. Utilizamos também aqui um *Script* para criar o canal, a seguir o código utilizado para o canal com a região porosa com 100 de comprimento, 6 de raio e 1 de espessura da região porosa. Para o caso sem poros basta apagar o *loop* que cria os círculos.

```

1 agb.Regen ();
2 function planeXYSketchesOnly (p)
3 {
4     p.Plane = agb.GetActivePlane();
5     p.Origin = p.Plane.GetOrigin();
6     p.XAxis = p.Plane.GetXAxis();
7     p.YAxis = p.Plane.GetYAxis();
8
9     p.Sk1 = p.Plane.newSketch();
10    p.Sk1.Name = "canal";
11    with (p.Sk1)
12    {
13        p.Ln1 = Line(0, 0, 0, 6);
14        p.Ln2 = Line(0, 6, 100, 6);
15        p.Ln3 = Line(100, 6, 100, 0);
16        p.Ln4 = Line(100, 0, 0, 0);
17
18        var i;
19        for (i=0; i<=80; i++)
20        {
21            p.Cr01 = Circle((i*1.2+0.6), 5 + 0.3, 0.030000)
22            p.Cr02 = Circle((i*1.2+0.6), 5 + 0.7, 0.030000)
23            p.Cr03 = Circle((i*1.2+1.2), 5 + 0.1, 0.030000)
24            p.Cr04 = Circle((i*1.2+1.2), 5 + 0.5, 0.030000)
25            p.Cr05 = Circle((i*1.2+1.2), 5 + 0.85, 0.030000)

```

```

26     }
27 }
28 p.Plane.EvalDimCons();
29 return p;
30 }
31 var XYPlane = agb.GetXYPlane();
32 agb.SetActivePlane(XYPlane);
33 var ps1 = planeXYSketchesOnly(new Object());

```

UDF DEFINE_SOURCE que introduz o efeito de electrosmoosis

Nesse modelo usamos uma UDF (User Define Function) para obter a coordenada radial do cilindro, calcular a força em cada ponto da malha e incluir o termo fonte, a força elétrica, na equação de transporte. A UDF é escrita na linguagem *c* e interpretado no FLUENT.

O código a seguir apresenta duas UDFs, uma para a região central, Lumen, e outra para a região porosa, EGL. Note que a UDF da região central pega a distância entre a célula da malha e o eixo do cilindro e usa essa distância para calcular a força, já a segunda UDF utilizada para incluir a força nas células da região porosa da EGL, não pega a posição das células pois inclui uma força constante no equação de transporte.

```

1 #include "udf.h"
2 #define ee 5.3e-10
3 #define Ex 10.0
4 #define U0 0.05
5 #define R1 1.5e-6
6 #define ninf 100
7 #define el 1.6e-19
8 #define ninf 100
9 #define Kb 1.38e-23
10 #define T 300
11 #define NA 6.022e23
12
13 DEFINE_SOURCE(lumen, cell, thread, dS, eqn)
14 {
15     double source;
16     double Ir;
17     double IR;
18     double k;
19     double y;
20     double NV_VEC(origin), NV_VEC(axis); real NV_VEC(V), NV_VEC(r), NV_VEC(R),
    NV_VEC(B);
21     double Bmag;
22     real xc[ND_ND];
23     double NV_VEC(er), NV_VEC(et);
24
25     C_CENTROID(xc, cell, thread);
26
27     NV_V(origin, =, THREAD_VAR(thread).cell.origin);
28     NV_V(axis, =, THREAD_VAR(thread).cell.axis);

```

```

29 NV_VV(R, =, xc, -, origin);
30 Bmag = NV_DOT(R, axis);
31 NV_VS(B, =, axis, *, Bmag);
32 NV_VV(r, =, R, -, B);
33
34 y = NV_MAG(r);
35
36 k = (1/pow((( ee*Kb*T)/(2*NA*pow(e1,2)*ninf)),0.5));
37
38 Ir = 1 + pow((k*y)/2,2) + pow((k*y)/2,4)/4 + pow((k*y)/2,6)/24 + pow((k*
39 y)/2,8)/(24*24) + pow((k*y)/2,10)/(120*120);
40
41 IR = 1 + pow((k*R1)/2,2) + pow((k*R1)/2,4)/4 + pow((k*R1)/2,6)/24 + pow
42 ((k*R1)/2,8)/(24*24) + pow((k*R1)/2,10)/(120*120);
43
44 source = -ee*U0*pow(k,2)*Ex*(Ir/IR);
45
46 dS[eqn] = 0.0;
47 return source;
48 }
49
50 DEFINE_SOURCE(EGL, cell, thread, dS, eqn)
51 {
52     double source2;
53     double k;
54     real xc[ND_ND];
55
56     C_CENTROID(xc, cell, thread);
57     k = (1/pow((( ee*Kb*T)/(2*NA*pow(e1,2)*ninf)),0.5));
58     source2 = -ee*U0*pow(k,2)*Ex;
59     dS[eqn] = 0.0;
60     return source2;
61 }

```


REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] P. P. Sumets, J. E. Cater, D. S. Long, and R. J. Clarke, “Electroporoelastohydrodynamics of the endothelial glycocalyx layer,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 838, p. 284–319, 2018. xii, 73, 78, 81
- [2] M. Costa, A. L. Goldberger, and C.-K. Peng, “Multiscale entropy analysis of biological signals,” *Phys. Rev. E*, vol. 71, p. 021906, Feb 2005. 1
- [3] A. S. S. Paiva, “Escoamento de fluidos bifásico em empacotamentos geométricos,” Master’s thesis, Universidade Federal da Bahia - Instituto de Física, 2014. 11, 13
- [4] B. Munson, A. Rothmayer, and T. Okiishi, *Fundamentals of Fluid Mechanics, 7th Edition*. Wiley, 2012. 12, 17, 19, 20, 21
- [5] J. Bear, *Dynamics of Fluids in Porous Media*. Dover Civil and Mechanical Engineering, Dover Publications, 2013. 12, 22, 49, 53
- [6] R. S. de Oliveira, *Utilização do empacotamento Apoloniano no estudo de fluidos em meios porosos e em sistemas magnéticos*. PhD thesis, Universidade Federal da Bahia - Instituto de Física, 2016. 13, 20, 22
- [7] A. S. S. Paiva, R. S. Oliveira, and R. F. S. Andrade, “Two-phase fluid flow in geometric packing,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 373, no. 2056, 2015. 13
- [8] D. Tiab and E. Donaldson, *Petrophysics: Theory and Practice of Measuring Reservoir Rock and Fluid Transport Properties*. Elsevier Science, 2015. 13, 22
- [9] A. de Oliveira Fortuna, *Técnicas computacionais para dinâmica dos fluidos: conceitos básicos e aplicações*. Edusp, 2000. 17, 19, 20, 21
- [10] G. O. F. Parikesit, A. P. Markesteijn, V. G. Kutchoukov, O. Piciu, A. Bossche, J. Westerweel, Y. Garini, and I. T. Young, “Electroosmotic flow analysis of a branched u-turn nanofluidic device,” *Lab Chip*, vol. 5, pp. 1067–1074, 2005. 17
- [11] A. Khosravi, H. A. Shirazi, A. Asnafi, and A. Karimi, “A fully analytical approach to investigate the electro-viscous effect of the endothelial glycocalyx layer on the microvascular blood flow,” *Clinica Chimica Acta*, vol. 472, pp. 5 – 12, 2017. 17, 72, 73, 79, 83
- [12] J. Tu, G. Yeoh, and C. Liu, *Computational Fluid Dynamics: A Practical Approach*. Butterworth-Heinemann, 2012. 17, 19, 20

- [13] F. White, *Fluid Mechanics*. McGraw-Hill series in mechanical engineering, McGraw Hill, 2011. 21
- [14] B. Eckhardt, “Introduction. turbulence transition in pipe flow: 125th anniversary of the publication of reynolds’ paper,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 367, no. 1888, pp. 449–455, 2009. 21
- [15] R. F. S. Andrade, *Investigations on the laminar-turbulent transition by means of linear and non-linear methods*. PhD thesis, Fakultät für Physik der Universität Regensburg, 1981. 21
- [16] F. Dullien and H. Brenner, *Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure*. Elsevier Science, 2012. 22
- [17] H. A. B. Gadêlha, *Efeitos da força de Coriolis na célula de Hele-Shaw girante: estabilidade linear e dinâmica não-linear*. PhD thesis, Universidade Federal de Pernambuco. CCEN. Departamento de Física, 2007. 23, 24, 27
- [18] P. G. Saffman and G. Taylor, “The penetration of a fluid into a porous medium or hele-shaw cell containing a more viscous liquid,” *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 245, no. 1242, pp. 312–329, 1958. 27
- [19] J. A. Miranda, *Weakly nonlinear analysis of the Sffaman-Taylor problem*. PhD thesis, Carnegie Mellon University, 1998. 27
- [20] J. V. Fontana, S. A. Lira, and J. A. Miranda, “Radial viscous fingering in yield stress fluids: Onset of pattern formation,” *Physical Review E*, vol. 87, no. 1, p. 013016, 2013. 27
- [21] R. Folch, J. Casademunt, A. Hernández-Machado, and L. Ramírez-Piscina, “Phase-field model for hele-shaw flows with arbitrary viscosity contrast. ii. numerical study,” *Physical Review E*, vol. 60, no. 2, p. 1734, 1999. 29
- [22] E. Alvarez-Lacalle, J. Ortín, and J. Casademunt, “Low viscosity contrast fingering in a rotating hele-shaw cell,” *Physics of fluids*, vol. 16, no. 4, pp. 908–924, 2004. 29, 30, 32, 34, 35
- [23] L. F. R. ROCERO, “Estudo sobre um mecanismo de controle e medida dos dedos viscosos em célula hele-shaw radial por fluido-dinâmica computacional,” Master’s thesis, Universidade Federal da Bahia, 2016. 29
- [24] S. Lira and J. Miranda, “Weakly nonlinear study of normal-field instability in confined ferrofluids,” vol. 84, p. 016303, 07 2011. 29
- [25] R. Folch, E. Alvarez-Lacalle, J. Ortín, and J. Casademunt, “Pattern formation and interface pinch-off in rotating hele-shaw flows: A phase-field approach,” *Physical Review E*, vol. 80, no. 5, p. 056305, 2009. 29, 35

- [26] L. Carrillo, F. Magdaleno, J. Casademunt, and J. Ortín, “Experiments in a rotating hele-shaw cell,” *Physical Review E*, vol. 54, no. 6, p. 6260, 1996. 29, 30, 32
- [27] E. Alvarez-Lacalle, H. Gadêlha, and J. A. Miranda, “Coriolis effects on fingering patterns under rotation,” *Physical Review E*, vol. 78, no. 2, p. 026305, 2008. 29, 30, 35
- [28] P. H. A. Anjos, V. M. M. Alvarez, E. O. Dias, and J. A. Miranda, “Rotating hele-shaw cell with a time-dependent angular velocity,” *Phys. Rev. Fluids*, vol. 2, p. 124003, Dec 2017. 29
- [29] J. A. Miranda, H. Gadêlha, and A. T. Dorsey, “Coriolis effects on rotating hele-shaw flows: A conformal-mapping approach,” *Phys. Rev. E*, vol. 82, p. 066306, Dec 2010. 29
- [30] L. Carrillo, J. Soriano, and J. Ortín, “Interfacial instabilities of a fluid annulus in a rotating Hele-Shaw cell,” *Physics of Fluids*, vol. 12, pp. 1685–1698, July 2000. 30
- [31] L. W. Schwartz, “Instability and fingering in a rotating hele-shaw cell or porous medium,” *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, vol. 1, no. 2, pp. 167–169, 1989. 30
- [32] G. D. Carvalho, H. Gadêlha, and J. A. Miranda, “Elastic fingering in rotating hele-shaw flows,” *Phys. Rev. E*, vol. 89, p. 053019, May 2014. 30, 35
- [33] E. O. Dias and J. A. Miranda, “Inertial effects on rotating hele-shaw flows,” *Phys. Rev. E*, vol. 83, p. 046311, Apr 2011. 30, 47
- [34] C.-Y. Chen, Y.-S. Huang, and J. A. Miranda, “Diffuse-interface approach to rotating hele-shaw flows,” *Phys. Rev. E*, vol. 84, p. 046302, Oct 2011. 30
- [35] R. Folch, E. Alvarez-Lacalle, J. Ortín, and J. Casademunt, “Pattern formation and interface pinch-off in rotating hele-shaw flows: A phase-field approach,” *Phys. Rev. E*, vol. 80, p. 056305, Nov 2009. 30, 47
- [36] H. Goldstein, C. Poole, and J. Safko, *Classical Mechanics*. Pearson, 2013. 30
- [37] H. Gadêlha, N. Brito, and J. A. Miranda, “Dynamics of viscous fingers in rotating hele-shaw cells with coriolis effects,” *Phys. Rev. E*, vol. 75, p. 016305, Jan 2007. 47
- [38] C.-D. Lai, D. N. Pra Murthy, and M. Xie, “Weibull distributions and their applications,” vol. Chapter 3, pp. 63–78, 02 2006. 63
- [39] M. Al-Hasan and R. R. Nigmatullin, “Identification of the generalized weibull distribution in wind speed data by the eigen-coordinates method,” *Renewable Energy*, vol. 28, no. 1, pp. 93 – 110, 2003. 63
- [40] T. Huillet and H.-F. Raynaud, “Rare events in a log-weibull scenario - application to earthquake magnitude data,” *The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems*, vol. 12, pp. 457–469, Dec 1999. 63

- [41] D. S. Rocky, “Low-flow analysis with a conditional weibull tail model,” *Water Resources Research*, vol. 32, no. 6, pp. 1749–1760, 1996. 63
- [42] K. Røed and T. Zhang, “A note on the weibull distribution and time aggregation bias,” *Applied Economics Letters*, vol. 9, no. 7, pp. 469–472, 2002. 63
- [43] “The wilder hill clean energy index (eco).” <https://www.nyse.com/quote/index/ECO>. Accessed in 04/28/2017. 63
- [44] K. J. Carroll, “On the use and utility of the weibull model in the analysis of survival data,” *Controlled Clinical Trials*, vol. 24, no. 6, pp. 682 – 701, 2003. 63
- [45] S. Devasenathipathy and J. Santiago, *Electrokinetic Flow Diagnostics*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2005. 71, 73, 74
- [46] S. Weinbaum, J. M. Tarbell, and E. R. Damiano, “The structure and function of the endothelial glycocalyx layer,” *Annual Review of Biomedical Engineering*, vol. 9, no. 1, pp. 121–167, 2007. PMID: 17373886. 73
- [47] D. Li, *Electrokinetics in Microfluidics*. Interface Science and Technology, Elsevier Science, 2004. 73, 74, 79
- [48] D. S. Hariprasad and T. W. Secomb, “Motion of red blood cells near microvessel walls: effects of a porous wall layer,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 705, p. 195–212, 2012. 74
- [49] E. R. Damiano and T. M. Stace, “Flow and deformation of the capillary glycocalyx in the wake of a leukocyte,” *Physics of Fluids*, vol. 17, no. 3, p. 031509, 2005. 74
- [50] P. P. Sumets, J. E. Cater, D. S. Long, and R. J. Clarke, “A boundary-integral representation for biphasic mixture theory, with application to the post-capillary glycocalyx,” *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 471, no. 2179, 2015. 74
- [51] A. R. Pries and T. W. Secomb, “Microvascular blood viscosity in vivo and the endothelial surface layer,” *American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology*, vol. 289, no. 6, pp. H2657–H2664, 2005. PMID: 16040719. 74
- [52] A. R. Pries, T. W. Secomb, H. Jacobs, M. Sperandio, K. Osterloh, and P. Gaehtgens, “Microvascular blood flow resistance: role of endothelial surface layer,” *American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology*, vol. 273, no. 5, pp. H2272–H2279, 1997. 74
- [53] B. Klitzman and B. R. Duling, “Microvascular hematocrit and red cell flow in resting and contracting striated muscle,” *American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology*, vol. 237, no. 4, pp. H481–H490, 1979. PMID: 495734. 74

- [54] H. Ban, B. Lin, and Z. Song, “Effect of electrical double layer on electric conductivity and pressure drop in a pressure-driven microchannel flow,” *Biomicrofluidics*, vol. 4, no. 1, p. 014104, 2010. 74
- [55] W. Palma, *Time Series Analysis*. Wiley Series in Probability and Statistics, Wiley, 2016. 90
- [56] J. Hamilton, *Time Series Analysis*. Princeton University Press, 1994. 90
- [57] M. Aguirre and G. Ibikunle, “Determinants of renewable energy growth: A global sample analysis,” *Energy Policy*, vol. 69, pp. 374–384, 2014. 93
- [58] I. Cadoret and F. Padovano, “The political drivers of renewable energies policies,” *Energy Economics*, vol. 56, pp. 261–269, 2016. 93
- [59] S. Kumar, S. Managi, and A. Matsuda, “Stock prices of clean energy firms, oil and carbon markets: A vector autoregressive analysis,” *Energy Economics*, vol. 34, no. 1, pp. 215–226, 2012. 93
- [60] L. Kitzing, C. Mitchell, and P. E. Morthorst, “Renewable energy policies in europe: Converging or diverging?,” *Energy Policy*, vol. 51, pp. 192–201, 2012. 93
- [61] G. Cao, C. He, and W. Xu, “Effect of weather on agricultural futures markets on the basis of dcca cross-correlation coefficient analysis,” *Fluctuation and Noise Letters*, vol. 15, no. 02, p. 1650012, 2016. 93, 94
- [62] L.-Y. He and S.-P. Chen, “A new approach to quantify power-law cross-correlation and its application to commodity markets,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 390, no. 21, pp. 3806–3814, 2011. 93, 94
- [63] J. C. Reboredo, “Is there dependence and systemic risk between oil and renewable energy stock prices?,” *Energy Economics*, vol. 48, pp. 32–45, 2015. 93
- [64] G. Zebende, “{DCCA} cross-correlation coefficient: Quantifying level of cross-correlation,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 390, no. 4, pp. 614 – 618, 2011. 93, 94
- [65] B. Podobnik and H. E. Stanley, “Detrended cross-correlation analysis: A new method for analyzing two nonstationary time series,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 100, p. 084102, Feb 2008. 93
- [66] J. W. Kantelhardt, S. A. Zschiegner, E. Koscielny-Bunde, S. Havlin, A. Bunde, and H. E. Stanley, “Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 316, no. 1, pp. 87–114, 2002. 94
- [67] C.-K. Peng, S. V. Buldyrev, S. Havlin, M. Simons, H. E. Stanley, and A. L. Goldberger, “Mosaic organization of dna nucleotides,” *Physical Review E*, vol. 49, no. 2, p. 1685, 1994. 94

- [68] C. Shen, “Analysis of detrended time-lagged cross-correlation between two nonstationary time series,” *Physics Letters A*, vol. 379, no. 7, pp. 680–687, 2015. 94
- [69] L. Kristoufek, “Measuring correlations between non-stationary series with dcca coefficient,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 402, pp. 291–298, 2014. 94
- [70] A. Machado Filho, M. Da Silva, and G. Zebende, “Autocorrelation and cross-correlation in time series of homicide and attempted homicide,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 400, pp. 12–19, 2014. 94
- [71] E. Marinho, A. Sousa, and R. F. S. Andrade, “Using detrended cross-correlation analysis in geophysical data,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 392, no. 9, pp. 2195–2201, 2013. 94
- [72] R. Ribeiro, M. Mata, L. Lucena, U. Fulco, and G. Corso, “Spatial analysis of oil reservoirs using detrended fluctuation analysis of geophysical data,” *Nonlinear Processes in Geophysics*, vol. 21, no. 5, pp. 1043–1049, 2014. 94
- [73] C. Xue, P. Shang, and W. Jing, “Multifractal detrended cross-correlation analysis of bvp model time series,” *Nonlinear Dynamics*, vol. 69, no. 1, pp. 263–273, 2012. 94
- [74] R. Vassoler and G. Zebende, “{DCCA} cross-correlation coefficient apply in time series of air temperature and air relative humidity,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 391, no. 7, pp. 2438 – 2443, 2012. 94
- [75] N. Xu, P. Shang, and S. Kamae, “Modeling traffic flow correlation using dfa and dcca,” *Nonlinear Dynamics*, vol. 61, no. 1, pp. 207–216, 2010. 94
- [76] G.-J. Wang and C. Xie, “Cross-correlations between wti crude oil market and us stock market: a perspective from econophysics,” *Acta Physica Polonica-Series B Elementary Particle Physics*, vol. 43, no. 10, p. 2021, 2012. 94
- [77] Y. Wang, Y. Wei, and C. Wu, “Detrended fluctuation analysis on spot and futures markets of west texas intermediate crude oil,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 390, no. 5, pp. 864–875, 2011. 94
- [78] G.-J. Wang, C. Xie, S. Chen, and F. Han, “Cross-correlations between energy and emissions markets: new evidence from fractal and multifractal analysis,” *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2014, 2014. 94
- [79] G. Cao and Y. Han, “Does the weather affect the chinese stock markets? evidence from the analysis of dcca cross-correlation coefficient,” *International Journal of Modern Physics B*, vol. 29, no. 01, p. 1450236, 2015. 94
- [80] “W&t offshore, inc. (wti).” <https://www.nyse.com/quote/XNYS:WTI>. Accessed in 04/28/2017. 95

- [81] “European renewable energy index (erix).” <http://www.sg-zertifikate.de/en/product.html?isin=DE000SG1ERX7>. Accessed in 04/28/2017. 95
- [82] “The standard and poor global clean energy index (s&pgce).” <http://www.portugues.spindices.com/indices/equity/sp-global-clean-energy-index>. Accessed in 04/28/2017. 95
- [83] “Nyse bloomberg global wind energy index (wind).” <https://www.bloomberg.com/quote/WINDG:IND>. Accessed in 04/28/2017. 95
- [84] “Nyse bloomberg global solar energy index (solar).” <https://www.bloomberg.com/quote/SOLAR:IND>. 95
- [85] “Nyse bloomberg global energy smart technologies index.” <https://www.bloomberg.com/quote/EST:IND>. Accessed in 04/28/2017. 95
- [86] J. C. Reboredo, M. A. Rivera-Castro, and A. Ugolini, “Wavelet-based test of comovement and causality between oil and renewable energy stock prices,” *Energy Economics*, vol. 61, pp. 241–252, 2017. 96
- [87] “The 2016 global status report, renewable energy policy network for the 21st century (ren21).” <http://www.ren21.net/>. Accessed in 04/27/2017. 98
- [88] A. S. S. Paiva, M. A. Rivera-Castro, and R. F. S. Andrade, “Dcca analysis of renewable and conventional energy prices,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 490, pp. 1408 – 1414, 2018. 105